
УДК 621.385.6

Е. Н. ОДАРЕНКО, А. А. ШМАТЬКО, канд. физ.-мат. наук

КОНКУРЕНЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДВУХМОДОВОГО РЕЖИМА В ПРИБОРАХ ОРОТРОННОГО ТИПА

Нестационарные процессы в резонансных генераторах типа оротрон—ГДИ преимущественно исследовались в одномодовом одночастотном приближении. Однако существуют области изменения ускоряющего потенциала и тока пучка, в которых возможно возбуждение нескольких типов колебаний [1]. Это приводит к их конкуренции — явлению нелинейному и нестационарному. В некоторых случаях многочастотный режим улучшает энергообмен электронов и поля. Когда же на частотные свойства генератора накладываются жесткие ограничения, такие режимы генерации нежелательны: одновременное возбуждение нескольких типов колебаний нарушает монохроматичность сигнала и ухудшает качество спектра колебания. Исследование многомодовой генерации полезно для выработки методики подавления паразитных колебаний.

Изучим простейшее многомодовое взаимодействие в резонансных генераторах О-типа — одновременное возбуждение основного для выбранной электродинамической структуры и первого из высших типов колебаний. Исследуем процессы установления колебаний и их конкуренцию на различных стадиях переходного процесса в приближении кубической нелинейности для мягкого режима возбуждения.

Рассмотрим оротронный генератор, амплитудное распределение высокочастотного поля которого в области взаимодействия с плоским

электронным пучком описывается функциями Гаусса-Эрмита

$$f_n(\xi) = C_n H_n \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \sqrt{2} \right) \exp \left[- \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$C_n = \left[w \int_0^1 \left\{ H_n \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \sqrt{2} \right) \exp \left[- \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \right)^2 \right] \right\}^2 d\xi \right]^{-1/2},$$

где w — нормированный на длину пространства взаимодействия L радиус пятна поля в резонаторе; $w = w_0/L$; ξ — безразмерная координата, $\xi = y/L$, ($0 \leq \xi \leq 1$); $H_n(x)$ — полиномы Эрмита n -го порядка.

Уравнение движения электронов для слаботочных пучков в слабосигнальном приближении с учетом возбуждения дополнительного типа колебания имеет вид

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + q^2\theta = \frac{\Phi}{2} \left[\mathcal{F}_0 f_0(\xi) \cos \left(\Phi b \xi - \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_0 + \varphi \right) + \mathcal{F}_1 f_1(\xi) \cos \left(\Phi b \xi + \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_1 + \varphi \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\theta = \omega t - \beta_e y - \varphi$; $\omega = (\omega_0 + \omega_1)/2$; ω_0, ω_1 — частоты возбуждаемых мод; $\Phi = \omega L / v_0$; $b = 1 - v_0 / v_\varphi$; v_0, v_φ — начальная скорость пучка и фазовая скорость синхронной с ним волны; $\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1, \gamma_0, \gamma_1$ — медленно меняющиеся в масштабе времени пролета электронов через резонатор амплитуды и фазы высокочастотных полей соответствующих типов колебаний; q — параметр пространственного заряда; $q = \omega_r / 2Q$; φ — фаза влета электрона, $\varphi = \omega t_0$; Q — нагруженная добротность резонатора на частоте ω ; Ω — относительная расстройка частот, $\Omega = (\omega_1 - \omega_0) 2Q / \omega_r$.

Решение уравнения (2) при нулевых начальных условиях для θ и $\partial \theta / \partial \xi$, т. е. в случае немодулированного на входе в пространство взаимодействия ($\xi = 0$) электронного пучка, представим так:

$$\theta = \frac{\Phi}{2q} \int_0^\xi \left[\mathcal{F}_0 f_0(\xi') \cos \left(\varphi + \Phi b \xi' - \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_0 \right) + \mathcal{F}_1 f_1(\xi') \cos \left(\varphi + \Phi b \xi' + \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_1 \right) \right] \sin q(\xi - \xi') d\xi'.$$

Аналитическое выражение для фазового смещения электронов θ , движущихся в поле двух типов колебаний и в поле пространственного заряда, позволяет определить амплитуду высокочастотного тока пучка и найти закон установления амплитуды колебаний в генераторе.

Запишем уравнения возбуждения амплитуд $\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1$ колебаний соответствующего типа:

$$\frac{d\mathcal{F}_0}{d\tau} + i \frac{\omega_{r0} - \omega_0}{\omega_r} 2Q\mathcal{F}_0 = \frac{QG_0}{2Q_0} \int_0^1 f_0(\xi) i \omega e^{i(\Phi b \xi - \frac{\Omega}{2} \tau)} d\xi; \quad (4)$$

$$\frac{dF_1}{d\tau} + i \frac{\omega_{10} - \omega_1}{\omega_1'} 2QF_1 = \frac{QG_1}{2Q_1} \int_0^1 f_1(\xi) i_{\omega} e^{i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}\tau)} d\xi; \quad (5)$$

$$i_{\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp i(\theta + \varphi) d\varphi. \quad (6)$$

Здесь $F_j = \mathcal{F}_j \exp(-i\gamma_j)$, $j = 0, 1$; $\omega_{rj} = \omega_r - i\omega_{rj}''$. G_j — параметр эффективности взаимодействия, $G_j = 2Q_j |I| L^2 / \omega_r' N_j U$; N_j — норма колебаний; I, U — сила тока и ускоряющий потенциал пучка.

Данная система уравнений самосогласованного процесса электронно-волнового взаимодействия допускает дальнейшее упрощение, поскольку разнос резонансных частот конкурирующих колебаний удовлетворяет условию $|\omega_1 - \omega_0| \gg \omega_0 / Q_0$. Это условие приводит к тому, что в приближении кубической нелинейности ($i_{\omega} \sim \mathcal{F}^3$) решение системы уравнений (4)–(6) не зависит от разности фаз между колебаниями за счет усреднения по периоду колебаний частоты Ω . В этом приближении из (4)–(6) получаем

$$\frac{d\mathcal{F}_0}{d\tau} = \frac{Q}{Q_0} [\alpha_0 - \beta_0 \mathcal{F}_0^2 - C_{01} \mathcal{F}_1^2] \mathcal{F}_0; \quad (7)$$

$$\frac{d\mathcal{F}_1}{d\tau} = \frac{Q}{Q_1} [\alpha_1 - \beta_1 \mathcal{F}_1^2 - C_{10} \mathcal{F}_0^2] \mathcal{F}_1. \quad (8)$$

Здесь $\alpha_j = G_j \Phi \operatorname{Re} J_j - 1$; $\beta_j = (\Phi^3 G_j / 128) \operatorname{Re} \int_0^1 f_j(\xi) I_j^2 I_j^* \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) \times$
 $\times d\xi$; $C_{jk} = (\Phi^3 G_j / 64) \operatorname{Re} \int_0^1 f_j(\xi) I_j |I_k|^2 \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) d\xi$; $J_j = \frac{1}{4} \int_0^1 f_j \times$
 $\times (\xi) I_j \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) d\xi$; $I_j = \int_0^{\frac{1}{2}} f_j(\xi') [\sin q(\xi - \xi') / q] \exp(-i\Phi b \xi') \times$
 $\times d\xi'$; $j, k = 0, 1$.

На начальном этапе взаимодействия высокочастотный ток пучка i_{ω} является линейной функцией амплитуд возбуждаемых колебаний, что позволяет получить аналитические выражения для инкрементов нарастания амплитуды поля каждого из двух видов колебаний. На этой стадии процесса взаимодействия между модами не наблюдается: их амплитуды нарастают независимо друг от друга [2].

На рис. 1 представлены инкременты нарастания амплитуды колебаний при различных значениях параметров эффективности взаимодействия G_j ($G \sim I$). Известно, что с увеличением G_j происходит расширение интервала изменения ускоряющего напряжения, в котором наблюдается генерация. Как видно из рис. 1, возбуждение различных типов колебаний происходит при неодинаковых значениях рассинхронизма Φb . Кривые 1, 2 рассчитывались при $G_0 = 2G_{\text{мин}}$, $G_0 = 3G_{\text{мин}}$ соответственно ($G_{\text{мин}} \sim I_{\text{мин}}$ — минимальная сила пускового тока основной моды). Кривая 3 представляет собой решение уравне-

ния (7) в одномодовом приближении. Выбранные значения параметров: $\Phi = 100$; $q = 0,01$; $\omega = 0,25$; $Q_0 / Q_1 = 3/2$. Увеличение G_0 (G_1 в меньшей степени) сопровождается перекрытием в определенном интервале изменения рассинхронизма Φb зон генерации основного и первого высшего типов колебаний.

Исследуем вопросы конкуренции этих колебаний на основе решения системы уравнений (7), (8). В отличие от рассмотренных случаев

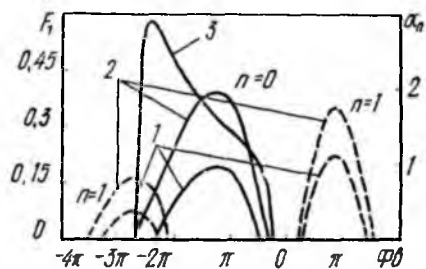


Рис. 1

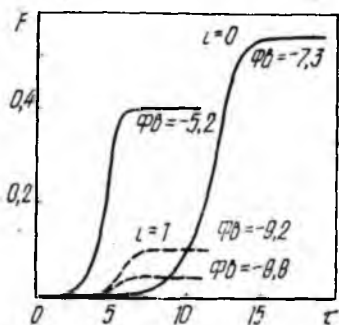


Рис. 2

взаимодействия мод с одинаковым распределением поля вдоль оси электронного пучка [3] в данной работе основное внимание уделено двухмодовой генерации с различными продольными индексами колебаний.

Результаты численного интегрирования системы уравнений (7), (8) представлены на рис. 2, 3, где показаны зависимости амплитуд мод от нормированного времени τ . Параметры при расчетах выбирались, как в линейной теории, причем $G_0 = 3G_{\text{мин}}$. На рис. 2 сплошными линиями обозначены переходные характеристики колебаний основного вида (структура поля гауссовская), штриховыми — высшего вида (структура поля описывается функцией Гаусса-Эрмита первого порядка).

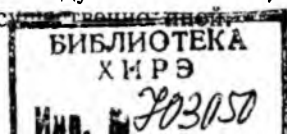
На рис. 3 даны характерные временные зависимости амплитуд F_0 и F_1 , определяющие картину конкуренции колебаний в области рассинхронизмов, соответствующей одновременному возбуждению двух мод. Практически во всей зоне двухмодового возбуждения в результате переходного процесса устанавливается режим генерации только основного типа колебаний. Исключение составляет исход конкуренции на границе области перекрытия зон генерации со стороны больших рассинхронизмов. Здесь высшая мода подавляет основную, но это происходит, когда ее инкремент на два порядка превосходит инкремент нарастания амплитуды основного типа колебаний. В этом случае возбуждение высшей моды считаем автономным. Таким образом, в

процессе взаимодействия двух одновременно возбужденных мод происходит подавление высшего типа колебаний основным, даже когда инкремент нарастания последнего меньше.

Поскольку при построении модели двухмодового возбуждения из параметров и характеристик двух типов колебаний существенно различались только огибающие полей $f_n(\xi)$ в резонаторе, естественно предположить, что в рамках этой модели для данного класса генераторов продольная структура мод оказывает значительное влияние на характер их взаимодействия. Здесь доминирует колебание, огибающая поля которого описывается функцией Гаусса-Эрмита нулевого порядка. Отметим специфические черты рассматриваемой конкуренции мод. Как видно из рис. 3 (кривые 2), при данном значении пространственного рассинхронизма инкремент нарастания амплитуды высшей моды значительно больше, чем основной моды, однако стационарное значение ее амплитуды более чем на порядок меньше амплитуды основного типа колебаний при таком же инкременте (рис. 1, кривые 3). Понятно, что модуляция электронного пучка полем высшей моды будет слабой и не окажет заметного влияния на переходный процесс основного типа колебаний. Таким образом, исход конкуренции в пользу основной моды в пределах зоны двухмодового возбуждения обусловлен главным образом тем, что даже при большем инкременте высший тип колебаний не достигает значительного превышения своей амплитуды над амплитудой основной моды. Когда же конкурируют колебания со сравнимыми энергетическими характеристиками, обычно устанавливается режим генерации моды с большим инкрементом нарастания амплитуды [2].

Описанный характер взаимодействия мод в данной электродинамической системе определяется соотношениями коэффициентов в уравнениях (7), (8). Известный критерий устойчивости одночастотных колебаний при решении подобных систем уравнений выполняется во всей области значений пространственного рассинхронизма, соответствующей двухмодовому возбуждению, т. е. $C_{01}C_{10} > \beta_0\beta_1$, ($C_{01} \cong C_{10}$), что позволяет определить связь колебаний в резонаторе как сильную и взаимную. Кроме того, значения коэффициентов в уравнениях (7), (8) таковы, что данная система не имеет стационарных решений в первом квадранте плоскости ($\mathcal{E}_0^2, \mathcal{E}_1^2$). Это свидетельствует о принципиальной невозможности устойчивой двухмодовой генерации, причем исход взаимодействия двух типов колебаний здесь не зависит от предыстории процесса [3]. Последнее указывает на отсутствие колебательного гистерезиса, что вполне закономерно, поскольку рассматривается мягкий режим возбуждения генератора.

Подобный характер конкуренции в генераторах типичен для сильной связи мод, которая обуславливается, с одной стороны, выбранным типом нелинейности, а с другой — тем, что оба типа колебаний получают энергию от одного источника (один электронный пучок). Представляет интерес исследование многомодовой генерации в системах с многократным пролетом электронного потока и в многоэлементных системах с изменяемой связью между колебаниями, где картина взаимодействия мод может быть с



Как показали численные расчеты коэффициентов в уравнениях (7), (8), для каждой моды существуют определенные значения пространственного рассинхронизма, когда величины β_j ($j = 0, 1$) меняют знак. Если для основной моды это явление происходит за пределами зоны генерации и не оказывает влияния на характер протекающих процессов, то для высшего типа колебаний изменение знака β_1 наблюдается в области значений рассинхронизма, где инкремент нарастания его амплитуды положителен. Поэтому необходимо более подробно рассмотреть процессы, имеющие место в данной области значений Φb . Так как β_1 меняет знак за пределами зоны генерации основной моды, последним слагаемым в правой части уравнения (8) можно пренебречь.

В области значений независимых параметров системы, в которой $\beta_1 > 0$, происходит мягкое возбуждение колебаний в генераторе, что обусловлено выбранным типом нелинейности. Если $\beta_1 = 0$, колебательная характеристика системы вырождается в прямую. Переход к значениям $\beta_1 < 0$ сопровождается переходом к жесткому режиму возбуждения. Заметим, что в приборах данного типа такой переход от одного режима возбуждения к другому наблюдается и при решении исходной системы уравнений генератора в общем виде, причем соответствующее этому переходу увеличение Φb может привести к двухчастотной генерации [4]. Поскольку в данном случае характеристика нелинейности аппроксимирована полиномом третьей степени, в рамках данной модели можно исследовать лишь процессы, происходящие при значениях параметров системы, обеспечивающих неравенство $\beta_j > 0$. С увеличением параметра пространственного заряда q значение Φb , при котором $\beta_1 = 0$, изменяется в сторону больших рассинхронизмов, а в случае $q \cong \pi$ величина β_1 меняет знак за пределами зоны генерации высшей моды.

Проведенные исследования конкуренции продольных мод открытого резонатора при их возбуждении электронным пучком показали, что при мягком возбуждении наблюдается подавление высших мод основной. Другая ситуация возможна при жестком возбуждении колебаний одного из возможных видов. Такой режим может быть проанализирован на основе нестационарных уравнений возбуждения и нелинейных уравнений движения электронов.

Список литературы: 1. Воробьев Г. С., Цык А. И. Экспериментальное исследование гистерезисных явлений в ГДИ // Изв. вузов. Радиофизика.— 1982.— 25, № 9.— С. 1060—1066. 2. Пищик Л. А., Трубецков Д. И., Четвериков А. А. Нестационарные процессы в резонансных релятивистских генераторах типа О // Лекции по электрон. СВЧ.— Саратов, 1981.— Кн. 1.— С. 42—68. 3. Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники.— К.: Наук. думка, 1985.— Т. 2.— 256 с. 4. Соловьев А. Н., Цейтлин М. Б., Беляевский Б. А. Анализ условий возбуждения высших типов колебаний в ортроне на основе нелинейной многочастотной теории // Радиотехника и электрон.— 1985.— 30, № 1.— С. 106—110.

Поступила в редколлегию 01.09.86