

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ**

Вовк Олександр Володимирович

УДК 678.023.2:519.676

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ
ПРОЦЕСІВ ФОРМУВАННЯ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СУМІШЕЙ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків 2011

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Харківському національному університеті радіоелектроніки Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор
Дікарєв Вадим Анатолійович, Харківський національний університет радіоелектроніки, головний науковий співробітник кафедри прикладної математики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Михальов Олександр Ілліч, Національна металургійна академія України, завідувач кафедри інформаційних технологій та систем;

доктор технічних наук, професор
Герасін Сергій Миколайович, Харківський національний університет внутрішніх справ, завідувач кафедри математичного моделювання та інформаційних технологій.

Захист відбудеться «___» _____ 2011 р. о _____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 у Харківському національному університеті радіоелектроніки (61166, Харків, пр. Леніна, 14).

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки (61166, Харків, пр. Леніна, 14).

Автореферат розісланий «___» _____ 2011 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

В.В. Безкоровайний

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Останні десятиліття характеризуються різким збільшенням виробництва порошкоподібних матеріалів і розширенням області їх застосування. Порошкові суміші є початковим матеріалом для виготовлення радіоелементів, що використовуються в електронних та мікроелектронних пристроях, успішно застосовуються в космічній техніці та сільському господарстві, машинобудуванні та медицині, хімічній промисловості, атомній енергетиці та приладобудуванні. Чим повніше досліджені властивості початкових порошків, тим надійніше можна розробити технологію виробництва і тим меншими будуть відхилення властивостей кінцевих виробів від потрібних. Це привело до швидкого збільшення кількості дослідницьких робіт, присвячених вивченню порошкоподібних матеріалів, зокрема, аналізу їх дисперсного складу. Виникла необхідність розробки математичних моделей і методів для моделювання процесів формування порошкових мас і чисельного аналізу отриманих результатів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась згідно з планом науково-технічних робіт Харківського національного університету радіоелектроніки в рамках держбюджетної теми № 236-5 «Розробка та впровадження математичних моделей, методів і інструментальних засобів багатокритеріальної оптимізації режимів функціонування систем енергетики в умовах невизначеності» (№ДР 0109U002571). Дисертаційна робота є складовою частиною проведених за цією темою досліджень. Дисертантом були розроблені математична модель і комплекс програм, за допомогою яких на конкретних прикладах було проведено математичне моделювання та чисельний аналіз процесів формування багатокомпонентних сумішей.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова математичної моделі процесу формування багатокомпонентних сумішей, компоненти яких зазнають сильних збурень, що мають достатньо ефективну миттєву потужність, яка дозволяє простежити за зміною функцій розподілів компонент досліджуваної суміші в часі та визначити час стабілізації суміші, що формується. Використання цієї моделі дозволить зменшити витрати енергії і часу, які необхідні для процесу формування суміші, і збільшити точність кінцевого розподілу її компонент.

Досягнення цієї мети потребує вирішення у роботі таких задач:

1. Виведення і дослідження формул, що дозволяють визначити функції розподілу від часу та просторових координат часток полідисперсної порошкової суміші за їх розмірами.

2. Дослідити технологічні методи формування багатокомпонентної суміші, що ґрунтуються на її збуреннях, які мають різні характеристики в різних частинах об'єму, що займає суміш.

3. Сформулювати умови стабілізації процесів формування багатокомпонентних сумішей. Розробити метод стабілізації формування її

компонент, що ґрунтується на багатократних збуреннях об'єму, який займає суміш, спеціально підібраними імпульсами. Під стабілізацією маємо на увазі таку властивість процесу, коли зі змінням часу основні його характеристики набувають заданого значення або локалізуються поблизу нього.

4. Розробити методи керування процесом формування багатокомпонентних сумішей під дією енергетичних, механічних або акустичних збурень.

5. Побудувати математичну модель процесу формування компонент багатокомпонентної суміші, в якій основні характеристики суміші будуть представлені їх математичними сподіваннями. Провести комп'ютерне моделювання досліджуваного процесу і чисельний аналіз отриманих результатів.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є процес формування багатокомпонентної порошкової суміші.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є математичні моделі і методи аналізу процесів формування багатокомпонентних сумішей із заданими параметрами.

Методи дослідження. Методи дослідження базуються на математичній статистиці, теорії ймовірностей і теорії випадкових процесів, теорії оптимізації, математичному моделюванні. При дослідженні процесів формування багатокомпонентних сумішей і процесів подрібнення були використані методи випадкового аналізу, методи аналітичного моделювання з використанням диференціальних рівнянь в часткових похідних, що описують досліджуваний процес.

Наукова новизна результатів дисертаційної роботи. У рамках вирішення задач дисертаційного дослідження отримано такі основні нові наукові результати:

– набув подальшого розвитку метод визначення розподілів компонент порошкової суміші за швидкістю їх осідання у випадку впливу на процес осідання часток зовнішньої сили, що виникає за рахунок механічних, електромагнітних або акустичних коливань. Визначена усереднена величина цієї сили. Виведені формули дозволяють поліпшити результати процесу визначення розподілів часток за швидкістю їх осідання у випадку, коли на процес, крім сили тяжіння, діють додаткові сили;

– вперше розроблено математичну модель стабілізації процесів формування багатокомпонентних сумішей під дією збурень, які мають достатньо ефективну миттєву потужність. Для цього були застосовані теореми про фокусування та стабілізацію марковського процесу при локальних збуреннях його фрагментів. Сформульовано достатні умови, при виконанні яких можна сформувати багатокомпонентну суміш із гарантованим розподілом її компонент. Це дозволяє визначити час, за який буде сформована суміш із заданими функціями розподілів її компонент;

– удосконалено математичну модель процесу формування багатокомпонентних сумішей під дією сильних електрогідролічних,

механічних, акустичних збурень, що швидко змінюються у часі. Це система лінійних диференціальних рівнянь у часткових похідних 1-го порядку, розв'язками якої є метричні характеристики часток досліджуваної суміші по кожному малому об'єму. Використання отриманої математичної моделі дозволяє простежити за зміною функції розподілу діаметрів часток суміші у часі.

Практичне значення отриманих результатів. Розроблені у роботі математичні моделі та методи, які описують процес формування багатокомпонентних порошкових сумішей, призначені для моделювання досліджуваних процесів на виробництві. Запропонована математична модель може бути використана для опису процесів формування багатокомпонентних сумішей із різними фізико-хімічними властивостями та дисперсними характеристиками.

Сформульовані умови стабілізації процесу формування порошкових сумішей, розроблені методи формування дозволяють визначити момент часу, в який була отримана суміш із гарантованими розподіленнями її компонент як у всій області, що розглядається, так і у окремих її частинах. Це дозволяє значно збільшити ефективність процесів подрібнення: скоротити час обробки суміші, істотно зменшити витрати енергії.

Практичне значення результатів підтверджується актами впровадження. Впроваджено такі результати дисертаційної роботи:

– математичну модель процесу формування багатокомпонентних сумішей, яка дозволяє зменшити час та витрати енергії при формуванні порошкових сумішей на підприємстві; методи подрібнення масивів часток твердих матеріалів із різними фізико-хімічними характеристиками, використання яких дозволяє отримати суміші із гарантованими розподілами часток суміші за їх розмірами; розроблений у роботі програмний комплекс, який дозволяє проводити моделювання процесу формування багатокомпонентних сумішей і аналіз отриманих результатів. Застосування зазначених методів та технологій дозволило скоротити терміни та підвищити ефективність процесів формування багатокомпонентних сумішей на ТОВ «Аптека 36» (акт впровадження від 25 жовтня 2010 року);

– математичні моделі та методи фокусування неоднорідних марковських процесів при локальних збуреннях їх фрагментів та застосування цих результатів до процесу формування багатокомпонентних сумішей при багатократних збуреннях частин суміші; методи стабілізації неоднорідних марковських процесів та їх застосування до процесів формування багатокомпонентних сумішей. Зазначені математичні моделі та методи були впроваджені в навчальному процесі на кафедрі прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки при підготовці магістрів та спеціалістів за спеціальностями «Прикладна математика» та «Системний аналіз і управління» при проведенні лекційних і практичних занять та виконанні лабораторного практикуму з дисципліни «Стохастичний аналіз» (акт впровадження від 20 жовтня 2010 року).

Особистий внесок здобувача. Усі основні положення і результати дисертаційної роботи отримані здобувачем самостійно та опубліковані в роботах [1-17].

У наукових працях, опублікованих у співавторстві, з питань, що стосуються наданого дослідження, здобувачу належать: у роботі [1] виведено систему диференціальних рівнянь у часткових похідних, які описують процес формування багатокомпонентної суміші, та сформульовано умови стабілізації процесу формування багатокомпонентної суміші; у роботі [3] розроблено математичні моделі та методи визначення функцій розподілу розмірів часток полідисперсних порошків; у роботі [6] проведено аналіз перемішування порошкових мас із різними фізико-хімічними характеристиками; у роботі [7] досліджено вплив рідини, в об'ємі якої проходить обробка матеріалу, на процес формування порошкової суміші.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи були апробовані на 2 наукових конференціях міжнародного рівня: XII міжнародній науковій конференції ім. акад. М. Кравчука (Київ, 2008); XVI міжнародній науково-технічній конференції «Прикладні задачі математики і механіки» (Севастополь, 2008).

Публікації. Основні результати за темою дисертації викладено у 17 опублікованих роботах: 7 статтях у наукових журналах і збірниках, що входять до переліків, затверджених ВАК України [1-7] і 10 тезах доповідей на міжнародних наукових конференціях в Україні [8-17].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел зі 103 найменувань (9 стор.) та 2 додатків (7 стор.). Загальний обсяг роботи складає 144 сторінки, у тому числі 128 сторінок основного тексту, ілюстрованих 17 рисунками (6 стор.) та 2 таблицями (0,5 стор.).

ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовується актуальність теми дослідження, формулюється мета та завдання дослідження, визначаються об'єкт, предмет та методи досліджень, висвітлюється наукова новизна та практичне значення отриманих результатів, а також особистий внесок автора в роботах, виконаних у співавторстві, відзначається апробація результатів дисертації та кількість публікацій, виконаних за темою дисертаційної роботи.

У **першому розділі** розглянуті основні властивості порошкових сумішей. Зазначено основні труднощі, що виникають у процесі визначення функцій розподілу часток порошкових сумішей за їх розмірами. Проведено огляд наукової літератури, що присвячена дослідженню методів формування багатокомпонентних сумішей та практичним методам визначення основних характеристик (дисперсність, пористість) порошкових сумішей.

Наведені основні відомості з теорії марковських процесів, які необхідні для визначення умов стабілізації процесу формування порошкових сумішей.

Зазначено, що логарифмічний нормальний розподіл є найбільш поширеним розподілом часток порошкових сумішей, які сформовані в процесі подрібнення; наведено основні властивості цього розподілу.

Визначальний вплив на технологічні властивості порошоків і, отже, на основні параметри технологічних процесів виробництва порошкових сумішей здійснює дисперсність порошоків. Тому точне визначення розмірів часток вихідних порошоків є першочерговим завданням контролю порошкових матеріалів. Постає необхідність дослідження закономірностей процесів подрібнення і властивостей порошоків та розвитку методів їх дисперсного аналізу. Форма часток впливає на технологічні властивості порошоків: насипну вагу, текучість і, отже, на технологічні параметри процесу формування порошкових матеріалів і їх властивості (щільність, міцність, пластичність, ін.).

Встановлено, що найкращими методами для подрібнення масивів твердих часток збуреннями, що швидко змінюються у часі, є методи, які використовують електрогідролічні удари. З особливостей процесів електрогідролічного подрібнення випливає, що ККД (коефіцієнт корисної дії) самої дробарки буде тим вищим, чим дрібніші фракції матеріалу призначена вона видавати і чим дрібніші розміри фракцій вихідного матеріалу.

Внаслідок аналізу джерел, присвячених дослідженню і методам визначення фізико-хімічних властивостей порошкових сумішей та вивченню методів подрібнення масивів твердих часток, можна зробити такі висновки.

По-перше, найважливішими характеристиками порошкової суміші є дисперсні властивості її компонент. Постає необхідність у виборі найкращих методів для визначення функцій розподілів компонент порошкової суміші.

По-друге, процеси подрібнення твердих матеріалів потребують великих витрат енергії і часу, тому основним завданням є точне визначення моменту «стабілізації» процесу формування порошкових сумішей, тобто моменту, коли характеристики сформованої суміші будуть дорівнювати заданим з певним рівнем точності.

По-третє, є необхідність в створенні комплексу програм, що дозволяють моделювати процес подрібнення. Це потребує розробки математичних моделей і методів, що дозволяють стежити за зміненням характеристик компонент суміші у будь-який момент часу.

У **другому розділі** модифіковано метод визначення функцій розподілу часток порошкової суміші за їх розмірами по швидкості осідання. Це дозволяє визначити кількість часток різного розміру виходячи із даних про швидкість осідання часток. Наведений метод можна використовувати для визначення дисперсного складу порошкових сумішей із різними гранулометричними і фізико-хімічними властивостями.

У початковий момент часу в суспензії знаходиться деяка кількість dq часток із стоксовськими радіусами, що знаходяться в межах від r до dr .

Цю кількість можна визначити таким способом:

$$dq = F(r)dr,$$

де r – радіус часток; $F(r)$ – функція розподілу.

У цьому розділі показано, що можна визначити зміст фракції в будь-яких межах дисперсності (від r_1 до r_2). У момент часу t через деяку площину на глибині H (висота осідання) пройдуть крупні частки радіусом r_t , дрібніші частки, в основному, залишаться в шарах, які знаходяться вище H . Функцію, яка буде визначати загальну кількість часток в системі з радіусом, меншим за r_t , можна знайти за формулою:

$$F(r) = - \frac{dq}{dr} = - \frac{2t^2}{r} \psi \frac{d^2 y}{dt^2},$$

де Y – загальна кількість часток у осаду; $\frac{\partial y}{\partial t}$ – швидкість осідання часток суміші в момент часу t .

Подальшого розвитку набув метод визначення розподілів компонент порошкової суміші за швидкістю їх осідання у випадку впливу зовнішньої сили, що виникає за рахунок механічних, електромагнітних або акустичних коливань.

Якщо на процес осідання часток в рідкому середовищі діють додаткові сили, то виникає необхідність обчислити величину усередненої за періодом високочастотних коливань сили, тому що саме ця сила впливає на швидкість осідання часток.

Розглядаються одномірні високочастотні коливання, такі, що сила, яка виникає за їх рахунок, спрямована по вертикалі.

Таким чином, з полем сили тяжіння на частки діє сила f , яка може бути виражена формулою

$$f = B_1 \cos \gamma t + B_2 \sin \gamma t, \quad (1)$$

де частота γ передбачається великою, тобто $\gamma \gg \frac{1}{T_0}$; T_0 – середній час осідання часток у середовищі за відсутності сили f ; B_1 і B_2 – функції тільки від вертикальної координати h (глибини).

Рівняння осідання частки маси m можна записати у вигляді

$$m h \ddot{y} = - \frac{dU}{dh} + f, \quad (2)$$

де U – поле сили тяжіння; $h = h(t) = H(t) + x(t)$; член $x(t)$ описує малі коливання.

Провівши усереднення величин $h(t)$, $x(t)$, $H(t)$, які описують падіння

частки, за періодом $T = 2\pi/\gamma$ швидких коливань, формулу (2) можна записати у вигляді

$$mH\ddot{y} = -\frac{dU}{dH} + x \overline{\frac{\partial f}{\partial H}} = -\frac{dU}{dH} - \frac{1}{m\gamma^2} \overline{f \frac{\partial f}{\partial H}}.$$

Доданок $\tilde{f} = -\frac{1}{m\gamma^2} \overline{f \frac{\partial f}{\partial H}}$ є шуканою силою, яка усереднена за періодом високочастотних коливань.

Сила \tilde{f} надає додатковий (по відношенню до сили тяжіння) внесок в процес осідання часток. Змінюючи величини γ , f , $\frac{\partial f}{\partial H}$, можна змінювати дію цієї сили на частки із заданими масами для заданих висот H .

Використовуючи отримані результати, можемо переписати (1) у такому вигляді:

$$f = \sum_{k=1}^n (B_{1,k} \cos \gamma_k t + B_{2,k} \sin \gamma_k t).$$

Такий вибір сили f дозволяє досліджувати процес осаду часток під дією декількох сил різної природи (механічної та електричної). Це надає можливість більш активно впливати на процес осідання часток.

Також у цьому розділі досліджено вплив рідини, в об'ємі якої проходить обробка матеріалу, на процес формування порошкової суміші. Доведено, що ці процеси суттєво не впливають на дисперсні характеристики часток порошкових сумішей, що формуються.

У **третьому розділі** розглянуті математичні моделі та методи фокусування та стабілізації неоднорідних марковських процесів при локальних збуреннях їх фрагментів. Ці результати застосовані до процесу формування багатокомпонентних сумішей при багатократних збуреннях частин суміші. Використання отриманих математичних моделей дозволяє точно вирахувати час, коли характеристики компонент сформованої суміш набудуть наперед заданих значень із заданим рівнем точності.

Однією із характеристик багатокомпонентної суміші є вектор розподілу її компонент $k(M)$:

$$k(M) = (K_1(M), \dots, K_n(M)), \quad (3)$$

де кожна координата $K_i(M)$ ($i = 1, \dots, n$) є відношенням $\frac{m_i(M)}{m(M)}$ маси m_i

компоненти з малого об'єму $\Delta V(M)$, який містить точку M , до суми мас $m_1 + \dots + m_n = m(M)$ усіх компонент, які містяться у $\Delta V(M)$. Об'єм вибираємо настільки малим, щоби маси усіх компонент були розподілені в ньому рівномірно.

Позначимо через V_i об'єми з V такі, що

$$\bigcup_i V_i = V, \quad V_{ij} = V_i \cap V_j = \emptyset.$$

Вважаємо, що множина усіх збурень $(\delta \Pi)_i$ процесу Π на $[s_0, t_0]$ кінцева. Через $[t_i, \tau_i]$, Π_i , V_i позначимо проміжки часу, на яких діє $(\delta \Pi)_i$, процеси, які $(\delta \Pi)$ породжують, і їх фазові простори. Покладаємо, що всі V_i є областями, а τ_i – точками фокусування процесів Π_i на V_i : $(\delta \Pi)_i$ ($i = 1, \dots, n$) є незалежними. Через $I(V_i)$ будемо позначати індикаторні функції множин V_i .

Покладаємо, що $V_i \cap V_j = V_{ij}$. Вважаємо, що на $V(V_i)$ задана функція розподілу $k(M, t)$ процесу Π (Π_i), якщо для будь-якої події B з $V(V_i)$ і $t \in [s_0, t_0]$ $P(M \in B) = \int_B k(N, t) dV_N$, де ймовірність $P(M \in B)$ визначається в момент часу t .

Вважаємо, що початковий розподіл $k(M, s_0)$ процесу Π на V заданий. З'ясуємо, як змінюється функція розподілу $k(N, t)$ ймовірності процесу при наступному збуренні $(\delta \Pi)_i$. Усі функції $k(N, t) I(V)$ є неперервними на V .

Нехай V_i вибрано довільно, множина $\{V_j\}$ містить всі фазові простори, для яких $P(V_{ij}) > 0$, $\{\tau_i\}$ – моменти фокусування на $\{V_j\}$. Позначимо через v_i найбільший елемент з $\{\tau_i\}$, для якого $v_i < \tau_i$. Покладаємо $\beta = \max\{v_i, t_i\}$.

Нехай $k(M, \beta_i) I(V_i)$, $k(M, \tau_i) I(V_i)$ – функції розподілу на V_i в моменти часу β_i , τ_i . Тоді, для отримання функції розподілу процесу Π на V в момент τ_i , необхідно переозначити на V_i , замінив $k(M, \beta_i) I(V_i)$ на $k(M, \tau_i) I(V_i)$. Для $M \in V \setminus V_i$ $k(M, \beta_i) = k(M, \tau_i)$.

Усереднення функції $k(M, \beta_i)$, $k(M, \tau_i)$ по V_i збігаються:

$$\int_{V_i} k(M, \beta_i) dV_M = \int_{V_i} k(M, \tau_i) dV_M.$$

Це випливає з умови нормування $\int_V k(M, t) dV_M = 1$, яка виконується при

усіх $t \in [s_0, \Gamma]$ і рівності $k(M, \beta_i)I(V \setminus V_i) = k(M, \tau_i)I(V \setminus V_i)$, яка виконується у випадку, коли на (β_i, τ_i) усі збурення, окрім $(\delta \Pi)_i$, зосереджені лише на $V \setminus V_i$, а $(\delta \Pi)_i$ діють на V_i .

Умова А. Фокусуючі властивості кожного збурення залежать лише від положення його фазового простору V_i . Уточнюємо, нехай $V_i = V_j$ і розподіли процесів $\Pi_i = \Pi_j$, в моменти β_i, β_j задовольняють умові

$$\int_V k(M, \beta_i) dV_M = \int_V k(M, \beta_j) dV_M.$$

Тоді розподіли $f(M, \tau_i)I(V_i), f(M, \tau_j)I(V_j)$ цих процесів у моменти τ_i, τ_j тотожно збігаються на V_i .

Умова Б. Нехай $(\delta \Pi)_i, (\delta \Pi)_j$ – збурення, що задовольняють тим же умовам, що і в умові А. $P(V_{ij}) > 0$, $f(M, \tau_i)I(V_i), f(M, \tau_j)I(V_j)$ – розподіли на V_i і V_j , що виникають внаслідок цих збурень: на τ_i, β_i жодні збурення V_{ij} , крім $(\delta \Pi)_i$, не діють. У такому випадку вважаємо, що виконуються **умови узгодження**: на V_{ij} функції збігаються з точністю до постійного множника.

Нехай $V_i \cap V_j$. З А, Б і (3) випливає, що для будь-яких $(\delta \Pi)_i, (\delta \Pi)_j$ розподіли $f(M, \tau_i)I(V_i), f(M, \tau_j)I(V_j)$ на V_i збігаються.

Покладемо, що в проміжок (τ_i, τ_j) жодні збурення на V_i не діють.

Умова В. Будь-яка точка $M \in V$ з імовірністю 1 міститься у необмеженій множині областей V_i : до будь-якого моменту t ($t < \Gamma$) відбувається лише кінцева кількість збурень. Для будь-якого V_i знайдеться хоча б одна $V_j, i < j$, що не збігається із V_i , для якої $P(V_{ij}) > 0$. Тут P не залежить від i, j .

Якщо усі перераховані умови виконуються, то за рахунок збурень, що мають достатньо велику миттєву потужність, усіх V_i об'ємів фокусування на V буде мати місце. Якщо ж кількість збурень усіх V_i буде достатньо великою, то розподіли на усіх V_i будуть лише незначно відрізнятися від їх граничних значень.

Отримані результати можна використовувати задля отримання масивів часток, характеристики яких (дисперсність, полідисперсність, пористість) знаходяться у заданих межах.

У **четвертому розділі** запропонована модель процесу виготовлення порошкових мас із заданими полідисперсними характеристиками. Їх формування запропоновано виконувати шляхом перемішування базисних порошків. Встановлені умови, при виконанні яких виготовлення порошкової

маси із заданими розподілами її часток за розмірами може бути зведено до перемішування базисних порошків.

Процес полягає у такому: здійснюється перемішування порошків Π_i ($i = 1, 2, \dots$) з V_i ($i = 1, \dots, n$). Полідисперсні характеристики порошків Π_i відрізняються одна від іншої. Індекс i нумерує порошки відповідно до зростання розмірів часток. Обробка порошкових сумішей проходить послідовно із зростанням i . Кожний V_i підлягає збуренням до тих пір, поки в ньому не буде сформовано однорідну суміш, після чого порошки з V_i і V_{i+1} об'єднуються в одному об'ємі $V_{i,i+1}$.

Повторюється m раз збурення усіх циліндрів V_i ($i = 1, \dots, n$). Нехай m достатньо велике. Існують дві можливості:

1. Розподіл порошкових сумішей буде однаковим (точніше, буде лише незначно відрізнятися) у всіх об'ємах $V_{i,i+1}$, а, отже, і у $V = \bigcup V_i$ ($i = 1, \dots, n$).

2. Знайдеться хоча б одна пара циліндрів $V_\alpha, V_{\alpha+1}$, для якої розподіли суміші в кожному з них будуть однорідними, однак не будуть збігатись в $V_{\alpha, \alpha+1}$.

Порошки Π_1, \dots, Π_n можна розподілити по об'ємам V_1, \dots, V_n $n!$ різними способами, після цього для кожного з них реалізувати схему збурень об'ємів V_i .

Розіб'ємо множину Π_α , елементами якої є усі можливі розташування порошків Π_α ($\alpha = 1, \dots, n$) по об'ємам V_i ($i = 1, \dots, n$) на два класи:

– до елементів першого класу належать розподіли порошків Π_α по об'ємам V_i , для яких, після багатократних збурень усіх об'ємів V_i за описаною вище схемою, знайдуться такі V_j, V_{j+1} , на яких розподіли порошків на кожному з них не збігатимуться в $V_{j,j+1} = V_j \cap V_{j+1}$;

– до другого класу належать ті елементи множини $\{\Pi_\alpha\}$, для яких зазначені V_j, V_{j+1} не існують (ця умова виконується, якщо порошкова суміш містить пористі частки та частки з великими гранями, вістрями).

Використання наданого методу послідовного перемішування порошкових мас дозволяє отримати порошкову суміш із кінцевим розподілом її компонент, який буде відрізнятися від заданого на малу величину.

У цьому розділі модифікована математична модель процесу подрібнення твердих матеріалів у рідких середовищах під дією сильних електрогідролітичних ударів, що швидко змінюються у часі. Це система лінійних диференціальних рівнянь у часткових похідних 1-го порядку, коефіцієнтами отриманої системи диференціальних рівнянь є математичні сподівання діаметрів твердих часток досліджуваної суміші по кожному малому об'єму. Використання отриманої математичної моделі дозволило простежити за еволюцією діаметрів твердих часток у кожній точці об'єму, який займає суміш.

Передбачається, що вихідна суміш є масивом часток, що містяться в

рідкому середовищі. Її компонентами є частки, розміри яких лежать в довільних межах.

Зокрема, вихідна суміш може складатися із часток, розміри яких приблизно однакові. Зміна компонент відбувається за рахунок збурень, локалізованих в окремих частинах V_i об'єму V , який вона займає.

Передбачаємо, що:

$$\bigcup_{i=1}^n V_i = V, V_i \cap V_j = \emptyset, \text{ при } i \neq j.$$

Збурення діють у всіх об'ємах V_i , характеристики збурень яких в різних V_i неоднакові. У кожному V_i ці характеристики є функціями точки $M \in V_i$.

Зазначені відмінності обумовлені прагненням сформулювати в кожному V_i суміш, розподіл компонент якої за своїми властивостями відрізнявся би від сумішей в $V_j \neq V_i$.

Процес обробки суміші в кожному V_i проводимо наступним способом. Об'єм V_i розбивається на N_i об'ємів

$$V_{i,1}, V_{i,2}, \dots, V_{i,N_i}. \quad (4)$$

У кожному об'ємі з (4) шукана функція $U(\mu, t)$, що описує процес формування компонент, замінюється її усередненням. Таким чином, кожному об'єму V_r ($1 \leq r \leq N_i$) з (4) ставиться у відповідність усереднення $Y_r(t)$ функції $U(\mu, t)$ по V_r . При цьому параметр t (час) вважаємо фіксованим.

Покладемо, що величини об'ємів з (4) приблизно однакові. Збурення суміші в цих об'ємах проводяться в різні моменти часу.

Точність апроксимації функції $U(\mu, t)$ її середніми значеннями по об'ємам (4) зростає із зростанням N_i .

При збуренні кожного V_r з (4) частина суміші, яка міститься в ньому, переміщується в сусідні з V_r об'єми. При цьому усереднення $Y_r(t)$ будуть змінюватися через переміщення суміші в сусідні з V_r об'єми з (4).

Нехай

$$\bar{Y}_i(t) = (y_{i,1}, \dots, y_{i,N_i}(t)) \quad (5)$$

– вектор, компонентами якого є усереднення функції $U(\mu, t)$ по кожному об'єму з (4).

Обчислимо похідні від компонент вектора $\bar{Y}_i(t)$.

При цьому вважаємо, що збурення, які діють на суміш в кожному об'ємі V_r ($1 \leq r \leq N_i$) з (4), приводять до перемішування суміші в V_i .

Таким чином, усереднення $y_\alpha(t)$ по будь-якому V_α з (4) є функцією усереднень $(y_{i,1}, \dots, y_{i,N_i}(t))$. Тому

$$\frac{dy_\alpha(t)}{dt} = \frac{\partial y_\alpha(t)}{\partial t} + \sum_{\beta=1}^{n_i} \frac{\partial y_\alpha(t)}{\partial y_\beta(t)} \cdot \frac{dy_\beta(t)}{dt}. \quad (6)$$

Таким чином, вектор $\bar{Y}_i(t)$ з (5) є розв'язанням системи диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{Y}_i(t)}{dt} = \frac{\partial \bar{Y}_i(t)}{\partial t} + A_i(t)\bar{Y}_i(t) + O(\varepsilon), \quad (7)$$

де матриця $A_i(t)$ порядку $N_i \times N_i$ має вигляд

$$A_i(t) = \left\| \frac{\partial y_\alpha(t)}{\partial y_\beta(t)} \right\|; \quad \alpha \neq \beta, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, N_i.$$

Доданок $O(\varepsilon)$ урахує масу суміші, що просочується за об'єм V_i .

Об'єднуючи рівняння (6), (7) по всім V_i ($i = 1, \dots, N$), отримаємо систему диференціальних рівнянь, що описують процес формування суміші в об'ємі $V = \bigcup V_i$ ($i = 1, \dots, n$).

Наведемо результати, отримані за допомогою програмного засобу, який розроблений здобувачем. При моделюванні процесів формування багатокомпонентних сумішей наведеним методом використовувалися три види енергетичних імпульсів, амплітуди яких зростали, убували, не змінювались (діяли рівномірно) у часі. Моделювання рівномірних збурень показало неспроможність сформувати порошкову суміш із заданими параметрами при заданих витратах енергії та часу. На рисунках 1 і 2 відображені кінцеві розподіли, що отримані внаслідок використання двох інших видів збурень. З рис. 2 можна зробити висновок, що використання енергетичних імпульсів, амплітуди яких убують у часі, дає результати із необхідним рівнем точності $\varepsilon = 0,001$.

На рис. 3 наведені графіки щільностей розподілів часток порошкової суміші за їх діаметрами, отримані на практиці у ТОВ «Аптека 36».

Із табл. 1 і рис. 3 можна зробити висновок, що при використанні запропонованого методу (при однокових показниках часу та енергії) показники дисперсії кінцевої порошкової суміші на підприємстві покращилися на 12%, а параметри отриманого розподілу відрізняються від теоретичного на малу величину $\varepsilon = 0,001$ при тонкому подрібненні.

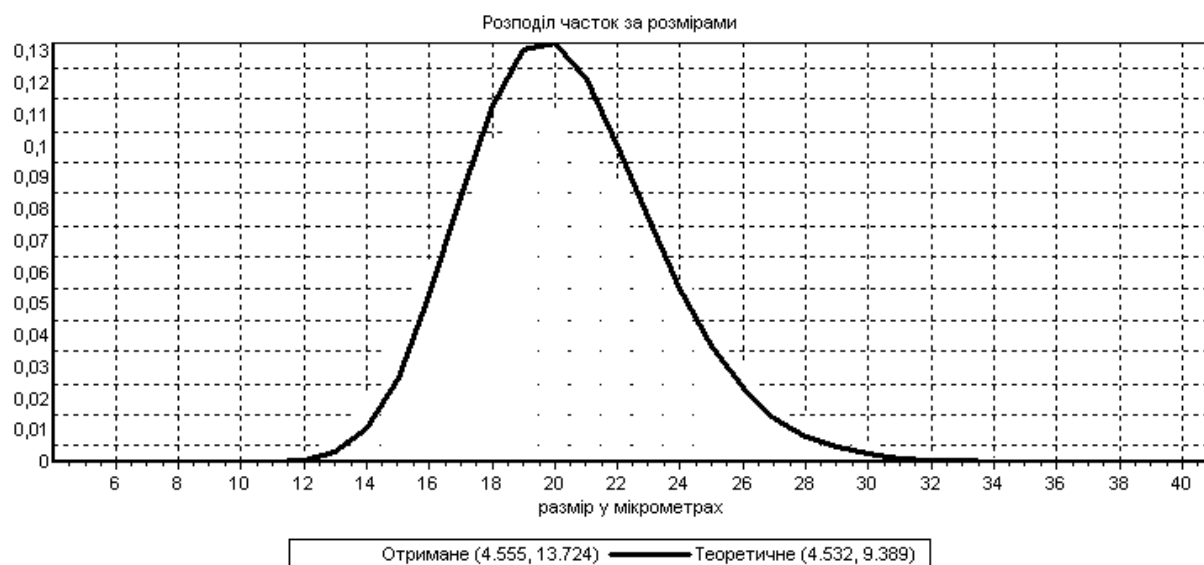


Рис. 1. Щільність розподілу часток порошкової суміші за розмірами, отримана під дією збурень, що зростають

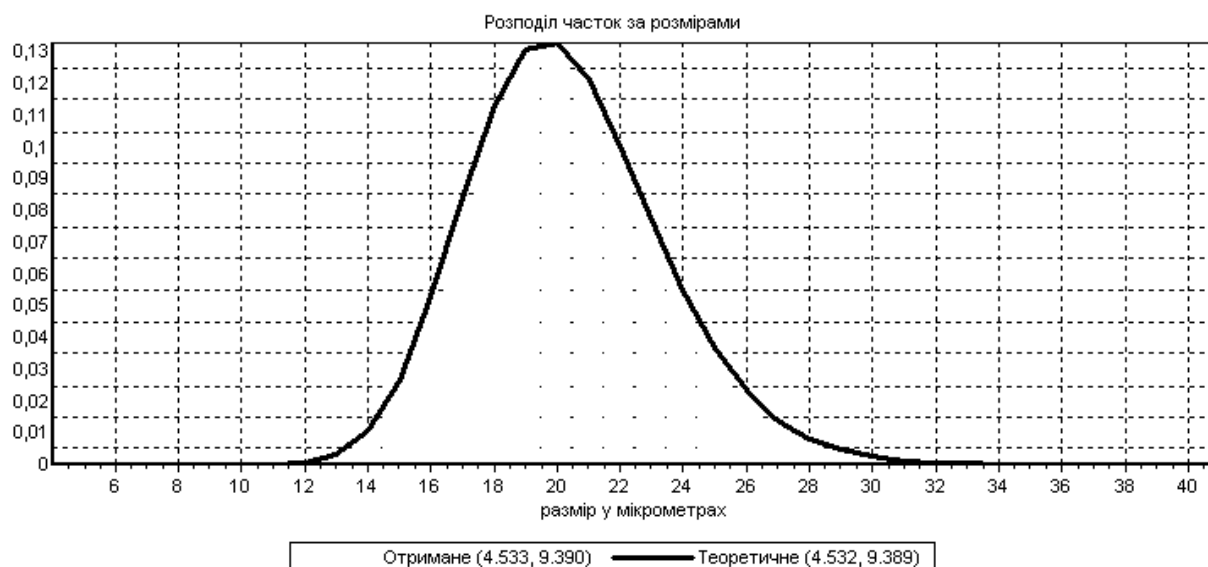


Рис. 2. Щільність розподілу часток порошкової суміші за розмірами, отримана під дією збурень, що убують

Таблиця 1

Параметри логнормального розподілу часток суміші за розмірами

Параметри розподілу	Теоретичне (необхідне)	Отримане на підприємстві	Отримане (здобувач)
M (мат. сподівання)	4,532	4,539	4,533
D (дисперсія)	9,389	10,732	9,390

Використання запропонованих у дисертаційній роботі методу та математичної моделі процесу формування багатокомпонентних сумішей покращило кінцеві розподіли компонент порошкових сумішей за їх розмірами на 10–15%.

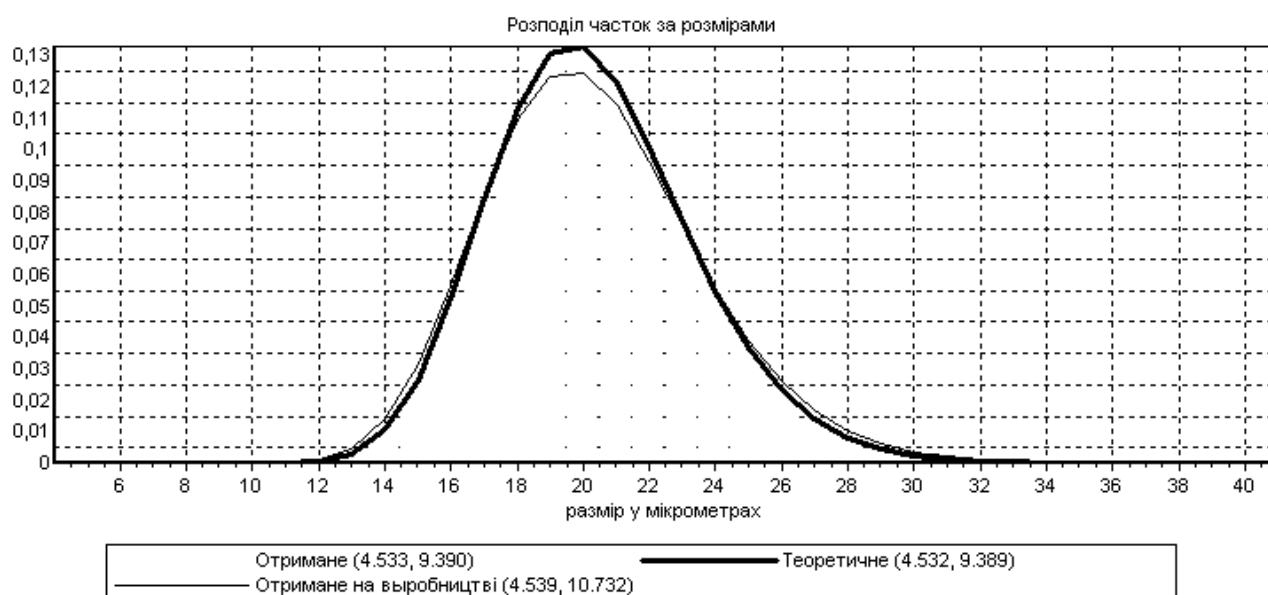


Рис. 3. Порівняння щільностей кінцевих розподілів часток порошкових сумішей

Отримання більш близьких до наперед заданих розподілів часток суміші покращує гранулометричні властивості сумішей і дозволяє зменшити витрати енергії і часу на повторну обробку матеріалу.

ВИСНОВКИ

У роботі отримані нові теоретично обґрунтовані результати моделювання процесів формування багатокомпонентних сумішей, що включають математичну модель стабілізації процесу формування сумішей та математичну модель процесу формування багатокомпонентної суміші у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь у часткових похідних 1-го порядку, розв'язками якої є математичні сподівання діаметрів твердих часток досліджуваної суміші. Використання математичної моделі дозволяє простежити за еволюцією діаметрів твердих часток у кожній точці об'єму суміші.

Основні результати полягають в такому.

1. Побудована седиментаційна крива накопичення осаду в часі для полідисперсних порошкових сумішей. Знайдена функція розподілу часток за розмірами при використанні седиментаційного аналізу. За її допомогою можна оцінити кількість часток різної дисперсності за швидкістю осідання часток в рідкому середовищі і за величиною осаду. Запропонована модифікація седиментаційного аналізу для випадку швидко осцилюючого поля. Вона дозволяє проводити аналіз дисперсного складу порошкових сумішей, частки яких заряджені.

2. Вперше запропонований підхід, що дозволяє застосовувати результати щодо фокусування і стабілізації марковських процесів до процесів формування багатокомпонентних сумішей. Сформульовані умови стабілізації таких

процесів. Розроблений спосіб управління процесом дроблення порошкової суміші, що протікає в рідкій суміші за допомогою направляючих збурень, що впливають на рідку суміш через малі проміжки часу. Показано, що сумарний ефект, який виникає за рахунок таких дій, приводить до стабілізації процесу на заданому тимчасовому проміжку.

3. Модифікована математична модель процесу формування багатокомпонентної суміші, що є системою лінійних диференціальних рівнянь в часткових похідних першого порядку. Коефіцієнтами отриманої системи є усереднення функцій розподілів діаметрів часток порошкової суміші по малим об'ємам. Встановлено, що процес міграції часток порошкової суміші між частинами V_i об'єму V можна описати за допомогою трьохдіагональної матриці, елементами якої є часткові похідні усереднень розмірів часток порошкової суміші. Цей метод дає можливість розглядати еволюцію процесу формування багатокомпонентної суміші в кожній частині об'єму окремо.

4. Розроблений програмний продукт дозволяє проводити моделювання і чисельний аналіз процесів формування багатокомпонентних сумішей і визначати точний час завершення процесу формування багатокомпонентної суміші із гарантованими розподілами її компонент із точністю $\varepsilon = 0,001$.

Результати дисертаційної роботи впроваджено у ТОВ «Аптека 36» (акт впровадження від 25 жовтня 2010 року), що покращило точність кінцевих розподілів часток порошкових сумішей за їх діаметрами на 10–15% та позбавило потреби в повторній обробці сумішей. Отримані результати можуть бути використані для розробки математичних моделей, що описують процеси, які відбуваються на виробництві і у фармакологічній промисловості.

ОСНОВНІ РОБОТИ, ОПУБЛІКОВАНІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Вовк А. В. Вывод системы дифференциальных уравнений, описывающей процесс обработки многокомпонентной смеси / А. В. Вовк, Н. Н. Гора // Вестник НТУ ХПИ, тематический выпуск «Информатика и моделирование». – 2006. – Вып. 23. – С. 19–28.

2. Вовк А. В. Использование следящих сетей при исследовании жидких смесей / А. В. Вовк // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2008. – Вып. 142. – С. 43–47.

3. Вовк А. В. Методика определения функций распределений размеров частиц для полидисперсных порошков / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Радиоэлектроника и информатика. – 2009. – № 3. – С. 28–32.

4. Вовк А. В. Процесс вытеснения одной жидкости другой / А. В. Вовк // Радиоэлектроника и информатика. – 2010. – № 3. – С. 28–30.

5. Вовк А. В. Процесс формирования порошковых масс в объеме активной смеси / А. В. Вовк // Радиоэлектроника и информатика. – 2007. – Ч. 2. – С. 141–144.

6. Вовк А. В. Управление процессом формирования порошковых

смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев, Н. С. Подгорбунский // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2007. – Вып. 141. – С. 53–58.

7. Вовк А. В. Фильтрация и отложение твёрдых частиц / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Радиоэлектроника и информатика. – 2010. – № 2. – С. 37–40.

8. Вовк А. В. Дифференциальные уравнения процесса формирования многокомпонентных смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Прикладные задачи математики и механики : XVI международная научно-техническая конференция, 15–19 сентября 2008 г. : тезисы докл. – Севастополь, 2008. – С. 75–78.

9. Вовк А. В. Дифференциальные уравнения процесса формирования порошковых масс / А. В. Вовк // Радиоэлектроника и молодёжь в XXI веке : XI международный молодёжный форум, 10–12 апреля 2007 г. : тезисы докл. – Харьков, 2007. – Ч. 2. – С. 220.

10. Вовк А. В. Дифференциальные уравнения процесса формирования порошковых масс / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Проблемы математического моделирования : межгосударственная научно-методическая конференция, 23–25 мая 2007 г. : тезисы докл. – Днепродзержинск, 2007. – С. 69–70.

11. Вовк А. В. Методы стабилизации процессов обработки многокомпонентных смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Конференция им. акад. М. Кравчука : XIII международная научная конференция, 13–15 мая 2010 г. : тезисы докл. – К., 2010. – Ч. 3. – С. 32.

12. Вовк А. В. Расщепление системы дифференциальных уравнений с малым параметром на подсистему меньших порядков / А. В. Вовк // Радиоэлектроника и молодёжь в XXI веке : X юбилейный международный молодёжный форум, 10–12 апреля 2006 г. : тезисы докл. – Харьков, 2006. – С. 554.

13. Вовк А. В. Управление процессом формирования многокомпонентных смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Проблемы математического моделирования : межгосударственная научно-методическая конференция, 28–30 мая 2008 г. : тезисы докл. – Днепродзержинск, 2008. – С. 58–60.

14. Вовк А. В. Формирование направляющих локальных возмущений при обработке многокомпонентных смесей / А. В. Вовк // Радиоэлектроника и молодёжь в XXI веке : XII международный молодёжный форум, 1–3 апреля 2008 г. : тезисы докл. – Харьков, 2008. – Ч. 2. – С. 359.

15. Вовк А. В. Формирование случайных возмущений при обработке многокомпонентных смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Конференция им. акад. М. Кравчука : XII международная научная конференция, 15–17 мая 2008 г. : тезисы докл. – К., 2008. – Ч. 2. – С. 41.

16. Вовк А. В. Эволюция процесса формирования многокомпонентных жидких смесей / А. В. Вовк, В. А. Дикарев // Развитие научных исследований '2008 : IV международная научно-практическая конференция, 24–26 ноября 2008 г. : тезисы докл. – Полтава, 2008. – Том 7. – С. 18–20.

17. Формирование фракций многокомпонентных смесей : (Украинский математический конгресс – 2009) [Электронный ресурс] / А. В. Вовк,

В. А. Дикарев, Н. С. Подгорбунский // Материалы конгресса – Теория вероятностей и математическая статистика – 2010. – Режим доступа к журналу: <http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/partUMC2009.html#I>.

АНОТАЦІЯ

Вовк О.В. Математичне моделювання та чисельний аналіз процесів формування багатокомпонентних сумішей. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків, 2011.

Дисертація присвячена математичному моделюванню і чисельному аналізу процесів формування багатокомпонентних сумішей, компоненти яких зазнають сильних збурень, що швидко змінюються в часі.

У роботі модифіковано метод визначення функцій розподілу часток порошкової суміші за їх розмірами по швидкості осідання для випадку впливу зовнішньої сили. Вперше обґрунтовано застосування результатів про фокусування та стабілізацію марковського процесу при локальних збуреннях його фрагментів до процесу формування багатокомпонентних сумішей. Модифікована математична модель процесу подрібнення твердих матеріалів у рідких середовищах, використання якої дозволяє простежити за еволюцією діаметрів твердих часток у кожній точці об'єму, який займає суміш.

Отримані нові наукові результати та розроблений програмний засіб, що дозволяє моделювати процеси формування багатокомпонентних сумішей на виробництві та у фармакологічній промисловості.

Ключові слова: багатокомпонентна суміш, седиментаційний аналіз, марківський процес, функція розподілу часток за їх розмірами, фокусування, стабілізація розподілів марковських процесів.

АНОТАЦІЯ

Вовк А.В. Математическое моделирование и численный анализ процессов формирования многокомпонентных смесей. – Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, 2011.

Диссертация посвящена математическому моделированию и численному анализу процессов формирования многокомпонентных смесей, компоненты которых подвергаются сильным, быстро изменяющимся во времени возмущениям.

В диссертационной работе рассмотрены явления, происходящие в жидкости при её обработке энергетическими импульсами. Описан процесс распространения импульса в жидкой среде и процесс дробления твёрдых частиц электрогидравлическими ударами.

Модифицирован метод определения функций распределений частиц порошковых смесей по их размерам в зависимости от скорости оседания и величины осадка. Предложенный метод эффективен для порошковых смесей с различными физико-химическими и дисперсными свойствами. Этот метод получил дальнейшее развитие для случая воздействия внешней силы, которая возникает за счёт механических, электромагнитных или акустических колебаний.

Впервые обоснована применимость результатов о фокусировке и стабилизации марковского процесса при локальных возмущениях его фрагментов к процессу формирования многокомпонентных смесей при многократных возмущениях частей смеси, что позволило усовершенствовать математическую модель процесса стабилизации. Приведены условия (фокусирующие факторы), которым должны удовлетворять возмущения процесса, для достижения фокусировки.

Сформулированы достаточные условия стабилизации процесса формирования многокомпонентной смеси, выполнение которых позволяет сформировать многокомпонентную смесь с гарантируемым распределением её компонент. Установлено, что при многократных возмущениях отдельных частей объёма специально выбранными импульсами, через некоторый промежуток времени процентное содержание компонент смеси или будет локализовано в заданных границах, или будет медленно эволюционировать в заданных границах. В частности, действующие возмущения в смеси можно выбрать так, чтобы во всех точках объёма, занимаемого смесью, процентное содержание компонент лежало в заданных границах.

Исследован процесс перемешивания фракций порошковой смеси, основанный на последовательных возмущениях частей занимаемого ею объёма. Эти возмущения приводят к перемешиваниям порошковых смесей в каждой части объёма, производимым до тех пор, пока полидисперсные характеристики смеси не станут одинаковыми во всём объёме. Предложен метод приготовления порошковых масс с заданными полидисперсными характеристиками. Их формирование предполагается производить путём перемешивания базисных порошков. Определены условия, при выполнении которых изготовление порошковой массы с заданными распределениями её частиц по размерам может быть сведено к перемешиванию базисных порошков.

Модифицирована математическая модель процесса дробления твёрдых материалов в жидких средах под воздействием сильных, быстро изменяющихся во времени электрогидравлических, механических или акустических возмущений. Это система линейных дифференциальных уравнений в частных производных 1-го порядка, решениями которой являются математические ожидания диаметров твёрдых частиц исследуемой смеси по каждому малому объёму. Предполагается, что исходная смесь представляет собой массив частиц, содержащихся в жидкой среде. Её компонентами являются частицы, размеры которых лежат в произвольных границах. Произведен анализ полученной системы уравнений. Установлено, что ее можно расщепить на системы

меньших порядков. Приведены условия, при выполнении которых это расщепление возможно. Использование полученной математической модели позволило проследить за эволюцией диаметров твёрдых частиц в каждой точке объёма, занимаемого смесью.

Получены новые научные результаты и разработан программный продукт, позволяющий проводить моделирование и численный анализ процессов формирования многокомпонентных смесей и определять точное время завершения процесса формирования многокомпонентной смеси с гарантируемыми распределениями её компонент по размерам.

Результаты исследований, произведенных в диссертации, могут быть использованы для разработки математических моделей, описывающих процессы, происходящие на производстве и в фармакологической промышленности. Их использование позволяет сократить затраты энергии и времени, которые необходимы для процесса формирования смеси, и увеличить точность конечного распределения компонент смеси.

Ключевые слова: многокомпонентная смесь, седиментационный анализ, марковский процесс, функция распределения частиц по их размерам, фокусировка, стабилизация распределений марковских процессов.

ABSTRACT

Vovk A.V. Mathematical modelling and numerical analysis of formation processes of multicomponent mixes. – Manuscript.

Thesis for the degree of Candidate of Technical Science in Specialization 01.05.02 – Mathematical Modelling and Computational Methods. – Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, 2011.

The thesis is devoted to mathematical modelling and the numerical analysis of formation processes of the multicomponent mixes which components are exposed to strong indignations quickly changing in time.

Within the thesis method of definition of distribution functions of powder mix particles on their sizes on speed of subsidence for a case of influence of external force is modified. For the first time applicability of results about focusing and stabilization of Markov process at local indignations of its fragments to process of formation of multicomponent mixes is proved. The mathematical model of crushing process of solid materials in liquid environments is modified, which use allowed to track evolution of diameters of solid particles in each point of the volume occupied with a mix.

New scientific results are received and the software product is developed, allowing to model formation processes of multicomponent mixes on manufacture and in the pharmacological industry.

Results of the researches made in the dissertation, can be used for working out of the mathematical models describing processes, occurring on manufacture and in the pharmacological industry.

Key words: multicomponent mix, sedimentation analysis, Markov process,

function of particles distribution on their sizes, focusing, stabilization of Markov processes distributions.

Підп. до друку . Формат 60x841/16. Спосіб друку – ризографія
Умов. друк. арк. 1,2. Ціна договірна. Тираж 100 прим.
Зам. № .

ХНУРЕ, 61166, Харків, просп. Леніна, 14

Віддруковано в навчально-науковому
видавничо-поліграфічному центрі ХНУРЕ
Харків, просп. Леніна, 14