

УДК 621.396.967:621.396.962
№ гос. регистрации 0110U003509
КП
Инв. № _____

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Харьковский национальный университет радиоэлектроники (ХНУРЭ)
61166, г. Харьков, пр. Ленина, 14; тел. (057) 702-10-13

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
по научной работе ХНУРЭ
д-р физ.-мат. наук, проф.
_____ Н.И. Слипченко
« ____ » _____ 20__ г.

ОТЧЕТ

о научно-исследовательской работе № 252-1
ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ И
АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ МЕТЕОСИГНАЛОВ И
ИЗМЕРЕНИЯ ИХ ПАРАМЕТРОВ В ИМПУЛЬСНО-ДОПЛЕРОВСКОМ
МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОМ РАДИОЛОКАТОРЕ

(Заключительный)

(Град-ХНУРЭ)

Научный руководитель НИР
д-р техн. наук, проф.

Д.И. Леховицкий

2012

Рукопись завершена 21 декабря 2012 г.

Результаты работы рассмотрены Научно-методическим советом ХНУРЭ,
протокол № 25 от 26.12.2012 г.

СПИСОК АВТОРОВ

Главный научный сотрудник, д-р техн. наук, профессор	Д.И. Леховицкий (разделы 1–3)
Ведущий научный сотрудник, канд. техн. наук, доцент	В.П. Рябуха (п. 1.1, разделы 2, 3)
Ведущий научный сотрудник, канд. техн. наук, с.н.с.	В.И. Зарицкий (п. 1.2)
Младший научный сотрудник	Д.С. Рачков (разделы 1–3)
Младший научный сотрудник	А.В. Семеняка (разделы 1–3)
Младший научный сотрудник	Е.А. Катюшин (пп. 1.2, 1.3)
Младший научный сотрудник, канд. техн. наук	Н.Г. Максимова (п. 1.2)
Инженер 1-й категории	В.В. Зарицкая (п. 1.2.1)
Ведущий научный сотрудник, канд. техн. наук	Г.Н. Валевахин (п. 1.1)
Ведущий научный сотрудник, канд. техн. наук, с.н.с.	А.М. Попов (п. 1.2.6)
Ведущий научный сотрудник, канд. техн. наук, с.н.с.	А.И. Задонский (п. 1.2.6)
Научный сотрудник	А.М. Лукьянов (п. 1.2.2)
Научный сотрудник	Е.В. Гринченко (п. 1.2)
Научный сотрудник	В.И. Колесник (п. 2.1.2)
Младший научный сотрудник	О.А. Лукьянова (п. 2.1.2)

РЕФЕРАТ

Отчет о НИР № 252-1: 272 с., 129 рис., 12 табл., 111 ист.

Объект исследования и разработки – методы и алгоритмы цифровой первичной междупериодной обработки метеосигналов и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе (ИД МРЛ).

Цель работы – разработать научно-технические решения, необходимые для создания экспериментального образца приемного тракта ИД МРЛ и определения требований к его элементной базе.

Методы исследования – теоретические разработки, математическое моделирование, полунатурный эксперимент.

В отчете обосновываются методы и алгоритмы цифровой первичной междупериодной обработки сигналов, отраженных от метеорологических образований, и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе. Анализируется эффективность обосновываемых методов по известным (в частности, применяемым в метеорологической радиолокации) и новым критериям. Эффективность предлагаемых решений сопоставляется с эффективностью алгоритмов, используемых в современных ИД МРЛ. Обосновываются практические рекомендации по построению системы первичной междупериодной обработки сигналов ИД МРЛ на унифицированной алгоритмическо-вычислительной базе – универсальных адаптивных решетчатых фильтрах.

АДАПТИВНЫЙ РЕШЕТЧАТЫЙ ФИЛЬТР, ДОПЛЕРОВСКИЙ СПЕКТР СКОРОСТЕЙ, ИМПУЛЬСНЫЙ ДОПЛЕРОВСКИЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ РАДИОЛОКАТОР, КОРРЕЛЯЦИОННАЯ МАТРИЦА, МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, ПЕРВИЧНАЯ МЕЖДУПЕРИОДНАЯ ОБРАБОТКА, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ, "СВЕРХРАЗРЕШАЮЩИЕ" МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ, СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКАЯ ШИРИНА СПЕКТРА, СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ ОТРАЖЕНИЙ, СРЕДНЯЯ РАДИАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ.

СОДЕРЖАНИЕ

Перечень условных обозначений, символов, единиц, сокращений и терминов	8
Введение	10
Раздел 1 Сравнительный анализ методов и алгоритмов спектрального оценивания метеосигналов	16
1.1 Обоснование выбора частоты (длины волны) излучения ИД МРЛ	16
1.2 Разработка программы имитации отраженных сигналов от метеообразований различной физической природы	21
1.2.1 Общие требования к моделям сигналов, имитирующих отражения от метеообразований в ИД МРЛ	21
1.2.2 Анализ возможных методик моделирования СВ АР	25
1.2.3 Краткие теоретические сведения о РФ	29
1.2.4 Алгоритм моделирования СП АР по заданным корням характеристического уравнения с помощью РФ	30
1.2.5 Алгоритм моделирования СП АР по заданной КП (КМ) с помощью РФ	39
1.2.6 Итоговый алгоритм моделирования СП АР	45
1.3 Анализ методов и алгоритмов спектрального оценивания, используемых в современной метеорадиолокации.....	47
1.3.1 Постановка задачи.....	47
1.3.2 Обобщенные анализаторы спектров случайных процессов.....	50
1.3.3 Авторегрессионная модель отражений от МО	57
1.3.4 Критерии качества оценивания непрерывных спектров мощности	63
1.4 Сравнительный анализ "сверхразрешающих" методов спектрального анализа метеолокационных сигналов с методами, используемыми в современной метеорадиолокации.....	67
1.4.1 Предельные возможности классических периодограммных (коррелограммных) методов СО	68
1.4.2 Предельные возможности "сглаженных" периодограммных (коррелограммных) методов СО	75
1.4.3 Анализируемые параметрические методы СО	77
1.4.4 Предельные возможности параметрических методов СО	81
1.5 Разработка адаптивных аналогов "сверхразрешающих" алгоритмов спектрального анализа и их сравнительный анализ.....	91

1.5.1	Модели и допущения, методика анализа и общие свойства различных методов СО в "адаптивной" ситуации.....	92
1.5.2	Непараметрические методы СО	96
1.5.3	Адаптивные параметрические методы СО	101
Раздел 2 Разработка алгоритмов когерентной цифровой пространственно-временной обработки и измерения параметров сигналов в ИД МРЛ		117
2.1	Разработка алгоритмов когерентной цифровой пространственно-временной обработки и измерения параметров метеорологических сигналов в ИД МРЛ	117
2.1.1	Статистические характеристики ошибок измерения средней мощности метеообразований.....	117
2.1.1.1	Постановка задачи.....	117
2.1.1.2	Законы распределения ошибки измерения интенсивности МО	118
2.1.1.3	Анализ статистических характеристик оценки интенсивности МО	121
2.1.1.4	Практическая реализация оценки интенсивности МО	129
2.1.2	Модифицированный метод парных импульсов для ИД МРЛ с произвольными интервалами зондирования.....	130
2.1.2.1	Постановка задачи.....	131
2.1.2.2	Методика анализа, модели и допущения.....	133
2.1.2.3	Статистические характеристики МПИ при равных межимпульсных интервалах.....	138
2.1.2.4	Модификации МПИ при переменных интервалах зондирования.....	146
2.1.2.5	Выбор типа сигнала и его параметров для ИД МРЛ	151
2.1.2.6	Практическая реализация модифицированного МПИ для оценки радиальной скорости МО	159
2.1.3	Однозначное измерение радиальной скорости метеообразований с повышенной точностью.....	162
2.1.3.1	Постановка задачи.....	162
2.1.3.2	Физические основы TDZ-алгоритма.....	168
2.1.3.3	Методика, модели и предположения.....	171
2.1.3.4	Результаты моделирования и их анализ.....	177
2.1.3.5	Практическая реализация целесообразного варианта TDZ-алгоритма.....	184
2.1.4	Оценка ширины доплеровского спектра скоростей метеообразований в ИД МРЛ с произвольными интервалами зондирования.....	186
2.1.4.1	Постановка задачи.....	186
2.1.4.2	Исходные соотношения, модели и допущения.....	192

2.1.4.3	Сравнительный анализ статистических характеристик оценок ширины ДСС в режиме постоянного интервала зондирования	198
2.1.4.4	Оценивание ширины ДСС в режиме вобуляции интервалов зондирования.....	209
2.1.4.5	Ошибки оценивания ширины унимодальных ДСС негауссовой формы....	213
2.1.4.6	Практическая реализация оценок ширины ДСС	216
2.2	Спектральное оценивание на основе адаптивного решетчатого фильтра с использованием "сверхразрешающих" алгоритмов	221
2.3	Разработка алгоритмов настройки адаптивного решетчатого фильтра при измерении параметров метеорологических сигналов	224
Раздел 3 Разработка научно-технических решений для создания экспериментального образца приемного тракта ДМРЛ и их полунатурные исследования.....		230
3.1	Разработка алгоритмов работы и структур эффективных систем компенсации отражений от местных предметов и мешающих воздушных объектов	230
3.1.1	Оптимальное оценивание параметров МО в присутствии помех	230
3.1.2	Разновидности и параметры и режекторных фильтров	232
3.1.2.1	Методика синтеза режекторного фильтра	233
3.1.2.2	Режекторный фильтр помех с "нулевой" шириной спектра	235
3.1.2.3	ЧХ режекторных фильтров помех с "нулевой" шириной спектра.....	237
3.1.2.4	Фильтры с расширенной зоной режекции помех от местности	238
3.1.2.5	Учет неравномерности СХ режекторного фильтра	240
3.1.2.6	Структуры режекторных фильтров помех от местных предметов	241
3.2	Разработка научно-технического и инженерного обеспечения когерентности излучения	244
3.3	Разработка научно-технических решений для создания экспериментального образца приемного тракта ИД МРЛ и определение требований к элементной базе	245
3.4	Полунатурные исследования научно-технических решений для системы междупериодной обработки экспериментального образца ИД МРЛ	249
3.4.1	Результаты измерений отражаемости метеообразований.....	249
3.4.2	Результаты измерений радиальной скорости движения метеообразований ..	250
3.4.3	Результаты измерений ширины спектра скоростей метеообразований	252
3.4.4	Результаты проверки методов компенсации отражений от местных предметов	254

3.4.5 Результаты проверки методов компенсации влияния отражений от движущихся точечных воздушных объектов на точность оценивания параметров метеообразований.....	255
Выводы	259
Перечень ссылок.....	261

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ, СИМВОЛОВ, ЕДИНИЦ,
СОКРАЩЕНИЙ И ТРЕМИНОВ

АР – авторегрессионный

АРФ – адаптивный решетчатый фильтр

БПФ – быстрое преобразование Фурье

ВИК – второй интегральный критерий

ДМРЛ – доплеровский метеорологический радиолокатор

ДН – диаграмма направленности

ДПФ – дискретное преобразование Фурье

ДСС – доплеровский спектр скоростей

ИД МРЛ – импульсный доплеровский метеорологический радиолокатор

ИХ – импульсная характеристика

КИХ – конечная импульсная характеристика

КК – коэффициент ковариации

к.к. – коэффициент корреляции

КМ – корреляционная матрица

КНД – коэффициент направленного действия

КФ – корреляционная функция

МИХ – матричная импульсная характеристика

МО – метеорологические образования

МП – максимального правдоподобия

МПИ – метод парных импульсов

МПО – междупериодная обработка

МСЭ – международный союз электросвязи

НКП – нормированная корреляционная последовательность

ОАС – обобщенный анализатор спектра

ОП – отношение правдоподобия

ОСШ – отношение сигнал/шум

ПИК – первый интегральный критерий

п.р. – плотность распределения

р.с. – разрешающая способность

РФ – решетчатый фильтр

с.в. – случайная величина

СОМО – сигналы, отраженные от метеорологических образований

СО – спектральное оценивание

СФ – спектральная функция

СХ – скоростная характеристика

ФАР – фазированная антенная решетка

ФФ – формирующий фильтр

ф.р. – функция распределения

ХУ – характеристическое уравнение

х.ф. – характеристическая функция

ЧКК – частные коэффициенты корреляции

ЧПИ – частота повторения импульсов

ЧХ – частотная характеристика

э.п.о. – эрмитова положительно определенная (матрица)

ЭПР – эффективная поверхность рассеяния

ЭРФ – элементарный решетчатый фильтр

ЭЧХ – энергетическая частотная характеристика

ВВЕДЕНИЕ

Цель составной части НИР "Теоретико-экспериментальное обоснование методов и алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе" – разработка научно-технических решений для построения приемного тракта импульсно-доплеровского метеорологического радиолокатора (**ИД МРЛ**). Такие **ИД МРЛ** решают актуальные задачи авиации, мореплавания, энергетики, транспорта, агрокомплекса, рыболовства, прогностических, гидрологических, противоградовых служб, радиосвязи (в том числе спутниковой), других отраслей экономики, деятельность которых существенно зависит от точности измерения интенсивности осадков, турбулентности, границ зон повышенной электрической активности и других опасных метеорологических явлений.

Поставленная цель достигается решением следующих задач:

- обоснованием выбора частоты (длины волны) излучения;
- разработкой алгоритмов цифровой междупериодной обработки сигналов метеообразований (МО);
- разработкой алгоритмов измерения параметров МО;
- разработкой методов компенсации мешающих отражений от местных предметов, методов ослабления влияния отражений от движущихся точечных воздушных объектов на точность измерения параметров МО;
- обоснованием научно-технических решений по структуре и алгоритмам междупериодной обработки в приеме-передающем тракте **ИД МРЛ**;
- экспериментальным исследованием предложенных решений.

Отчет состоит из введения, трех разделов и заключения.

В первом разделе обсуждается выбор частоты (длины волны) излучения проектируемого **ИДМРЛ**, разрабатывается математическая модель его входных воздействий и программа их имитации в математическом эксперименте, сравниваются известные и новые методы оценивания спектров междупериодных флуктуаций сигнала.

лов, отраженных от метеообразований (**СОМО**), несущих важную информацию о параметрах МО и степени их опасности.

Показывается, что частота (длина волны) излучения должна выбираться из компромиссных соображений, учитывающих физические, технические и экономические факторы, описанные в п. 1.1.

В качестве модели входных воздействий **ИДМРЛ** использована аддитивная смесь гауссова белого шума приемника и процесса авторегрессии (АР – процесса) произвольного порядка, имитирующего **СОМО**. Такая модель позволяет единообразно и достаточно просто моделировать широкий класс **СОМО** с различной формой энергетического спектра междупериодных флуктуаций (с различными корреляционными функциями (матрицами)). Отличительная особенность разработанной в п. 1.2 модели заключается в том, что различные АР – процессы формируются универсальными решетчатыми фильтрами (**РФ**) со специально подобранными параметрами без длительных переходных процессов, возникающих в традиционных формирующих фильтрах. Эта модель используется в последующих разделах в качестве базовой для тестирования различных методов обработки **СОМО**, в частности, методов их спектрального анализа, рассматриваемых в п.п. 1.3 – 1.5.

В п. 1.3.2 рассматриваются свойства двух видов обобщенных анализаторов спектра, в структуру которых укладывается большинство известных методов спектрального оценивания и их новые разновидности. Обсуждаются специфические критерии качества оценивания непрерывных спектров **СОМО**, которые характеризуют точность их воспроизведения спектральными функциями (СФ) различных методов. Показывается, что известный критерий точности воспроизведения целесообразность дополнить (или даже заменить) новым, характеризующим степень совпадения СФ с истинным спектром не на низком, а на высоком уровне (п. 1.3.4).

Анализируются "предельные" (в гипотетических условиях полной априорной определенности) возможности классических и "сверхразрешающих" методов спектрального оценивания по воспроизведению спектров смеси шума и АР – процессов различного порядка (п. 1.4). Показываются их существенные различия по обоим критериям и вскрываются причины этих различий.

Теоретически и в математических экспериментах сравниваются характеристики воспроизведения спектров различными методами спектрального оценивания в "адаптивной" ситуации замены априори неизвестных корреляционных матриц (КМ) входных воздействий их оценками различного вида, формируемыми по обучающим выборкам конечного объема (п. 1.5). Показывается, что в этих условиях методы с лучшими "предельными" характеристиками могут уступать по качеству методам с худшими "предельными" характеристиками. В связи с этим "сверхразрешающие" методы спектрального оценивания в определенных условиях могут не превосходить, а даже проигрывать классическим (коррелограммным, периодограммным) методам по качеству воспроизведения спектров. Разрабатываются новые "сверхразрешающие" методы спектрального оценивания с повышенной эффективностью в этих условиях, целесообразные для использования в проектируемом ИД МРЛ.

Второй раздел посвящен исследованию алгоритмов измерения параметров МО – мощности (отражаемости), радиальной скорости и ширине спектра скоростей. Основное внимание уделено статистическому анализу ошибок различных алгоритмов измерения и обоснованию на этой основе рекомендаций по их выбору для проектируемого ИД МРЛ.

В п.2.1.1 выводятся законы распределения ошибок измерения мощности МО по нормированному следу оценочной КМ. На этой основе исследуются доверительные интервалы соответствующих ошибок, их зависимость от объема K обучающей выборки, вида корреляционной функции (КФ) СОМО и коэффициента междупериодной корреляции (КК) ρ , истинной интенсивности η . По каждому из этих факторов получаются конкретные количественные результаты, важные для аттестации системы обработки в реальных условиях.

Следующий п. 2.1.2 посвящен особенностям нетраекторного измерения радиальной скорости МО в ИД МРЛ с постоянными и переменными (вобулированными) интервалами зондирования. Основное внимание уделено традиционному "методу парных импульсов (МПИ)" и его модификациям, расширяющим интервал однозначного измерения скорости. Сравниваются статистические характеристики ошибок множества различных алгоритмов измерения средней радиальной скорости

движения, оценивается влияние на эту точность объема обучающей выборки, относительной интенсивности, формы и ширины спектра (коэффициента междупериодной корреляции) отражений от **МО**. Обосновываются рекомендации по выбору целесообразной оценки скорости, кратности возбуждения и расстановке зондирующих импульсов на временной оси. Показывается, что расширение диапазона однозначности традиционным способом измерения радиальной скорости по разностной фазе коэффициентов корреляции **СОМО** при различных интервалах зондирования обязательно сопровождается нежелательным ростом ошибок ее оценивания, вынуждающим измерять ее в ограниченной (вдвое и более раз) зоне ответственности **ИД МРЛ** по дальности.

В п. 2.1.3 исследуется возможность измерять радиальную скорость **МО** с точностью, достижимой при постоянном интервале зондирования, но в диапазоне однозначности, обеспечиваемом возбуждением интервалов зондирования. Показывается, что эту задачу можно решить на основе незначительной модификации известного **TDZ** - алгоритма (S.M. Torres, Y.F. Dubel, D.S. Zrníc). Исследуются количественные зависимости эффективности модифицированного **TDZ** – алгоритма от объема обучающей выборки, вида используемой оценки скорости, закона возбуждения интервалов зондирования. Разрабатывается схема практической реализации предложенной модификации **TDZ**-алгоритма для проектируемого **ИД МРЛ**.

В п. 2.1.4 исследуются алгоритмы оценивания ширины доплеровского спектра скоростей **МО** на основе модификаций метода "парных импульсов", отличающихся используемыми оценками коэффициентов корреляции отсчетов отражений от **МО** из одного элемента дистанции при различных интервалах зондирования. Из большого числа в принципе возможных оценок ширины спектра скоростей определяется целесообразная для использования в проектируемом **ИД МРЛ**, отличающаяся от традиционно используемых. Анализируются статистические характеристики предложенной оценки применительно к спектрам **АР** - процессов различного порядка. Показывается, что эта оценка завышает ширину таких спектров тем сильнее, чем выше коэффициент корреляции и ниже порядок процесса. Обсуждаются возможные

направления уменьшения этого недостатка. Разрабатывается рекуррентная процедура реализации предложенной оценки в проектируемом **ИД МРЛ**.

В двух заключительных пунктах этого раздела кратко рассматриваются особенности практической реализации обоснованных в разд. 1 методов спектрального анализа и оценивания параметров МО (разд. 2) на основе адаптивных решетчатых фильтров (АРФ), рекомендуемых для использования в проектируемом **ИД МРЛ**.

В **третьем** разделе обобщаются рекомендации по структуре, алгоритмам работы и способам практической реализации системы междупериодной обработки сигналов проектируемого **ИД МРЛ**.

В п. 3.1 разрабатываются новые способы режекции отражений от местных предметов и устранения влияния интенсивных отражений от движущихся точечных воздушных объектов (самолетов, вертолетов и т.п.) на точность измерений параметров МО. В основу синтеза режекторного фильтра пассивных помех от местности положено хорошо известное свойство трансверсальных **КИХ** - фильтров с импульсной характеристикой, пропорциональной первой или последней строке матрицы, обратной КМ помехи, минимизировать выходную мощность помехи. Такой подход реализуется путем априорного задания формы спектра (или КМ) междупериодных флуктуаций помехи от местных предметов. Приводятся примеры их задания для спектров различной ширины и формы. Показывается возможность и целесообразность построения предложенных режекторных фильтров на основе АРФ.

Задача минимизации влияния интенсивных отражений от движущихся точечных воздушных объектов сводится к классической задаче обнаружения этих объектов на фоне МО с последующим исключением отсчетов отражений от соответствующих элементов дистанции из состава обучающей выборки, по которой оцениваются параметры МО. Задача обнаружения может решаться классическими методами СДЦ, основанными на использовании различий доплеровских спектров точечных воздушных целей и протяженных отражений от МО. Показывается, что из множества известных адаптивных систем СДЦ целесообразно использовать их разновидности на основе адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**).

В п. 3.2 обсуждаются известные способы достижения когерентности излучения, пригодные для проектируемого **ИД МРЛ**. Показывается, что современный уровень развития элементной базы позволяет реализовать режим истинной внутренней когерентности, имеющий важные практические достоинства перед более простым режимом эквивалентной внутренней когерентности (псевдокогерентности).

В п. 3.3 обосновывается система междуперодной обработки, все задачи которой, включая оценивание параметров МО, их спектральный анализ, компенсацию отражений от местных предметов, устранение влияния мешающих отражений от точечных воздушных объектов, решаются на единой основе адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**). Это выгодно отличает проектируемый **ИД МРЛ** от существующих в мире в настоящее время.

В заключительном п. 3.4 приводятся результаты экспериментальной проверки на опытном образце **ИД МРЛ** основных технических решений, разработанных в ходе данной НИР, подтверждающие их правильность и обоснованность.

РАЗДЕЛ 1
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ
СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ МЕТЕОСИГНАЛОВ

1.1 Обоснование выбора частоты (длины волны) излучения **ИД МРЛ**

При выборе длины волны метеорологического радиолокатора необходимо принимать во внимание ряд физических, технических и экономических факторов, определяющих зачастую противоречивые требования. Перечислим основные из них.

1) Зависимость удельной эффективной поверхности рассеяния (**ЭПР**) отражающей среды η от длины волны λ .

Удельная **ЭПР** – это суммарная **ЭПР** единичного объема:

$$\eta = \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i}{V_g}, \quad [\text{м}^2/\text{м}^3 = \text{м}^{-1}], \quad (1.1)$$

где N – число рассеивающих частиц в эффективном объеме V_g , σ_i – **ЭПР** i -й частицы.

Удельная **ЭПР** изменяется от $\eta_{\min} \approx 10^{-17} \text{ м}^2/\text{м}^3$ для тропосферы без аэрозольных включений до $\eta_{\max} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{м}^3$ для сильного дождя.

Для гидрометеоров, состоящих из частиц сферической формы (дождь, туман и т.п.) при условии, что диаметр D_i значительно меньше λ ,

$$\sigma_i = \pi^5 \cdot \frac{D_i^6}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right|^2 = \pi^5 \cdot \frac{D_i^6}{\lambda^4} \cdot |K|^2. \quad (1.2)$$

Здесь $|K|^2 = \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right|^2$. Для воды $|K|^2 \approx 0.93$, для льда $|K|^2 \approx 0.197$.

Как видно, из (1.1), (1.2) для гидрометеоров зависимость удельной **ЭПР** η от длины волны λ выражается соотношением $\eta \sim \lambda^{-4}$. Для турбулентных неоднородностей показателя преломления имеет место более слабая зависимость $\eta \sim \lambda^{-1/3}$ (по крайней мере, при длине волны, превышающей удвоенный внутренний масштаб

турбулентности l_0). При $\lambda < 2 \cdot l_0$ отражения от турбулентных неоднородностей практически не происходит.

2) Затухание радиоволн в атмосферных газах и гидрометеорах.

Зависимость ослабления в парах воды и кислороде от длины волны показана на рис. 1.1, *а*. Из кривых видно, что в сантиметровом и миллиметровом диапазонах есть пики резонансного поглощения. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что пики резонансного поглощения на $\lambda \approx 0.5$ см и 0.25 см обусловлены молекулами кислорода, а на $\lambda \approx 0.18$ см и 1.05 см – молекулами воды [2].

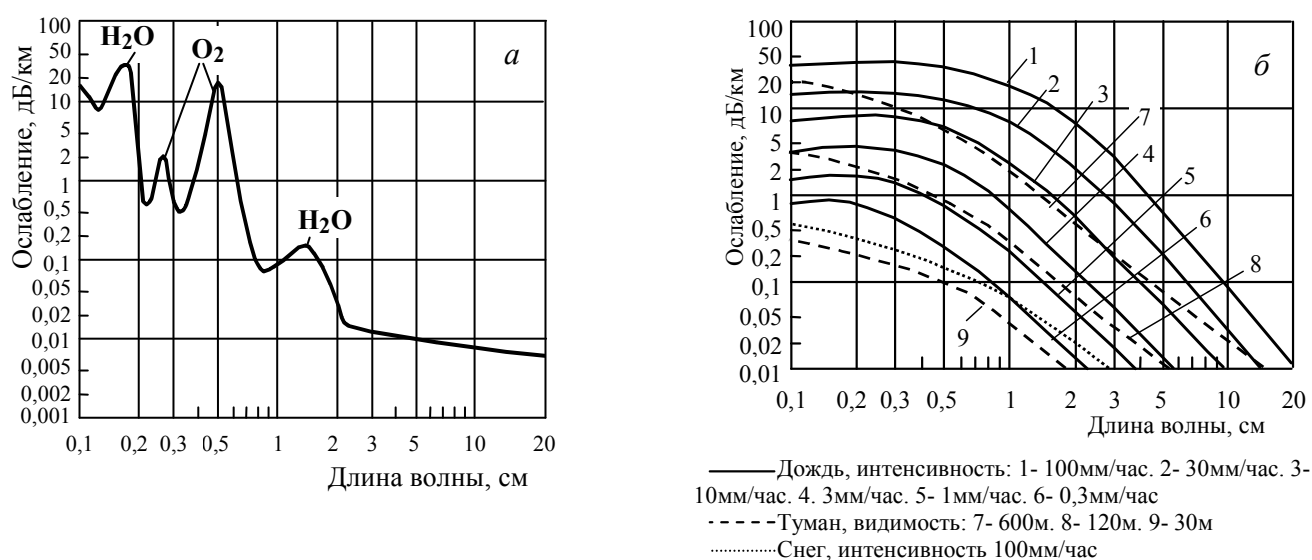


Рисунок 1.1 – Зависимость ослабления в парах воды и кислороде (*а*) и в гидрометеорах (*б*) от длины волны

Гидрометеоры вызывают довольно интенсивное затухание электромагнитных волн. Значение коэффициента затухания среды, заполненной ими, зависит от длины волны, интенсивности осадков, равномерности распределения частиц, температуры.

На рис. 1.1, *б* показаны зависимости ослабления в гидрометеорах (дождь, туман, снег) от длины волны. Как видно из рисунка, наибольшее затухание вносят частицы влаги в случае ливней. Но и более слабые дожди, туманы приводят к значительным затуханиям на миллиметровых и сантиметровых волнах. Ослабление в гидрометеорах в диапазоне длин волн от 0.5 до 10 см обратно пропорционально квадрату длины волны ($1/\lambda^2$), а на больших длинах волн пренебрежимо мало.

3) Угловое разрешение РЛС.

Ширина θ главного лепестка диаграммы направленности, измеряемая по уровню половинной мощности, прямо пропорциональна длине волны в соответствии с известным выражением [2]

$$\theta = 70 \cdot \frac{\lambda}{D}, \quad (1.3)$$

где D – диаметр зеркала антенны.

4) Диапазон однозначного измерения доплеровских скоростей.

Доплеровские скорости при постоянной частоте посылок импульсов F однозначно измеряются в интервале $\pm V_{\max}$, где $V_{\max} = \lambda \cdot F/4$.

Анализ перечисленных факторов показывает, что при уменьшении длины волны увеличивается ЭПР, улучшаются направленные свойства антенны, но зато возрастает поглощение в атмосферных газах и гидрометеорах, уменьшается диапазон однозначного измерения доплеровских скоростей и, начиная с некоторой длины волны, перестают наблюдаться отражения от турбулентных неоднородностей показателя преломления.

При решении каждой конкретной задачи возможен разумный компромиссный выбор оптимального диапазона волн.

Опыт использования сетевых метеорологических РЛС X-диапазона (с длиной волны $\lambda = 3.2$ см) на территории СССР показывает, что в более высоких (северных) широтах, например, на широте Санкт-Петербурга, X-диапазон (см. табл. 1.1) вполне пригоден для целей штормооповещения и обеспечения авиации и незаменим для наблюдений облачности и осадков в зимнее время года. Однако территория Украины не лежит в этих широтах. Кроме того, для X-диапазона возникают большие проблемы с радиолокационным измерением осадков на больших площадях в связи с необходимостью учёта ослабления в дождях. Поэтому этот диапазон не может быть рекомендован для украинского ИД МРЛ.

Для зондирования облаков, сопровождающихся осадками и опасными погодными явлениями, выбирать длину волны требуется в пределах S- или C-диапазонов,

причём, как показывает опыт, для тропических и субтропических (южных) широт можно рекомендовать S-диапазон, а для широт умеренного пояса – С-диапазон.

Таблица 1.1 – Диапазоны радиоволн, используемые в ИД МРЛ

Название диапазона	S	C	X
Частота, ГГц	2.7 – 2.9	5.6 – 5.65	9.3 – 9.5
Длина волны, см	10.3 – 11.1	5.31 – 5.36	3.16 – 3.23
Преимущества	1) Отличное обнаружение опасных метеоявлений 2) Малое ослабление сигнала даже в тяжелых дождях	1) Хорошее сочетание приемлемого ослабления ДМРЛ S-диапазона и стоимости чувствительных ДМРЛ X-диапазона	1) Высокая чувствительность 2) Небольшая антенна 3) Небольшая пиковая мощность
Недостатки	1) Большая антенна 2) Большая излучаемая мощность 3) Высокая цена	1) Предназначены для умеренного климата 2) Не очень хороши для измерений опасных явлений	1) Сильное ослабление сигнала 2) Малая дальность действия

Заметим, что практически все ИД МРЛ (кроме DSWR-8500S S-диапазона), созданные за рубежом после 1990 года, разработаны в С-диапазоне. Выбор этого диапазона представляется компромиссом между достоинствами диапазона X в северных широтах и диапазона S для южных районов. Это создает предпосылки для коммерчески выгодного продукта, универсального к применению в зарубежных странах. Кроме того, С-диапазон предусмотрен Планом использования радиочастотного ресурса Украины, который согласован с Регламентом Радиосвязи Международного Союза Электросвязи (МСЭ) и утвержден Постановлением Кабинета Министров Украины от 9 июня 2006 г. № 815. Так п. 29.1 Раздела 1 «Действующие радиотехнологии» этого Плана определяет диапазон рабочих частот для метеорологической радиолокации: 5670÷5690 МГц (длина волны 5.27 – 5.29 см).

В табл. 1.2 сведены результаты качественного сравнения параметров и характеристик ИД МРЛ С- и S-диапазонов.

Таблица 1.2 – Параметры и характеристики ИД МРЛ С- и S-диапазонов

№	Параметр (характеристика)	Диапазон		Примечание
		С	S	
1	Коэффициент направленного действия (КНД) антенны при фиксированных габаритах	+	–	
2	Габариты антенной системы при фиксированном КНД	+	–	
3	Импульсная мощность передающего устройства	=	=	
4	Сложность систем формирования и обработки радиолокационных сигналов	=	=	Вобуляция пачек в обоих случаях
5	Отражаемость метеообразований (ЭПР)	+	–	При одинаковом размере капель
6	Ослабление при распространении в газах тропосферы (рис. 1.1, а)	≈	≈	
7	Ослабление при распространении в гидрометеорах (рис. 1.1, б)	–	+	
8	Перспектива создания фазированной антенной решетки (ФАР) с электронным сканированием	–	+	Существенный задел КП «НПК «Искра» в S-диапазоне
10	Состояние отечественной СВЧ элементной базы	–	+	
11	Уровень подготовки производственных мощностей	–	+	КП «НПК «Искра» – производитель радиолокационной техники S-диапазона
12	Перспективы коммерческого выхода на международный рынок	+	–	

Анализ данных табл. 1.2 не дает однозначного ответа на вопрос выбора диапазона радиоволн. Действительно, освоение С-диапазона целесообразно с учетом лучшей отражаемости метеообразований (МО), меньших габаритов антенной си-

стемы при фиксированном **КНД**, зарубежных тенденций создания ДМРЛ С-диапазона, рекомендаций Регламента Радиосвязи Международного Союза Электросвязи и Плана использования радиочастотного ресурса Украины, занятости S-диапазона военной радиолокацией и РЛС УВД, возможности выхода на международный рынок.

В тоже время радиоволны S-диапазона меньше ослабляются при распространении в гидрометеорах. Еще одно его существенное преимущество, состоит в том, что у КП «НПК «Искра» (г. Запорожье) есть производственные мощности для создания украинского **ИД МРЛ с ФАР**, поскольку в этом диапазоне данное предприятие производит радиолокационную технику, в том числе с **ФАР**, качество которой не уступает зарубежным аналогам. Освоение КП «НПК «Искра» С-диапазона при создании **ИД МРЛ** потребует больших временных и материальных затрат.

1.2 Разработка программы имитации отраженных сигналов от метеообразований различной физической природы

1.2.1 Общие требования к моделям сигналов, имитирующих отражения от метеообразований в **ИД МРЛ**

Основное назначение разрабатываемой модели – имитация **СОМО**, по результатам, обработки которых должны быть оценены основные параметры метеообразований – интенсивность (отражаемость), радиальная скорость и турбулентность. Информация об этих параметрах **МО** в **ИД МРЛ** извлекается в процессе междупериодной обработки импульсов M -элементных пачек **СОМО** из K смежных интервалов разрешения по дальности. Формирование таких пачек с заданными параметрами является основной задачей разрабатываемой модели.

Общая схема ее решения иллюстрируется рис.1.2.

Выходной сигнал приёмника **ИД МРЛ** $y(t) = y_1(t) = y_{ш}(t) + y_{МО}(t)$ в текущем интервале зондирования содержит аддитивную смесь взаимно независимых соб-

ственных шумов $y_{ш}(t)$ и **СОМО** $y_{МО}(t)$. Эта смесь поступает в блок памяти, условно изображённый в виде устройства задержки (**УЗ**) на интервал междупериодной обработки $T_M = \sum_{\ell=1}^{M-1} T_\ell$ с $M \geq 2$ отводами, следующими через временные интервалы T_ℓ ($\ell \in 1, M-1$), согласованные с используемым законом зондирования. В частности, при постоянном периоде следования зондирующих импульсов ($T_\ell = T$ ($\ell \in 1, M-1$)) интервал междупериодной обработки $T_M = (M-1) \cdot T$.

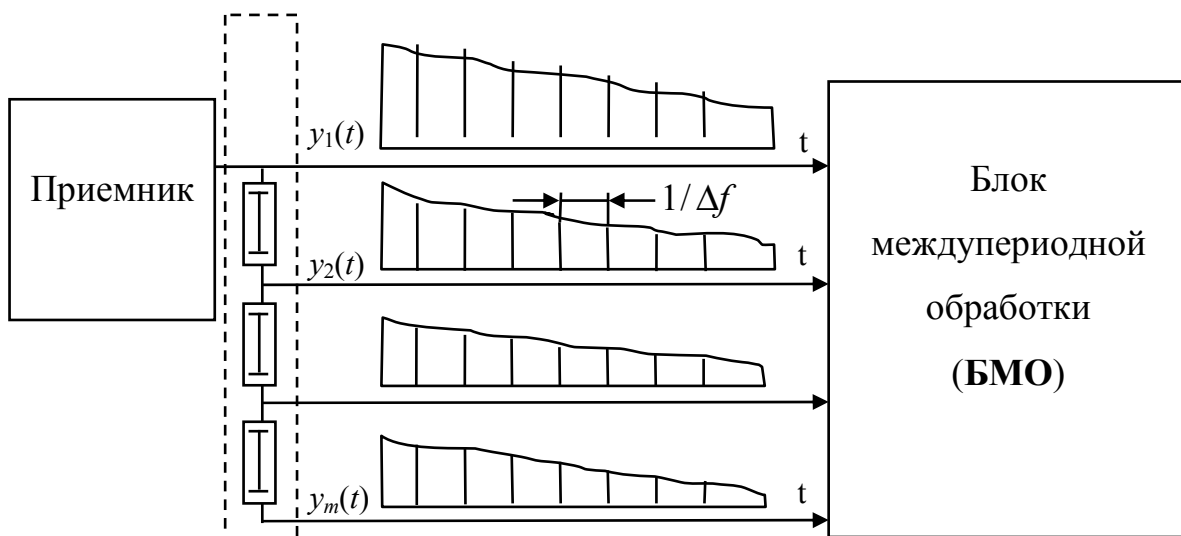


Рисунок 1.2 – Упрощенная модель формирования векторов **СОМО**

Выходные сигналы M отводов (M временных каналов приёма) образуют M -мерную вектор-функцию $\mathbf{y}(t) = \{y_\ell(t)\}_{\ell=1}^M$, компоненты которой описывают комплексную амплитуду $y_\ell(t)$ ($\ell \in 1, M$) колебаний, принимаемых в $(M+1-\ell)$ -м интервале зондирования. В результате временной дискретизации этих комплексных амплитуд через интервал разрешения по дальности (интервал Котельникова) вектор-функция $\mathbf{y}(t)$ преобразуется в $M \times K$ матрицу

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \quad (1.4)$$

составленную из M -мерных столбцов \mathbf{y}_i ($i \in 1, K$) – комплексных амплитуд смеси собственных шумов и **СОМО** M каналов приёма в i -й ($i \in 1, K$) момент времени (в i -м интервале разрешения по дальности).

Отсчёты комплексных амплитуд $y_\ell^{(i)}$ в ℓ -м ($\ell \in 1, M$) канале приема в i -й момент времени представляют собой сумму большого числа комплексных величин со случайными амплитудами и фазами. Одна из них порождена собственным шумом этого канала приёма, а остальные – независимым от него отражениям от множества пассивных отражателей в импульсном объёме i -го элементе разрешения по дальности. В силу центральной предельной теоремы это позволяет считать значение $y_\ell^{(i)}$ гауссовой (нормальной) случайной величиной с нулевым средним значением $\overline{y_\ell^{(i)}} = 0$ и дисперсией $\sigma_{\ell i}^2 = \overline{|y_\ell^{(i)}|^2}$ [84, 98], а вектор \mathbf{y}_i , в целом, – гауссовым случайным вектором с плотностью распределения [83]:

$$p(\mathbf{y}_i) = p(y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \dots, y_M^{(i)}) = \pi^{-M} \cdot |\Phi_i^{-1}| \cdot \exp\{-\mathbf{y}_i^* \cdot \Phi_i^{-1} \cdot \mathbf{y}_i\}, \quad i \in 1, K, \quad (1.5)$$

где $|\Phi_i^{-1}|$ – детерминант (определитель) матрицы

$$\Psi_i = \{\psi_{pq}^{(i)}\}_{p,q=1}^M = \Phi_i^{-1}, \quad (1.6)$$

обратной корреляционной матрице

$$\Phi_i = \{\phi_{pq}^{(i)}\}_{p,q=1}^M = \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^{*1}} \quad (1.7)$$

вектора \mathbf{y}_i (1.4).

Отметим, что для отражений от местных предметов, метеообразований и дипольных облаков достаточно типичной является ситуация, когда

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \Phi_i = \Phi = \{\phi_{pq}\}_{p,q=1}^M \quad \text{для всех } i \in 1, K \quad (1.8)$$

где K характеризует временную (внутрипериодную) протяженность интервала стационарности **СОМО** по дальности. Модель (1.7) является частным случаем (1.8), соответствующим $K = 1$.

В силу независимости пассивных отражателей различных импульсных объёмов, и, следовательно, независимости **СОМО** различных интервалов разрешения ("кольцах" дальности), векторы \mathbf{y}_i и \mathbf{y}_j при $i \neq j$ следует считать независимыми (некоррелированными), т.е.

¹⁾ Здесь и ниже черта сверху и знак (*) обозначают операции статистического усреднения и эрмитового сопряжения (комплексного сопряжения и транспонирования) соответственно.

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K, \quad (1.9)$$

где $\mathbf{0}_M$ – нулевая $M \times M$ матрица.

В условиях (1.8), (1.9) совместная плотность элементов матрицы \mathbf{Y} (1.4)

$$p(\mathbf{Y}) = \prod_{i=1}^K p(\mathbf{y}_i) = \pi^{-K \cdot M} \cdot |\Phi^{-1}|^K \cdot \exp\{-tr \Phi^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^*\}, \quad (1.10)$$

где $tr \mathbf{A}$ – след (сумма диагональных элементов) матрицы \mathbf{A} .

Как следует из (1.10), статистические свойства случайной матрицы \mathbf{Y} (1.4), описывающей смесь **СОМО** и собственного шума приёмного тракта в M интервалах следования и K интервалах разрешения по дальности, полностью определяются **КМ** междупериодных флуктуаций Φ (1.8).

В соответствии с определением (1.8), **КМ** Φ является эрмитовой ($\Phi^* = \Phi$, $\phi_{pq} = \phi_{qp}^*$), невырожденной и положительно определенной. Более того, для физически реальных случайных процессов она является "строго несингулярной", то есть имеет как положительный детерминант, так и главные миноры всех порядков

$$|\Phi^{(m)}(\ell)| = \left| \left\{ \phi_{pq} \right\}_{p,q=\ell}^{m+\ell-1} \right| > 0, \quad \text{для всех } m \in 1, M \text{ и } \ell \in 1, M+1-m. \quad (1.11)$$

Кроме того, в силу естественного предположения о независимости собственного шума приёмного тракта и **СОМО** её можно представить в виде:

$$\Phi = \Phi_{\text{ш}} + \Phi_{\text{МО}}. \quad (1.12)$$

Как показано в [34], первое слагаемое (1.12) описывает **КМ** вектора комплексных амплитуд $\mathbf{y}_{\text{ш}_i} = \left\{ y_{\text{ш}_\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M$ собственных шумов приёмного тракта M каналов приема:

$$\Phi_{\text{ш}} = \overline{\mathbf{y}_{\text{ш}_i} \mathbf{y}_{\text{ш}_i}^*} = \sigma_{\text{ш}}^2 \cdot \mathbf{I}_M, \quad (1.13)$$

где \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ матрица, $\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсия шума, а второе – **КМ** вектора $\mathbf{y}_{\text{МО}_i} = \left\{ y_{\text{МО}_\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M$ отражений от метеообразований в i -й ($i \in 1, K$) момент времени (i -м интервале дальности):

$$\Phi_{\text{МО}} = \left\{ \phi_{pq} \right\}_{p,q=1}^M = \sigma_{\text{МО}}^2 \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad \boldsymbol{\rho} = \left\{ \rho_{pq} \right\}_{p,q=1}^M, \quad \rho_{pq} = \rho(\tau_q - \tau_p), \quad \rho_{pp} = 1 \quad (1.14)$$

$$\tau_p = \sum_{\ell=1}^{p-1} T_\ell, \quad \tau_p - \tau_q = \sum_{\ell=q}^{p-1} T_\ell, \quad p \in 1, M, \quad q \in 1, p-1 \quad (1.15)$$

где T_ℓ – временной интервал между ℓ -м и $(\ell-1)$ -м зондированиями, $\ell \in 2, M$. Тем самым в общем случае (при хаотическом зондировании) матрица $\Phi_{\text{МО}}$ (1.12) задается $1 + M \cdot (M-1)/2$ параметрами: мощностью $\sigma_{\text{МО}}^2$, "заполняющей" ее главную диагональ, и значениями $\rho(\tau)$ при $\tau = \tau_p - \tau_q$, определяющими по (1.14), (1.15) ее поддиагональные элементы. Наддиагональные элементы этой (эрмитовой) матрицы получаются путем комплексного сопряжения соответствующих поддиагональных элементов (1.14), (1.15).

В зависимости от особенностей входных воздействий и структуры каналов приёма **КМ** может иметь специфическую структуру [34]. В частности, **КМ** между периодных флуктуаций **СОМО** при постоянном интервале зондирования может считаться тѐплицевой. Такие **КМ** полностью определяются своим первым или последним столбцом, элементы которых образуют корреляционную последовательность (**КП**), преобразование Фурье которой определяет энергетический спектр соответствующего процесса [34].

Реальные **СОМО** характеризуются широким разнообразием форм спектров или **КМ**. Поэтому в расчетах обычно используют те или иные модели, которые при относительной простоте позволяют формировать и анализировать **СП** с разнообразными достаточно сложными **КМ** или спектрами.

К их числу относятся, в частности, авторегрессионные (**АР**) модели, выбором целого порядка $p \geq 1$ и параметров которых можно моделировать процессы с $n \leq p$ – модальными спектрами мощности, для имитации отсчетов разнообразных типов **СОМО**, которые можно представить совокупностью векторных комплексных гауссовых случайных величин (**СВ**) **АР**.

1.2.2 Анализ возможных методик моделирования **СВ** **АР**

Процесс **АР** – это процесс, в котором текущее значение переменной

$$y_\ell = \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{\ell-i} + \xi_\ell, \quad (1.16)$$

представляет собой линейную комбинацию своих p предыдущих значений с коэффициентами φ_i и текущего отсчёта ξ_ℓ гауссового стационарного белого шума с нулевым средним и единичной дисперсией [9].

В результате моделирования **СВ АР** формируется K – мерная ($K = 1, 2, \dots$) выборка гауссовых случайных векторов $\mathbf{y}^{(k)} = \{y_\ell^{(k)}\}_{\ell=1}^M$, $k \in 1, K$ с нулевым средним значением и заданной $M \times M$ **КМ** Φ_M . В дальнейшем рассмотрим частный случай $k = 1$, т.к. алгоритм моделирования в случае $k > 1$ формируется циклическим повторением алгоритма для $k = 1$ k раз.

Очевидный способ формирования компонент вектора $\mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$, непосредственно вытекающий из определения (1.16), показан на рис. 1.3. Здесь отсчеты моделируемого **АР**-процесса формируются в результате преобразования независимых отсчетов белого шума ξ_ℓ , $\ell = 1, 2, \dots$ в p – звенном рециркуляторе с коэффициентами усиления φ_i , $i \in 1, p$ в цепях обратной связи. Разновидность этой схемы показана на рис. 3. Здесь искомые отсчеты получаются преобразованием отсчетов белого шума в p последовательно соединенных однозвенных рециркуляторах с коэффициентами усиления x_i , $i \in 1, p$ в цепях обратной связи.

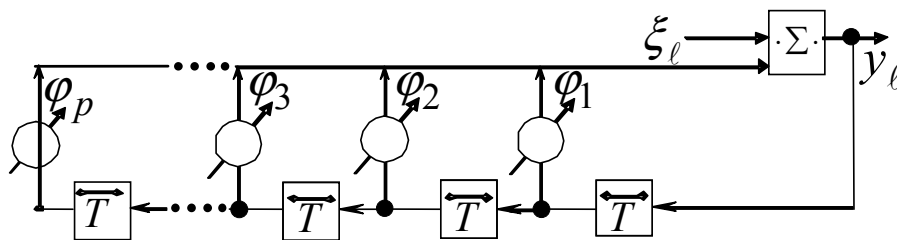


Рисунок 1.3 – Структурная схема p - звенного рециркулятора

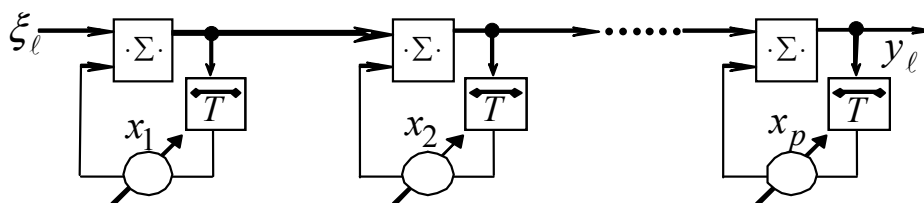


Рисунок 1.4 – Структурная схема **ФФ** на основе p однозвенных ($p = 1$) рециркуляторов

Формирующие фильтры (**ФФ**) рис. 1.3, рис. 1.4 эквивалентны, если значения x_i совпадают с корнями характеристического уравнения (**ХУ**)

$$P(x) = x^p - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot x^{p-i} \quad (1.17)$$

коэффициентами которого служат значения φ_i . Формируемые отсчеты процесса будут иметь физически обоснованную положительно определенную **КМ**, если корни **ХУ** (1.17) будут удовлетворять условию $|x_i| < 1$, $i \in 1, p$, обеспечивающему устойчивость как каждого из однозвенных рециркуляторов рис. 1.4, так и их совокупности в целом.

Хорошо известные процессы с "типичными **КП**" соответствуют частному случаю равенства $x_i = x_0$, $i \in 1, p$; $|x_0| < 1$ всех p корней **ХУ**. В этом случае, однако, моделируются процессы только с унимодальными спектрами мощности.

Необходимые параметры **ФФ** могут задаваться различными способами [34].

1. По заданной нормированной **КП** (**НКП**) $\rho(v)$, $v \in 0, \dots, p$ формируются элементы эрмитовой теплицевой $(p+1) \times (p+1)$ **КМ** $\Phi^{(p+1)} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^{p+1}$:

$$\varphi_{ij} = \rho(i-j), (\forall i \in 1, p+1) j \in 1, i^1 \text{ и } \varphi_{ij} = \varphi_{ji}^*, (\forall i \in 1, p+1) j \in i+1, p+1 \quad (1.18)$$

Коэффициенты **ФФ** рис. 1.3 равны $\varphi_i = -\alpha_i$, $i \in 1, p$, где $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=0}^p = \psi_{11}^{-1} \cdot \psi_1$, а $\psi_1 = \{\psi_{i1}\}_{i=1}^{p+1}$ – первый столбец матрицы $\Psi = (\Phi^{(p+1)})^{-1}$, обратной **КМ** **АР**- процесса.

2. Непосредственно по заданному вектору весов $\varphi = \{\varphi_i\}_{i=1}^p$ **ФФ** рис. 1.3.

3. Непосредственно по корням $x = \{x_i\}_{i=1}^p$ **ХУ** (1.17).

В первых двух случаях необходимо убеждаться в позитивности задаваемой **КП**, для чего может потребоваться, в частности, отыскивать корни **ХУ** (1.17). Практически более удобно начинать моделирование именно с задания этих корней $|x_i| < 1$, $i \in 1, p$, модули и фазы которых задают соответственно ширину и расположение на частотной оси i -й ($i \in 1, p$) моды спектра моделируемого процесса.

¹ Здесь и ниже запись $(\forall i \in 1, n) j \in 1, m$ означает, что для каждого i из диапазона $1 \dots n$ j принимает все значения из диапазона $1 \dots m$.

Однако использовать **БИХ ФФ** рис. 1.3, рис. 1.4 для непосредственного моделирования **АР**-процессов практически нецелесообразно из-за переходных процессов, длительность которых увеличивается с ростом порядка и корреляции отсчетов моделируемого процесса. Этот недостаток можно устранить, перейдя к формирующим **КИХ**-фильтрам с матричной импульсной характеристикой (**МИХ**), пропорциональной левому треугольному корню **КМ** моделируемого процесса.

В этом случае, моделирование комплексного гауссового случайного вектора $\mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ с нулевым средним значением и заданной $M \times M$ **КМ** Φ_M основывается на преобразовании [93]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\xi} \quad (1.19)$$

M -мерного вектора гауссового белого шума $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M \sim CN(0, \mathbf{I}_M)$ с нулевым средним и единичной $M \times M$ **КМ** \mathbf{I}_M в фильтре с **МИХ** \mathbf{T} -корнем заданной $M \times M$ **КМ** Φ_M в представлении $\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \Phi_M$. Сформированный по (1.19) вектор $\mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ также гауссов и имеет требуемую **КМ** $\overline{\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^*} = \mathbf{T} \cdot \overline{\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\xi}^*} \cdot \mathbf{T}^* = \mathbf{T} \cdot \mathbf{I}_M \cdot \mathbf{T}^* = \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \Phi_M$.

Отличительная особенность описанной ниже методики моделирования **СП АР** основанной на (1.19), заключается в том, что в ней не предусматривается явное формирование матрицы \mathbf{T} . Предлагаемый алгоритм моделирования **СП АР** использует ее факторизованное представление специального вида, вытекающее из так называемой "обобщенной факторизации Левинсона" (**ОФЛ**) [43, 101] матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$ обратной заданной $M \times M$ **КМ** Φ_M . Эта факторизация задаёт её верхне-нижнее и нижне-верхнее разложение вида

$$\Psi = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* \quad (1.20)$$

где $\mathbf{H} = \{h_{ij}\}_{i,j=1}^M$, $\mathbf{N} = \{n_{ij}\}_{i,j=1}^M$ – нижние треугольные матрицы [43, 73].

Такая методика особенно эффективна для моделирования **СП АР** обладающих явно выраженной спецификой, например, эрмитовостью, тёплицевостью и т.п. [96].

² Черта сверху – знак математического усреднения.

Вычислительные структуры, реализующие эту факторизацию, называются решётчатыми фильтрами (**РФ**) [95]. В этом случае, в роли матрицы **T** (1.19) выступает нижний треугольный сомножитель Холецкого матрицы Φ_M [93], совпадающий с **МИХ** настроенного соответствующим образом **РФ**, схема которого, для случая $M = 5$, показана на рис. 1.5.

В следующем подразделе приведены краткие теоретические сведения о **РФ** необходимые для описания методики моделирования на его основе.

1.2.3 Краткие теоретические сведения о **РФ**

Учитывая то, что информация о структуре и принципах действия **РФ** подробно изложена в работах [95, 96], остановимся только на нескольких особенностях **РФ**, существенных для описываемой методики моделирования **СП АР**.

На рис. 1.5 приведена схема M – входового **РФ**. Он строится из однотипных элементарных решетчатых фильтров (**ЭРФН**) – двухвходовых весовых сумматоров с перекрестными связями (рис. 1.6) реализующих итерационные соотношения:

$$p_m(\ell) = S_m \{ p_{m-1}(\ell+1) + \alpha_m(\ell) q_{m-1}(\ell) \}, \quad q_m(\ell) = C_m \{ q_{m-1}(\ell) + \beta_m(\ell) p_{m-1}(\ell+1) \} \quad (1.21)$$

$$\alpha_m = -\frac{p_{m-1}(\ell+1)}{q_{m-1}(\ell)}, \quad S_m = (1 - |\alpha_m(\ell)|^2)^{-1/2} \quad (1.22)$$

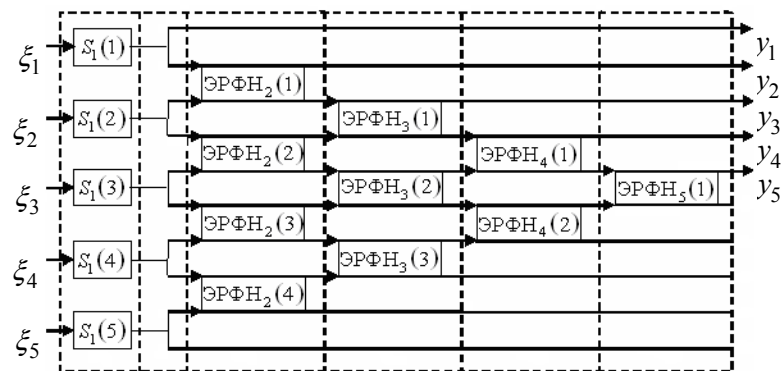


Рисунок 1.5 – Структурная схема **РФ**

где $S_m(\ell), C_m(\ell), \alpha_m(\ell), \beta_m(\ell)$ – параметры **РФ**, которые представляют собой действительные коэффициенты нормирования к единице мощность выходных сигналов

ЭРФ и в общем случае комплексные частные коэффициенты корреляции соответственно. Именно эти параметры полностью задают факторизованное представление матрицы Ψ (1.20).

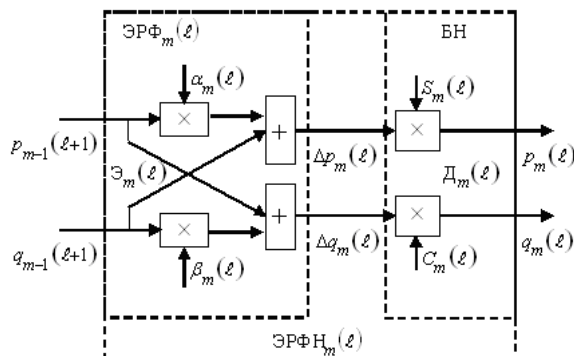


Рисунок 1.6 – Структурная схема **ЭРФ**

Заметим, что для случая эрмитовых матриц справедливы равенства:

$$S_m(\ell) = C_m(\ell), \quad \beta_m(\ell) = \alpha_m^*(\ell), \quad (1.23)$$

а дополнительная специфика задаваемой матрицы, ещё более упрощает алгоритм моделирования, например, для тёплицевой **КМ** справедливы такие равенства:

$$S_m(\ell) = S_m(1) = S_m, \quad \alpha_m(\ell) = \alpha_m(1) = \alpha_m \quad (1.24)$$

Элементы вектора (1.19) формируются на M верхних выходах настроенного **РФ** при подаче на его входы элементов вектора шума $\xi = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M$.

1.2.4 Алгоритм моделирования **СП АР** по заданным корням характеристического уравнения с помощью **РФ**

Как показано в [34], предлагаемая методика моделирования процессов **АР** позволяет по заданным требованиям к форме спектра межканальных флуктуаций отсчётов **СП АР**, задать число p и значения x_i ($i \in 1, p$) корней характеристического уравнения (**ХУ**) (1.17), лежащих внутри единичного круга $|x_i| < 1$.

Алгоритм моделирования **СП АР** в этом случае включает в себя следующие этапы:

А. Вычисление коэффициентов \mathbf{XU} и последней строки треугольного сомножителя матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$, обратной корреляционной.

Б. Восстановление треугольного сомножителя матрицы, обратной корреляционной, по его последней строке.

В. Отыскание по нему параметров $\mathbf{P}\Phi$ с $\mathbf{МИХ}$, равной «корню» из $\mathbf{КМ}$.

Г. Фильтрация в синтезированном $\mathbf{P}\Phi$ случайных гауссовых векторов.

Рассмотрим этот алгоритм подробнее.

А. Вычисление коэффициентов \mathbf{XU} и последней строки треугольного сомножителя матрицы Ψ .

Как показано в [97] при заданном p -мерном векторе $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^p$ корней \mathbf{XU} его коэффициентами φ_i , ($i \in 1, p$) являются элементарные симметрические функции ($\mathbf{ЭСФ}$). Эти коэффициенты определяют компоненты $p+1$ -мерного вспомогательного вектора $\mathbf{a} = \{\alpha_i^{(p+1)}\}_{i=0}^p$, необходимого для следующих этапов моделирования

$$\alpha_0^{(p+1)} = 1, \alpha_i^{(p+1)} = -\varphi_i = (-1)^i \cdot S_i, (i \in 1, p). \quad (1.25)$$

Здесь i -я $\mathbf{ЭСФ}$ S_i определяется как сумма $C_p^i = \frac{p!}{i!(p-i)!}$ произведений, каждое из которых содержит по i сомножителей с несовпадающими индексами. В частности,

$$\begin{aligned} S_1 &= x_1 + x_2 + \dots + x_p, \\ S_2 &= x_1 x_2 + x_2 x_3 + \dots + x_{p-1} x_p, \dots, S_p = x_1 x_2 \dots x_p \end{aligned} \quad (1.26)$$

Элементы вспомогательного вектора $\mathbf{a} = \{\alpha_i^{(p+1)}\}_{i=0}^p$ вычисляются как:

$$\alpha_0^{(p+1)} = 1; \mathbf{a} = \{a_i\}_{i=1}^p = \mathbf{x}; t = \sum_{i=1}^p a_i; \alpha_1^{(p+1)} = -t; \quad (1.27)$$

$$\left. \begin{aligned} S &= t; t = 0; \\ m &= p + i - j; \\ S &= S - a_m; \\ a_m &= x_m S; \\ t &= t + a_m; \\ \alpha_i^{(p+1)} &= (-1)^i t; \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} j &\in i, p; \\ i &\in 2, p. \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

Сформированный вектор $\mathbf{a} = \{\alpha_i^{(p+1)}\}_{i=0}^p$, как показано в [34, с. 38], пропорционален первому столбцу $(p+1) \times (p+1)$ матрицы

$$\mathbf{\Psi} = \{\psi_{ij}\}_{i,j=1}^{p+1} = (\mathbf{\Phi}^{(p+1)})^{-1} \quad (1.29)$$

а именно

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\psi_{11}} \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = \frac{1}{\psi_{11}} \mathbf{\Psi}_1 \quad (1.30)$$

где $\mathbf{e}_1^{(p+1)}$ – первый столбец $((p+1) \times (p+1))$ -мерной единичной матрицы $\mathbf{I}_{(p+1)}$, т.е. $(p+1)$ -мерный вектор из всех нулевых элементов, кроме первого, равного 1.

Используя для матрицы $\mathbf{\Psi}$ представление (1.20), из (1.30) получим

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\psi_{11}} \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = \frac{n_{11}^2}{\psi_{11}} \cdot \mathbf{N}_H \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = \mathbf{N}_H \cdot \mathbf{e}_1^{(p+1)} = \mathbf{a}_{p+1} \quad (1.31)$$

т.е. вектор \mathbf{a} задает первый столбец \mathbf{a}_{p+1} нормированной нижней треугольной матрицы $\mathbf{N}_H = (1/n_{11}) \cdot \mathbf{N}$ – сомножителя матрицы $\mathbf{\Psi}_H = \mathbf{\Phi}_H^{-1}$ в представлении

$$\mathbf{\Psi}_H = \mathbf{N}_H \cdot \mathbf{N}_H^* = \mathbf{\Phi}_H^{-1} = \frac{1}{n_{11}^2} \cdot \mathbf{\Phi}^{-1} \quad (1.32)$$

При выводе (1.30) использовано равенство

$$n_{11}^2 = \psi_{11} \quad (1.33)$$

непосредственно следующее из (1.20).

В случае эрмитовой тёплицевой КМ матрицы $\mathbf{\Phi}_H$ и $\mathbf{\Psi}_H = \mathbf{\Phi}_H^{-1}$ являются персимметричными, т.е. удовлетворяют равенствам

$$\mathbf{\Phi}_H = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{\Phi}_H^T \cdot \mathbf{\Pi}, \quad \mathbf{\Psi}_H = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{\Psi}_H^T \cdot \mathbf{\Pi}, \quad (1.34)$$

где $\mathbf{\Pi}$ – $(p+1) \times (p+1)$ -мерная ортогональная симметричная матрица перестановок, содержащая единицы на побочной диагонали и нули – в остальных позициях, (T) – символ транспонирования.

Из (1.34) и (1.20) следует, в частности, что

$$\mathbf{N}_H = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{N}_H^T \cdot \mathbf{\Pi}, \quad \mathbf{N}_H = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{N}_H^T \cdot \mathbf{\Pi}, \quad \psi_{11} = \psi_{p+1,p+1} = n_{11}^2 = h_{p+1,p+1}^2, \quad (1.35)$$

и, следовательно, $\mathbf{a} = \mathbf{N}_H \cdot \mathbf{e}_1 = \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{N}_H^T \cdot \mathbf{e}_{p+1}$, то есть

$$\mathbf{e}_{p+1}^* \cdot \mathbf{N}_H = \mathbf{b}_{p+1}^* = \mathbf{a}_{p+1}^T \cdot \mathbf{\Pi} = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{\Pi}, \quad (1.36)$$

где $\mathbf{b}_{p+1}^* = \{b_i^{(p+1)}\}_{i=1}^{p+1}$ – $(p+1)$ -мерная последняя строка $(p+1) \times (p+1)$ -мерной матрицы \mathbf{N}_H с единичным последним элементом $b_{p+1}^{(p+1)} = 1$. Из (1.36) следует, что

$$b_i^{(p+1)} = \alpha_{p+1-i}^{(p+1)}, \quad i \in 1, p+1 \quad (1.37)$$

т.е. полученный по (1.27) – (1.28) вектор $\mathbf{a} = \{\alpha_i^{(p+1)}\}_{i=0}^p$ однозначно задает и последнюю строку матрицы \mathbf{N}_i , используемую на этапе **Б** описываемого алгоритма моделирования **СП АР**.

Б. Восстановление треугольного сомножителя матрицы, обратной корреляционной, по его последней строке.

В основе алгоритма восстановления лежат рекуррентные соотношения [73]

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_m^* &= S_m \{ [0, \mathbf{b}_{m-1}^*] + \alpha_m [\mathbf{a}_{m-1}^*, 0] \} \\ \mathbf{a}_m^* &= S_m \{ [\mathbf{a}_{m-1}^*, 0] + \alpha_m^* [0, \mathbf{b}_{m-1}^*] \}, \quad m \in 1, p+1, \end{aligned} \quad (1.38)$$

связывающие m -мерные первую строку \mathbf{b}_m^* нижней треугольной матрицы $\mathbf{N}^{(m)}$ и первую строку \mathbf{a}_m^* $m \times m$ -мерной верхней треугольной матрицы $\mathbf{N}^{(m)*}$ – сомножителей матрицы $\mathbf{\Psi}^{(m)}$ в представлении (1.20), с соответствующими строками \mathbf{b}_{m-1}^* и \mathbf{a}_{m-1}^* этих $(m-1) \times (m-1)$ -мерных матриц. Набор этих строк при $m \in 1, (p+1)$ полностью задает матрицы $\mathbf{N}^{(p+1)}$ и $\mathbf{N}^{(p+1)*}$. При этом строки \mathbf{b}_m^* совпадают с ненулевыми элементами m -й строки матрицы $\mathbf{N}^{(p+1)}$, а строки \mathbf{a}_m^* – с ненулевыми элементами $(p+2-m)$ -й строки матрицы $\mathbf{N}^{(p+1)*}$.

На этапе **А** алгоритма моделирования, как следует из (1.36), (1.37), фактически задаются строки \mathbf{b}_{p+1}^* и \mathbf{a}_{p+1}^* , связанные соотношениями (1.38). В связи с этим решаемая задача восстановления матрицы $\mathbf{N}^{(p+1)}$ (или $\mathbf{N}^{(p+1)*}$) является обратной по отношению к задаче их синтеза при использовании рекурсий (1.38) от "меньшего" к

"большому" (от $(m-1)$ к m). В условиях (1.37) необходимы "обратные" рекурсии (от "большого" к "меньшему").

Чтобы получить их, запишем (1.38) в матричной форме

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha_m \\ \alpha_m^* & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0, \mathbf{b}_{m-1}^* \\ \mathbf{a}_{m-1}^*, 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{S_m} \begin{vmatrix} \mathbf{b}_m^* \\ \mathbf{a}_m^* \end{vmatrix} \quad (1.39)$$

где, как и в (1.38), через $(0, \mathbf{b}_{m-1}^*)$ и $(\mathbf{a}_{m-1}^*, 0)$ обозначены m -мерные строки, составленные из $(m-1)$ -мерных строк \mathbf{b}_{m-1}^* и \mathbf{a}_{m-1}^* и дополненные нулем слева и справа соответственно, $\alpha_m = \alpha_m(1)$ – параметры ЭРФ (рис. 1.6),

$$S_m = \frac{1}{\sqrt{1 - |\alpha_m|^2}} \quad (1.40)$$

– нормирующий множитель ЭРФН m -й ступени РФ (рис. 1.5).

Из (1.39), (1.40) с учётом

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_m \\ \alpha_m^* & 1 \end{bmatrix}^{-1} = S_m^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_m \\ -\alpha_m^* & 1 \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

следует, что

$$\begin{aligned} [0, \mathbf{b}_{m-1}^*] &= S_m \cdot [\mathbf{b}_m^* - \alpha_m \cdot \mathbf{a}_m^*] \\ [\mathbf{a}_{m-1}^*, 0] &= S_m \cdot [\mathbf{a}_m^* - \alpha_m^* \cdot \mathbf{b}_m^*] \end{aligned} \quad (1.42)$$

или, учитывая связь (1.36) векторов \mathbf{b}_m^* и \mathbf{a}_m^* ,

$$[0, \mathbf{b}_{m-1}^*] = S_m [\mathbf{b}_m^* - \alpha_m \cdot \mathbf{b}_m^T \cdot \mathbf{\Pi}] \quad (1.43)$$

т. е.
$$b_i^{(m-1)} = S_m (b_{i+1}^{(m)} - \alpha_m \cdot b_{m-i}^{(m)*}), i \in 1, m-1 \quad (1.44)$$

Из (1.43), приравнявая первые компоненты векторов левой и правой частей, нетрудно получить также, что $S_m \cdot (b_1^{(m)} - \alpha_m \cdot b_m^{(m)*}) = 0$, откуда

$$\alpha_m = b_1^{(m)} / b_m^{(m)} \quad (1.45)$$

Формулы (1.40)–(1.45) фактически описывают алгоритм восстановления нижней треугольной матрицы $\mathbf{H}_1^{(p+1)}$ – сомножителя матрицы $\mathbf{\Psi}_H^{(p+1)}$ в представлении (1.20) по заданной последней строке $\mathbf{b}_{p+1}^* = \{b_i^{(p+1)}\}_i^{p+1}$ с элементами $b_i^{(p+1)}$ (1.37).

По его окончании заполнены диагональ и поддиагональные элементы $(p+1) \times (p+1)$ матрицы $\mathbf{H}_H^{(p+1)} = \left\{ h_{H_{ij}} \right\}_{i,j=1}^{p+1}$ и, кроме того, определены параметры S_m ($m \in 1, p+1$) и α_m ($m \in 2, p+1$) (1.22) ее факторизованного представления.

Однако обратим внимание на следующие два обстоятельства.

1. Восстановленная матрица $\mathbf{H}_H^{(p+1)}$ в общем случае отличается от требуемой матрицы

$$\mathbf{H}^{(p+1)} = \chi \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)} \quad (1.46)$$

скалярным множителем χ ($\chi = h_{p+1, p+1}$), не влияющим на корреляционные свойства формируемых СП АР, но влияющим на их дисперсию (мощность P), которая должна быть задана. В этом случае множитель в (1.46) определяется однозначно. Действительно, в условиях (1.46)

$$\begin{aligned} \Psi^{(p+1)} &= \chi^2 \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)*} \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)}, \\ \Phi^{(p+1)} &= 1/\chi^2 \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)^{-1}} \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)^{-*}}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Задание мощности формируемых СП АР означает задание любого из диагональных элементов теплицевой матрицы $\Phi^{(p+1)} = \{\phi_{ij}\}_{i=1}^{p+1}$. В частности, выбирая $P = \phi_{11}$, из (1.47) получим, что $P = \phi_{11} = \chi^{-2} \cdot h_{H_{11}}^{-2}$ и, следовательно,

$$\chi = \frac{1}{h_{H_{11}} \cdot \sqrt{P}} = \frac{1}{S_1 \cdot \sqrt{P}} \quad (1.48)$$

Коррекция матрицы $\mathbf{H}_H^{(p+1)}$ по (1.46), (1.48) предусмотрена на 3-м этапе алгоритма (1.52).

2. Если размерность моделируемых векторов равна $M = p+1$, то после формирования матрицы $\mathbf{H}^{(p+1)}$ этап Б заканчивается.

Если $M > p+1$, то в роли матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ выступает ленточная $M \times M$ матрица, угловая подматрица которой совпадает с $\mathbf{H}^{(p+1)}$, а строки матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ с номерами $M > p+1$ повторяют со сдвигом последнюю строку матрицы $\mathbf{H}^{(p+1)}$, т.е.

$$\mathbf{h}_{p+1}^* = \mathbf{e}_{p+1}^* \cdot \mathbf{H}^{(p+1)} \text{ и } \mathbf{h}_m^* = [0, \mathbf{h}_{m-1}^*], \quad (1.49)$$

при $m \in p+2, M$.

Полученный алгоритм моделирования состоит из следующих этапов.

1) На основе (1.37), используя сформированный по (1.27) – (1.28) вектор $\alpha = \{\alpha_i^{(p+1)}\}_{i=0}^p$, определяем последнюю строку $\mathbf{h}_{p+1} = \{h_{p+1,i}^{(p+1)}\}_{i=1}^{p+1} = \mathbf{b}_{p+1} = \{b_i^{(p+1)}\}_{i=1}^{p+1}$ нижней треугольной матрицы $\mathbf{H}_H^{(p+1)}$:

$$\mathbf{H}_H^{(p+1)} = \mathbf{0}, \quad h_{p+1,i} = \alpha_{p+1-i}^{(p+1)}, \quad i \in 1, p+1. \quad (1.50)$$

2) Используя (1.40) и (1.45) находим нормирующие множители S_m и α_m и рекуррентно вычисляем с $(p+1)$ -й по 1-ю строки матрицы $\mathbf{H}_H^{(p+1)}$:

$$\left. \begin{aligned} m &= p+2-J; \\ \alpha_m &= \frac{h_{m1}}{h_{mm}}, \quad S_m = \frac{1}{\sqrt{1-|\alpha_m|^2}}; \\ h_{m-1,i} &= S_m \cdot (h_{m,i+1} - \alpha_m^* h_{m,m-i}^*), \quad i \in 1, m-1; \end{aligned} \right\} J \in 1, p. \quad (1.51)$$

3) По (1.46) – (1.48) определяем значение нормирующего коэффициента χ и формируем требуемую матрицу $\mathbf{H}^{(p+1)}$.

$$S_1 = h_{11}; \quad P = \varphi_{11}; \quad \chi = \frac{1}{(S_1 \sqrt{P})}; \quad \mathbf{H}^{(p+1)} = \chi \cdot \mathbf{H}_H^{(p+1)}. \quad (1.52)$$

4) Если размерность моделируемых векторов $M = p+1$, то переходим к этапу **В** алгоритма (принимая $\mathbf{H}^{(M)} = \mathbf{H}^{(p+1)}$), но, если размерность моделируемых векторов $M > p+1$ то сначала преобразовываем полученную матрицу $\mathbf{H}^{(p+1)}$ (1.50) – (1.52) в ленточную $M \times M$ матрицу $\mathbf{H}^{(M)}$ (1.49).

В. Отыскание параметров РФ с МИХ $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$.

Наличие $M \times M$ матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ (далее просто \mathbf{H}) представления (1.20) позволяет получить параметры РФ с МИХ $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$ – нижним треугольным сомножителем матрицы

$$\Phi = \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* \quad (1.53)$$

необходимого для получения по (1.19) искомым СП АР.

Алгоритм настройки соответствующего **РФ** состоит из таких этапов. [96].

1) На этапе инициализации по полученной на предыдущем этапе матрице $\mathbf{H}^{(M)}$ оцениваются нормирующие множители $S_1(\ell)$ первой ступени ($m = 1$) **РФ**.

$$\mathbf{t}_\ell^* = \mathbf{e}_\ell^{(M)*} \cdot \mathbf{H}^{(M)}; \quad \mathbf{g}_1(\ell) = \mathbf{t}_\ell^* \cdot \mathbf{t}_\ell; \quad S_1(\ell) = \mathbf{g}_1(\ell)^{-1/2}, \quad (1.54)$$

для $\ell \in 1, M$.

2) Формируем вспомогательные строки $\mathbf{p}^*(\ell)$ и $\mathbf{q}^*(\ell)$ полученные преобразованием входной $M \times M$ матрицы $\mathbf{H}^{(M)}$ в первой ступени **РФ**.

$$\mathbf{p}_1^*(\ell) = \mathbf{q}_1^*(\ell) = S_1(\ell) \cdot \mathbf{t}_\ell^*, \quad (1.55)$$

для $\ell \in 1, M$.

3) Поочерёдно, для всех $m \in 2, M$, определяем нормирующие коэффициенты $\alpha_m(\ell)$ и $S_m(\ell)$ **ЭРФ** остальных $M - 1$ ступень **РФ**; для этого, введя условие, что $(\forall m \in 2, M) \ell \in 1, M + 1$, для каждого ℓ выполняем следующие шаги:

3.1) используя вспомогательные строки $(m - 1)$ ступени **РФ**, оцениваем нормирующие коэффициенты $\alpha_m(\ell)$ m -й ступени **РФ**:

$$\alpha_m(\ell) = -\mathbf{p}_{m-1}^*(\ell + 1) \cdot \mathbf{q}_{m-1}(\ell); \quad (1.56)$$

3.2) оцениваем нормирующие коэффициенты $S_m(\ell)$ m -й ступени **РФ**:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}_m^*(\ell) &= \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell + 1) + \alpha_m(\ell) \cdot \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell); \\ \hat{\mathbf{q}}_m^*(\ell) &= \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell) + \alpha_m^*(\ell) \cdot \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell + 1); \\ \mathbf{g}_m^s(\ell) &= \hat{\mathbf{p}}_m^*(\ell) \cdot \hat{\mathbf{p}}_m(\ell); \\ S_m(\ell) &= \mathbf{g}_m^s(\ell)^{-1/2}; \end{aligned} \quad (1.57)$$

3.3) вычисляем вспомогательные строки необходимых для настройки следующей ступени.

$$\mathbf{p}_m^*(\ell) = S_m(\ell) \cdot \hat{\mathbf{p}}_m^*(\ell); \quad \mathbf{q}_m^*(\ell) = S_m(\ell) \cdot \hat{\mathbf{q}}_m^*(\ell); \quad (1.58)$$

Как показано в [96], “настроенный” по (1.54) – (1.58) **РФ** имеет **МИХ**, верхний $M \times M$ – мерный блок которой совпадает с требуемой матрицей **T**. Это означает, что при подаче на входы соответствующего **РФ** произвольного M – мерного векто-

ра $\xi = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M$ на его M верхних выходах будет сформирован вектор $y = T \cdot \xi$ (без явного формирования самой матрицы T).

Г. Фильтрация СПАР в синтезированном РФ.

Под этим понимается процесс преобразования в РФ, с параметрами, полученными на этапе В, входных M – мерных векторов гауссового БШ $\xi = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M$ в вектора $y_i = T \cdot \xi_i$, для $i \in 1, K$, где K – объём выборки СПАР.

Алгоритм формирования векторов y_i для произвольного $i \in 1, k$ непосредственно следует из рекуррентных преобразований (1.21) и схемы РФ (рис. 1.5) и состоит из следующих этапов [94]:

1) преобразуем входной M – мерный вектор гауссового БШ $\xi = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M$, сформированный датчиком компьютера, в первой ступени РФ ($m=1$):

$$p_1(\ell) = S_1(\ell) \cdot \xi_\ell^{(i)}; \quad q_1(\ell) = p_1(\ell); \quad \ell = 1, M; \quad (1.59)$$

$$y_1^{(i)} = p_1(1); \quad (1.60)$$

2) преобразуем полученные (1.59) вектора $\mathbf{p}_1 = \{p_1(\ell)\}_{\ell=1}^M$ и $\mathbf{q}_1 = \{q_1(\ell)\}_{\ell=1}^M$ в остальных ($m \in 2, M$) ступенях РФ:

$$\begin{aligned} p_m(\ell) &= S_m(\ell) \{p_{m+1}(\ell+1) + \alpha_m(\ell)q_{m-1}(\ell)\}; \\ q_m(\ell) &= S_m(\ell) \{q_{m+1}(\ell) + \alpha_m^*(\ell)p_{m-1}(\ell+1)\}; \end{aligned} \quad (1.61)$$

для $\ell \in 1, M+1-m$;

$$y_m^{(i)} = p_m(1). \quad (1.62)$$

3) формируем итоговый M – мерный вектор СПАР $y = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ (1.19).

После выполнения (1.60), (1.62) получаем итоговый M – мерный вектор СПАР $y = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ (1.19), а повторив алгоритм (1.59) – (1.62) K раз мы получим необходимую K – мерную ($K = 1, 2, \dots$) выборку гауссовых случайных векторов АР $y^{(k)} = \{y_\ell^{(k)}\}_{\ell=1}^M$, $k \in 1, K$ с нулевым средним значением и заданной $M \times M$ КМ Φ_M .

Это вычисление завершает алгоритм моделирования СПАР по заданным корням характеристического уравнения.

1.2.5 Алгоритм моделирования СП АР по заданной КМ (КМ) с помощью РФ

В этом случае алгоритм моделирования включает в себя три этапа.

А. Настройка РФ по заданной КМ Φ .

Б. Отыскание параметров факторизованного представления треугольного сомножителя T матрицы $\Phi = T \cdot T^*$.

В. Формирование СП АР $y = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ с помощью этого РФ.

Рассмотрим этот алгоритм подробнее.

А. Настройка РФ по заданной КМ Φ .

Описанная в [96] методика настройки РФ базируется на рекуррентных соотношениях (1.21) и адаптивно учитывает специфику структуры заданной КМ Φ .

Одной из основных особенностей этого этапа является формирование нижней треугольной матрицы, в качестве которой выступает либо N^{-1} в разложении

$$\Phi = N^{-*} \cdot N^{-1} \quad (1.63)$$

(в случае эрмитовой КМ Φ общего вида), либо H^{-1} в разложении

$$\Phi = H^{-*} \cdot H^{-1} \quad (1.64)$$

(в случае тёплицевой КМ Φ).

Рассмотрим подробнее алгоритмы настройки РФ при различных способах задания входных данных.

В случае заданной эрмитовой матрицы $\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ общего вида алгоритм настройки состоит из следующих этапов.

1) На этапе инициализации по заданной произвольной эрмитовой $M \times M$ КМ $\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ (или КП³ $\mathbf{g} = \{\rho_\nu\}_{\nu=0}^{M-1}$) оцениваются нормирующие множители $S_1(\ell)$ ($\ell \in 1, N$) первой степени ($m = 1$):

$$S_1(\ell) = (\phi_{\ell\ell})^{-1/2}, \text{ для } \ell \in 1, M. \quad (1.65)$$

2) Формируем вспомогательные строки $\mathbf{q}_1^*(\ell)$ и $\mathbf{p}_1^*(\ell)$ полученные преобразованием входной $M \times M$ КМ в первой степени РФ:

³ Заданная КП однозначно задаёт (1.18) эрмитову тёплицеву КМ.

$$\mathbf{q}_1^*(\ell) = \{q_{1i}(\ell)\}_{i=1}^{\ell} = \{S_1(\ell) \cdot \varphi_{\ell i}\}_{i=1}^{\ell}, \ell \in 1, M, \quad (1.66)$$

$$\mathbf{p}_1^*(\ell) = \{p_{1i}(\ell)\}_{i=1}^{\ell-1} = \{S_1(\ell) \cdot \varphi_{\ell i}\}_{i=1}^{\ell-1}, \ell \in 2, M. \quad (1.67)$$

3) Поочерёдно настраиваем остальные ступени $\mathbf{P}\Phi$ ($m \in 2, M$), для этого:

3.1) по преобразованным в предыдущих ступенях исходным данным оцениваем параметры $\alpha_m(\ell)$ и $S_m(\ell)$, $\ell \in 1, M+1-m$ ЭРФ настраиваемой (m -й) ступени (1.72), (1.73);

3.2) преобразовываем входные данные в «настроенных» ЭРФ и используем их в качестве входных для настройки следующей ступени (1.68е), (1.68ж).

$$\left. \begin{array}{l} \text{г) } \alpha_m(\ell) = -\frac{p_{m-1,\ell}(\ell+1)}{q_{m-1}(\ell)}; \\ \text{д) } S_m(\ell) = \left[1 - |\alpha_m(\ell)|^2\right]^{-1/2}; \\ \text{е) } \left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{q}}_m^*(\ell) = \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell) + \alpha_m^*(\ell) \cdot \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1), \\ \mathbf{q}_m^*(\ell) = S_m(\ell) \cdot \hat{\mathbf{q}}_m^*(\ell); \end{array} \right. \\ \text{ж) } \left\{ \begin{array}{l} \hat{\mathbf{p}}_m^*(\ell) = \mathbf{p}_{m-1}^*(\ell+1) + \alpha_m(\ell) \cdot \mathbf{q}_{m-1}^*(\ell), \\ \mathbf{p}_m^*(\ell) = S_m(\ell) \cdot \hat{\mathbf{p}}_m^*(\ell); \end{array} \right. \end{array} \right\} \ell \in 1, M+1-m; \quad (1.68)$$

По окончании настройки $\mathbf{P}\Phi$ по (1.65) – (1.68) на его M нижних выходах оказывается сформированной матрица \mathbf{N}^{-1} (1.63).

В случае эрмитовой персимметричной матрицы Φ , т.е. матрицы, симметричной относительно побочной диагонали, для настройки $\mathbf{P}\Phi$ достаточно только тех элементов, которые полностью задают персимметричную $\mathbf{KM}\Phi$. Однако для получения матрицы \mathbf{N}^{-1} требуются и остальные элементы матрицы Φ , а также результаты их преобразования в $\mathbf{P}\Phi$ (1.66), (1.67), (1.68е), (1.68ж).

В случае теплицевой $\mathbf{KM}\Phi$ достаточно в качестве входного использовать только ее первый столбец $\mathbf{\varphi}_1 = \{\varphi_{\ell 1}\}_{\ell=0}^{M-1} = \Phi \cdot \mathbf{e}_1^{(M)}$, полностью определяющий всю \mathbf{KM} , а в каждой ступень включить только один блок оценивания [96], формирующий параметры для всех ЭРФН соответствующей ступени.

В этом случае алгоритм настройки состоит из следующих этапов.

1) На этапе инициализации по заданному первому столбцу $\Phi_1 = \{\phi_{\ell 1}\}_{\ell=1}^M = \Phi \cdot \mathbf{e}_1^{(M)}$ эрмитовой тѐплицевой $M \times M$ **КМ** $\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ оцениваются нормирующие множители $S_1(\ell) = S_1$ ($\ell \in 1, M$) первой ступени ($m = 1$):

$$S_1 = (\phi_{\ell 1})^{-1/2}. \quad (1.69)$$

2) Формируем вспомогательные строки $\mathbf{q}_1^*(\ell)$ и $\mathbf{p}_1^*(\ell)$ полученные преобразованием входной $M \times M$ **КМ** в первой ступени **РФ**:

$$\mathbf{p}_1^*(\ell) = \mathbf{q}_1^*(\ell) = S_1 \cdot \phi_{\ell 1}, \quad \ell \in 1, M. \quad (1.70)$$

3) Последовательно настраиваем остальные ступени **РФ** ($m \in 2, M$), для этого:

3.1) по преобразованным в предыдущих ступенях исходным данным оцениваем параметры α_m и S_m , **ЭРФ** настраиваемой (m -й) ступени:

$$\alpha_m = \frac{p_{m-1}(2)}{q_{m-1}(1)}, \quad S_m = \{1 - |\alpha_m|^2\}^{-1/2}; \quad (1.71)$$

3.2) преобразовываем входные данные в «настроенных» **ЭРФ** и используем их в качестве входных для настройки следующей ступени:

$$\left. \begin{aligned} \hat{p}_m(\ell) &= p_{m-1}(\ell + 1) + \alpha_m q_{m-1}(\ell), \\ p_m(\ell) &= S_m \cdot \hat{p}_m(\ell), \end{aligned} \right\} \quad (1.72)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{q}_m(\ell) &= q_{m-1}(\ell) + \alpha_m^* \cdot p_{m-1}(\ell + 1), \\ q_m(\ell) &= S_m \cdot \hat{q}_m(\ell), \end{aligned} \right\} \quad (1.73)$$

при $\ell \in 1, M + 1 - m$.

Как показано в [96], здесь в процессе настройки формируются ненулевые элементы матрицы \mathbf{N}^{-1} (1.63), а также матрицы \mathbf{H}^{-1} (1.64).

Таким образом, при настройке **РФ** по заданной **КМ** Φ произвольной структуры в явном виде формируются ее треугольные матрицы сомножители \mathbf{N}^{-1} (1.63) или \mathbf{H}^{-1} (1.64). Наличие этих матриц означает и наличие матрицы **T** вида

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{a}) \text{ или } \mathbf{T} = \mathbf{N}^{-*}(\mathbf{b}) \quad (1.74)$$

позволяющей в принципе перейти к заключительному этапу **B** – формированию **СП** $\mathbf{A}\mathbf{P} \mathbf{y} = \{y_\ell\}_{\ell=1}^M$ по (1.19). Однако для унификации методики моделирования для обо-

их видов входных данных – заданной **КМ** или заданных корнях **XУ** целесообразно использовать **ОФЛ** для получения треугольных матриц. По своему смыслу эта задача эквивалентна отысканию параметров **РФ**, **МИХ** которого совпадает с верхней (1.74а) или нижней (1.74б) матрицей **T** [34, 101].

Возможность использования этого метода применительно к физически реальным сигналам со "строго несингулярными" **КМ** очевидна, поскольку **МИХ** любого **РФ** (рис. 1.5) содержит как нижнюю, так и верхнюю треугольные матрицы [96].

Б. Отыскание параметров факторизованного представления треугольного сомножителя T матрицы $\Phi = T \cdot T^*$.

МИХ произвольного M – входового фильтра представляет собой его отклик на единичную $M \times M$ матрицу \mathbf{I}_M . Применительно к **РФ** (рис. 1.5) это означает, что если его параметры $S_m(\ell) [(\forall m \in 1, M) \ell \in 1, M + 1 - m]$ и $\alpha_m(\ell) [(\forall m \in 2, M) \ell \in 1, M + 1 - m]$ заданы (или определены по алгоритмам (1.65) – (1.68), (1.69) – (1.73), то при подаче на его входы вектора \mathbf{e}_k , (k -го столбца матрицы \mathbf{I}_M), на его M верхних выходах будет сформирован k -й столбец **МИХ** нижней треугольной матрицы, а на M нижних – k -й столбец **МИХ** верхней треугольной матрицы **T**.

Решаемая задача является обратной рассмотренной. Здесь нижняя или верхняя треугольная **МИХ T** задана и требуется определить такие параметры **РФ**, которые обеспечат ее формирование при наличии на входе матрицы \mathbf{I}_M .

Алгоритм решения этой задачи поясним для конкретности на примере синтеза **РФ** с **МИХ T** $= \{t_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{H}^{-1}$, представляющей собой нижнюю треугольную матрицу с положительными диагональными элементами. В этом случае при подаче на входы **РФ** вектора \mathbf{e}_k ($k \in 1, M$), то есть единицы на k -й и нулей – на остальные его входы, должны выполняться равенства

$$p_m(1) = \begin{cases} t_{mk}, & m \geq k, \\ 0, & m < k, \end{cases} \quad k \in 1, M. \quad (1.75)$$

Предположим вначале, что параметры **РФ** $S_m(\ell)$ ($m \in 1, M + 1 - \ell$) и $\alpha_m(\ell)$ ($m \in 2, M + 1 - \ell$) для всех $\ell \in 1, k - 1$ известны. В этом случае можно получить

те значения $p_m(k)$ ($m \in 1, M+1-k$, $1 < k \leq M$), которые при подаче на его входы вектора $\mathbf{y} = \mathbf{e}_k$ и этих параметрах обеспечивают выполнение равенств (1.75). Действительно, как следует из (1.21) – (1.24),

$$p_m(\ell+1) = \frac{p_{m+1}(\ell)}{S_{m+1}(\ell)} - \alpha_{m+1}(\ell) q_m(\ell), \quad (1.76)$$

что позволяет получить требуемые значения $p_m(k)$, “стартуя” с (1.75) и рекуррентно используя (1.76) при $m \in k-\ell, M-\ell$ для каждого $\ell \in 1, (k-1)$ и $k \in 2, M$, если известны значения $q_m(1)$. При этом, как хорошо видно из схемы **РФ** (рис. 1.5), в условиях $\mathbf{y} = \mathbf{e}_k$ справедливо равенство

$$q_{k-\ell}(\ell) = 0 \quad \text{для} \quad \ell \in 1, k-1 \quad (1.77)$$

позволяющее выполнить первый шаг (1.76) при $m = k-1$, и найти значения $q_{m+1}(1)$ для последующих шагов, используя (1.21) в виде

$$q_{m+1}(\ell) = S_{m+1}(\ell) \cdot \{q_m(\ell) + \alpha_{m+1}^*(\ell) p_m(\ell+1)\} \quad (1.78)$$

со значением $p_m(\ell+1)$, рассчитанным по (1.76).

По окончании рекурсий (1.76), (1.78) с начальными условиями (1.77) при $\ell = k-1$ будет сформирован набор значений $p_m(k)$ для всех $m \in 1, M+1-k$ и $k > 1$. При $k = 1$ рекурсии (1.76), (1.78) не требуются, т.к. этот набор задан в (1.77).

По набору $p_m(k)$ легко определяются параметры $S_m(k)$ ($m \in 1, M+1-k$) и $\alpha_m(k)$ ($m \in 2, M+1-k$).

Действительно, в условиях $\mathbf{y} = \mathbf{e}_k$, как видно из рис. 1.5, рис. 1.6,

$$S_1(k) = q_1(k) = p_1(k), \quad (1.79)$$

и, кроме того, $p_{m-1}(k+1) = 0$ для $m \in 2, M-k$. Как следует из (1.21) – (1.24),

$$S_m(k) \cdot \alpha_m(k) = \frac{p_m(k)}{q_{m-1}(k)} = r, \quad (1.80)$$

$$q_m(k) = S_m(k) \cdot q_{m-1}(k), \quad m \in 2, M+1-k. \quad (1.81)$$

Из (1.80) – (1.81) и (1.22) следует, что $r = \frac{\alpha_m(k)}{\sqrt{1 - |\alpha_m(k)|^2}}$, поэтому

$$S_m(k) = \frac{1}{\sqrt{1 - |\alpha_m(k)|^2}} = \sqrt{1 + |r|^2}, \alpha_m(k) = \frac{r}{S_m(k)}. \quad (1.82)$$

Основанный на приведенных соотношениях (1.75) – (1.82) алгоритм синтеза **РФ** для заданной нижней треугольной **МИХ Т** рекуррентно выполняется для каждого k из диапазона $1, \dots, M$ и состоит из следующих этапов.

1) Определяем начальные значения $p_m(1)$ по (1.75):

$$p_m = t_{mk}, m \in k, M. \quad (1.83)$$

2) Если $k = 1$ этот этап пропускается, в противном случае определяем значения $p_m(k)$, $m \in 1, M + 1 - k$.

Для всех ℓ из диапазона $1, \dots, k - 1$:

б) $q = 0$;

$$\left. \begin{array}{l} \text{в) } p_m = \frac{p_{m+1}}{S_{m+1}(\ell)} - \alpha_{m+1}(\ell) q; \\ \text{г) } q = S_{m+1}(\ell) \{ q + \alpha_{m+1}^*(\ell) p_m \}; \end{array} \right\} m \in k - \ell, M - \ell. \quad (1.84)$$

3) Определяем параметры **РФ**, которые затем используются во втором этапе этого алгоритма для $k = k + 1$:

$$\text{д) } S_1(k) = q = p_1; \quad (1.85)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{е) } r = p_m / q; \\ \text{ж) } S_m(k) = \sqrt{1 + |r|^2}; \\ \text{з) } \alpha_m(k) = r / S_m(k); \\ \text{и) } q = S_m(k) q; \end{array} \right\} m \in 2, M + 1 - k; \quad (1.86)$$

По окончании (1.83) – (1.86) ($k = M$) оказываются сформированными все параметры **РФ** с заданной **МИХ Т** = **Н**⁻¹.

Аналогичным образом нетрудно убедиться, что синтез **РФ** с **МИХ Т**, являющейся верхней треугольной матрицей, может проводиться по схожему алгоритму который рекуррентно выполняется для каждого k из диапазона $(M - 1), \dots, 1$.

1) Определяем начальные значения $q_m(1)$:

$$q_m = t_{M+i-m, k}. \quad (1.87)$$

2) Определяем значения $q_m(k)$:

Для всех ℓ из диапазона $1, \dots, M - k$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{б) } p=0; \\ \text{в) } x=M+1-\ell-m; \\ \text{г) } q_m = \frac{q_{m+1}}{S_{m+1}(x)} - \alpha_{m+1}^*(x)p; \\ \text{д) } p = S_{m+1}(x) \{ p + \alpha_{m+1}(x)q_m \}; \end{array} \right\} m \in \begin{cases} (M+1-k-\ell), \\ (M-\ell); \end{cases} \quad (1.88)$$

3) Определяем параметры **РФ**, которые затем используются во втором этапе этого алгоритма для $k = k - 1$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{е) } S_1(k) = p = q_1; \\ \text{ж) } r = q_m/p; \quad x = k + 1 - m; \\ \text{з) } S_m(x) = \sqrt{1 + |r|^2}; \\ \text{и) } \alpha_m^*(x) = r/S_m(x); \\ \text{к) } p = S_m(x)p; \end{array} \right\} m \in 2, k; \quad (1.89)$$

Заключительный этап этого алгоритма Б в точности совпадает с этапом Г (п. 4) и проводится по алгоритму (1.59) – (1.62).

1.2.6 Итоговый алгоритм моделирования **СПАР**.

Итоговый алгоритм приведен на рис. 1.7.

Он имеет две ветви, выбор одной из которых определяется выбором варианта задания моделируемых **СПАР**. Первая (левая) ветвь (блоки 2...5) является базовой при моделировании **СПАР** по заданным корням x_i ($i \in 1, p$) **ХУ** (1.17). Методика их выбора детально описана в [34] и определяется требуемой формой спектра **СПАР** или видом их корреляционной матрицы междуканальных флуктуаций. При этом в блоке 3 (этап А) по (1.26) вычисляются коэффициенты α_i (1.21) – (1.24), являющиеся **ЭСФ** (1.25) корней x_i . Вектор $\mathbf{a} = \{\alpha_i\}_{i=0}^p$ пропорционален последней строке матрицы \mathbf{H}_H (1.36), т.е. в результате выполнения блока 3 алгоритма (рис. 1.7) ста-

новится известным вектор-строка $\mathbf{e}_{p+1}^* \cdot \mathbf{H}_n$. По нему, используя алгоритм (1.50) – (1.52), восстанавливается вся матрица $\mathbf{H}_1^{(p+1)}$ (блок 4 алгоритма), которая полностью задает требуемую для дальнейшей работы матрицу $\mathbf{H}^{(M)}$ с учетом особенностей, отмеченных в п. 3 Б (этап Б). В блоке 5 по алгоритму (1.54) – (1.58) настройки РФ (рис. 1.5) вычисляются параметры фильтра α и S , задающие факторизованное представление матрицы $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$ – левого сомножителя $\mathbf{KM} \Phi = \mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^*$ (этап В).

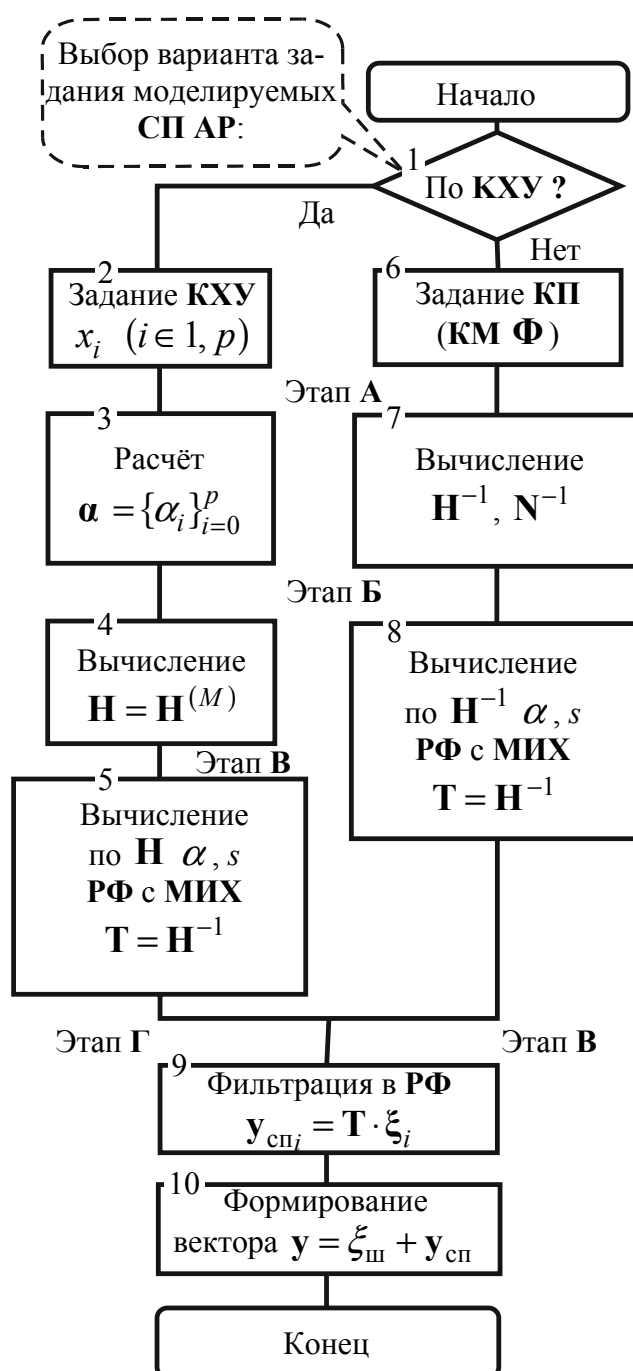


Рисунок 1.7 – Итоговый алгоритм моделирования

В соответствии с этапом Γ (см. п. 3 Γ) в блоке 9 производится фильтрация вектора $\xi = \{\xi_\ell\}_{\ell=1}^M$ независимых гауссовых случайных величин с нулевым средним и **КМ** Φ в **РФ** с **МИХ** T . При этом вектор $y_{\text{сп}_i} = T \cdot \xi_i$ формируется на верхних p выходах **РФ** (рис. 1.5). В алгоритме предусмотрена возможность моделирования результирующего M -мерного вектора $y = \xi_{\text{ш}} + y_{\text{сп}}$ смеси векторного **СП** **АР** и вектора шума $\xi_{\text{ш}} = \{\xi_i\}_{i=1}^M$ с **КМ** $\Phi_{\text{ш}}$ [34]. Этот результирующий вектор с заданными характеристиками формируется в блоке 10 завершая алгоритм моделирования.

Вторая (правая) ветвь (блоки 6...8) итогового алгоритма (рис. 1.7) используется при задании **КП** или **КМ** процесса в целом. При этом (блок 6) обычно выбирается некоторая типовая корреляционная функция из перечня функций, приведенных, например, в [34, 35] Однако, т.к. процессы с типовыми **КП** это только частный случай **СП** **АР** с эрмитовыми тёплицевыми **КМ** [34], в алгоритме предусмотрена возможность задания произвольной (в рамках условия устойчивости $|x_i| < 1, i \in 1, p$ для корней **ХУ** (1.17)) **НКП** $\rho(v), v \in 0, \dots, p$. По известной **КМ** Φ выполняется настройка **РФ** (1.65) – (1.68), в результате которой формируется нижняя треугольная матрица $T = N^{-1}$ (блок 7). В блоке 8, используя (1.83) – (1.86), по матрице T восстанавливаются параметры **РФ** (рис. 1.4), соответствующие ее факторизованному представлению. В случае матрицы Φ общего вида **РФ** настраивается по (1.42) с формированием верхней треугольной матрицы $T = N^{-*}$ (1.74б). При этом в блоке 8 необходимые параметры **РФ** восстанавливаются по алгоритму (1.88) – (1.89).

Блоки 9 и 10 – общие при любом варианте задания исходных данных.

1.3 Анализ методов и алгоритмов спектрального оценивания, используемых в современной метеорадиолокации

1.3.1 Постановка задачи

А. В **ИД** **МРЛ** метеоявления обычно распознают по оценкам их отражаемости, средней скорости и ширины спектра [2 – 6]. Эти параметры определяются момента-

ми априори неизвестного энергетического спектра междупериодных флуктуаций импульсов M -мерных пачек отражений от метеообразований, поэтому качество его оценивания может играть важную роль в решении задач **ИД МРЛ**.

Оцениванию спектральной плотности мощности (далее для краткости – спектров) случайных процессов различной природы уделено и продолжает уделяться огромное внимание в литературе. Интенсивные исследования на протяжении нескольких последних десятилетий существенно расширили арсенал методов спектрального оценивания (**СО**) по сравнению с классическими периодограммными (коррелограммными) методами на основе дискретного преобразования Фурье (**ДФФ-БПФ**), появившимися еще в начале 20-го века [7 – 17]. Основной целью их создания было стремление повысить разрешающую способность **СО** по сравнению с достижимой на основе классических методов.

Однако созданные в результате многочисленные "сверхразрешающие" методы **СО** до сих пор не используются в **ИД МРЛ**, хотя возможности современной и перспективной цифровой элементной базы позволяют рассчитывать на их практическую реализацию. Одной из причин этого можно считать огромное многообразие предложенных методов, порождающее сложную задачу выбора целесообразных для внедрения в существующие или перспективные **ИД МРЛ**.

Выбор осложнен тем, что эти методы разрабатывались для решения "различных задач спектрального анализа, отличающихся ...видом априорной информации о наблюдаемом явлении, типом используемых данных, характером мешающих помех (шума), а также преследуемыми целями. Поэтому совершенно бессмысленно говорить о достоинствах того или иного метода до тех пор, пока нет однозначного ответа на вопрос – для решения какого класса задач предназначен этот метод [12]". Достаточно полный с позиций [12] ответ на этот вопрос зачастую отсутствует даже в публикациях авторов соответствующих методов и, тем более, в последующих ссылках на них. Вероятно, по этой причине в часто цитируемой книге С.Л. Марпла-мл. "...абсолютно ничего не говорится об относительном превосходстве того или иного метода спектрального оценивания над другими методами [13, с. 8]".

Б. Также выбор могут затруднять сложность и незавершенность теории оптимального **СО** случайных процессов различной природы [7, 12, 14]. В связи с этим претендующий на оптимальность практический выбор может базироваться на результатах количественного сравнения эффективности ряда уже существующих методов **СО**, но в условиях и по критериям, которые учитывают специфику спектров (корреляционных матриц (**КМ**)) междупериодных флуктуаций M -мерных пачек отражений от метеообразований в **ИД МРЛ**.

Эти отражения в каждом импульсном объеме представляют собой суперпозицию большого числа $N \gg M$ сигналов "элементарных" отражателей [3 – 6], поэтому их спектры, как правило, непрерывны, а соответствующие $M \times M$ **КМ** являются матрицами полного ранга M . В связи с этим из числа "претендентов" может быть исключена достаточно обширная группа т.н. "собственноструктурных" методов типа MUSIC [11 – 15]. Они предназначены для обнаружения, измерения параметров и разрешения на фоне шума $n < M$ комплексных (пространственных, временных) гармоник со случайными амплитудами и начальными фазами, т.е. для задач, в которых $M \times M$ **КМ** является суммой скалярной (пропорциональной единичной) **КМ** собственных шумов M (пространственных, временных) каналов приема и $M \times M$ **КМ** смеси этих гармоник ранга $r \leq n < M$, что не характерно для **КМ** отражений от **МО**. Для непрерывных спектров неинформативны и широко используемые в задачах квазигармонического **СО** нестатистические (рэлеевские) критерии оценки качества, в соответствии с которыми гармоники считаются разрешенными, если их число совпадает с числом различимых максимумов (пиков) спектральной функции (**СФ**) анализируемого метода, а точность определения их (пространственной, временной) частоты определяется положением этих максимумов на частотной оси [18 – 24]. Теоретически более оправданы (но и более сложны) статистические критерии разрешения, введенные в основополагающих работах Я.Д. Ширмана [28 – 30].

Для непрерывных спектров качество методов **СО** характеризуют не значения их **СФ** в отдельных точках частотной оси, а степень их близости к истинному (априори неизвестному) спектру в заданном частотном интервале. Одним из возможных критериев близости может служить, в частности, "интегральная среднеквадратиче-

ская ошибка" воспроизведения спектра, введенная в [31], где найдена и ее нижняя граница для любых "параметрических" [10, 12 – 15] методов **СО**.

Однако методы, эту границу достигающие, в [31] не указаны. Не приведены также количественные значения этой ошибки для известных методов **СО**. Кроме того, критерий [31] "чувствителен" к отклонению **СФ** от истинного спектра на низком уровне, но слабо реагирует на их отличия на высоком уровне, что может быть практически неприемлемо. Поэтому желательно располагать и "обратным" критерием, который целесообразно использовать вместе с критерием [31].

СФ как классических "непараметрических", так и "параметрических" [12 – 15] методов **СО** представляют собой результаты различных преобразований $M \times M$ **КМ** анализируемой смеси, как правило, априори неизвестной. Поэтому практический выбор методов должен базироваться не только и даже не столько на их "предельных" характеристиках в гипотетической ситуации известной **КМ**, сколько на статистических характеристиках критериев их эффективности в реальных условиях замены априори неизвестной **КМ** теми или иными ее оценками.

Несмотря на огромное внимание, уделенное статистическому анализу различных методов **СО** в этих условиях (см., например, [8 – 16, 20 – 27] и библиографию к ним), такой анализ применительно к подобным [31] критериям для совокупности "непараметрических" и "параметрических" методов **СО** в известной литературе отсутствует. Частичному восполнению этого пробела посвящен данный пункт отчета.

1.3.2 Обобщенные анализаторы спектров случайных процессов

А. На рис. 1.8 показаны два обобщенных анализатора спектра (**ОАС**) M -элементного случайного вектора (пачки) $\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M$ комплексных амплитуд смеси шума и отражений от **МО** анализируемого элемента дальности s (априори неизвестной) $M \times M$ **КМ** $\Phi = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*}$ [14, 22, 32].

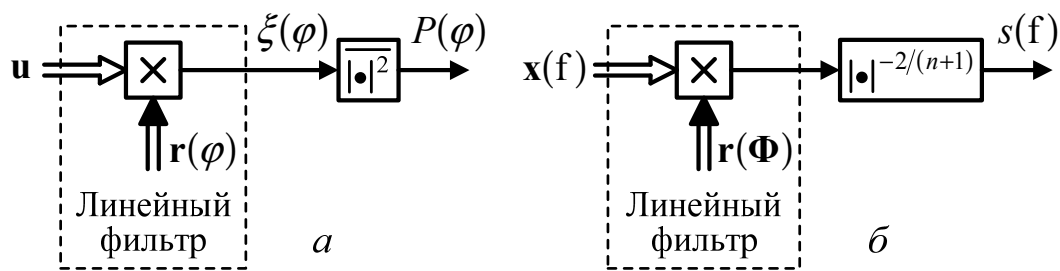


Рисунок 1.8 – Обобщенные анализаторы спектра

В первом из них (рис. 1.8, *a*) искомый спектр $s(\varphi)$ в заданном диапазоне частот $\varphi \in (\varphi_{\min}, \varphi_{\max})$ отождествляется с оценкой $\hat{P}(\varphi)$ мощности

$$P(\varphi) = \overline{|\xi(\varphi)|^2} = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \Phi \cdot \mathbf{r}(\varphi) \quad (1.90)$$

выходного сигнала

$$\xi(\varphi) = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \mathbf{u} = \sum_{\ell=1}^M r_{\ell}^*(\varphi) \cdot u_{\ell} \quad (1.91)$$

линейного фильтра в процессе перестройки его импульсной характеристики (**ИХ**) $\mathbf{r} = \{r_{\ell}\}_{\ell=1}^M = \mathbf{r}(\varphi)$ в этом диапазоне. Такая процедура полностью соответствует определению спектра как функции, описывающей распределение мощности анализируемого процесса по частоте [8 – 10].

Второй **ОАС** (рис. 1.8, *б*) базируется на хорошо известной связи [8 – 14]

$$s_{out}(f) = s(f) \cdot k_p(f) \quad (1.92)$$

спектров $s(f)$ на входе и $s_{out}(f)$ на выходе линейного фильтра с квадратом модуля частотной характеристики (энергетической частотной характеристикой (**ЭЧХ**))

$$k_p(f) = \left| \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{r} \right|^2, \quad (1.93)$$

где $\mathbf{x}(f) = \{x_{\ell}(f)\}_{\ell=1}^M$ – M -мерный вектор отсчетов комплексной гармоники частотой f в моменты времени, определяемые временными интервалами между импульсами пачки.

Если при этом выходной спектр

$$s_{out}(f) = 1/s^n(f), \quad n \geq 0, \quad (1.94)$$

то искомый входной спектр

$$s(f) = 1/k_p(f)^{1/(n+1)} \quad (1.95)$$

полностью определяется ЭЧХ фильтра (1.93), выполняющего преобразование (1.94).

В частности, при $n = 0$ и $n = 1$

$$s(f) = 1/k_p(f) \quad \text{и} \quad s(f) = 1/k_p(f)^{1/2}. \quad (1.96)$$

Первая ситуация ($n = 0$) соответствует **обеляющему** фильтру с ЭЧХ

$$k_p(f) = 1/s(f), \quad (1.97)$$

преобразующему неравномерный в общем случае спектр $s(f)$ входного процесса в равномерный спектр $s_{out}(f) = 1$ белого шума. Вторая ситуация ($n = 1$) – **обращающему** фильтру с ЭЧХ

$$k_p(f) = 1/s^2(f), \quad (1.98)$$

преобразующему входной процесс со спектром $s(f)$ в выходной со спектром $s_{out}(f) = 1/s(f)$, обратным входному. При $n > 1$ фильтр в процедуре рис. 1.8, б является "**переобращающим**".

Б. В процедуру рис. 1.8, а укладываются, в частности, классические периодограммные (коррелограммные) методы **СО**, которые называют также **непараметрическими** [12 – 14]. Это означает, что в таких методах не используется никакая априорная информация о функциональной форме искомого спектра или, что эквивалентно, о структуре и параметрах формирующего фильтра (**ФФ**) входного процесса. Формально это проявляется в независимости **ИХ** $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\varphi)$ фильтра рис. 1.8, а от этих параметров, концентрирующихся в элементах **КМ** $\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M$.

В противоположность этому методы **СО**, укладываемые в процедуру рис. 1.8, б, обычно называются **параметрическими** [12 – 14]. В них постулируется структура формирующего фильтра входного процесса, определяющая функциональную форму его спектра, зависящего от конечномерного вектора параметров этого **ФФ**. Основной этап **СО** в этом случае – оценивание этих параметров, концентрирующихся в элементах оценки $\hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{ij}\}_{i,j=1}^M$ его **КМ** Φ . На основе ее определяющих элементов (параметров) вычисляются оценки $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}(\hat{\Phi})$ **ИХ** $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\Phi)$ и

$\hat{k}_p(f) = |\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{r}(\hat{\Phi})|^2$ ЭЧХ $k_p(f)$ (1.93), используемые в процедуре рис. 1.8, б при формировании оценки $\hat{s}(f) = s(f, \hat{\Phi}) = 1 / \hat{k}_p(f)^{1/(n+1)}$ спектра $s(f)$ (1.95).

Заметим, что все вытекающие из процедуры рис. 1.8, б параметрические методы СО формально могут быть получены и процедурой рис. 1.8, а, но с ИХ фильтра $\mathbf{r}(\varphi) = \mathbf{r}(\varphi, \Phi)$, зависящей от КМ Φ . Ниже мы продемонстрируем это на примере хорошо известного **параметрического** метода "минимальной дисперсии (МД)" Кейпона [19 – 27].

В обеих процедурах рис. 1.8 скалярные произведения в (1.91), (1.93) могут вычисляться одинаковыми по структуре линейными фильтрами, например, показанными на рис. 1.9 классическими трансверсальными фильтрами на основе линии задержки с отводами и весами, определяющими элементы r_ℓ его ИХ $\mathbf{r} = \{r_\ell\}_{\ell=1}^M$ размера M . Другие структуры, более пригодные в реальной "адаптивной" ситуации, рассматриваются в п. 1.5.

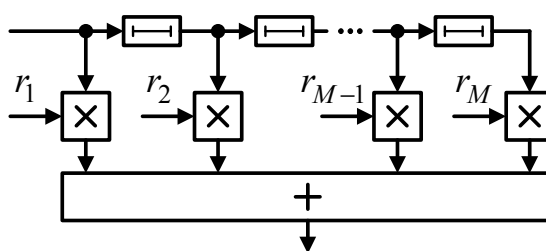


Рисунок 1.9 – Линейный трансверсальный фильтр

Ниже полагается, что интервалы следования отсчетов входного процесса, определяющие временные интервалы между отводами линии задержки фильтра рис. 1.9, постоянны и равны T . Поэтому под f и φ в (1.90) – (1.98) и далее понимаются нормированные (безразмерные) частоты, связанные с истинной частотой f равенствами $\hat{f} = f \cdot T$, $\varphi = f \cdot T$. На такой нормированной частотной оси рассматриваемые спектры периодичны с единичным периодом, что позволяет ограничиться их анализом на интервале $\varphi, f \in (-0.5, 0.5)$. На нем они остаются практически неизменными и при других законах зондирования, но могут при этом не быть периодичными за его пределами. Дополнительные эффекты, связанные с вобуляцией интервалов зондирования, заслуживают специального рассмотрения.

Рассмотрим некоторые свойства процедур рис. 1.8, 1.9, позволяющие объяснить "предельные" возможности построенных на их основе методов **СО** в гипотетической ситуации известной **КМ Ф**.

В. Начнем с **ОАС** рис. 1.8, *a*. С этой целью воспользуемся матричной формой равенства Винера – Хинчина [8, 14, 17, 32]

$$\Phi = \{\phi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad (1.99)$$

связывающего **КМ Ф** и спектр $s(f)$ входного процесса. Здесь

$$\mathbf{x}(f) = \left\{ e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \ell} \right\}_{\ell=1}^M, \quad f = f \cdot T \in (-0.5, 0.5) - \quad (1.100)$$

M -мерный вектор отсчетов комплексной гармонике с нормированной частотой f в моменты времени $\ell \in 1, M$, измеряемые в числе интервалов зондирования длительностью T . Легко проверить, что этот вектор удовлетворяет равенству

$$\int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{I}_M. \quad (1.101)$$

Под интегралом от матрицы здесь, как обычно, понимается матрица интегралов от ее элементов.

В силу (1.99) мощность (1.90) на выходе настроенного на частоту $\varphi \in (-0.5, 0.5)$ фильтра рис. 1.8, *a* равна

$$P(\varphi) = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \Phi \cdot \mathbf{r}(\varphi) = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot k_p(f, \varphi) df = \int_{-1/2}^{1/2} s_{out}(f, \varphi) df, \quad (1.102)$$

где, по аналогии с (1.92), (1.93),

$$k_p(f, \varphi) = \left| \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{r}(\varphi) \right|^2 \quad \text{и} \quad s_{out}(f, \varphi) = s(f) \cdot k_p(f, \varphi) - \quad (1.103)$$

значения его **ЭЧХ** и спектра на выходе на частоте f соответственно.

Для типичных условий

$$k_p(f, \varphi) = k_p(f - \varphi) = k_p(\varphi - f) \quad (1.104)$$

равенство (1.102) с учетом периодичности на единичном интервале сомножителей его подынтегральной функции можно переписать в виде

$$P(\varphi) = \int_{-1/2}^{1/2} s(f) \cdot k_p(\varphi - f) df = \int_{-1/2}^{1/2} s(\varphi - f) \cdot k_p(f) df. \quad (1.105)$$

Отсюда в сочетании с (1.102) следуют **предельные свойства ОАС** рис. 1.8, *a*.

1. При любой **ИХ** $\mathbf{r}(\varphi)$ единичной "длины"

$$N = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \mathbf{r}(\varphi) = 1 \quad (1.106)$$

ОАС рис. 1.8, *a* точно воспроизведет **равномерный** спектр $s(f) = s$ **белого** шума.

Действительно, в этом случае в соответствии с (1.99), (1.101) **КМ** $\Phi = s \cdot \mathbf{I}_M$, откуда в силу первого равенства в (1.102) $P(\varphi) = s \cdot N = s$.

При выполнении равенств (1.106), (1.101) **ЭЧХ** (1.103) нормирована условием

$$\int_{\varphi-1/2}^{\varphi+1/2} k_p(f, \varphi) df = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \mathbf{r}(\varphi) = 1. \quad (1.107)$$

2. **ОАС** рис. 1.8, *a* точно воспроизведет неравномерные спектры любой другой формы, если **ЭЧХ** его линейного фильтра будет равна

$$k_p(f, \varphi) = \delta(f - \varphi). \quad (1.108)$$

Действительно, в этом случае в силу (1.102)

$$P(\varphi) = s(\varphi), \quad \varphi \in (-0.5, 0.5). \quad (1.109)$$

3. Поскольку **ЭЧХ** (1.108) реально невозможны, **ОАС** рис. 1.8, *a* с произвольными линейными фильтрами неточно воспроизведет **неравномерный** спектр входного процесса даже в гипотетических условиях точного знания его **КМ**. Ошибка воспроизведения зависит от формы этого спектра и **ЭЧХ** фильтра рис. 1.8, *a*. В частности, вместо дельта-спектра $s(f) = \delta(f - f_0)$ гармоники частотой f_0 он воспроизведет не ее спектр, а свою **ЭЧХ**

$$P(\varphi) = k_p(f_0, \varphi), \quad \varphi \in (-0.5, 0.5), \quad (1.110)$$

что полностью согласуется с определением **ЭЧХ** как отклика на гармоническое входное воздействие и прямо следует из первого равенства в (1.105).

4. Из этого равенства видно также, что воспроизводимый **ОАС** рис. 1.8, *a* спектр равен свертке искомого входного спектра с **ЭЧХ** фильтра. Поэтому уровень ошибок его воспроизведения зависит от соотношения протяженностей по частоте

входного спектра и ЭЧХ фильтра и тем ниже (выше), чем это соотношение больше (меньше).

Г. Перейдем к ОАС рис. 1.8, б. Очевидно, что при полном согласовании ЭЧХ фильтра с параметрами входного процесса, т.е. при точном выполнении подобных (1.97), (1.98) равенств этот ОАС точно воспроизведет по (1.95) искомый спектр и, тем самым, обеспечит более высокое качество СО по сравнению с ОАС рис. 1.8, а. Однако практически неизбежное рассогласование ЭЧХ фильтра со входным процессом, обусловленное, в частности, неполнотой учтенной при синтезе априорной информации и ошибками оценивания параметров (КМ) входного процесса, может не сохранить "предельные" преимущества параметрических методов и даже "поменять их местами" [25] с непараметрическими. Здесь в соответствующей форме проявляется типичная закономерность – обработка, базирующаяся на той или иной априорной информации, при ее достоверности, как правило, эффективнее синтезированной без ее учета, но может уступать ей в условиях, когда априорные предположения не выполняются. Применительно к рассматриваемой задаче СО такая возможность отмечена, например, в [14], где, однако, конкретных количественных оценок нет.

Д. В пп. 1.4, 1.5 этот пробел частично восполняется для ряда параметрических методов СО, синтезированных в предположении, что анализируемый процесс аппроксимируется процессом авторегрессии (АР-процессом) произвольного целого порядка $p \geq 1$ [8 – 14, 34]. В этих пунктах эта широко распространенная модель относится только к отражениям от МО, так что априорная информация о собственном шуме приемника выступает как не использованная при синтезе. Дополнительными источниками ошибок выступают рассогласование размера M фильтра (анализируемой пачки отражений) и порядка p аппроксимирующего АР-процесса, а также конечность объема обучающей выборки, доступной при оценке параметров (КМ) входного процесса.

В п. 1.3.3 кратко описывается математическая модель входных воздействий, использующихся при сравнении различных методов СО и пояснении сущности известных и новых методов СО, укладываемых в процедуру рис. 1.8, б.

1.3.3 Авторегрессионная модель отражений от **МО**

А. При обосновании модели будем, как обычно [5, 6, 11 – 14, 24, 25], полагать, что комплексная амплитуда u_ℓ ℓ -го ($\ell \in 1, M$) импульса анализируемой пачки $\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M$ образована аддитивной смесью гауссового шума приемника n_ℓ и результата y_ℓ интерференции комплексных амплитуд отражений от множества отдельных отражателей (гидрометеоров), расположенных в случайных точках соответствующего импульсного объема. В силу центральной предельной теоремы теории вероятностей каждая компонента $u_\ell = n_\ell + y_\ell$ вектора \mathbf{u} может при этом считаться гауссовой (нормальной) комплексной случайной величиной с нулевым средним, а вектор \mathbf{u} в целом – случайным гауссовым (нормальным) комплексным вектором

$$\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \Phi), \quad \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \quad \Phi = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*} \quad (1.111)$$

с нулевым вектором средних значений.

Его статистические свойства исчерпывающе характеризуются $M \times M$ **КМ**

$$\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \boldsymbol{\rho} \quad (1.112)$$

междупериодных флуктуаций импульсов анализируемой пачки или связанным с ней равенством (1.99) спектром этой пачки

$$s(f) = 1 + \eta \cdot s_{norm}(f). \quad (1.113)$$

Единичная $M \times M$ матрица \mathbf{I}_M в (1.112) имеет смысл **КМ** пачки взаимно независимых собственных шумов приемника с нулевыми средними значениями и принятой за единицу дисперсией (мощностью) в M смежных интервалах зондирования (в отводах линии задержки фильтра рис. 1.9), η – относительная (по отношению к мощности шума) мощность отражений от **МО (ОСШ)**,

$$\boldsymbol{\rho} = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df - \quad (1.114)$$

$M \times M$ матрица **коэффициентов** взаимной корреляции импульсов M -элементной пачки отражений, $s_{norm}(f)$ – их спектр, нормированный условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = \rho_{qq} = 1, \quad q \in 1, M. \quad (1.115)$$

В рассматриваемом случае равных временных интервалов между отсчетами стационарного входного процесса эта **КМ** эрмитова **теплицева**, так что

$$\rho_{pq} = \rho_{p-q}, \quad \rho_0 = 1, \quad \rho_k = \rho_{-k}^*, \quad k \in 0, M-1. \quad (1.116)$$

Б. Ниже полагается, что элементы пачки отражений от **МО** представляют собой отсчеты y_k гауссова стационарного **АР**-процесса порядка $p \geq 1$, удовлетворяющие разностному уравнению

$$y_k = \xi_k + \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot y_{k-i}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.117)$$

с вектором параметров $\boldsymbol{\phi} = \{\phi_i\}_{i=1}^p$ [8 – 14]. Здесь

$$\xi_k \sim CN(0, C), \quad \overline{\xi_k \cdot \xi_\ell^*} = C \cdot \delta_{k\ell}, \quad \delta_{k\ell} = \begin{cases} 1, & k = \ell \\ 0, & k \neq \ell \end{cases} \quad (1.118)$$

взаимно независимые отсчеты гауссова стационарного дискретного белого шума с нулевыми средними и равномерным спектром (дисперсией) C , обеспечивающим нормировку (1.115).

Соответствующая (1.117) схема формирующего фильтра **АР**-процесса порядка p (далее для краткости – процесса **АР**- p) показана на рис. 1.10.

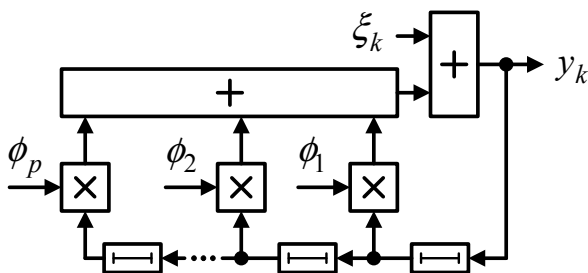


Рисунок 1.10 – Формирующий фильтр процесса **АР**- p

Его **ЧХ**, очевидно, равна

$$K(f) = \left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot i} \right)^{-1}, \quad |f| \leq 0.5,$$

поэтому спектр формируемого им **АР**-процесса

$$s_{norm}(f) = \frac{C}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot i} \right|^2}, \quad |f| \leq 0.5. \quad (1.119)$$

Достоинства этой модели обусловлены простотой формирования процессов с непрерывными $n \leq p$ -модовыми спектрами с произвольной шириной, скоростью спада и расположением мод на нормированной частотной оси $f \in (-0.5, 0.5)$ за счет соответствующего выбора в общем случае комплексного вектора параметров $\Phi = \{\phi_i\}_{i=1}^p$. Методика выбора описана, в частности, в [34].

Спектр (1.119) может быть записан также в виде

$$s_{norm}(f) = \frac{C}{\prod_{i=1}^p \left| 1 - x_i \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \right|^2}, \quad (1.120)$$

где $x_i = |\phi_i| \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i}$, $i \in 1, p$ – в общем случае комплексные корни характеристического уравнения

$$x^p - \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot x^{p-i} = 0 \quad (1.121)$$

процесса **AP**- p . Справедливость (1.120) означает, что формирующий фильтр, эквивалентный по выходному эффекту **ФФ** рис. 1.10, может строиться из p последовательно включенных однозвенных рециркуляторов с "коэффициентами усиления" x_i , $i \in 1, p$ в их цепях обратной связи (рис. 1.11).

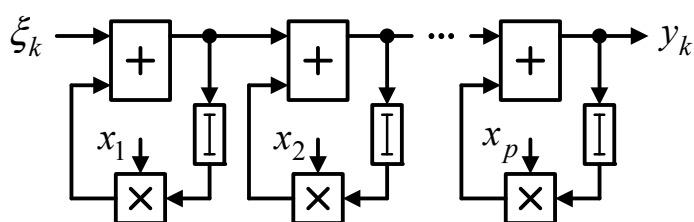


Рисунок 1.11 – Формирующий фильтр процесса **AP**- p

Такой **ФФ** будет устойчивым (обеспечит в установившемся режиме конечную (единичную при соответствующем значении C) мощность выходного процесса), если будет устойчив каждый из составляющих его однозвенных рециркуляторов. Последние, как известно, будут устойчивы, если будут лежать внутри единичного кру-

га $|x_i| < 1$ "коэффициенты усиления" их цепей обратной связи. Это требование налагает ограничения на коэффициенты ϕ_i , $i \in 1, p$ уравнения (1.121) и, тем самым, на параметры **ФФ** рис. 1.10 (разностного уравнения (1.117)).

ЭЧХ **ФФ** рис. 1.11 равна произведению унимодальных **ЭЧХ** каждого из рециркуляторов. Их ширина определяется модулем $|x_i| < 1$, а положение на частотной оси – фазой $2 \cdot \pi \cdot f_i \in (-\pi, \pi)$ соответствующего "коэффициента усиления" x_i .

В. В данном отчете при анализе методов **СО** все "коэффициенты усиления" считаются действительными ($f_i = 0$, $i \in 1, p$). При этом спектр процесса **АР**- p на выходе **ФФ** рис. 1.10, 1.11 унимодален и симметричен относительно точки максимума $f = 0$. Широко используемые модели с так называемыми типовыми [35, с. 98] **КМ** (спектрами) являются частным случаем подобных процессов **АР**- p с одинаковыми "коэффициентами усиления" $x_i = x_0$, $i \in 1, p$. Для них этот единственный p -кратный корень уравнения (1.121) полностью определяет как нормированный спектр (1.119), (1.120)

$$s_{norm}(f) = \frac{C}{(1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f) + x_0^2)^p}, \quad (1.122)$$

так и нормированную корреляционную последовательность (**НКП**)

$$\rho_k = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot k} df, \quad (1.123)$$

в силу (1.116) полностью определяющую всю нормированную **КМ** ρ (1.114).

Для практических вычислений это определяющее значение корня x_0 рассчитывается по заданной на уровне $1/d$ ширине спектра (1.122)

$$\Delta f = \frac{1}{\pi} \cdot \arccos \frac{1 + x_0^2 - \sqrt[p]{d} \cdot (1 - x_0)^2}{2 \cdot x_0} \quad (1.124)$$

или по коэффициенту корреляции ρ_1 отражений двух смежных интервалов зондирования. В табл. 1.3 приведены значения x_0 для набора значений ρ_1 процессов **АР** различного порядка p .

Так, $x_0 = \rho_1$ для процесса **АР** минимального порядка $p=1$ со спектром

$$s_{norm}(f) = \frac{C}{1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f) + x_0^2} \quad (1.125)$$

и экспоненциальной НКП

$$\rho_k = \rho_1^{|k|}. \quad (1.126)$$

Таблица 1.3 – Значения x_0 для набора p и ρ_1

$\rho_1 \backslash p$	0.7	0.8	0.9	0.94	0.96	0.98	0.99
2	0.4084	0.5	0.6268	0.7009	0.75	0.8173	0.8676
3	0.2887	0.3648	0.4845	0.565	0.6238	0.7124	0.7849
5	0.1826	0.2388	0.3409	0.4217	0.4873	0.5953	0.6904
7	0.1338	0.1782	0.2663	0.343	0.409	0.5234	0.6292
10	0.0955	0.1294	0.2021	0.2713	0.3344	0.4502	0.5636
∞	2.0136	2.8713	5.3047	8.6103	12.767	25.258	50.254

В последней строке табл. 1.3 приведены значения определяющего параметра a **АР**-процесса бесконечного ($p \rightarrow \infty$) порядка с **НКП** [36, с. 318]

$$\rho_k = I_{|k|}(a) / I_0(a) \quad (1.127)$$

и спектром

$$s_{norm}(f) = e^{a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f)} / I_0(a) \quad (1.128)$$

с шириной на уровне $1/d$

$$\Delta f = \frac{1}{\pi} \cdot \arccos\left(1 - \frac{\ln(d)}{a}\right). \quad (1.129)$$

Здесь $I_\nu(x)$ – модифицированная функция **Бесселя** ν -го порядка [102].

Формула (1.127) описывает **НКП** M -элементной пачки равноотстоящих отсчетов непрерывного процесса с гауссовым (колокольным) спектром мощности и, следовательно, с гауссовой корреляционной функцией (**КФ**), для которой

$$\rho_k = \rho_1^{k^2}. \quad (1.130)$$

Последняя формула отличается от (1.127), поскольку не учитывает эффект "наложения" спектров при временной дискретизации [8 – 10].

На рис. 1.12 приведены примеры спектров (1.113) смеси шума и **АР**-процессов с относительной интенсивностью $\eta = 10^5$ порядка $p = 1$ с нормированным спектром (1.125) (а) и порядка $p \rightarrow \infty$ со спектром (1.128) (б) при коэффициентах корреляции $\rho_1 = 0.8$ и $\rho_1 = 0.99$. Штриховыми кривыми здесь показаны спектры процессов со "строго гауссовой (колокольной)" **КМ** (1.130).

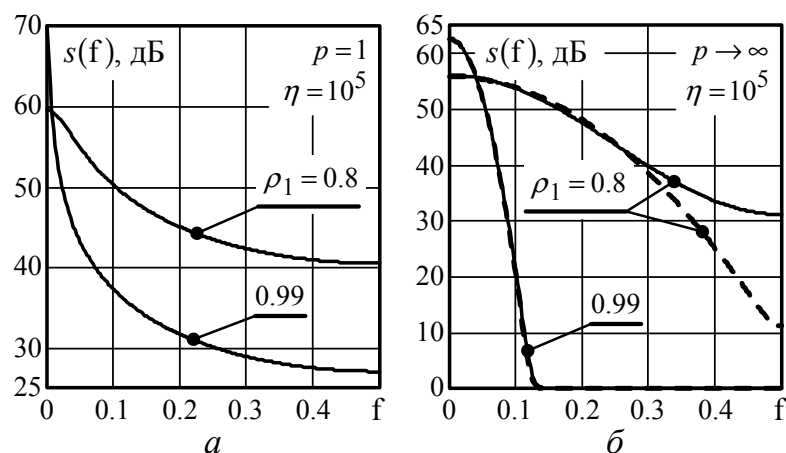


Рисунок 1.12 – Примеры спектров **АР**-процессов

Видно, что эффект "наложения" спектров проявляется тем меньше, чем уже спектр (выше коэффициент корреляции) исходного непрерывного процесса, так что при $\rho_1 \geq 0.98$ формулы (1.127), (1.130) практически эквивалентны.

Г. Колокольные спектры (и корреляционные функции) **АР**-процессов порядка $p \rightarrow \infty$ (рис. 1.12, б) часто рассматриваются как адекватные модели спектров реальных **МО** [2 – 6]. Такой выбор, вероятно, связан с простотой и удобством использования, но не может рассматриваться как единственный для широкого класса реально возможных отражений от **МО**, спектры которых могут существенно отличаться от колокольных, быть бимодальными или даже полимодальными [5, 37, 38]. Поэтому в качестве объектов количественного анализа ниже дополнительно используются и **АР**-процессы конечного, в основном – минимального порядка $p=1$ со спектрами рис. 1.12, а. Такая расширенная совокупность также, естественно, не исчерпывает

всего многообразия реальных спектров отражений от **МО**, но имеет присущие им черты – различную ширину и степень неравномерности ("небелости"), узкие пики при $p=1$ (рис. 1.12, *a*) и крутые спады при $p \rightarrow \infty$ (рис. 1.12, *б*). Это позволяет достаточно полно характеризовать и сравнивать между собой как классические непараметрические, так и параметрические методы **СО**.

Ниже анализируется сущность последних и их новые модификации при аппроксимации M -мерных пачек отражений от **МО** дискретными **АР**-процессами различного порядка p .

1.3.4 Критерии качества оценивания непрерывных спектров мощности

А. Как отмечалось в п. 1.3.1, качество **СО** непрерывных спектров должно характеризоваться не поведением спектральных функций анализируемых методов в отдельных точках выбранного частотного интервала, а близостью этих **СФ** к истинному (априори неизвестному) спектру на всем этом интервале. Однако эта "близость" может характеризоваться различными величинами (критериями), которые могут отличаться не только количественно, но и менять на противоположные оценки результатов анализа. Покажем это на конкретных примерах.

Б. На рис. 1.13 сплошными кривыми в логарифмическом (дБ) масштабе показаны **СФ** (1.90)

$$P(f) = \frac{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Phi \cdot \mathbf{x}(f)}{M}, \quad f \in (-0.5, 0.5), \quad (1.131)$$

периодограммных (коррелограммных) методов **СО**, которые формируются **ОАС** рис. 1.8, *a* с **ИХ** единичной "длины" (1.106)

$$\mathbf{r}(f) = \mathbf{x}_M(f) = (1/\sqrt{M}) \cdot \mathbf{x}(f) \quad (1.132)$$

линейных фильтров различного размера M при воспроизведении спектров рис. 1.12 смеси шума и **АР**-процессов порядка $p=1$ (*a*) и $p \rightarrow \infty$ (*б*) с относительной интенсивностью $\eta = 10^5$ и коэффициентом корреляции $\rho_1 = 0.99$ (штриховые кривые). По очевидным причинам фильтры с **ИХ** (1.132), (1.100) далее для краткости называются

ДПФ-фильтрами, а соответствующие **СФ** (1.131) – Фурье-спектрами анализируемых процессов.

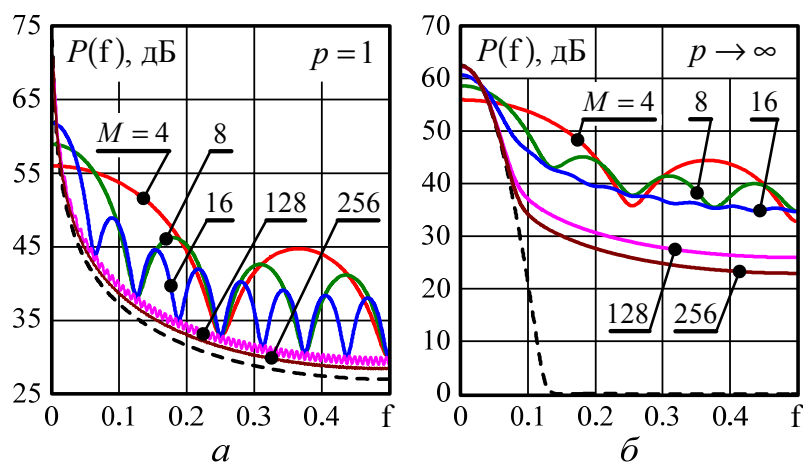


Рисунок 1.13 – Фурье-спектры (1.131) ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Визуальное сравнение различий сплошных и штриховых кривых рис. 1.13 наталкивает на мысль, что при любых M Фурье-спектры (1.131) значительно лучше воспроизводят спектр процесса **AP-1** (a), чем процесса **AP- ∞** (b). Причины этого обсуждаются ниже; здесь же рассматриваются критерии, количественно характеризующие наблюдаемые различия.

В. Рассмотрим вначале приемлемость для этой цели введенной в [31] "интегральной относительной среднеквадратической ошибки"

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\int_{-0.5}^{0.5} \left(\frac{s(f) - \hat{s}(f)}{s(f)} \right)^2 df}, \quad (1.133)$$

где $\hat{s}(f)$ – **СФ** анализируемого метода **СО**. В "адаптивной" ситуации эта **СФ** и, следовательно, ошибка случайны.

На рис. 1.14 для **AP**-процессов рис. 1.13 показаны зависимости ошибок (1.133) Фурье-спектров $\hat{s}(f) = P(f)$ (1.131) от размера M пачки (фильтра).

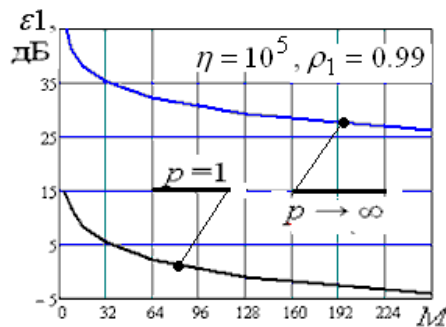


Рисунок 1.14 – Ошибки (1.133) Фурье-спектров (1.131)

Видно, что по критерию (1.133) Фурье-спектры (1.131) при любых M примерно на 30 дБ лучше воспроизводят спектр процесса **AP-1**, чем процесса **AP-∞** с теми же параметрами $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$. Однако этот критерий фактически игнорирует существенно лучшее приближение Фурье-спектров (1.131) к спектру процесса **AP-∞** на высоком уровне, наглядно видное при сравнении результатов рис. 1.13, показанных в линейном масштабе (рис. 1.15).

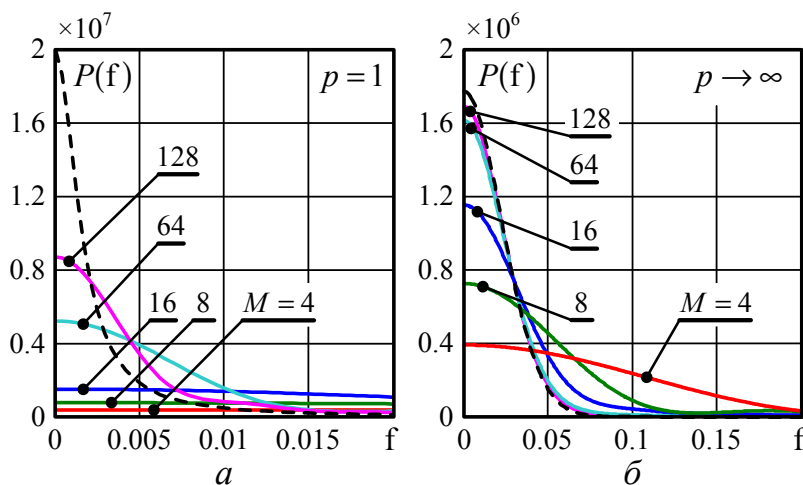


Рисунок 1.15 – Фурье-спектры (1.131) в линейном масштабе ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

В этом легко убедиться, записав подкоренной интеграл из (1.133) в виде

$$I = 2 \cdot (I_1 + I_2), \quad I_1 = \int_0^{f_{cross}} \chi(f) df, \quad I_2 = \int_{f_{cross}}^{0.5} \chi(f) df, \quad (1.134)$$

где $f_{cross} \in (0, 0.5)$ – точка пересечения $\hat{s}(f)$ и $s(f)$,

$$\chi(f) = \left(\frac{s(f) - \hat{s}(f)}{s(f)} \right)^2. \quad (1.135)$$

В условиях рис. 1.13, рис. 1.15 положительная подынтегральная функция интеграла I_1 меньше, а интеграла I_2 – больше единицы. В связи с этим при $f_{cross} \leq 0.25$ $I_2 > I_1$, так что интеграл I (1.134) и, тем самым, ошибка (1.133) в целом, определяются значением интеграла I_2 , который зависит от соотношения $\hat{s}(f)/s(f) > 1$ в интервале нормированных частот $f \in (f_{cross}, 0.5)$, т.е. вне зоны вершин этих спектров. Этот вывод остается справедливым независимо от того, совпадают ли спектры $\hat{s}(f) = s(f)$ ($\chi(f) = I_1 = 0$) в зоне вершин, либо максимально различаются в ней ($\hat{s}(f) = 0$, $\chi(f) = 1$, $I_1 = f_{cross} < 1$).

Г. Такая практическая независимость критерия (1.133) от степени близости **СФ** методов **СО** к истинным спектрам в зоне их максимумов не позволяет считать его достаточно универсальным. Для количественной оценки такой близости, часто более важной для задач **СО** отражений от **МО**, требуется дополнительный критерий. Из ряда пригодных для этой цели ниже используется "интегральная относительная ошибка" вида

$$\varepsilon_2 = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} |s(f) - \hat{s}(f)| df}{\int_{-0.5}^{0.5} s(f) df} = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} |s(f) - \hat{s}(f)| df}{1 + \eta}. \quad (1.136)$$

Рассуждениями, аналогичными приведенным выше при анализе ошибки (1.133), нетрудно показать, что критерий (1.136) "чутко реагирует" на отличия **СФ** от истинного спектра в зоне максимумов и существенно слабее – в области скатов спектра. Применительно к условиям рис. 1.13, рис. 1.15 его зависимость от M показана на рис. 1.16.

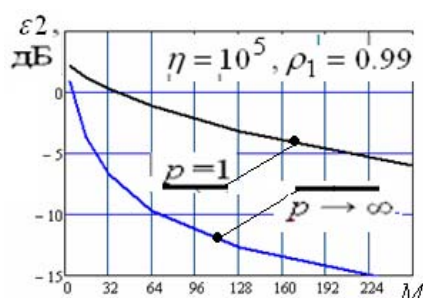


Рисунок 1.16 – Ошибки (1.136) Фурье-спектров (1.131)

Из сравнения этого рисунка с рис. 1.14 видно, что критерий (1.136) не только уменьшил абсолютный уровень ошибок воспроизведения спектров процессов $AP-1$ и $AP-\infty$ (что не особенно принципиально), но противоположным образом по сравнению с критерием (1.133) оценил качество их воспроизведения Фурье-спектрами (1.131). Этот результат вполне естественен, поскольку эти критерии решают разные, но взаимно дополняющие задачи. Поэтому различные методы **СО** ниже сравниваются по обоим этим критериям. Для краткости первый из них (1.133) ниже называется **ПИК** (первый интегральный критерий), а второй (1.136) – **ВИК** (второй интегральный критерий).

1.4 Сравнительный анализ "сверхразрешающих" методов спектрального анализа метеолокационных сигналов с методами, используемыми в современной метеорадиолокации

Рассматриваемые в данном подразделе характеристики классических (непараметрических) и параметрических методов **СО** условно названы "предельными", поскольку здесь полагается точно известной **КМ** Φ (1.112) анализируемой смеси шума и **AP**-отражений от **МО**. Для классических методов **СО** их "предельные" **СФ** $s(f, \Phi)$ при любых несмещенных оценках **КМ** $\hat{\Phi} = \Phi$ совпадают со средним значением $\bar{s}(f, \Phi) = \overline{s(f, \hat{\Phi})}$ линейно зависящих от $\hat{\Phi}$ случайных **СФ** $\hat{s}(f) = s(f, \hat{\Phi})$. Для параметрических методов "предельные" характеристики отражают совместное влияние рассогласований, вызванных различиями порядка p **AP**-отражений от **МО** и размера M фильтра, а также аддитивным шумом, но не учитывают дополнительных ошибок, порожденных случайностью их **СФ**.

Сравнивается "разрешающая способность (р.с.)" различных методов **СО** в этих условиях. Здесь под ней понимается размер M анализируемой пачки (интервал наблюдения), необходимый для того, чтобы ошибки воспроизведения анализируемых спектров по **ПИК** ε_1 (1.133) и **ВИК** ε_2 (1.136) не превосходили допустимых величин. Этот размер должен быть не больше реально доступного, который в режиме кругового обзора прямо пропорционален ширине диаграммы направленности

(ДН) антенны ИД МРЛ и обратно пропорционален интервалу зондирования T и скорости n азимутального вращения антенны.

Представление о доступном размере пачки при различных значениях T и скорости n (об/мин) для ИД МРЛ с шириной ДН 1° дает табл. 1.4 [32].

Таблица 1.4 – Размер пачки, доступной для анализа

n , об/мин	1	2	3	4	5	6
$T = 1$ мс (150 км)	168	84	56	42	34	28
$T = 2$ мс (300 км)	84	42	28	21	17	14
$T = 3$ мс (450 км)	56	28	18	14	11	9

При типичных требованиях [2 – 6] к темпу обзора пространства скорость азимутального вращения обычно не ниже 3 об/мин, так что размер доступной для анализа пачки обычно не превосходит $M \leq 60$ и уменьшается с ростом интервала зондирования (протяженности интервала однозначного измерения дальности, приведенного в скобках в первом столбце табл. 1.4). Он может быть больше, если предусматриваются программный обзор или работа в режиме остановленной антенны.

1.4.1 Предельные возможности классических периодограммных (коррелограммных) методов СО

А. Начнем с классического периодограммного [7 – 15] метода СО, который реализуется ОАС рис. 1.8, *a* в процессе перестройки по частоте в диапазоне $\varphi \in (-0.5, 0.5)$ ДПФ-фильтра с ИХ

$$\mathbf{r}(\varphi) = \mathbf{x}_M(\varphi) = (1/\sqrt{M}) \cdot \mathbf{x}(\varphi). \quad (1.137)$$

ИХ (1.137) имеет единичную "длину" (1.106), в связи с чем ДПФ-фильтр точно воспроизводит равномерный спектр белого шума. Качество воспроизведения спектров другой формы зависит от соотношения их ширины и ширины ЭЧХ фильтра (1.103), которая в условиях (1.137) равна

$$k_p(\Delta) = \frac{1}{M} \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot M \cdot \Delta)}{\sin(\pi \cdot \Delta)} \right|^2, \quad \Delta = f - \varphi. \quad (1.138)$$

На рис. 1.17, *а* в логарифмическом масштабе показана связь ширины Δf главного лепестка ЭЧХ по уровню -3 дБ относительно максимума с размером M фильтра. Ее соотношение с шириной унимодальных спектров процессов АР- p зависит от коэффициента корреляции ρ_1 их смежных отсчетов, связь которого с шириной этих спектров на том же уровне показана на рис. 1.17, *б*.

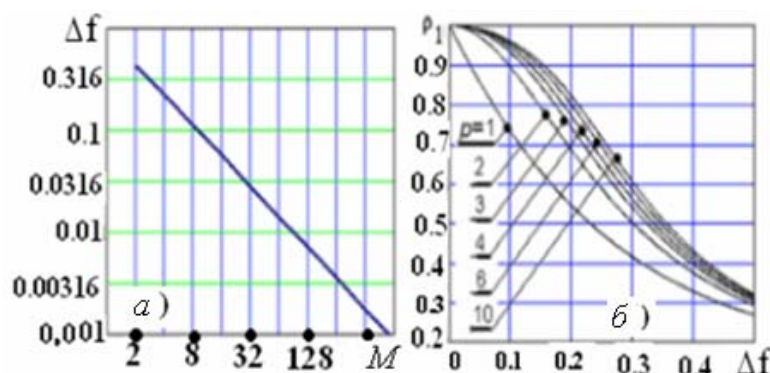


Рисунок 1.17 – Связь ширины ЭЧХ ДПФ-фильтра с его размером (*а*) и коэффициента корреляции АР-процесса с шириной его спектра (*б*)

На рис. 1.18, *а, б* показаны нормированные ЭЧХ $n_p(\Delta) = k_p(\Delta)/k_p(0) = k_p(\Delta)/M$ ДПФ-фильтров с ИХ (1.137) при $M = 8$ (*а*) и 512 (*б*). Они симметричны относительно точки $\Delta = 0$ и поэтому показаны только при значениях $\Delta \geq 0$.

Полная площадь под ЭЧХ (1.138) равна единице (см. (1.107)). Ее основную часть составляет показанная на рис. 1.18, *в* площадь

$$\gamma(\ell) = \int_{-\ell/M}^{\ell/M} k_p(\Delta) d\Delta \quad (1.139)$$

главного ($\ell = 1$) и примыкающих к нему первых боковых лепестков.

Из рис. 1.18 видно, что ширина лепестков ЭЧХ с ростом M уменьшается, но их относительный уровень по отношению к главному практически не меняется. Его площадь ($\ell = 1$) составляет не менее 90%, а вместе с примыкающим к нему первым боковым лепестком ($\ell = 2$) – не менее 95% общей площади ЭЧХ.

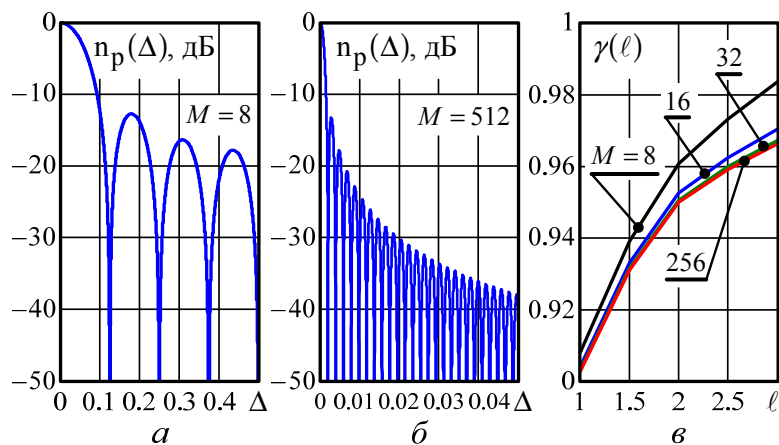


Рисунок 1.18 – Нормированные ЭЧХ ДДФ-фильтров

Эти свойства **ИХ** (1.137) и **ЭЧХ** (1.138) ДДФ-фильтров объясняют особенности Фурье-спектров (1.131), формируемых на их основе **ОАС** рис. 1.8, *a*.

Б. В рассматриваемом случае (1.116) теплицевой **КМ** **Φ** (1.112) Фурье-спектр (1.131) имеет вид

$$P(f) = 1 + \eta \cdot \left(1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{M-1} (1 - k/M) \cdot \rho(k) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot k) \right), \quad (1.140)$$

соответствующий коррелограммному методу **СО** [7 – 10, 13 – 15]. При $M \rightarrow \infty$ это равенство переходит в дискретное преобразование Фурье

$$P(f) = s(f) = 1 + \eta \cdot \left(1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot k) \right) \quad (1.141)$$

бесконечной корреляционной последовательности ρ_k , т.е. в точный спектр входного процесса.

Этот результат может рассматриваться как следствие справедливости при $M \rightarrow \infty$ для **ЭЧХ** (1.138) условия (1.108) точного воспроизведения входного спектра. Однако при реально конечных размерах M пачки (фильтра) проявляются общие свойства **ОАС** рис. 1.8, *a* (п. 1.3.2.В), в силу которых Фурье-спектры (1.131), (1.140) могут существенно отличаться от точных.

Это иллюстрируется результатами рис. 1.13, 1.15 и приведенными на рис. 1.19 аналогичными результатами, но для тестовых спектров рис. 1.12 (штриховые кривые) при **ОСШ** $\eta = 10^5$ и $\rho_1 = 0.8$.

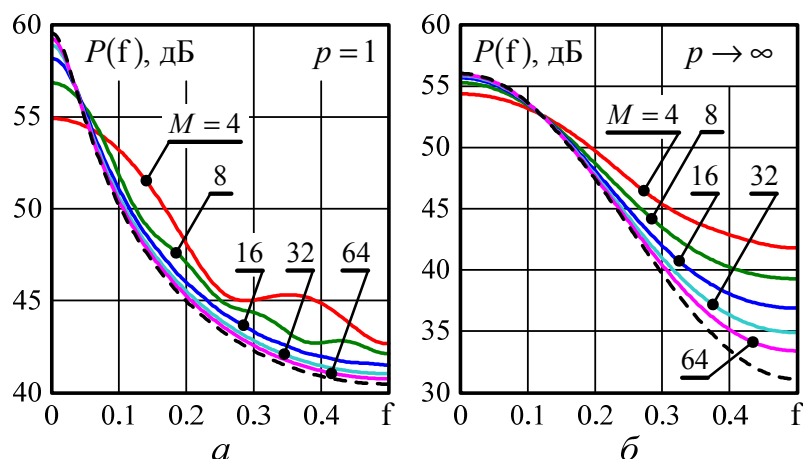


Рисунок 1.19 – Фурье-спектры (1.131) ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.8$)

Отличия между ними и Фурье-спектрами (1.131), (1.140) количественно характеризуются приведенными на рис. 1.20 зависимостями от M значений ошибок по **ПИК** (1.133) (а) и **ВИК** (1.136) (б). Сплошные кривые здесь повторяют кривые рис. 1.14 и рис. 1.16 ($\rho_1 = 0.99$), штриховые соответствуют значению $\rho_1 = 0.8$.

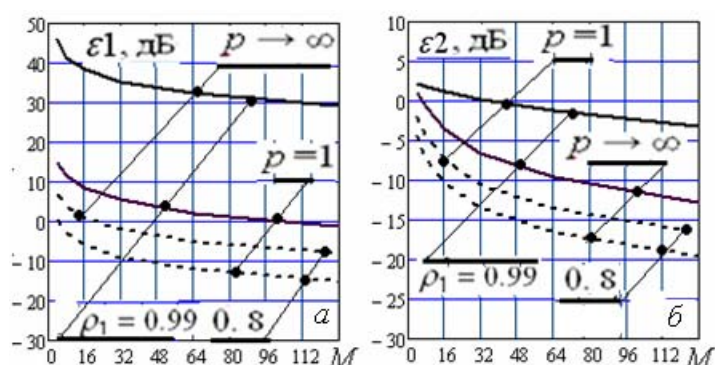


Рисунок 1.20 – Ошибки (1.133), (1.136) Фурье-спектров (1.131)

Видно, что при фиксированном размере M фильтра, как и следует из свойств 1, 2 (п. 1.3.2.В), ошибки по обоим критериям тем меньше, чем ниже значение ρ_1 (шире спектр входного процесса) и меньше степень его неравномерности ("небелости"). При этом "хвосты" спектров процессов $\mathbf{AP} \rightarrow \infty$ воспроизводятся хуже, чем процессов $\mathbf{AP}-1$ (а), тогда как их вершины – лучше (б), особенно при больших значениях ρ_1 .

Так, при $\rho_1 = 0.99$, как следует из рис. 1.17, ширина спектра процесса $\mathbf{AP}-1$ меньше ширины ЭЧХ любого ДПФ-фильтра размером $M \leq 64$, в связи с чем Фурье-

спектр (1.131), (1.140), как следует из свойств 3, 4, воспроизводит не его, а кривую (рис. 1.13, *a*), близкую к ненормированной ЭЧХ (рис. 1.18) ДПФ-фильтров соответствующего размера $M \leq 64$. По мере роста M соотношение их ширин меняется на противоположное, в связи с чем при больших значениях M Фурье-спектр начинает приближаться ко входному спектру (рис. 1.13, *a*).

При том же значении $\rho_1 = 0.99$ спектр процесса $\mathbf{AP} \rightarrow \infty$ шире ЭЧХ ДПФ-фильтров размера $M > 16$, и эти ЭЧХ не воспроизводятся соответствующими Фурье-спектрами. При этом они достаточно хорошо воспроизводят вершину входного спектра (рис. 1.15, *b*, рис. 1.20, *b*), но очень плохо – его быстроспадающие "хвосты" (рис. 1.13, *b*, рис. 1.20, *a*). На причинах этого факта и следствиях из него остановимся подробнее.

В. Основной причиной больших по ПИК (1.133) ошибок воспроизведения быстроспадающих "хвостов" спектров являются боковые лепестки (рис. 1.18) ЭЧХ (1.138) ДПФ-фильтров. Их негативную роль легко пояснить, анализируя приведенные на рис. 1.21 спектры $s_{out}(f, \varphi)$ (1.103) на выходах ДПФ-фильтров ОАС рис. 1.8, *a* размера $M = 64$, настроенных на частоты $\varphi = 0$ (*a*), 0.25 (*b*), 0.5 (*в*). Входными для каждого из них являются смесь шума и процесса $\mathbf{AP} \rightarrow \infty$, выходными – Фурье-спектры (1.131) (площади под кривыми $s_{out}(f, \varphi)$ на рис. 1.21). Горизонтальная штриховая прямая показывает уровень, площадь под которым на интервале интегрирования $f \in (-0.5, 0.5)$ в (1.102) равна значению входного спектра $s(f)$ в точке $f = \varphi$ настройки фильтра. В силу (1.139) и рис. 1.18, *в*, этому же значению с высокой точностью равна и площадь (интеграл) под главным (на частоте φ настройки фильтра) и примыкающими к нему с обеих сторон первыми боковыми лепестками спектров $s_{out}(f, \varphi)$ на выходах фильтров. Поэтому площадь под всеми остальными лепестками порождает ошибку в воспроизведении входного спектра в точке $f = \varphi$. Основной вклад в нее вносят площади лепестков, максимумы которых расположены выше соответствующей горизонтальной линии, а ошибкой из-за боковых лепестков, расположенных под нею, можно пренебречь.

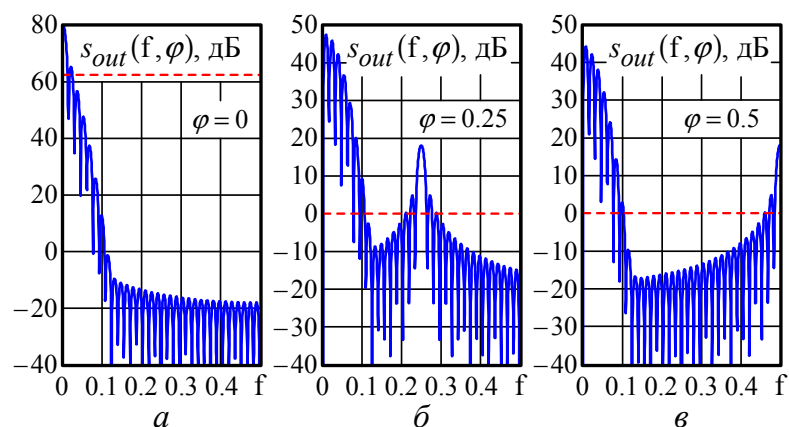


Рисунок 1.21 – Спектры на выходе ДПФ-фильтров ($M = 64$, $p \rightarrow \infty$, $\rho_1 = 0.99$, $\eta = 10^5$)

Так, под ней лежат все боковые лепестки спектра на выходе фильтра, настроенного на частоту $\varphi = 0$ максимума входного спектра (рис. 1.21, *a*). Поэтому, как видно из рис. 1.13, *б*, 1.15, *б*, оцененный и точный спектры в окрестности максимума при $M = 64$ достаточно близки по **ВИК** ($\varepsilon_2 = -10$ дБ, рис. 1.20, *б*). В спектрах на выходах фильтров, настроенных на частоты $\varphi = 0.25$ и $\varphi = 0.5$, площадь боковых лепестков с максимумами выше горизонтальной линии существенно больше площади главного и двух первых боковых лепестков на частотах настройки, что и объясняет очень большую ошибку воспроизведения "хвостов" спектра на рис. 1.13, *б* по **ПИК** ($\varepsilon_1 > 30$ дБ, рис. 1.20, *a*).

На рис. 1.22 показаны спектры $s_{out}(f, \varphi)$ (1.103) на выходе тех же ДПФ-фильтров размера $M = 64$, но для входной смеси шума и процесса АР-1 с существенно более медленно спадающими "хвостами" спектра (рис. 1.12).

Число и, что особенно важно, уровень боковых лепестков, превышающих соответствующие горизонтальные линии, здесь существенно меньше, чем в условиях рис. 1.21, и площадь под ними, определяющая ошибку воспроизведения, близка к площади под главным (на частоте $f = \varphi$ настройки фильтра) и первыми боковыми лепестками. За счет этого ошибки воспроизведения их "хвостов" намного меньше (**ПИК** $\varepsilon_1 \approx 0$ дБ, рис. 1.20, *a*).

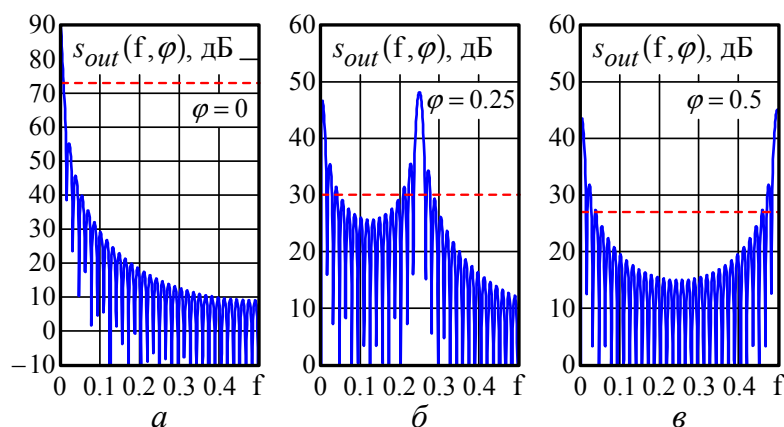


Рисунок 1.22 – Спектры на выходе ДПФ-фильтров ($M = 64$, $p = 1$, $\rho_1 = 0.99$, $\eta = 10^5$)

Г. Задаваясь пороговыми уровнями допустимых значений ПИК ε_1 и ВИК ε_2 , можно по рис. 1.20 количественно определить "предельную" р.с. Фурье-спектров (1.131), (1.140) по воспроизведению тестовых спектров по этим критериям.

В частности, при выборе пороговых уровней $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0 = -10$ дБ р.с. по ПИК равна $M = 40$ (≈ 130) для смеси шума и процессов АР-1 ($\text{АР} \rightarrow \infty$) с $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.8$. При $\rho_1 = 0.99$ они не разрешаются по этому критерию и при значительно больших значениях M (рис. 1.20, а).

Р.с. по ВИК составляет $M = 16$ (32) для процессов $\text{АР} \rightarrow \infty$ (АР-1) с $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.8$, и $M = 64$ – для процесса $\text{АР} \rightarrow \infty$ с $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$. Процесс АР-1 с этими параметрами Фурье-спектрами не разрешается по ВИК ни при каких $M < 300$ (рис. 1.20, б).

Д. Большие ошибки по ПИК воспроизведения "хвостов" быстроспадающих спектров можно уменьшить, снижая вклад составляющих входного спектра, действующих по боковым лепесткам ЭЧХ (1.138) ДПФ-фильтров с ЧХ (1.137). Эту задачу можно решить за счет:

1) снижения уровня боковых лепестков ЭЧХ (1.138) с помощью "сглаживающих" окон, не зависящих от параметров входного процесса [7 – 15];

2) предварительного преобразования входного процесса в фильтре с ИХ, зависящей от КМ, снижающем уровень гармоник, просачивающихся по боковым лепесткам нескорректированной ЭЧХ (1.138).

1.4.2 Предельные возможности "сглаженных" периодограммных (коррелограммных) методов СО

А. Эти методы, названные в [12, с. 48] "...легко реализуемым эмпирическим способом исправления недостатков..." периодограмм, получаются в **ОАС** рис. 1.8, *a* с фильтром со "сглаженной" **ИХ**

$$\mathbf{r}(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{dn}} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(\varphi), \quad \mathbf{D} = \text{diag}\{d_i\}_{i=1}^M, \quad dn = \sum_{i=1}^M d_i^2 \quad (1.142)$$

единичной "длины" (1.106). Здесь \mathbf{D} – диагональная $M \times M$ матрица "сглаживания", а соответствующий "сглаженный" (smoothed) Фурье-спектр (1.102) равен

$$P_{sm}(\varphi) = |\xi(\varphi)|^2 = \frac{\mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \mathbf{D} \cdot \Phi \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(\varphi)}{dn}. \quad (1.143)$$

Известно много разновидностей матриц сглаживания, уменьшающих уровень боковых лепестков **ЭЧХ** [8 – 14]. К ним относятся, в частности, матрицы "колокольного" сглаживания с диагональными элементами

$$d_i = c \left(1 - 2 \cdot \frac{i-1}{M-1}\right)^2, \quad d_1 = d_M = c \leq 1, \quad i \in 1, M, \quad (1.144)$$

зависящими от "параметра сглаживания" $c > 0$. В частном случае $c = 1$ **ИХ** (1.142) переходит в "несглаженную" **ИХ** (1.137) **ДПФ**-фильтра.

На рис. 1.23 сплошными кривыми показаны нормированные **ЭЧХ** $n_p(\Delta) = k_p(\Delta)/k_p(0)$ фильтров рис. 1.9 размера $M = 8$ и $M = 512$ с **ИХ** (1.142), (1.144) с параметром сглаживания $c = 1/M$. Штриховыми кривыми воспроизведены **ЭЧХ** рис. 1.18 фильтров с "несглаженными" **ИХ** ($c = 1$).

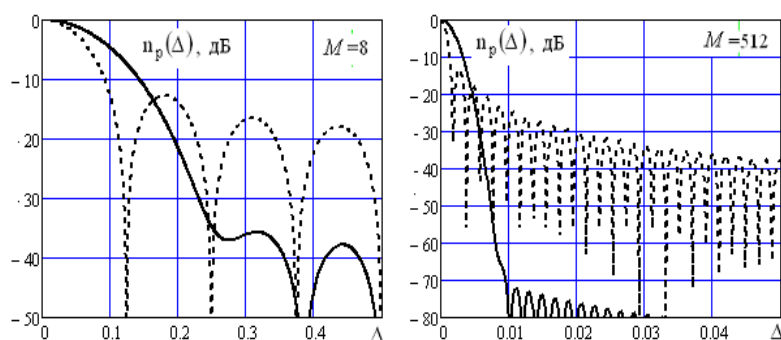


Рисунок 1.23 – **ЭЧХ** "сглаженных" **ДПФ**-фильтров

Здесь наглядно видны хорошо известные эффекты "сглаживания" **ИХ** – снижается уровень боковых лепестков **ЭЧХ** и одновременно расширяется ее главный лепесток.

Б. На рис. 1.24 показаны "несглаженные" ($c=1$) (1.131) и "сглаженные" ($c=1/M$) (1.143) Фурье-спектры тестовых процессов **АР-1** и **АР** → ∞ (рис. 1.12) с $\eta=10^5$, $\rho_1=0.99$ (штриховые кривые).

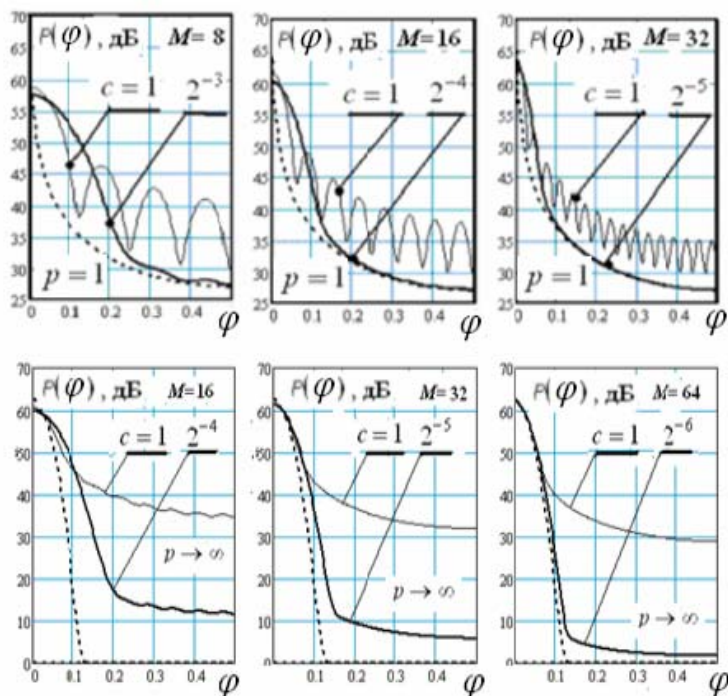


Рисунок 1.24 – Фурье-спектры (1.131), (1.143) ($\eta=10^5$, $\rho_1=0.99$)

Соответствующие ошибки воспроизведения по **ПИК** и **ВИК** показаны на рис. 1.25. Штриховые кривые здесь относятся к "несглаженным" (1.131), а сплошные – к "сглаженным" (1.143) Фурье-спектрам.

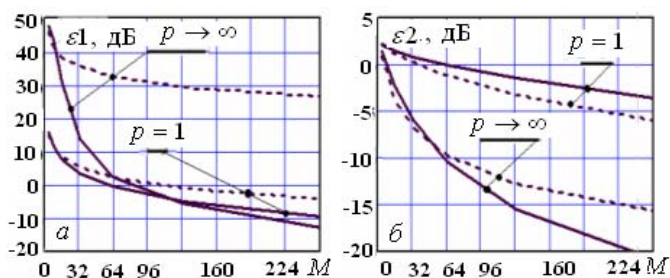


Рисунок 1.25 – Ошибки Фурье-спектров (1.131) и (1.143)

Видно, что "сглаживание" **ИХ** (1.142), уменьшающее относительный уровень боковых лепестков **ЭЧХ** (рис. 1.23), существенно уменьшает ошибки воспроизведения по **ПИК** быстроспадающих "хвостов" спектров процесса $AP \rightarrow \infty$ (а). При этом, однако, из-за расширения главного лепестка **ЭЧХ** (рис. 1.23) увеличиваются ошибки воспроизведения по **ВИК** (б) узких гребней спектров процесса $AP-1$.

Как следует из рис. 1.25, при пороговом уровне допустимых ошибок $\varepsilon_0 = -10$ дБ "предельные" **р.с. СФ** (1.143) $M > 180$ по **ПИК** и $M > 64$ по **ВИК** могут быть больше доступного размера пачки (табл. 1.4).

Рассмотрим поэтому второй подход (п. 1.4.1.Д) к ослаблению недостатков классических методов **СО**, порожденных боковыми лепестками **ЭЧХ** (1.138) (рис. 1.18), который реализуется параметрическими методами **СО**.

1.4.3 Анализируемые параметрические методы **СО**

Базовыми для всех рассматриваемых методов **СО** являются метод "линейного предсказания (**ЛП**) (linear prediction (**LP**))" [13 – 15, 21 – 23] с **СФ**

$$s_{LP}(f) = 1/|r_\ell(f)|, \quad \ell = [(M+1)/2] \quad (1.145)$$

и две его разновидности с **СФ**

$$s_{ME1}(f) = \psi_{MM}/|r_M(f)|^2, \quad s_{ME2}(f) = \psi_{11}/|r_1(f)|^2,$$

имеющие отдельное название – метод "максимальной энтропии (**МЭ**) (maximum entropy (**ME**))" **Берга** [7, 10 – 18, 22, 25]. Здесь и далее $r_\ell(f)$, $p_\ell(f)$, $q_\ell(f)$, $\ell \in 1, M$ – компоненты векторов

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(f) = \{r_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f), \quad \mathbf{p}(f) = \{p_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(f), \\ \mathbf{q}(f) = \{q_\ell(f)\}_{\ell=1}^M = \mathbf{N}^* \cdot \mathbf{x}(f), \end{aligned} \quad (1.146)$$

полученных умножением на векторы $\mathbf{x}(f)$ (1.100) матриц

$$\begin{aligned} \mathbf{\Psi} = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^*, \\ \mathbf{H} = \{H_{ij}\}_{i,j=1}^M, \quad \mathbf{N} = \{N_{ij}\}_{i,j=1}^M, \quad H_{ij} = N_{ij} = 0, \quad j > i. \end{aligned} \quad (1.147)$$

Поскольку в силу (1.147), (1.146)

$$r_M(f) = \sqrt{\psi_{MM}} \cdot p_M(f), \quad r_1(f) = \sqrt{\psi_{11}} \cdot q_1(f),$$

эти **СФ** можно записать и в более простом виде

$$s_{ME1}(f) = 1/|p_M(f)|^2, \quad s_{ME2}(f) = 1/|q_1(f)|^2. \quad (1.148)$$

Сущность этих **СФ** очевидна – они представляют собой спектр входного процесса, формируемый **ОАС** рис. 1.8, δ с различными **ИХ** – центральной ($\ell = [(M+1)/2]$) строкой матрицы Ψ и "крайними" ($\ell = M, \ell = 1$) строками матриц \mathbf{H} и \mathbf{N}^* (1.147).

Заметим, что в задачах квазигармонического **СО** под **СФ** метода **ЛР** обычно понимается более просто вычисляемый квадрат **СФ** $s_{LR}(f)$ (1.145) [22]. Для этих задач такое представление, увеличивающее контраст между пиками спектра анализируемых гармоник, вполне допустимо, но оно неприемлемо в задаче воспроизведения непрерывных спектров отражений от **МО**, поскольку потенциально соответствует не спектру, а квадрату искомого спектра входного процесса.

Рассмотрим комбинации базовых **СФ**. Начнем с метода "минимальной дисперсии (**МД**) (minimum dispersion (**MD**))" Кейпона [13 – 17, 19 – 27] с **СФ**

$$s_{MD}(f) = \frac{M}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)},$$

в силу (1.147), (1.146) допускающей представления [47]

$$s_{MD}(f) = \frac{1}{\frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M |p_m(f)|^2} = \frac{1}{\frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M |q_{M+1-m}(f)|^2}. \quad (1.149)$$

Знаменатели этих **СФ** представляют собой среднее арифметическое **ЭЧХ** фильтров с **ИХ** – всеми строками треугольных матриц \mathbf{H} или \mathbf{N}^* . Тем самым, здесь усредняются **ЭЧХ** не только обеляющих ($m \in p+1, M$), но и "недообеляющих" ($m \in 1, p$) фильтров. В связи с этим **СФ** (1.149) не совпадет со спектром входного процесса и, следовательно, воспроизводит его потенциально хуже, чем предыдущие **СФ**. Это, однако, не означает, что такое же соотношение между ними сохранится и в "адаптивной" ситуации.

Аналогично можно охарактеризовать и метод "теплового шума (ТШ) (internal noise (IN))" [20 – 24, 48] с **СФ**

$$s_{\text{IN}}(f) = \frac{M}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi^2 \cdot \mathbf{x}(f)}.$$

Ее варианты, скорректированные для задач воспроизведения непрерывных спектров, имеют вид

$$s_{\text{IN1}}(f) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M |r_m(f)|^2}}, \quad (1.150)$$

$$s_{\text{IN2}}(f) = \frac{1}{\frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M |r_m(f)|}. \quad (1.151)$$

В знаменателе первой **СФ** (1.150) стоит корень из среднего арифметического **ЭЧХ** фильтров с **ИХ** – всеми строками матрицы Ψ . Поскольку при этом усредняются **ЭЧХ** обрабатывающих ($m \in p+1, M-p$), "недообрабатывающих" ($m \in 2, p, m \in M-p+1, M-1$) и обеляющих ($m=1, m=M$) фильтров, подкоренное выражение отличается от **ЭЧХ** обрабатывающего, а корень из него – от **ЭЧХ** обеляющего фильтра, так что **СФ** (1.150) в целом потенциально воспроизведет входной спектр хуже, чем базовые **СФ** (1.145), (1.148).

Знаменатель второй **СФ** (1.151) как среднее арифметическое **ЭЧХ** обеляющих ($m \in p+1, M-p$) и "недообеляющих" фильтров потенциально также воспроизведет входной спектр хуже базовых **СФ**.

Для метода Борджотти–Лагунаса (**БЛ**) (Borgiotti–Lagunas (**BL**)) [21–25] с **СФ**

$$s_{\text{BL}}(f) = \frac{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(f)}{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Psi^2 \cdot \mathbf{x}(f)} = \frac{s_{\text{IN}}(f)}{s_{\text{MD}}(f)}$$

в силу (1.147), (1.146), (1.149), (1.150) допустимы представления

$$s_{\text{BL}}(f) = \frac{\sum_{m=1}^M |p_m(f)|^2}{\sum_{m=1}^M |r_m(f)|^2} = \frac{\sum_{m=1}^M |q_m(f)|^2}{\sum_{m=1}^M |r_m(f)|^2}. \quad (1.152)$$

Здесь с точностью до множителя $1/M$ числитель является приближенной аппроксимацией ЭЧХ обеляющего фильтра (обратной спектру входного процесса), а знаменатель – ЭЧХ обращающего фильтра (обратной квадрату этого спектра), поэтому дробь в целом также аппроксимирует искомый спектр, но с качеством, потенциально уступающим качеству базовых СФ.

Более высокого качества потенциально можно ожидать от "модифицированного алгоритма Кейпона (МАК)" [25, 27, 46] с СФ

$$s_{\text{MAC}}(f) = \frac{s_{\text{LP}}^2(f)}{s_{\text{MD}}(f)} = \frac{\sum_{m=1}^M |p_m(f)|^2}{M \cdot |r_{(M+1)/2}(f)|^2} = \frac{\sum_{m=1}^M |q_m(f)|^2}{M \cdot |r_{(M+1)/2}(f)|^2}, \quad (1.153)$$

числитель которой аппроксимирует ЭЧХ обеляющего фильтра (обратную спектру входного процесса) с той же точностью, что и числитель СФ (1.152) метода БЛ, тогда как знаменатель здесь теоретически точно совпадает с ЭЧХ обращающего фильтра (обратной квадрату этого спектра).

II. Названия параметрических методов СО не ограничиваются приведенными. Они отражают многообразие подходов, на основе которых может синтезироваться и трактоваться каждый из них. Это явно прослеживается по многим литературным источникам, где одинаковые СФ синтезируются разными способами, по-разному называются и трактуются [12, 13 – 16, 21 – 24, 47 – 51].

Развитый выше подход основан на целенаправленном учете связей искомого спектра входного процесса с ЭЧХ фильтров с ИХ – строками матрицы, обратной КМ, или ее треугольных сомножителей. Он ни в коей мере не противоречит известным подходам, но дополняет их, позволяя единообразно и достаточно просто объяснить свойства различных СФ и, что более важно, "увидеть" их практически полезные модификации. К их числу можно отнести, в частности, "промежуточные (intermediate)" [46] СФ

$$s1_{\text{int}}(f) = \frac{M_e}{\sum_{m=\chi \cdot M}^M |p_m(f)|^2}, \quad M_e = M \cdot (1 - \chi) + 1, \quad (1.154)$$

$$s2_{\text{int}}(f) = \frac{M_e}{\sum_{m=\chi \cdot M}^M |q_{M+1-m}(f)|^2}, \quad M_e = M \cdot (1 - \chi) + 1, \quad (1.155)$$

$$s_{3_{\text{int}}}(\mathbf{f}) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{N_e} \cdot \sum_{m=\text{beg}}^{\text{end}} |r_m(\mathbf{f})|^2}}, \quad \begin{aligned} \text{beg} &= \left\lceil \tau \cdot \frac{M+1}{2} \right\rceil, & \text{end} &= M - \text{beg} + 1, \\ N_e &= \text{end} - \text{beg} + 1. \end{aligned} \quad (1.156)$$

Здесь M_e и N_e – число накапливаемых элементов векторов (1.146), регулируемое "коэффициентами использования размера пачки"

$$\chi \in 1/M, 1 \quad \text{и} \quad \tau \in 2/(M+1), 1. \quad (1.157)$$

При минимальных значениях $\chi = 1/M$ и $\tau = 2/(M+1)$ $M_e = N_e = M$, так что **СФ** (1.154), (1.155) преобразуются в **СФ** (1.149) метода **МД** Кейпона, а **СФ** (1.156) – в **СФ** (1.150) метода **ТШ**. При максимальных $\chi = \tau = 1$ $M_e = 1$, а $N_e = 2$ (1) при четных (нечетных) значениях M . При этом **СФ** (1.154), (1.155) преобразуются в **СФ** (1.148) метода **МЭ** Берга, а **СФ** (1.156) – в **СФ** (1.145) метода **ЛШ**.

Аналогичным способом могут быть построены и "промежуточные" разновидности **СФ** (1.151) – (1.153).

Смысл "промежуточных" **СФ** заключается в увеличении относительной доли "однородных" **ЭЧХ**, формирующих итоговый спектр. За счет этого можно рассчитывать на более высокие "предельные" возможности **СО**, чем при максимальном числе суммируемых "разнородных" **ЭЧХ**, и меньший, чем при их минимальном числе, уровень флуктуаций в "адаптивной" ситуации.

1.4.4 Предельные возможности параметрических методов **СО**

А. На рис. 1.26 показаны результаты воспроизведения тестовых спектров (рис. 1.12) процессов **АР-1** и **АР** → ∞ **СФ** (1.149) метода **МД** Кейпона, которая обычно записывается в виде [13 – 17, 19 – 27]

$$s_{\text{MD}}(\varphi) = 1/P(\varphi), \quad P(\varphi) = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(\varphi)/M. \quad (1.158)$$

Штриховыми кривыми здесь показаны тестовые спектры, штрихпунктирными – "сглаженные" Фурье-спектры (1.143) размеров $M = 16$ и $M = 32$, сплошными – **СФ** (1.158) различного размера M , которые далее называются **МД**-спектрами.

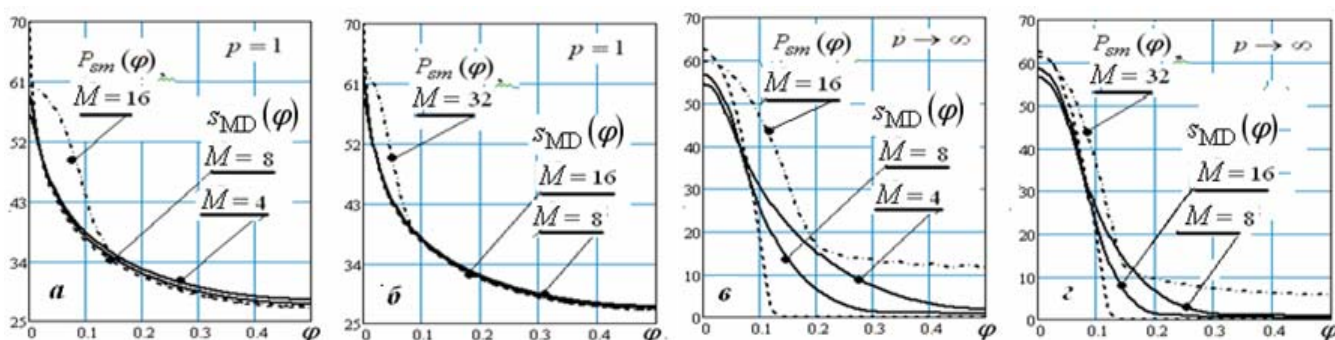


Рисунок 1.26 – МД-спектры ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Видно, что в приведенных примерах МД-спектры (1.158) не хуже, чем "сглаженные" Фурье-спектры (1.143) воспроизводят сравнительно медленно спадающие хвосты спектра процесса AR-1 (a , b), но заметно лучше – быстроспадающие "хвосты" спектра процесса $\text{AR} \rightarrow \infty$ (v , z).

Разница между ними количественно характеризуется ошибками по ПИК, показанными на рис. 1.27 для "сглаженных" Фурье-спектров (1.143) (штриховые кривые) и МД-спектров (сплошные).

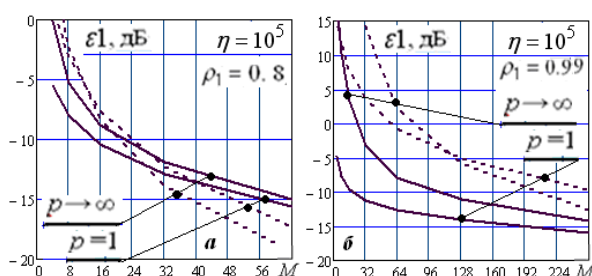


Рисунок 1.27 – Ошибки по ПИК МД-спектров (1.158) и "сглаженных" Фурье-спектров (1.143)

Как следует из этого рисунка, для AR -процессов с "низким" коэффициентом корреляции ($\rho_1 = 0.8$) оба метода близки по разрешающей способности (a). Так, их ошибка по ПИК не превосходит значения $\varepsilon_0 = -10$ дБ уже при $M \geq 20$. Но при том же пороге ($\varepsilon_0 = -10$ дБ) и $\rho_1 = 0.99$ (b) выигрыш МД-спектров в **р.с.** близок к 2 для процессов $\text{AR} \rightarrow \infty$ и к 10 – для процессов AR-1 . Столь большой выигрыш в последнем случае объясняется плохим воспроизведением "сглаженным" Фурье-спектром узких пиков спектра процесса AR-1 с высоким коэффициентом корреляции $\rho_1 = 0.99$ (рис. 1.26, a , b).

Б. Остановимся на принципиальных отличиях рассмотренного способа снижения вредного влияния боковых лепестков (рис. 1.18) ЭЧХ (1.138) ДПФ-фильтра с ИХ $\mathbf{r}(\varphi)$ (1.137). Для этого заметим вначале, что МД-спектр $s_{\text{MD}}(\varphi)$ (1.149), (1.158) можно получить в рамках ОАС рис. 1.8, *a*, используя в нем линейный фильтр с ИХ

$$\mathbf{r}(\varphi) = \Psi \cdot \mathbf{x}_M(\varphi), \quad \mathbf{x}_M(\varphi) = (1/\sqrt{M}) \cdot \mathbf{x}(\varphi). \quad (1.159)$$

В этом случае его выходной сигнал (1.91) допускает представление

$$\xi(\varphi) = \mathbf{r}^*(\varphi) \cdot \mathbf{u} = \mathbf{x}_M^*(\varphi) \cdot \mathbf{w}, \quad \mathbf{w} = \{w_\ell\}_{\ell=1}^M = \Psi \cdot \mathbf{u}, \quad (1.160)$$

а Фурье-спектр $P(\varphi)$ (1.102) совпадает с (1.158). Тем самым МД-спектр может формироваться ОАС рис. 1.8, *a*, построенным по схеме рис. 1.28.

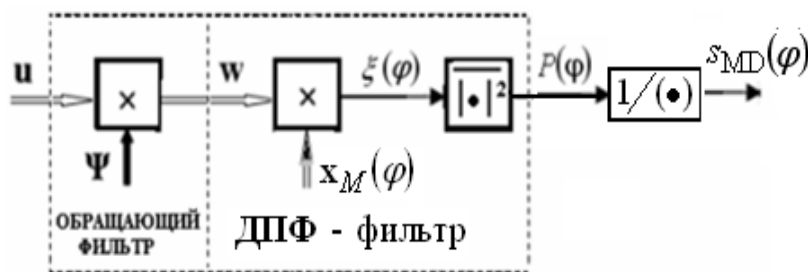


Рисунок 1.28 – Формирование МД-спектра

Его основное отличие от ОАС рис. 1.8, *a* с ИХ (1.137) заключается в том, что в его ДПФ-фильтре преобразовывается не входной вектор \mathbf{u} , а результат \mathbf{w} (1.160) его предварительного преобразования в фильтре с МИХ $\Psi = \Phi^{-1}$. Как и исходный вектор $\mathbf{u} \sim CN(0, \Phi)$ (1.111), преобразованный вектор $\mathbf{w} \sim CN(0, \Phi_{\mathbf{w}})$ имеет нулевое среднее, но его КМ

$$\Phi_{\mathbf{w}} = \overline{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^*} = \overline{\Psi \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^* \cdot \Psi} = \Psi \cdot \Phi \cdot \Psi = \Psi = \Phi^{-1} \quad (1.161)$$

обратна КМ Φ . По этой причине фильтр с МИХ $\Psi = \Phi^{-1}$ на входе схемы рис. 1.28 назван обращающим фильтром (КМ входного процесса).

Равенством Винера – Хинчина

$$\Phi_{\mathbf{w}} = \Psi = \{\psi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{\mathbf{w}}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df \quad (1.162)$$

КМ (1.161) связана со спектром $s_w(f)$ процесса w на входе **ДПФ**-фильтра, в связи с чем его выходной Фурье-спектр (1.102) в условиях (1.159) равен

$$P(\varphi) = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \Psi \cdot \mathbf{x}(\varphi) / M = \int_{-1/2}^{1/2} s_{w out}(f, \varphi) df, \quad (1.163)$$

где

$$s_{w out}(f, \varphi) = s_w(f) \cdot k_p(f, \varphi) - \quad (1.164)$$

спектр на выходе **ДПФ**-фильтра с **ЭЧХ** $k_p(f, \varphi)$ (1.138) в схеме рис. 1.28.

Примеры этих спектров для **ДПФ**-фильтров размера $M = 64$, настроенных на частоты $\varphi = 0, 0.25$ и 0.5 , показаны на рис. 1.29. Горизонтальная прямая здесь показывает уровень, **площадь** под которым на интервале интегрирования $f \in (-0.5, 0.5)$ в (1.102) равна значению входного спектра $s_w(f)$ **ДПФ**-фильтра в точке $f = \varphi$ его настройки.

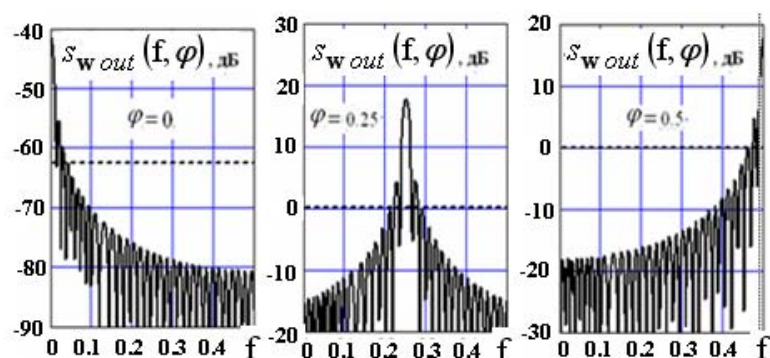


Рисунок 1.29 – Спектры на выходе **ДПФ**-фильтра рис. 1.28

$$(M = 64, p \rightarrow \infty, \rho_1 = 0.99, \eta = 10^5)$$

Спектры рис. 1.29 радикально отличаются от спектров $s_{out}(f, \varphi)$ на выходе **ДПФ**-фильтров схемы рис. 1.8 (без фильтра, обращающего **КМ**). В отличие от последних, в них нет интенсивных боковых лепестков в зоне гребней входного спектра – основного источника больших ошибок воспроизведения его быстроспадающих "хвостов" (п. 1.4.1.В). Спектры (1.164) рис. 1.29 пропорциональны **ЭЧХ** (1.138) (рис. 1.18) с коэффициентом пропорциональности, равным $s_w(\varphi)$. В силу (1.107) это означает, что Фурье-спектр (интеграл (1.163)) на выходе перестраиваемого по ча-

стоте в диапазоне $\varphi \in (-0.5, 0.5)$ ДПФ-фильтра схемы рис. 1.28 практически точно воспроизводит спектр $s_w(\varphi)$ на его входе.

В. Установим связь между этим "точно воспроизводимым" спектром $s_w(\varphi)$ и искомым входным спектром $s(\varphi)$. С этой целью воспользуемся равенствами Винера – Хинчина (1.162) и (1.99) для соответствующих **КМ**. Перемножая их, получим

$$\int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} s_w(\varphi) \cdot s(f) \cdot \sigma(\varphi, f) \cdot \mathbf{x}(\varphi) \cdot \mathbf{x}^*(f) d\varphi df = \mathbf{I}_M, \quad (1.165)$$

где через $\sigma(\varphi, f)$ обозначена функция

$$\sigma(\varphi, f) = \mathbf{x}^*(\varphi) \cdot \mathbf{x}(f) = \sum_{\ell=1}^M x_{\ell}^*(\varphi) \cdot x_{\ell}(f),$$

в силу (1.100) равная

$$\begin{aligned} \sigma(\varphi, f) &= \sum_{\ell=1}^M e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta \cdot \ell} = c \cdot \text{sum}(\Delta), \quad \Delta = f - \varphi, \\ \text{sum}(\Delta) &= \frac{\sin(\pi \cdot M \cdot \Delta)}{\sin(\pi \cdot \Delta)} = \sum_{\ell=1}^M e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Delta \cdot b_{\ell}}, \\ c &= e^{j \cdot \pi \cdot (M+1) \cdot \Delta}, \quad b_{\ell} = \ell - (M+1)/2. \end{aligned} \quad (1.166)$$

Ширина $2/M$ главного лепестка функции $\text{sum}(\Delta)$ (1.166) по уровню первых нулей по мере роста M уменьшается, а значение максимума в точке $\Delta = 0$ растет. При этом интеграл

$$I(M) = \int_{-1/2}^{1/2} \text{sum}(\Delta) d\Delta = \sum_{\ell=1}^M \frac{\sin(\pi \cdot (\ell - (M+1)/2))}{\pi \cdot (\ell - (M+1)/2)}$$

при любых нечетных $M = 2 \cdot k - 1$ равен $I(M) = 1$. Это равенство приближенно справедливо и для четных $M = 2 \cdot k$ при $k \geq 15$.

Функция (1.166) с такими свойствами и шириной $2/M \ll \Delta f$, существенно меньшей эффективной ширины Δf спектра $s(f)$, в интеграле (1.165) может быть приближенно заменена на дельта-функцию Дирака $\text{sum}(\Delta) \approx \delta(\Delta) = \delta(f - \varphi)$. Тем самым в гипотетических условиях $M \rightarrow \infty$ (1.165) преобразуется в равенство

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_w(f) \cdot s(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{I}_M,$$

которое, как следует из (1.101), выполнится при

$$s_w(f) = 1/s(f). \quad (1.167)$$

При реально конечных M это равенство является приближенным, но тем более точным, чем строже выполняется условие $2/M \ll \Delta f$.

Тем самым ДПФ-фильтром схемы рис. 1.28 формируется Фурье-спектр $P(\varphi)$ (1.163) не входного, а примерно обратного ему спектра $s_w(f)$. Именно в связи с этим на его выходе вычисляется величина, обратная $P(\varphi)$, представляющая собой СФ $s_{MD}(\varphi) = 1/P(\varphi)$ (1.149) метода МД Кейпона.

Г. Равенство (1.167) объясняет причины, по которым в спектрах $s_{wout}(f, \varphi)$ на выходе "несглаженных" ДПФ-фильтров с высоким уровнем боковых лепестков ЭЧХ (рис. 1.18) отсутствуют боковые лепестки, превышающие уровень соответствующих горизонтальных прямых (рис. 1.29). Спектр $s_w(f)$ на входе ДПФ-фильтра в схеме рис. 1.28 примерно обратен входному спектру $s(f)$ фильтра, обращающего КМ. Поэтому зонам максимумов входного спектра $s(f)$ соответствуют зоны минимумов спектра $s_w(f)$, в связи с чем по высоким боковым лепесткам ЭЧХ (рис. 1.18) ДПФ-фильтра из этих зон "нечему просачиваться". В выходной спектр $s_{wout}(f, \varphi)$ ДПФ-фильтра, согласованного с гармоникой спектра $s_w(f)$ на частоте $f = \varphi$ его настройки, "просачивается" только эта "полезная" составляющая входного спектра $s_w(f)$ и неподавленные обращаемым фильтром остатки его "мешающих" составляющих из зоны боковых лепестков его ЭЧХ (1.138). Это и объясняет малые ошибки воспроизведения МД-спектрами быстроспадающих "хвостов" входного спектра (рис. 1.27).

Д. Подчеркнем, что этот результат достигнут не за счет уменьшения боковых лепестков ЭЧХ (1.138) путем "сглаживания" (1.142) ИХ (1.137), а за счет предварительного преобразования входного процесса в фильтре с МИХ Ψ , обратной его КМ (рис. 1.28). В результате этого преобразования оптимально подавляются "мешающие" составляющих входного спектра вне частоты настройки ДПФ-фильтра, который выполняет функции согласованного фильтра "полезной" гармоники преобразо-

ванного спектра с частотой $f = \varphi$. Оптимальность заключается в том, что мощность $\sigma_\ell^2 = \overline{|w_\ell|^2} = \psi_{\ell\ell}$ процесса $w_\ell = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \Psi \cdot \mathbf{u}$ на ℓ -м, $\ell \in 1, M$ выходе фильтра с ИХ $\mathbf{e}_\ell^* \cdot \Psi$ – ℓ -й строкой матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$, минимальна по сравнению с мощностью процесса $v_\ell = \mathbf{k}_\ell^* \cdot \mathbf{u}$ на выходе фильтра с любой другой ИХ $\mathbf{k}_\ell^* = \{k_i\}_{i=1}^M \neq \mathbf{e}_\ell^* \cdot \Psi$ при условии, что их ℓ -е компоненты совпадают ($k_\ell = \psi_{\ell\ell} > 0$) [52]. Именно это свойство условной минимизации мощности (дисперсии) фильтрами с ИХ – строками матрицы Ψ , взято за основу в [13], где метод Кейпона [19], вначале называвшийся "методом максимального правдоподобия (МП) [47, 49, 51]", переименован в метод "минимальной дисперсии (МД)".

Реализуемый в нем механизм полностью согласуется с общей методологией "сверхразрешения", уже около полувека назад обоснованной в работах **Я.Д. Ширмана** [17]. Она предполагает подавление "мешающих" составляющих входного процесса вне "направления" (здесь – частоты) анализа, и накопление его "полезной" (с "направления" анализа) составляющей. Эта же методология лежит в основе "единой теории адаптивных к данным методов непрерывного анализа", заявленной в [22] почти три десятилетия спустя после основополагающих работ **Я.Д. Ширмана** [28 – 30].

Е. Использованный в п. 1.4.3, подход не противоречит этой методологии. В нем, однако, акцентируется внимание не на способности фильтров с ИХ – строками матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$ или ее треугольных сомножителей (1.147) минимизировать дисперсию (мощность), а на их способности обелять или обращать спектр входного АР-процесса, сопровождающей соответствующую условную минимизацию [52]. Из основанных на этом рассуждений п. 1.4.3 следует, в частности, что в реальных условиях конечных M преимущества МД-спектра (1.149), (1.158) по сравнению со сглаженным Фурье-спектром (1.143) по ПИК (рис. 1.27) не гарантируют аналогичных преимуществ и по ВИК. Это подтверждается сравнением соответствующих ошибок, показанных на рис. 1.30 для тех же условий, что и на рис. 1.27. Сплошные кривые здесь соответствуют МД-спектрам (1.149), (1.158), штриховые – "сглаженным" Фурье-спектрам (1.143).

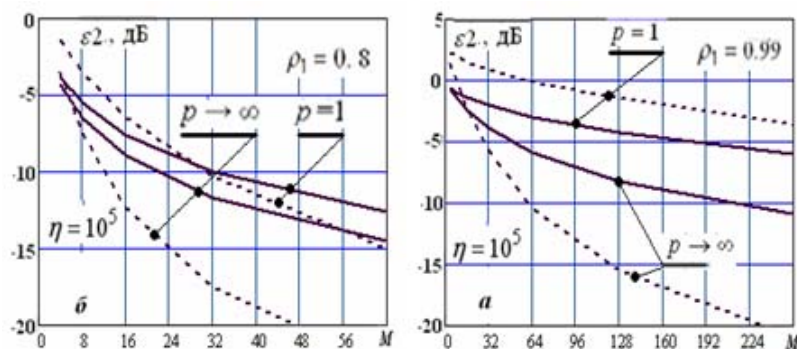


Рисунок 1.30 – Ошибки по **ВИК** (1.136) **МД**-спектров (1.158) и "сглаженных" Фурье-спектров (1.143)

Для процессов **АР-1** **МД**-спектры незначительно превосходят "сглаженные" Фурье-спектры, но для процессов **АР** $\rightarrow \infty$ могут значительно уступать им. Так, при $\rho_1 = 0.99$ (*a*) их **р.с.** по **ВИК** при пороге $\varepsilon_0 = -10$ дБ примерно втрое меньше, чем "сглаженных" Фурье-спектров. Как показано в п. 1.4.3, причина этого заключается в равновесном комбинировании в знаменателе **СФ** (1.149) метода **МД** "разнородных" **ЭЧХ**. По этой же причине параметрические методы **СО** с **СФ** (1.150) – (1.153), в которых также равновесно комбинируются "разнородные" **ЭЧХ**, могут иметь неприемлемо низкую точность воспроизведения. Это иллюстрируется рис. 1.31, где показаны **СФ** методов **ТШ** (1.150), **БЛ** (1.152) и **МАК** (1.153) для процесса **АР** $\rightarrow \infty$ при $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$, спектр которого с шумом показан штриховой кривой.

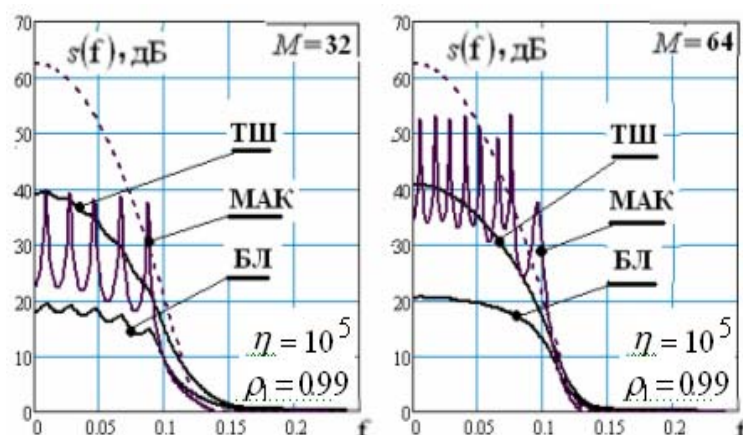


Рисунок 1.31 – **СФ** методов **ТШ**, **МАК**, **БЛ**

Из-за низкой точности эти методы мало пригодны для решения рассматриваемой задачи воспроизведения непрерывных спектров отражений от **МО**, которая по

условиям и критериям существенно отличается от задачи оценивания направлений на $n < M$ точечных источников излучений в антенной решетке, для решения которой они предназначались [21 – 27, 53, 54].

Поэтому ниже основное внимание уделяется более простым и эффективным базовым **СФ** (1.145), (1.148), в которых такого комбинирования нет, и "промежуточным" **СФ** (1.154) – (1.156), где число комбинируемых разнородных **ЭЧХ** меньше.

Ж. На рис. 1.32 приведены **LP**-спектры (1.145), **ME**-спектры (1.148), **MD**-спектры (1.149) (сплошные кривые), Фурье-спектры (1.131) и их "сглаженные" разновидности (1.143) (штрихпунктирные кривые) для размеров $M = 4, 8$ анализируемых пачек процесса **AP-1** с $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$.

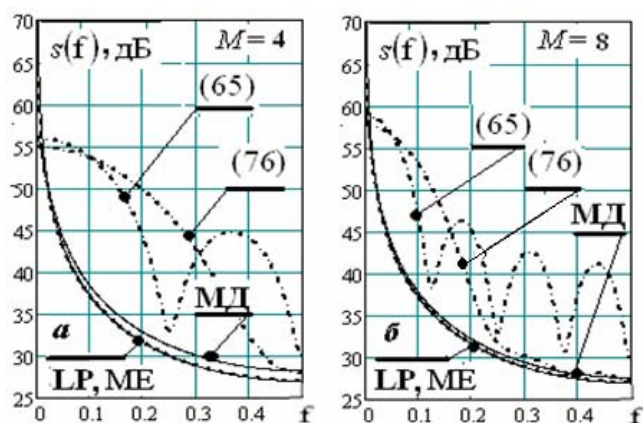


Рисунок 1.32 – **СФ** методов **LP**, **ME**, **MD** ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Наблюдаемое здесь совпадение **LP**-спектров и **ME**-спектров, уже при $M = 4$ практически "укладывающихся" на точный спектр, показанный штриховой кривой, обусловлено высокой степенью согласования входного процесса и фильтров с **ИХ**, равными последней (первой) строке матрицы **H** (\mathbf{N}^*) и "средней" строке матрицы $\mathbf{\Psi} = \mathbf{\Phi}^{-1}$ (1.147). Источник рассогласования здесь – только шум приемника, однако его влияние в данном случае (процесс **AP-1**, $\eta = 10^5$) даже меньше, чем $\eta = 10^3$. Поэтому знаменатели **СФ** (1.145), (1.148) с высокой точностью совпадают с **ЭЧХ** (1.97) обеляющего фильтра, а **СФ** – со спектром входного процесса.

Знаменатели **СФ** (1.149) метода **MD** в данном случае содержат только одно (первое) слагаемое, отличающееся от **ЭЧХ** (1.97) обеляющего фильтра. Его влияние

на итоговую **СФ** тем меньше, чем больше значение M . В условиях примера рис. 1.32 оно незначительно уже при $M=4$ (а) и практически отсутствует при $M=8$ (б).

3. Влияние обусловленного шумом рассогласования увеличивается по мере роста порядка **АР**-составляющей входной смеси. Это количественно иллюстрируется результатами рис. 1.33, аналогичными приведенным на рис. 1.32, но для смеси шума и процесса $\text{АР} \rightarrow \infty$ с $\eta=10^5$ и $\rho_1=0.99$.

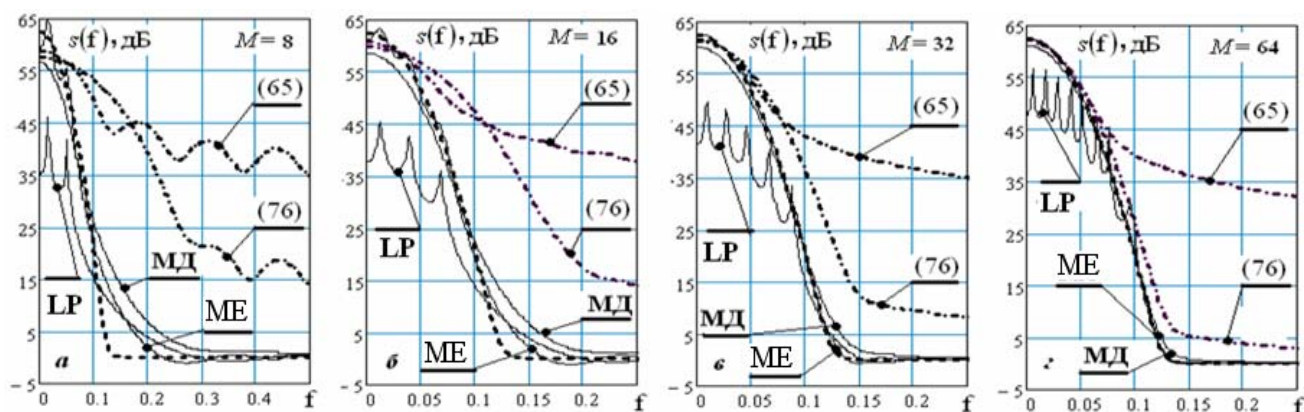


Рисунок 1.33 – **СФ** методов **LP**, **ME**, **MD** ($p \rightarrow \infty$, $\eta=10^5$, $\rho_1=0.99$)

В этих условиях знаменатели **СФ** рассматриваемых параметрических методов уже не совпадают с **ЭЧХ** обесцвечивающих фильтров. Их отличия тем больше, чем меньше размер пачки и чем ближе к середине строка матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$ – **ИХ** фильтра. Именно этим объясняются большие ошибки воспроизведения гребня входного спектра **LP**-спектрами, определяющимися **ИХ** – средней строкой матрицы Ψ , при относительно малых ошибках **ME**-спектров, определяющихся первой (или последней) строкой этой матрицы. Флуктуации **LP**-спектра объясняют и флуктуации **МАК**-спектра (рис. 1.31), **СФ** которого (1.153) содержит квадрат **LP**-спектра (1.145).

К. Результаты количественного сравнения по **ПИК** и **ВИК** методов **ME**, **MD**, а также их "промежуточных" разновидностей, показаны на рис. 1.34. Цифрами 0.75, 0.5 и 0.25 указано относительное значение $\mu = M_e/M$ числа накапливаемых элементов векторов (1.146), формирующих "промежуточные" **СФ** (1.154), **СФ** (1.155). При $\mu=1$ они переходят в **СФ** (1.149) метода **MD**, при $\mu=1/M$ – в **СФ** (1.148) метода **ME**.

Видно, что даже в рассмотренной ситуации существенного рассогласования, обусловленного шумом приемника, **МЕ** и **МД**-спектры, как и их "промежуточные" разновидности, значительно точнее по **ПИК** (*a*), чем "сглаженные" (1.143) и, тем более, "несглаженные" (1.131) Фурье-спектры. Последние могут превосходить **МД**-спектры по **ВИК** (*b*), характеризующему качество воспроизведения гребней спектров, но уступают по этому критерию **МЕ**-спектрам и их "промежуточным" разновидностям, которые при относительно небольших значениях *M* могут быть даже точнее базовых **МЕ**-спектров за счет сглаживания их флуктуаций в окрестности максимума (рис. 1.32, *a*, *b*).

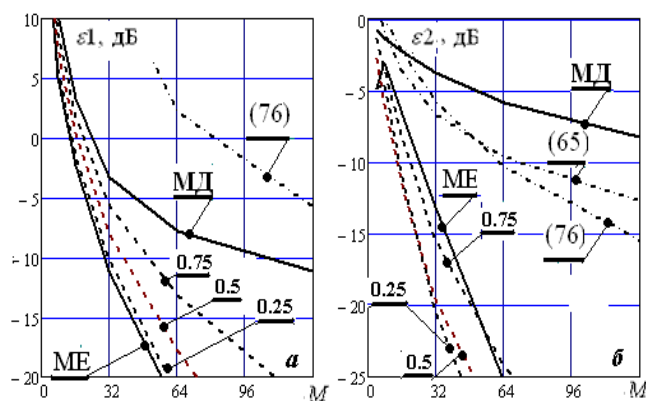


Рисунок 1.34 – Ошибки по **ПИК** (*a*) и **ВИК** (*b*) ($p \rightarrow \infty$, $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Л. Рассмотренные "предельные" характеристики несут важную, но отнюдь не исчерпывающую информацию, на основе которой должен выбираться метод (методы) **СО** для практического использования в реальных условиях априорной неопределенности. Здесь определяющее значение имеют статистические характеристики случайных в этих условиях **ПИК** и **ВИК**, которые для методов, "предельные" характеристики которых приведены на рис. 1.34, анализируются в п. 1.5.

1.5 Разработка адаптивных аналогов "сверхразрешающих" алгоритмов спектрального анализа и их сравнительный анализ

В данном разделе полагается, что **КМ** Φ (1.112) и, следовательно, обратная ей матрица $\Psi = \Phi^{-1}$ априори неизвестны, и взамен них в **СФ** (1.131), (1.143) классиче-

ских и **СФ** (1.146), (1.145), (1.148) – (1.156) параметрических методов **СО** используются их (случайные) оценки $\hat{\Phi}$ и $\hat{\Psi}$ того или иного вида. В такой ситуации (далее для краткости называемой "адаптивной") оценки $\hat{s}(f)$ соответствующих **СФ**, и, тем самым, оценки $\hat{\varepsilon}_1$ и $\hat{\varepsilon}_2$ их показателей качества (1.133), (1.136) также случайны. Их статистические характеристики играют важнейшую роль при обосновании выбора метода **СО** для практического использования.

Эти характеристики различны для различных **СФ** $\hat{s}(f) = s(f, \hat{\Phi})$, зависят от вида используемых оценок и объема доступной обучающей выборки.

1.5.1 Модели и допущения, методика анализа и общие свойства различных методов **СО** в "адаптивной" ситуации

А. Ниже полагается, что доступна классифицированная выборка (ансамбль)

$$\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{u}_i = \{u_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \Phi) \quad (1.168)$$

из K комплексных нормальных M -мерных векторов \mathbf{u}_i с нулевым средним и **КМ** Φ , совпадающей с **КМ** анализируемой пачки.

Эта выборка может быть образована, в частности, K смежными M -мерными подвекторами исходной $M \cdot K$ -элементной пачки отсчетов отражений из анализируемого элемента разрешения по дальности импульсного **ДМРЛ**. При этом, однако, могут не выполняться требования к темпу обзора (табл. 1.4). Его можно повысить, формируя эти векторы из отсчетов M -элементных пачек отражений K смежных элементов разрешения по дальности, что в K раз увеличивает темп обзора. Обучающие векторы (1.168) могут при этом считаться взаимно независимыми,

$$\overline{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K, \quad (1.169)$$

но при больших K из-за ограниченности интервала стационарности по дальности может не выполняться равенство (1.168) **КМ** всех K векторов.

Б. Из большого числа в принципе возможных оценок **КМ** и матриц, обратных им, формируемых по выборке (1.168), (1.169) ограничимся следующими.

1⁰. Выборочной **КМ** и матрицей, обратной ей:

$$\hat{\Phi} = K^{-1} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^*, \quad \hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1}, \quad (1.170)$$

в условиях (1.168), (1.169) и $K \geq M$ являющихся оценками максимального правдоподобия (**МП** оценками) матриц Φ и Ψ общего вида [10, 24 – 26, 55, 56].

2⁰. **МП** оценками персимметричных **КМ** вида [57 – 61]

$$\hat{\Phi}_{\Pi} = K^{-1} \cdot \mathbf{A}_{\Pi}, \quad \mathbf{A}_{\Pi} = 1/2 \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{A} \sim \cdot \mathbf{\Pi}), \quad \hat{\Psi}_{\Pi} = \hat{\Phi}_{\Pi}^{-1}, \quad K \geq M/2. \quad (1.171)$$

Для **СФ** (1.146), (1.145), (1.148) – (1.156) параметрических методов **СО** исследуются еще три разновидности оценок матрицы $\hat{\Psi}$ и ее треугольных сомножителей.

3⁰. Ленточные (**band**) аппроксимации этих треугольных сомножителей [42, 44 – 46, 67 – 70], порождающие ленточную матрицу

$$\hat{\Psi} = \hat{\Psi}_b = \hat{\mathbf{H}}_b^* \cdot \hat{\mathbf{H}}_b = \hat{\mathbf{N}}_b \cdot \hat{\mathbf{N}}_b^*. \quad (1.172)$$

4⁰. Оценки Берга "частных коэффициентов корреляции (**ЧКК**)", определяющих факторизованное представление оценок $\hat{\mathbf{H}}$ и $\hat{\mathbf{N}}$ треугольных сомножителей (1.147) матрицы

$$\hat{\Psi} = \hat{\mathbf{H}}^* \cdot \hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{N}}^*, \quad (1.173)$$

обратной **теплицевой КМ** [13, 14, 45, 50, 62 – 66].

5⁰. Ленточные (**band**) аппроксимации оценок этих треугольных сомножителей, порождающие ту же ленточную структуру (1.172) матрицы $\hat{\Psi}$, но для **теплицевой КМ Ф**.

В. В "адаптивной" ситуации качество воспроизведения спектров характеризуют средние значения $\overline{\hat{\epsilon}1}$ и $\overline{\hat{\epsilon}2}$ случайных в этой ситуации **ПИК** (1.133) и **ВИК** (1.136) соответственно. Их аналитически точное определение для всех рассматриваемых **СФ** и используемых оценок неизвестных параметров наталкивается на непреодолимые математические трудности. В связи с этим в большинстве случаев они определяются ниже по результатам математического моделирования. Тем не менее для некоторых **СФ** и оценок (1.170), (1.171) удастся получить достаточно точные аналитические приближения к искомым значениям $\overline{\hat{\epsilon}1}$ и $\overline{\hat{\epsilon}2}$. Помимо важного самостоятельного значения они полезны и для контроля методики и результатов моделирования методов, не имеющих аналогичного аналитического описания.

Получим эти приближения, переписав критерии (1.133), (1.136) в виде

$$\hat{\varepsilon}1 = \sqrt{y1}, \quad \hat{\varepsilon}2 = \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot \sqrt{y2(f)} df, \quad (1.174)$$

$$y1 = \int_{-0.5}^{0.5} y2(f) df, \quad y2(f) = (1 - \hat{\delta}(f) \cdot \gamma(f))^2, \quad (1.175)$$

где

$$\hat{\delta}(f) = \frac{\hat{s}(f)}{s_{\infty}(f)}, \quad \gamma(f) = \frac{s_{\infty}(f)}{s(f)}, \quad (1.176)$$

а через

$$\hat{s}(f) = s(f, \hat{\Phi}), \quad s_{\infty}(f) = s(f, \Phi), \quad s(f) \quad (1.177)$$

обозначены случайная $\mathbf{C}\Phi$ анализируемого метода $\mathbf{C}\mathbf{O}$, его неслучайная $\mathbf{C}\Phi$ и истинный спектр анализируемого процесса соответственно.

Равенства (1.174) позволяют записать первые приближения средних значений $\overline{\hat{\varepsilon}1}$ и $\overline{\hat{\varepsilon}2}$ в виде

$$\overline{\hat{\varepsilon}1} \approx \sqrt{\int_{-0.5}^{0.5} y2(f) df}, \quad \overline{\hat{\varepsilon}2} \approx \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot \sqrt{y2(f)} df, \quad (1.178)$$

$$\overline{y2(f)} = (1 - \overline{\hat{\delta}(f)} \cdot \gamma(f))^2 + \sigma_{\delta}^2(f) \cdot \gamma^2(f), \quad (1.179)$$

где $\overline{\hat{\delta}(f)}$ и $\sigma_{\delta}^2(f)$ – среднее и дисперсия случайной "нормированной" $\mathbf{C}\Phi$ $\hat{\delta}(f)$ (1.176).

Для не зависящих от частоты дисперсии $\sigma_{\delta}^2(f) = \sigma_{\delta}^2$ и среднего $\overline{\hat{\delta}(f)} = \overline{\hat{\delta}} = 1 - \nu$ получим

$$\overline{y2(f)} = (1 - \gamma(f))^2 + 2 \cdot \nu \cdot (\gamma(f) - \gamma^2(f)) + (\nu^2 + \sigma_{\delta}^2) \cdot \gamma^2(f),$$

$$\overline{\hat{\varepsilon}1} \approx \sqrt{\varepsilon1^2 + 2 \cdot \nu \cdot (I_1 - I_2) + (\nu^2 + \sigma_{\delta}^2) \cdot I_2}, \quad (1.180)$$

$$I_1 = \int_{-0.5}^{0.5} \gamma(f) df, \quad I_2 = \int_{-0.5}^{0.5} \gamma^2(f) df, \quad (1.181)$$

$$\overline{\hat{\varepsilon}2} \approx \frac{1}{1+\eta} \cdot \int_{-0.5}^{0.5} s(f) \cdot |1 - \gamma(f)| \cdot c(f) df, \quad (1.182)$$

$$c(f) = \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \nu \cdot (\gamma(f) - \gamma^2(f)) + (\nu^2 + \sigma_\delta^2) \cdot \gamma^2(f)}{(1 - \gamma(f))^2}}. \quad (1.183)$$

В частности, для несмещенных оценок с

$$\overline{\hat{\delta}(f)} = 1 \quad \text{и} \quad \nu = 0 \quad (1.184)$$

из (1.178), (1.179) получим

$$\overline{y^2(f)} = (1 - \gamma(f))^2 + \sigma_\delta^2 \cdot \gamma^2(f), \quad (1.185)$$

$$\overline{\hat{\varepsilon}1} \approx \sqrt{\varepsilon1^2 + \sigma_\delta^2 \cdot I_2}, \quad (1.186)$$

$$\overline{\hat{\varepsilon}2} \approx \int_{-0.5}^{0.5} \sqrt{\left(\frac{s(f) \cdot (1 - \gamma(f))}{1 + \eta}\right)^2 + \sigma_\delta^2 \cdot \left(\frac{s_\infty(f)}{1 + \eta}\right)^2} df. \quad (1.187)$$

Как следует из (1.180) – (1.187), в "адаптивной" ситуации средние значения ошибок $\overline{\hat{\varepsilon}1}$ и $\overline{\hat{\varepsilon}2}$ складываются из "предельной" и дополнительных ошибок, порожденных возможным смещением и ненулевой при конечных значениях объема выборки K дисперсией σ_δ^2 "нормированной" **СФ** $\hat{\delta}(f)$ (1.176). В связи с этим даже гипотетический метод с нулевой "предельной" ошибкой, для которого

$$s_\infty(f) = s(f), \quad \gamma(f) = \gamma^2(f) = I_1 = I_2 = 1, \quad \varepsilon1 = \varepsilon2 = 0,$$

имеющий средние ошибки

$$\overline{\hat{\varepsilon}1} = \overline{\hat{\varepsilon}2} = \begin{cases} \sqrt{\nu^2 + \sigma_\delta^2}, & (a) \\ \sigma_\delta, & \sigma_\delta^2 \gg \nu^2, & (b) \\ \nu, & \nu^2 \gg \sigma_\delta^2, & (в) \end{cases} \quad (1.188)$$

может оказаться не лучше метода с ненулевой "предельной" ошибкой, но с меньшей **нижней границей средних ошибок** (1.188). Отсюда следует также, что увеличение размера M анализируемой пачки, уменьшающее "предельные" ошибки (п. 1.4), в реальных условиях может не дать эффекта, если не будет одновременно сопровождаться уменьшением этой границы за счет, например, улучшения оценки **КМ** или увеличения объема обучающей выборки K .

Ниже эти границы конкретизируются для различных методов **СО**, оценок **КМ** и значений K .

1.5.2 Непараметрические методы СО

А. Начнем с периодограммного метода СО, в СФ (1.131) которого взамен априори неизвестной КМ Ф используется ее МП оценка 1^0 (1.170). В этом случае соответствующая случайная СФ $\hat{P}(f)$ может быть записана в виде

$$\hat{P}(f) = \frac{1}{M \cdot K} \cdot q(f), \quad q(f) = \sum_{i=1}^K \theta_i(f), \quad \theta_i(f) = |\xi_i(f)|^2, \quad \xi_i(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{u}_i, \quad i \in 1, K. \quad (1.189)$$

В условиях (1.168) линейная комбинация

$$\xi_i(f) \sim CN(0, \mathbf{x}^*(f) \cdot \Phi \cdot \mathbf{x}(f)) = CN(0, M \cdot P(f)),$$

а квадрат ее модуля $\theta_i(f)$ имеет экспоненциальное распределение со средним $\overline{\theta_i(f)} = M \cdot P(f)$. Сумма $q(f)$ K взаимно независимых в условиях (1.169) экспоненциально распределенных случайных величин имеет распределение $p_q(x)$ Эрланга с параметрами формы K и масштаба $\overline{\theta_i(f)}$ [71]. Искомая плотность случайной СФ $\hat{P}(f)$ в силу (1.189) равна $p_{\hat{P}}(x) = M \cdot K \cdot p_q(M \cdot K \cdot x)$ и, следовательно, имеет то же распределение

$$p_{\hat{P}}(x) = \frac{(x/b1)^{K-1} \cdot \exp\{-x/b1\}}{b1 \cdot (K-1)!}, \quad b1 = P(f)/K, \quad (1.190)$$

но с параметром масштаба $b1$.

В связи с этим плотность $p_{\delta}(x)$ нормированной СФ $\hat{\delta}(f)$ (1.176), связанная с плотностью (1.190) равенством $p_{\delta}(x) = P(f) \cdot p_{\hat{P}}(P(f) \cdot x)$, имеет не зависящую от частоты плотность распределения Эрланга

$$p_{\delta}(x) = \frac{(x/b)^{K-1} \cdot \exp\{-x/b\}}{b \cdot (K-1)!}, \quad b = 1/K, \quad c = K \quad (1.191)$$

с параметром масштаба b и формы c [71].

Ее функция распределения

$$F_{\delta}(x) = 1 - \exp(-K \cdot x) \cdot \sum_{i=0}^{K-1} (K \cdot x)^i / i!, \quad (1.192)$$

а среднее, смещение ν и дисперсия равны [71]

$$\bar{\delta} = b \cdot c = 1, \quad \nu = 0, \quad \sigma_{\delta}^2 = b^2 \cdot c = 1/K. \quad (1.193)$$

На рис. 1.35, *a* показаны точные (1.191) (светлые линии) и полученные в 10^4 испытаний гистограммы нормированной **СФ** $\hat{\delta}(f) = \hat{P}(f)/P(f)$ (1.176), а на рис. 1.35, *б* – ее точные (1.192) (сплошные кривые) и эмпирические (штриховые) функции распределения. Видно, что точные и эмпирические законы распределения этой нормированной **СФ** практически совпадают, что говорит о правильности как аналитических выражений (1.191) – (1.193), так и методики моделирования и обработки его результатов.

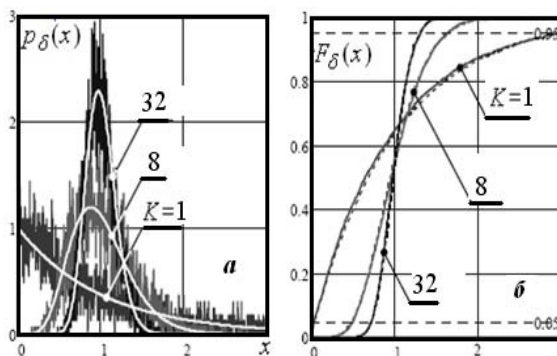


Рисунок 1.35 – Точные (1.191), (1.192) и эмпирические плотности (а) и функции (б) распределения

Б. На рис. 1.36 сплошными кривыми показаны средние значения $\bar{\hat{\epsilon}}1$ ПИК и $\bar{\hat{\epsilon}}2$ ВИК оценочных Фурье-спектров (1.189) процессов **AP-1** и **AP** $\rightarrow \infty$ с $\rho_1 = 0.99$ и $\rho_1 = 0.8$, рассчитанные по (1.184) – (1.187), (1.193) для нескольких значений объема выборки K . Штриховыми кривыми показаны их "предельные" значения (рис. 1.20).

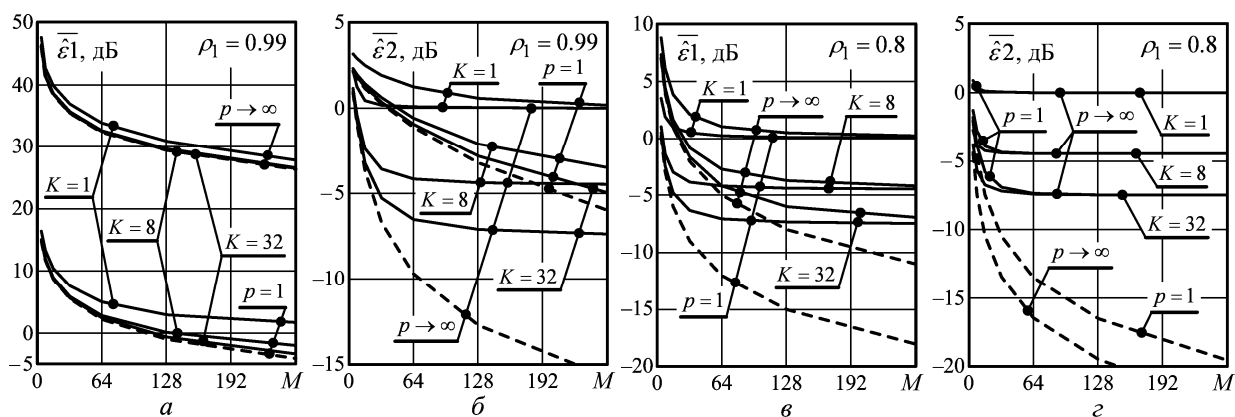


Рисунок 1.36 – Средние значения ошибок **СФ** (1.189)

Результаты рис. 1.36 вытекают из общих свойств (1.184) – (1.187) средних значений ошибок и специфики параметров (1.193) оценочных Фурье-спектров (1.189) в "адаптивной" ситуации, и могут быть пояснены следующим образом.

Для использованных значений $K = 1, 8$ и 32 **нижние границы средних ошибок** (1.188) несмещенных ($\nu = 0$) оценок Фурье-спектров равны $\sigma_\delta = 1/\sqrt{K} \approx 0, -4.5$ и -7.5 дБ соответственно. Эти границы существенно **ниже** "предельных" значений **ПИК** для процессов $AP \rightarrow \infty$ с высоким коэффициентом корреляции $\rho_1 = 0.99$ (рис. 1.36, *a*), поэтому средние значения $\bar{\epsilon}_1$ **ПИК** (сплошные кривые) в этих условиях практически совпадают с их "предельными" значениями (штриховые кривые). При $M \leq 128$ и $K = 8, 32$ это же справедливо и для процесса $AP-1$ с $\rho_1 = 0.99$, в связи с чем средние ошибки и в этих условиях определяются большими "предельными" ошибками (рис. 1.36, *a*).

В условиях рис. 1.36, *г* картина обратная – "предельные" ошибки по **ВИК** (штриховые кривые) существенно **ниже** этих границ. Поэтому средние значения ошибок в этих условиях определяются именно этими границами (сплошные кривые). Они одинаковы как для процессов $AP \rightarrow \infty$, так и $AP-1$, поэтому имеющаяся между ними разница по "предельным" значениям **ВИК** (штриховые кривые) в средних значениях **ВИК** практически отсутствует.

По тем же причинам разница средних значений обоих критериев для них меньше разницы их "предельных" значений и в условиях рис. 1.36, *б, в*.

В ситуациях, в которых определяющими средние значения ошибок являются границы (1.188), не зависящие от размера M анализируемой пачки, можно указать и граничное значение $M = M_{bound}$ этого размера. Формально его можно найти из условия, в соответствии с которым в равенствах (1.186), (1.187) вторые слагаемые подкоренных выражений существенно превосходят первые. При этом будут получены такие значения $M = M_{bound}$, при которых сплошные кривые на рис. 1.36 становятся близкими к горизонтальным. Очевидно, что превышение значения $M = M_{bound}$ только усложнит обработку, но не даст никакого положительного эффекта.

В. Положительный эффект для оценочных Фурье-спектров не даст и замена **МП** оценки (1.170) **КМ** общего вида на **МП** оценку (1.171) персимметричной **КМ**, которой в рассматриваемых условиях постоянного интервала зондирования является теплицева **КМ** смеси шума и отражений от **МО**. Это связано с тем, что оценочный Фурье-спектр

$$\hat{P}_{\Pi}(f) = \mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\Phi}_{\Pi} \cdot \mathbf{x}(f) / M \quad (1.194)$$

в этом случае остается таким же, как и при **МП** оценке (1.170). Действительно, в силу (1.131), (1.171)

$$\hat{P}_{\Pi}(f) = \frac{1}{2} \cdot \left(\hat{P}(f) + \frac{\mathbf{x}^*(f) \cdot \Pi \cdot \hat{\Phi} \sim \cdot \Pi \cdot \mathbf{x}(f)}{M} \right).$$

Поскольку для векторов $\mathbf{x}(f)$ (1.100) справедливо равенство $\Pi \cdot \mathbf{x}(f) = \mu \cdot \tilde{\mathbf{x}}(f)$, $|\mu|^2 = 1$, то $g_{\Pi} = \mathbf{x}^*(f) \cdot \Pi \cdot \hat{\Phi} \sim \cdot \Pi \cdot \mathbf{x}(f) = (\mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\Phi} \cdot \mathbf{x}(f)) \sim$, откуда, в силу эрмитовости (1.170), $g_{\Pi} = \mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\Phi} \cdot \mathbf{x}(f)$ и, следовательно, $\hat{P}_{\Pi}(f) = \hat{P}(f)$, что полностью переносит все свойства п.п. **А**, **Б** на оценочный Фурье-спектр $\hat{P}_{\Pi}(f)$ (1.194).

Г. Практически дословно повторяя рассуждения п.п. **А**, **В**, нетрудно показать, что законы распределения и параметры случайной "нормированной" **СФ** $\hat{\delta}_{sm}(f) = \hat{P}_{sm}(f) / P_{sm}(f)$ (1.176) оценочного "сглаженного" Фурье-спектра (1.143)

$$\hat{P}_{sm}(f) = \frac{\mathbf{x}^*(f) \cdot \mathbf{D} \cdot \hat{\Phi} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{x}(f)}{dn} \quad (1.195)$$

с оценками **КМ** (1.170) или (1.171) определяются теми же формулами (1.191) – (1.193). Вытекающие из этого особенности иллюстрируются рис. 1.37, где сплошными кривыми показаны средние значения $\overline{\hat{\varepsilon}1}$ и $\overline{\hat{\varepsilon}2}$ ошибок оценочных Фурье-спектров (1.131) и "сглаженных" Фурье-спектров (1.143) для процессов $\mathbf{AP} \rightarrow \infty$ с $\rho_1 = 0.99$ (*a*, *b*) и $\rho_1 = 0.8$ (*в*, *г*). Штриховые кривые – "предельные" ошибки этих Фурье-спектров в тех же условиях (см. рис. 1.25).

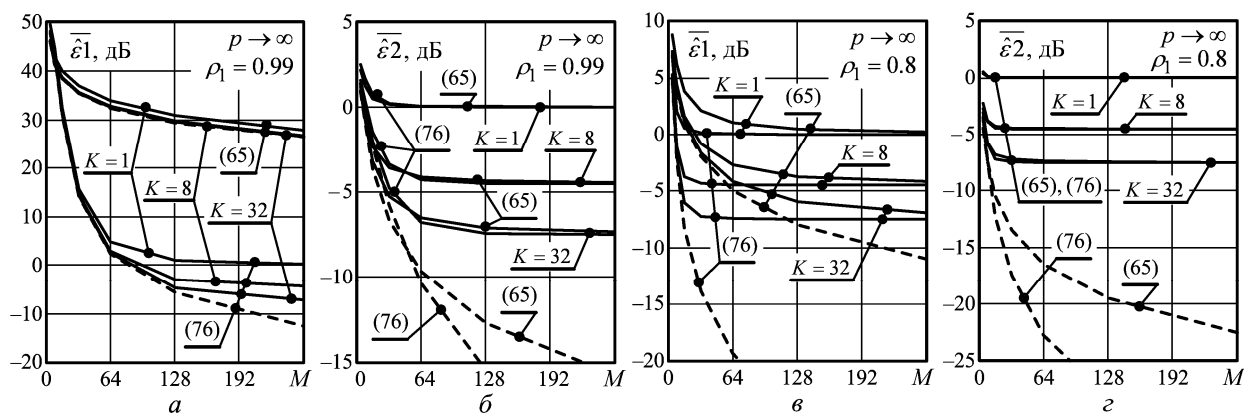


Рисунок 1.37 – Средние значения ошибок **СФ** (1.189) и (1.194), (1.195)

Основной практический вывод из приведенных результатов заключается в том, что по причинам, описанным в п. Б, конечность объема обучающей выборки уменьшает различия средних значений ошибок $\widehat{\varepsilon}1$ ($\widehat{\varepsilon}2$) оценочных Фурье-спектров и их "сглаженных" разновидностей, которые в связи с этим могут стать существенно меньше различий их "предельных" ошибок $\varepsilon1$ ($\varepsilon2$). В частности, в условиях рис. 1.37, б, г "сглаженные" Фурье-спектры теряют свои "предельные" преимущества (п. 1.4.2.Б) – их средние ошибки по **ВИК** практически совпадают со средними ошибками "несглаженных" Фурье-спектров, которые определяются их нижними границами (1.188). Тем самым "...легко реализуемый эмпирический способ исправления недостатков" периодограмм [12, с. 48] на основе "сглаживания" Фурье-спектров (п. 1.4.2) может либо в незначительной степени улучшать их по **ВИК**, либо по этому критерию не улучшать их вообще. Преимущества этого способа и по **ПИК** в "адаптивной" ситуации могут быть существенно меньше, чем "предельные" (рис. 1.37, в).

Д. Таким образом, большие "предельные" различия по **ПИК** и **ВИК** классических методов **СО** по воспроизведению различных спектров, а также между их "сглаженными" (1.143) и "несглаженными" (1.131) разновидностями, в реальных условиях априорной неопределенности уменьшаются или могут быть даже сведены на нет из-за флуктуаций их случайных нормированных **СФ** $\hat{\delta}(f)$ (1.176). Дисперсия σ_{δ}^2 (1.193) этих флуктуаций, обратно пропорциональная объему выборки K , использованной для оценки по (1.170) или (1.171) априори неизвестной **КМ**, определя-

ет нижнюю границу (1.188) ошибок воспроизведения спектров по обоим критериям и верхнюю границу размера $M = M_{bound}$ анализируемой пачки, превышение которого не сопровождается положительным эффектом и поэтому практически нецелесообразно.

Аналогичные закономерности в "адаптивной" ситуации свойственны и параметрическим методам **СО**, имеющим, тем не менее, специфические особенности, анализируемые ниже.

1.5.3 Адаптивные параметрические методы **СО**

А. Проанализируем вначале статистические свойства случайной **СФ**

$$\hat{s}_{MD}(f) = M/\mathbf{x}^*(f) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(f) \quad (1.196)$$

параметрического метода **МД** Кейпона (1.158) при использовании **МП** оценки (1.170) **КМ** общего вида.

Как показано еще в [20], в этом случае при $K > M$ его нормированная **СФ**

$$\hat{\delta}_{MD}(f) = \hat{s}_{MD}(f)/s_{MD}(f) \quad (1.197)$$

имеет такую же не зависящую от частоты плотность

$$p_{\delta}(x) = \frac{(x/b)^{\Delta} \cdot \exp\{-x/b\}}{b \cdot \Delta!}, \quad b = \frac{1}{K}, \quad c = \Delta + 1, \quad \Delta = K - M \geq 0, \quad (1.198)$$

и функцию распределения Эрланга [71]

$$F_{\delta}(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{b}\right) \cdot \sum_{i=0}^{\Delta} \frac{(x/b)^i}{i!}, \quad (1.199)$$

как и нормированная **СФ** (1.176) оценочного Фурье-спектра (1.189), но с параметрами

$$\bar{\delta} = b \cdot c = 1 - \frac{1-1/M}{K_r}, \quad \nu = \frac{1-1/M}{K_r}, \quad \sigma_{\delta}^2 = b^2 \cdot c = \frac{K_r - 1 + 1/M}{M \cdot K_r^2}, \quad K_r = \frac{K}{M}. \quad (1.200)$$

На рис. 1.38 показаны точные (1.198), (1.199) и эмпирические законы распределения нормированной **СФ** (1.197) на основе **МП** оценки (1.170) **КМ**.

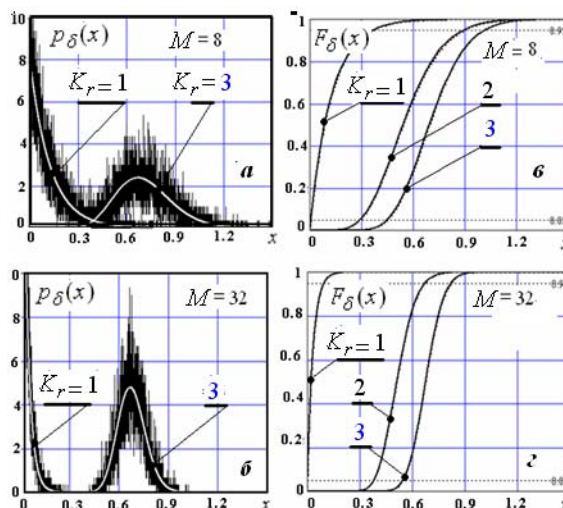


Рисунок 1.38 – Точные (1.198), (1.199) и эмпирические плотности (а, б) и функции (в, г) распределения $\mathbf{C\Phi}$ (1.197) на основе $\mathbf{МП}$ оценки (1.170)

В отличие от Фурье-спектра (1.194), (1.195), нормированный $\mathbf{МД}$ -спектр (1.197) смещен ($\nu \neq 0$) и тем сильнее, чем меньше "относительный" объем выборки $K_r \geq 1$. Обычно $M \gg 1$, так что сумма $\nu^2 + \sigma_\delta^2 \approx K_r^{-2} \cdot (1 + \Delta/M^2)$ и при $\Delta = K - M \ll M^2$ нижняя граница средних ошибок (1.188) равна

$$\overline{\hat{\epsilon}1} = \overline{\hat{\epsilon}2} \approx 1/K_r \approx \nu. \quad (1.201)$$

Из сравнения последнего равенства с (1.188б), (1.193) следует, что при $\mathbf{МП}$ оценке (1.170) и выборке объема $K_r \geq 1$ ($K = K_{\mathbf{МД}} \geq M$) нижняя граница средних ошибок $\mathbf{МД}$ -спектров совпадет с аналогичной границей Фурье-спектров, сформированных по выборке объема $K = K_{\mathbf{F}} \geq 1$, если

$$K_{\mathbf{МД}} = M \cdot \sqrt{K_{\mathbf{F}}}. \quad (1.202)$$

Так, если нижняя граница значений $\overline{\hat{\epsilon}1} = \overline{\hat{\epsilon}2} = -5$ дБ обеспечивается Фурье-спектрами при $K = K_{\mathbf{F}} = 10$, то $\mathbf{МД}$ -спектрами на основе оценки (1.170) она обеспечится при $K_{\mathbf{МД}} \approx 3.16 \cdot M$.

Выборки такого объема при типовых значениях $M > 10$ могут быть практически недоступными, поэтому использовать $\mathbf{МД}$ -спектры на основе этих оценок вместо существенно более простых Фурье-спектров нецелесообразно.

Б. Требования к объему выборки несколько снижаются при формировании $\mathbf{МД}$ -спектров (1.196) на основе $\mathbf{МП}$ оценок (1.171) персимметричных $\mathbf{КМ}$. Как пока-

зано в [60], при этом нормированная **СФ** (1.197) также имеет не зависящие от частоты плотность и функцию распределения Эрланга, но со смещением и дисперсией

$$\nu = \nu_{\Pi} = \frac{1-1/M}{2 \cdot K_r}, \quad \sigma_{\delta\Pi}^2 = \frac{2 \cdot K_r - 1 + 1/M}{2 \cdot M \cdot K_r^2}. \quad (1.203)$$

В типичных условиях $M \gg 1$ сумма $\nu_{\Pi}^2 + \sigma_{\delta\Pi}^2 \approx (4 \cdot K_r^2)^{-1} \cdot (1 + 4 \cdot K/M^2)$ и при $K \ll M^2/4$ нижняя граница средних ошибок (1.188)

$$\overline{\hat{\varepsilon}1} = \overline{\hat{\varepsilon}2} \approx 1/(2 \cdot K_r) \approx \nu_{\Pi}, \quad (1.204)$$

т.е. примерно вдвое (на 3 дБ) меньше, чем при использовании **МП** оценки (1.170) **КМ** общего вида. При этом нижняя граница значений $\overline{\hat{\varepsilon}1} = \overline{\hat{\varepsilon}2}$, обеспечиваемая Фурье-спектрами при выборке объема $K = K_F$, **МД**-спектрами на основе оценки (1.171) обеспечится при

$$K_{\text{МД}\Pi} = (M/2) \cdot \sqrt{K_F}, \quad (1.205)$$

т.е. выборкой вдвое меньшего объема, чем требуется при использовании оценки (1.170).

Эти аналитические оценки и общая теория п. 1.5.1.В полностью подтверждаются результатами моделирования, приведенными на рис. 1.39. Здесь показаны усредненные по множеству испытаний зависимости от размера пачки M средних значений **ПИК** $\overline{\hat{\varepsilon}1}$ и **ВИК** $\overline{\hat{\varepsilon}2}$ для **МД**-спектров (1.196) на основе оценок (1.170) (штриховые кривые) и (1.171) (сплошные кривые) при различных "относительных" объемах выборки $K_r = K/M$. Штрихпунктирные кривые воспроизводят "предельные" ошибки **МД**-спектров по **ПИК** (рис. 1.27) и **ВИК** (рис. 1.30) в соответствующих ситуациях.

В условиях рис. 1.39, а эти "предельные" ошибки уже при $M > 20$ значительно меньше границ (1.201), (1.204) для любых $K_r \leq 4$, поэтому значения **ПИК** $\overline{\hat{\varepsilon}1}$ определяются этими границами, не зависящими от размера пачки M . Как и следует из (1.202), (1.205), при одном и том же значении $K_r \leq 4$ средние ошибки для оценки (1.171) на 3 дБ меньше, чем для оценки (1.170), а их минимальные значения (на го-

горизонтальных участках) практически точно совпадают с теоретически предсказанными уровнями (1.201), (1.204). Такие же закономерности справедливы для МД-спектров процессов $AP-1$ и $AP \rightarrow \infty$ с малым значением $\rho_1 = 0.8$, для которых "предельные" ошибки еще меньше (рис. 1.27, а).

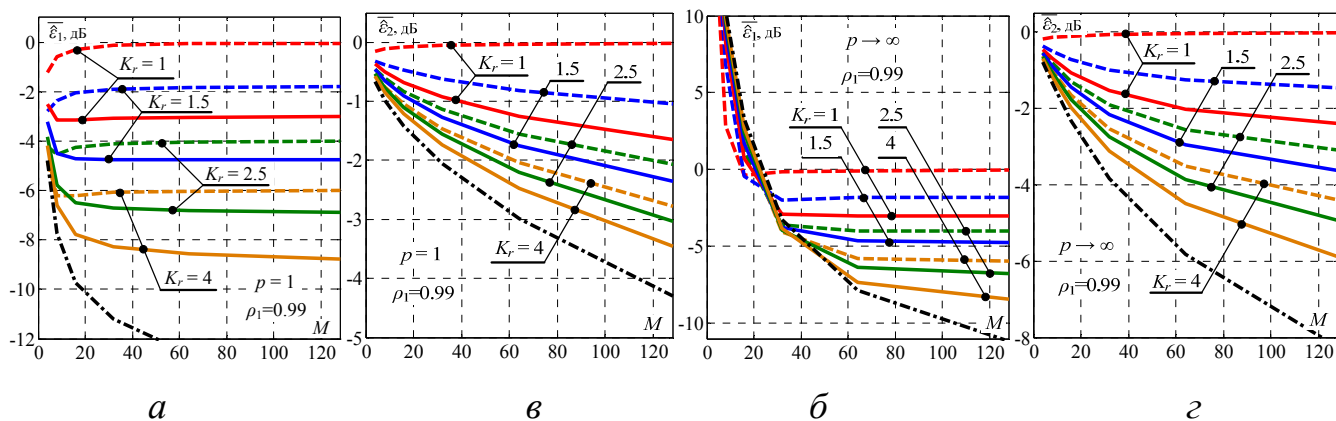


Рисунок 1.39 – Средние ошибки МД-спектров (1.196) на основе (1.170) (штриховые) и (1.171) (сплошные кривые)

В условиях рис. 1.39, б "предельные" ошибки с ростом M уменьшаются медленнее, чем в условиях рис. 1.39, а, поэтому ошибки, близкие к границам (1.201), (1.204), устанавливаются при тем больших значениях M , чем больше значение K_r .

В условиях рис. 1.39, в, г при любых $K_r > 1$ "предельные" ошибки по ВИК (рис. 1.30) соизмеримы с этими границами, поэтому ошибки не достигают их и монотонно уменьшаются с ростом M , уменьшающим "предельные" ошибки.

В. Таким образом, при малых "предельных" ошибках в гипотетической ситуации известной КМ определяющую роль в уровне средних ошибок в "адаптивной" ситуации играют смещение и дисперсия нормированной СФ $\hat{\delta}(f)$ (1.176). Они могут быть меньше для метода с большими "предельными" ошибками, который в связи с этим в "адаптивной" ситуации может оказаться лучше метода с меньшими "предельными" ошибками.

Г. Наглядным примером служит метод МЕ Берга (1.148) с существенно меньшими "предельными" ошибками, чем метод МД Кейпона (рис. 1.34).

На рис. 1.40 показаны усредненные по множеству испытаний зависимости от размера пачки M средних значений ПИК $\overline{\hat{\epsilon}1}$ (а, б) и ВИК $\overline{\hat{\epsilon}2}$ (в, г) для МЕ (сплош-

ные кривые) и **МД**-спектров (штриховые кривые) на основе оценок (1.170) (а, в) и (1.171) (б, г) при различных "относительных" объемах выборки $K_r = K/M$ в них. Штрихпунктирные кривые показывают "предельные" ошибки **МЕ** и **МД**-спектров в соответствующих ситуациях.

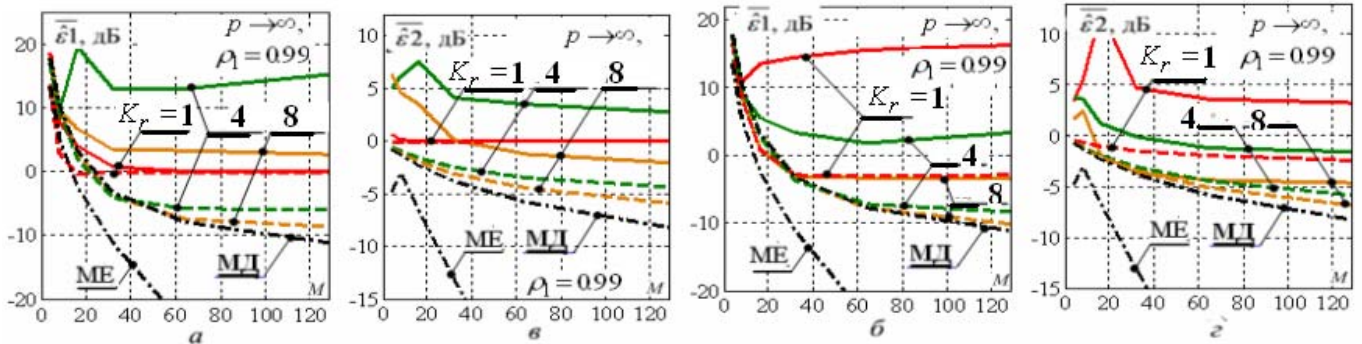


Рисунок 1.40 – Средние ошибки **МЕ** и **МД**-спектров на основе **МП** оценок (1.170) (а, в) и (1.171) (б, г)

Видно, что в приведенных примерах при любых "относительных" объемах выборки $K_r \leq 8$ ошибки метода **МЕ** больше, чем метода **МД**, тогда как соотношение их "предельных" ошибок противоположное. Объяснение этого эффекта позволяет обосновать способы улучшения **СО** в "адаптивной" ситуации, поэтому остановимся кратко на его причинах.

Д. Нетрудно убедиться, что **МЕ**-спектр (1.148) связан с **МД**-спектром (1.149) равенством [25]

$$s_{\text{МЕ}}(f) = s_{\text{МД}}(f, M) \cdot c(f, M), \quad c(f, M) = \frac{s_{\text{МД}}(f, M-1)}{M \cdot s_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot s_{\text{МД}}(f, M)}, \quad (1.206)$$

где

$$s_{\text{МД}}(f, N) = N / \sum_{n=1}^N |p_n(f)|^2 - \quad (1.207)$$

МД-спектр " N -го порядка". Поэтому случайный нормированный **МЕ**-спектр (1.176) с учетом (1.197) допускает представление

$$\hat{\delta}_{\text{МЕ}}(f) = \frac{\hat{s}_{\text{МЕ}}(f)}{s_{\text{МЕ}}(f)} = \hat{\delta}_{\text{МД}}(f, M) \cdot \hat{\delta}_{\text{МД}}(f, M-1) \cdot d(f, M), \quad (1.208)$$

$$d(f, M) = \frac{M \cdot s_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot s_{\text{МД}}(f, M)}{M \cdot \hat{s}_{\text{МД}}(f, M-1) - (M-1) \cdot \hat{s}_{\text{МД}}(f, M)}.$$

Отсюда видно, что нормированный **МЕ**-спектр пропорционален произведению случайных нормированных **МД**-спектров M -го и $(M - 1)$ -го порядков с коэффициентом пропорциональности $d(f, M)$ и, следовательно, имеет большее смещение и дисперсию, чем его сомножители.

Это наглядно видно из сравнения показанных на рис. 1.41 для условий рис. 1.40 эмпирических функций распределения нормированных **МЕ**-спектров ($a, б$) и **МД**-спектров ($в, г$) при $M = 8$ ($a, в$) и $M = 32$ ($б, г$) и выборках различного относительного объема K_r в **МП** оценке (1.170) **КМ** общего вида.

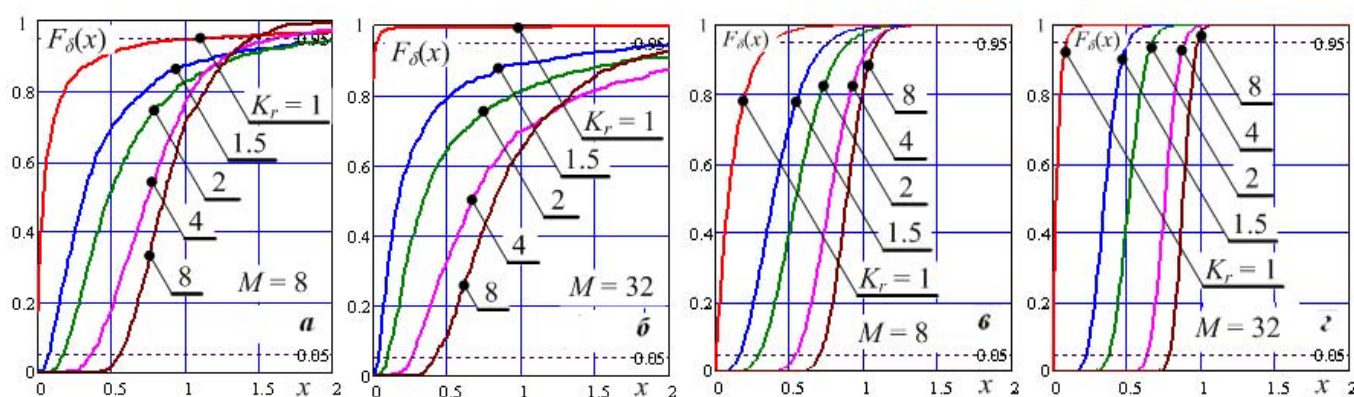


Рисунок 1.41 – Функции распределения нормированных **СФ** методов **МЕ** ($a, б$) и **МД** ($в, г$)

Наблюдаемое существенное различие их смещений и дисперсий в соответствии с (1.188) объясняет более высокие средние ошибки **МЕ**-спектров по сравнению с ошибками **МД**-спектров (рис. 1.40). В частности, при минимальном относительном объеме выборки $K_r = 1$ смещение **МЕ**-спектров столь велико, что разность $s_{\text{МЕ}}(f) - \hat{s}_{\text{МЕ}}(f) \approx s(f)$, так что средние значения **ПИК** (1.133) и **ВИК** (1.136) близки к 1 (0 дБ) (сплошные кривые на рис. 1.40, $a, в$ при $K_r = 1$). По мере роста объема выборки K_r смещение уменьшается, и из-за большой дисперсии случайные значения $\hat{s}_{\text{МЕ}}(f)$ могут быть больше своих точных значений, так что средние значения **ПИК** и **ВИК** могут быть больше 1 (сплошные кривые на рис. 1.40, $a, в$ при $K_r = 4$). При дальнейшем росте K_r дисперсия уменьшается быстрее, чем смещение, так что средние значения ошибок **МЕ**-спектров опять начинают уменьшаться (сплошные кривые

на рис. 1.40, *a*, *в* при $K_r = 8$), но остаются больше, чем средние ошибки МД-спектров (штриховые кривые). При $K_r = 8$ ошибки последних близки к своим "предельным" значениям, так что дальнейший рост объема выборки для них малоэффективен. Такое же приближение средних ошибок МЕ-спектров к своим "предельным" значениям требует выборок значительно большего объема.

Поведение средних ошибок МЕ-спектров на основе МП оценки (1.171) персимметричной КМ (рис. 1.40, *б*, *г*) совпадает с описанным для оценки (1.170), но с выборкой удвоенного объема.

Е. Физическая причина установленных различий заключается в том, что СФ (1.148) метода МЕ строится из квадрата модуля единственного (последнего) элемента случайного M -мерного вектора $\hat{\mathbf{p}}(f)$ (1.146) с функцией распределения, подобной приведенным на рис. 1.41, *a*, *б*, тогда как в СФ (1.149) метода МД усредняются квадраты модулей всех элементов этого вектора с аналогичными функциями распределения. В гипотетической ситуации известной КМ такое усреднение ухудшает "предельные" характеристики МД-спектров по сравнению с МЕ-спектрами, но в рассматриваемой "адаптивной" ситуации именно это усреднение делает средние ошибки метода МД меньше ошибок метода МЕ.

Это позволяет предположить, что уменьшить "предельные" ошибки МД-спектров и, одновременно, средние ошибки МЕ-спектров в "адаптивной" ситуации, можно, усредняя квадраты модуля не всех, но и не единственного, а части элементов вектора $\mathbf{p}(f)$ (1.146), т.е. за счет перехода к "промежуточным" СФ (1.154).

Справедливость этих предположений подтверждают результаты моделирования, показанные на рис. 1.42. Здесь сплошными кривыми показаны средние ошибки "промежуточных" СФ (1.154) на основе МП оценок (1.171) с относительным числом усредняемых компонент вектора $\mathbf{p}(f)$ (1.146) $M_e/M = 0.25$ (*a*, *б*) и 0.75 (*в*, *г*), штриховыми – средние ошибки МЕ-спектров. Штрихпунктирные кривые соответствуют "предельным" значениям соответствующих ошибок.

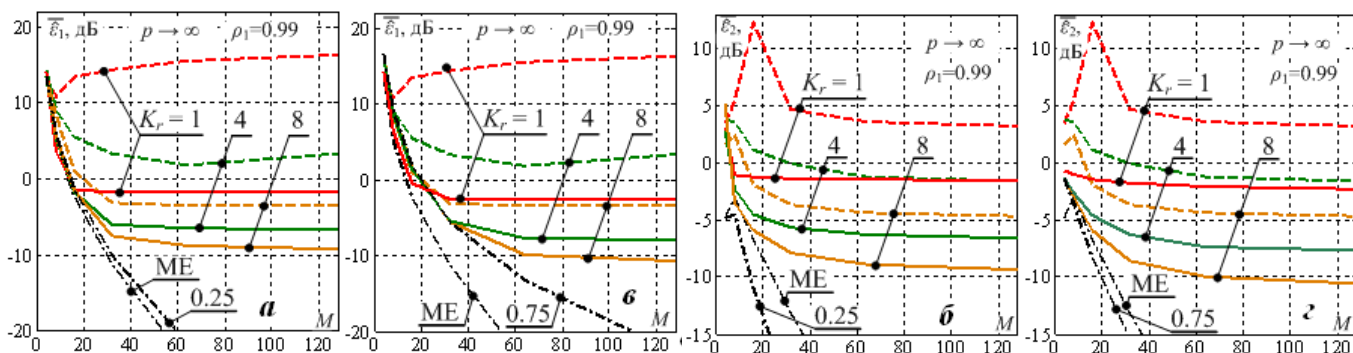


Рисунок 1.42 – Средние ошибки "промежуточных" и МЕ-спектров на основе МП оценок
(1.171) ($p \rightarrow \infty$, $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

В приведенном примере средние ошибки "промежуточных" методов **СО** меньше ошибок метода **МЕ** по **ПИК** (рис. 1.42, *а, в*) примерно на 15, 10 и 8 дБ при $K_r = 1, 4$ и 8 соответственно, а по **ВИК** (рис. 1.42, *б, г*) выигрыш в аналогичных условиях составляет около 5 дБ. Из сравнения сплошных кривых рис. 1.42 со штриховыми кривыми рис. 1.40 следует, что средние ошибки "промежуточных" методов не превосходят ошибок **МД**-спектров по **ПИК** и заметно меньше их по **ВИК**.

Ж. Даже лучшим из рассмотренных – "промежуточным" методам **СО** – при использовании **МП** оценок (1.171) и, тем более, (1.170) для приближения уровня средних ошибок к их "предельным" значениям требуются выборки со свойствами (1.168), (1.169) такого объема $K = K_r \cdot M$, который при обычных значениях $M > 10$ может быть практически недоступен из-за дальностно-азимутальной нестационарности отражений от **МО** или неприемлем из-за больших вычислительных затрат на обработку. В связи с этим для реализации теоретических достоинств параметрических методов **СО** в реальной "адаптивной" ситуации требуются "**более быстроедействующие**" оценки априори неизвестных параметров отражений, обеспечивающие допустимый уровень средних ошибок по выбранному критерию (критериям) при меньших объемах обучающей выборки. Этого можно достичь различными способами, в основе которых лежит более полное использование априорной информации о специфике входных воздействий и (или) структуре системы обработки. Некоторые из них рассматриваются ниже.

З. Оценка (1.171) только частично учитывает специфику структуры (симметрию относительно побочной диагонали) **КМ** анализируемого процесса, которая в

рассматриваемых условиях постоянного интервала зондирования полагается теплицевой. К настоящему времени предложено много методов более полного учета этой специфики. Проведенный в [66, 78] сравнительный анализ показал, что в этих условиях практически наиболее приемлемы кратко рассматриваемые ниже процедуры **СО** на основе "теплицевых" вариантов адаптивных решетчатых фильтров (**АРФ**) [43, 45, 46, 62 – 66], параметры которых оцениваются по выборке (1.168), (1.169) методом Берга [62, 63, 45].

На рис. 1.43 показаны функции распределения (1.199) нормированных **МД**-спектров (1.197) на основе **МП** оценок (1.170) **КМ** общего вида (штриховые кривые), **МП** оценок (1.171) персимметричных **КМ** (штрихпунктирные кривые) (1.203) и эмпирические функции распределения этих спектров (1.197), полученных на основе "теплицевого" варианта **АРФ** (сплошные кривые).

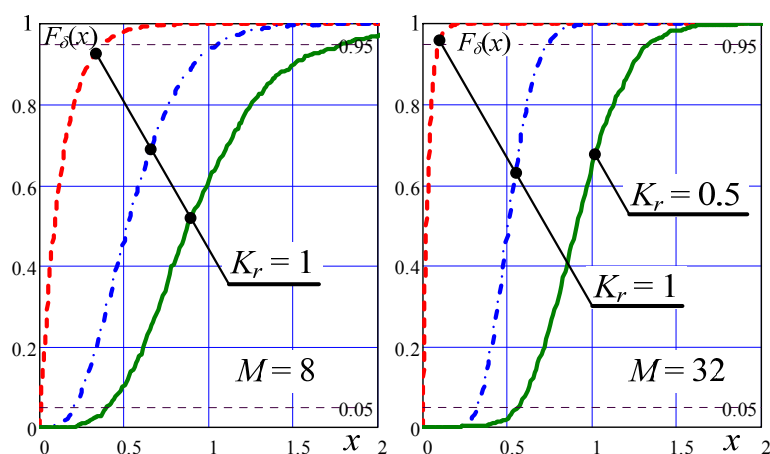


Рисунок 1.43 – Функции распределения нормированных **МД**-спектров (1.197) при различных оценках **КМ**

Видно, что обеспечиваемый **АРФ** учет теплицевости **КМ** заметно уменьшает смещение нормированного **МД**-спектра, и тем сильнее, чем выше значение M . В частности, при $M = 32$ уже при выборке половинного объема оно заметно меньше смещения, порождаемого оценкой (1.171) и, тем более, оценкой (1.170).

Следствием этого является меньший уровень ошибок, достижимый при формировании различных **СФ** "теплицевым" **АРФ**. В качестве примера на рис. 1.44 показаны средние ошибки по **ПИК** и **ВИК** **МД**-спектров на основе оценок (1.171) (штриховые кривые) и на основе "теплицевого" **АРФ** (сплошные кривые).

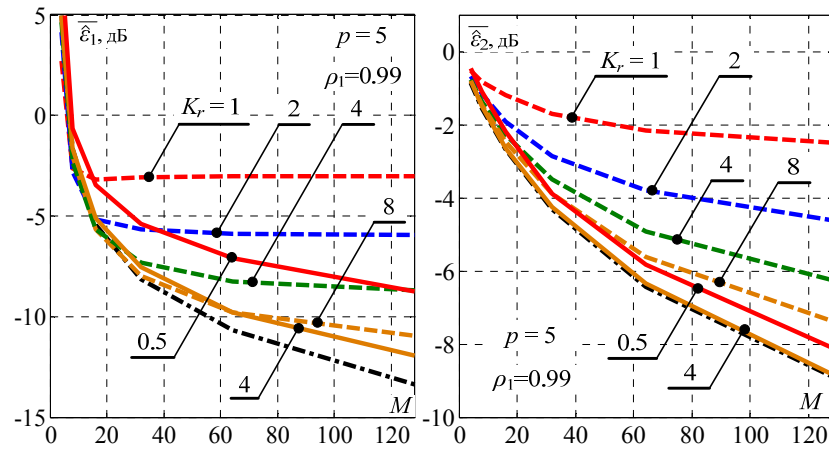


Рисунок 1.44 – Ошибки МД-спектров на основе оценок (1.171) и на основе "теплицевого" АРФ ($p = 5$, $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Здесь равные ошибки по ПИК МД-спектров на основе "теплицевых" АРФ обеспечиваются обучающими выборками примерно в 2–4 раза меньшего объема, чем на основе оценки (1.171). Еще больший выигрыш в "быстродействии" (до 16 раз) в условиях примера рис. 1.44 обеспечивается "теплицевым" АРФ по ВИК. В этом случае уже при выборке относительного объема $K_r = 0.5$ средние ошибки в "адаптивной" ситуации не более чем на 1 дБ превосходят "предельные" ошибки.

На рис. 1.45 приведены аналогичные результаты сравнения "быстродействия" на основе оценок (1.171) и "теплицевых" АРФ, но для промежуточных методов (1.154) с относительным числом усредняемых компонент вектора $\mathbf{p}(f)$ (1.146) $M_e/M = 0.5$.

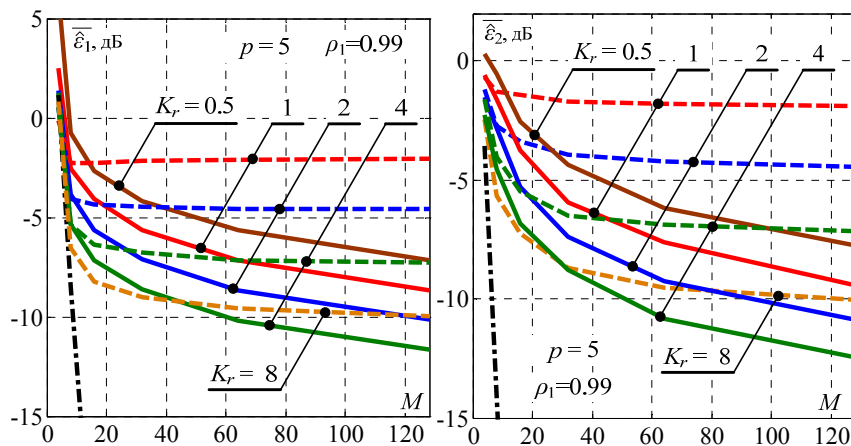


Рисунок 1.45 – Ошибки "промежуточных" спектров на основе оценок (1.171) и на основе "теплицевого" АРФ ($p = 5$, $\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Здесь "теплицевы" **АРФ** также обеспечивают более высокое быстродействие, чем оценка (1.171). При этом, как видно из сравнения рис. 1.45 с рис. 1.44, средние ошибки по **ВИК** "промежуточных" методов в "адаптивной" ситуации меньше "предельных" ошибок **МД**-спектров.

К. Учет теплицевости – важный, но не единственный резерв повышения "быстродействия" спектрального оценивания в режиме работы **ДМРЛ** с постоянным интервалом зондирования. В режиме вобуляции интервалов зондирования, используемом для расширения диапазона однозначного измерения радиальной скорости **МО** [2 – 6], теплицевость **КМ** разрушается и использование "теплицевых" **АРФ** может резко увеличить ошибки любых методов **СО**. В этих условиях определяющую роль могут играть регуляризованные оценки **КМ**, обратимые при выборках объема $K < M$ и $K < M/2$, при которых точные **МП** оценки (1.170), (1.171) вырождены, а параметрические методы **СО** с **СФ** (1.145), (1.148) – (1.156) на основе обратных матриц не определены.

Наиболее известный способ такой регуляризации предложен **Ю.И. Абрамовичем** в [72]. Он заключается в дополнении **МП** оценок (1.170), (1.171) скалярными (пропорциональными единичной) матрицами-регуляризаторами, позволяющими обратить преобразованную таким образом оценку уже при $K \geq 1$. Этот способ особенно эффективен при **СО** аддитивной смеси $n < M$ гармоник (пространственных, временных) в шуме [24, 56, 67].

Для непрерывных спектров смеси шума и отражений от **МО** более пригоден другой способ, первоначально предложенный в [45, 46, 73] для задач адаптивной обработки сигналов на фоне помех, получивший затем строгое теоретическое обоснование [42, 44, 67, 74, 75], экспериментальное подтверждение [76] и развитие [68, 69].

Он заключается в ленточной аппроксимации с шириной ленты $zz < M$ треугольных сомножителей Холецкого обратной матрицы и, тем самым, ленточной аппроксимации с шириной ленты $z = 2 \cdot zz - 1$ этой матрицы в целом. Эта аппроксимация строится из $zz \times zz$ подматриц, обратных главным $zz \times zz$ подматрицам исходной оценочной **КМ**. Если в ее роли выступает **МП** оценка (1.170) **КМ** общего вида, то такая аппроксимация возможна при объеме выборки $K \geq zz$, если **МП** оценка

(1.171) персимметричной **КМ**, то уже при $K \geq zz/2$. Алгоритмы ленточной аппроксимации раскрыты в [42 – 46, 67 – 69, 75, 76].

Ленточная аппроксимация уменьшает число параметров, оцениваемых на этапе адаптации (устраняет нежелательную "перепараметризацию" [76] задачи), что, в соответствии с общими принципами адаптивной обработки [79], лежит в основе положительного эффекта от ее использования. Он проявляется, в частности, в улучшении законов распределения нормированных **СФ** (1.176), определяющих уровень средних ошибок воспроизведения спектров в адаптивной ситуации.

В качестве примера на рис. 1.46 показаны эмпирические функции распределения нормированных **МД**-спектров (1.197) на основе **МП** оценки **КМ ОВ** (1.170) (кривая 1), **МП** оценки (1.171) персимметричной **КМ** (кривая 2) и на основе "теплицевого" **АРФ** (кривая 3). Кривой 4 показана точная функция распределения (1.192) нормированного Фурье-спектра (1.189). Левый рисунок построен для процесса **АР-1** при ширине ленты $zz = 3$, правый – для процесса **АР-5** при $zz = 8 < M = 16$.

Из их сравнения с аналогичными функциями распределения рис. 1.43 видно, что переход к ленточной аппроксимации с малой шириной ленты ($zz = 3$) существенно уменьшает смещение и дисперсию **МД**-спектра на основе **МП** оценок (1.170), (1.171). При ленте "большой" ширины $zz = 8$, когда число оцениваемых параметров по сравнению с объемом выборки $K = 8$ становится достаточно большим, они уменьшаются в существенно меньшей степени. Следствием этого являются различия средних ошибок, показанных на рис. 1.47.

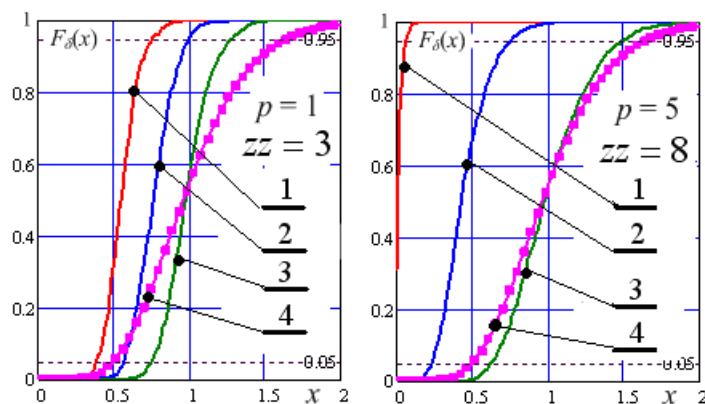


Рисунок 1.46 – Эмпирические функции распределения нормированных **МД**-спектров (1.197) (кривые 1, 2, 3) и точная функция распределения (1.192) нормированного Фурье-спектра (1.189) ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$, $M = 16$, $K = 8$)

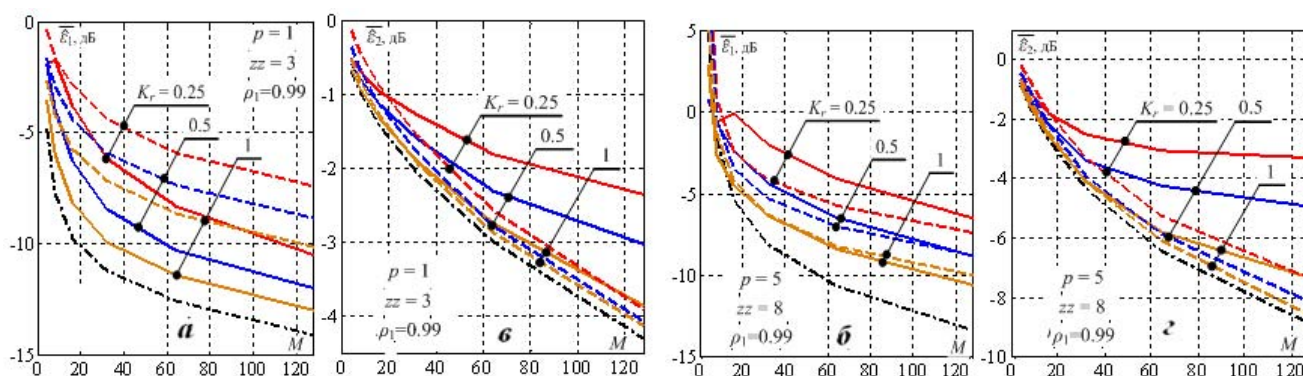


Рисунок 1.47 – Ошибки МД-спектров на основе "теплицевого" АРФ и ленточной обратной матрицы

Здесь приведены средние ошибки воспроизведения спектров процессов АР-1 ($a, в$) и АР-5 ($б, г$) по ПИК ($a, б$) и ВИК ($в, г$) МД-спектрами на основе "теплицевого" АРФ (штриховые кривые) и при ленточной аппроксимации с шириной ленты $zz = 3$ ($a, в$) и $zz = 8$ ($б, г$) (сплошные кривые) оценок треугольных сомножителей матрицы, обратной МП оценке (1.171) персимметричной КМ. Штрихпунктирные кривые, как и ранее, соответствуют "предельным" значениям соответствующих ошибок.

Видно, что МП оценка персимметричной КМ в сочетании с ленточной аппроксимацией обратной матрицы при малой ширине ленты $zz = 3 > p + 1$ может обеспечить меньшие ошибки МД-спектров, чем при их формировании на основе "теплицевого" АРФ (a) без такой аппроксимации. По мере расширения ленты, необходимого при увеличении порядка p анализируемого процесса АР, число ее определяющих параметров растет, в связи с чем ошибки по ПИК и ВИК на ее основе могут быть больше, чем на основе "теплицевого" АРФ ($б, г$). Тем не менее они существенно меньше показанных на рис. 1.44 штриховыми кривыми ошибок этих МД-спектров на основе "неленточной" оценки (1.171) даже при большем объеме обучающей выборки.

Очевидно, что ленточная аппроксимация при соответствующем выборе ширины ленты $zz > p$ должна дополнительно увеличивать "быстродействие" СО в условиях, когда справедливо предположение о теплицевости КМ. Это иллюстрируется приведенными на рис. 1.48 средними ошибками МД-спектров в тех же условиях,

что и на рис. 1.47. Штриховые кривые здесь воспроизводят сплошные кривые рис. 1.47, а сплошными показаны ошибки "теплицевого" ленточного АРФ.

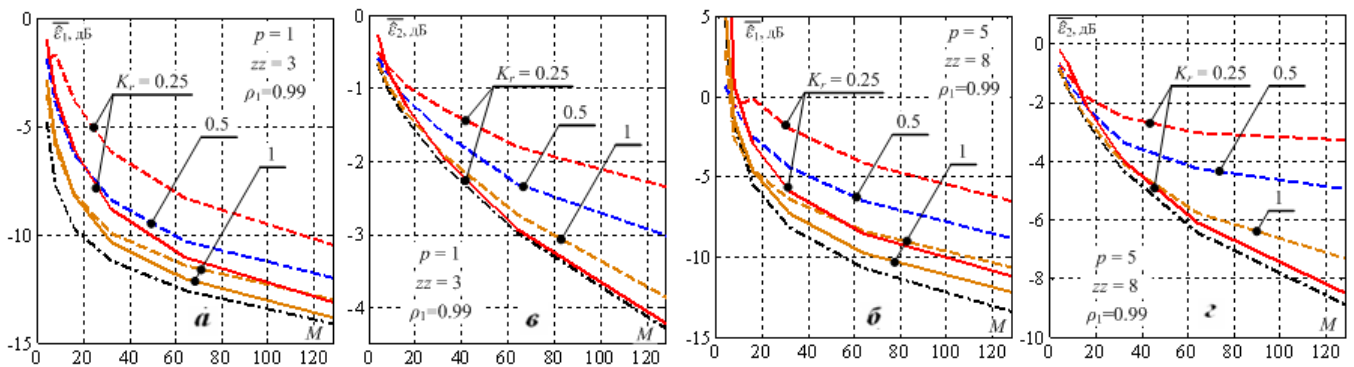


Рисунок 1.48 – Ошибки МД-спектров на основе "теплицевого" ленточного АРФ и ленточной аппроксимации матрицы, обратной МП оценке (1.171)

Видно, что ошибки последнего меньше во всех приведенных примерах, причем близкие к "предельным" значения ПИК обеспечиваются уже при относительном объеме выборки $K_r = 1$ (а, б), а по ВИК – даже при $K_r = 0.25$.

Л. Приведенные выше результаты применительно к решаемой задаче количественно иллюстрируют общий принцип адаптации, в соответствии с которым ее эффективность при заданном объеме выборки тем выше, чем меньше размерность вектора параметров, подлежащего оцениванию [79].

Учет априорной информации уменьшает степень неоправданной "перепараметризации" [76] задачи, обеспечивая рост эффективности адаптивной обработки. В частности, в примере рис. 1.46 нормированные МД-спектры (1.197) на основе "теплицевого" ленточного АРФ при одном и том же объеме выборки имеют меньшее смещение и дисперсию, чем нормированные Фурье-спектры и "сглаженные" Фурье-спектры. За счет этого параметрические методы на основе ленточной аппроксимации обратной матрицы и, тем более, на основе "теплицевого" ленточного АРФ, могут уже при выборках равного объема превосходить по точности Фурье-спектры.

Наглядной иллюстрацией этого служат показанные на рис. 1.49 средние ошибки воспроизведения по ПИК и ВИК спектров процессов АР-1 (а, в) и АР-5 (б, г) "сглаженными" Фурье-спектрами (1.195) (штриховые) и "промежуточными" ме-

тодами (1.154) с относительным числом усредняемых компонент $M_e/M = 0.5$ на основе "теплицевого" ленточного АРФ (сплошные кривые).

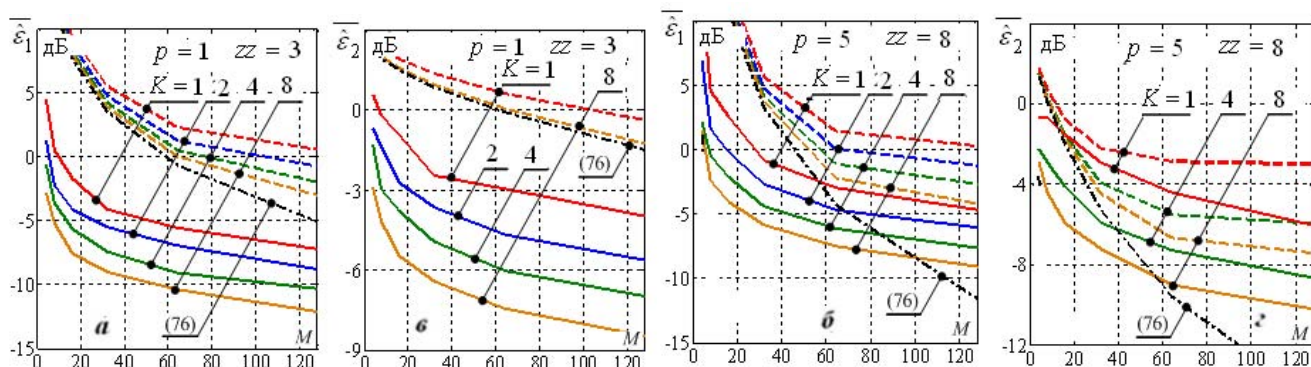


Рисунок 1.49 – Ошибки "сглаженных" Фурье-спектров и "промежуточных" спектров (1.154) на основе "теплицевого" ленточного АРФ ($\eta = 10^5$, $\rho_1 = 0.99$)

Здесь преимущества "промежуточных" спектров (1.154) обеспечиваются при выборках обычно доступного объема $K \leq 8$. При этом, как видно из приведенных рисунков, для рассматриваемых спектров их средние ошибки по обоим критериям могут быть меньше показанных штрихпунктирными кривыми "предельных" ошибок "сглаженных" Фурье-спектров в гипотетической ситуации точного знания **КМ**. Важную роль при этом играет правильный выбор ширины ленты (порядка фильтра) в соответствии с обычно априори неизвестным порядком анализируемого процесса **АР**. Из множества известных методов его оценивания практически наиболее приемлемы методы, предложенные в [77].

М. Таким образом, преимущества в гипотетической ситуации полной априорной определенности параметрических методов **СО**, базирующихся на **АР**-модели входных воздействий, не гарантируют их преимуществ и в реальной "адаптивной" ситуации, когда взамен априори неизвестных параметров используются их оценки, формируемые по выборкам неизбежно конечного объема. Переход от классических к этим методам на основе **МП** оценок **КМ** может быть оправдан только при доступности выборок большого объема $K > M$, превышающего размер M анализируемой пачки, что далеко не всегда возможно в импульсных **ДМРЛ**. Требования к объему выборки снижаются при использовании оценок, которыми эффективно учитывается

возможная априорная информация различного вида, уменьшающая неоправданную "перепараметризацию" задачи [77]. Наиболее рациональным способом учета рассмотренной выше априорной информации о возможной специфике структуры **КМ** на сегодняшний день может считаться использование адаптивных решетчатых фильтров, кратко рассматриваемых ниже.

РАЗДЕЛ 2
 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ КОГЕРЕНТНОЙ ЦИФРОВОЙ
 ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБРАБОТКИ И ИЗМЕРЕНИЯ
 ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ В ИД МРЛ

2.1 Разработка алгоритмов когерентной цифровой пространственно-временной обработки и измерения параметров метеорологических сигналов в ИД МРЛ

2.1.1 Статистические характеристики ошибок измерения средней мощности метеообразований

Система первичной МПО ИД МРЛ должна оценивать интенсивность отражений от МО, радиальную скорость движения МО и ширину доплеровского спектра отражений от них. В данном разделе анализируются статистические характеристики известной [2 – 4, 6] оценки интенсивности и обосновывается способ ее практической реализации в проектируемом ИД МРЛ. Здесь для используемых моделей входных воздействий удастся получить точные статистические результаты, в связи с чем необходимости в моделировании нет.

2.1.1.1 Постановка задачи

В роли оценки $\hat{\eta}$ интенсивности МО η ниже выступает случайная величина

$$\hat{\eta} = \frac{1}{M} \cdot \text{tr}(\hat{\Phi}) = \frac{1}{M \cdot K} \cdot \text{tr}(\mathbf{A}), \quad \hat{\Phi} = \frac{1}{K} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \{a_{\ell m}\}_{\ell, m=1}^M = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^*, \quad (2.1a)$$

представляющая собой среднее арифметическое значение элементов главной диагонали $M \times M$ оценки $\hat{\Phi}$ корреляционной матрицы между периодными флуктуациями отсчетов отражений от МО. Эта оценка сформирована по K -мерной выборке

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{y}_i = \{y_{\ell i}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \Phi), \quad \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K \quad (2.1b)$$

гауссовых взаимно независимых M -мерных векторов \mathbf{y}_i , $i \in 1, K$ комплексных амплитуд (2.1б) аддитивной смеси шума приемника и отражений из M смежных интервалов зондирования K смежных элементов разрешения по дальности.

Качество оценки (2.1а) определяется законами (плотностью и (или) функцией) распределения случайной относительной ошибки

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{\eta} - \eta}{\eta} = \hat{q} - 1, \quad \hat{q} = \frac{\text{tr}(\mathbf{A})}{K \cdot \text{tr}(\mathbf{\Phi})} = \text{tr}(\mathbf{B}), \quad \mathbf{B} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^*, \quad \bar{\hat{q}} = 1, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{v}_i = \{v_{\ell i}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{\Phi}_v), \quad \mathbf{\Phi}_v = \frac{\mathbf{\Phi}}{K \cdot \text{tr}(\mathbf{\Phi})}, \quad \overline{\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad (2.3a)$$

отыскание которых составляет основное содержание п. 2.1.1.2. При решении этой задачи существенно используется характеристическая функция (х.ф.)

$$\chi_{\mathbf{B}}(\mathbf{T}) = |\mathbf{I}_M - j \cdot \mathbf{\Phi}_v \cdot \mathbf{T}|^{-K} \quad (2.3б)$$

комплексного распределения Уишарта, которому в условиях (2.3а) удовлетворяет плотность распределения случайной матрицы \mathbf{B} (2.2) [55].

Здесь и далее $|\mathbf{C}|$ – детерминант (определитель) матрицы \mathbf{C} , \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ матрица, $\mathbf{T} = \{t_{\ell m}\}_{\ell, m=1}^M$ – эрмитова $M \times M$ матрица параметров х.ф. $\chi_{\mathbf{B}}(\mathbf{T})$.

2.1.1.2 Законы распределения ошибки измерения интенсивности **МО**

Плотность распределения (п.р.) $p_q(x)$ величины \hat{q} преобразованием Фурье

$$p_q(x) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \chi_q(t) \cdot \exp\{-j \cdot x \cdot t\} dt \quad (2.4)$$

связана с х.ф. $\chi_q(t)$ этой случайной величины.

Вычислить искомую плотность непосредственно по (2.4) обычно не удастся. Поэтому, следуя методике [103], перепишем (2.4) в эквивалентном виде

$$p_q(x) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{-\infty}^0 \chi_q(t) \cdot (\cos(x \cdot t) - j \cdot \sin(x \cdot t)) dt + \int_0^{\infty} \chi_q(t) \cdot (\cos(x \cdot t) - j \cdot \sin(x \cdot t)) dt \right).$$

Меняя в первом слагаемом t на $-t$, для х.ф., удовлетворяющих равенству

$$\chi(-t) = \chi^*(t), \quad (2.5)$$

получим $p_q(x) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_0^{\infty} (\chi_q(t) + \chi_q^*(t)) \cdot \cos(x \cdot t) dt - j \cdot \int_0^{\infty} (\chi_q(t) - \chi_q^*(t)) \cdot \sin(x \cdot t) dt \right)$, откуда

$$p_q(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\int_0^{\infty} A(t) \cdot \cos(x \cdot t) dt + \int_0^{\infty} B(t) \cdot \sin(x \cdot t) dt \right), \quad -\infty \leq x \leq \infty, \quad (2.6)$$

где $A(t)$ и $B(t)$ – реальная и мнимая части х.ф.

$$\chi_q(t) = A(t) + j \cdot B(t). \quad (2.7)$$

В силу неотрицательности каждого слагаемого в (2.2) при $x \geq 0$

$$p_q(-x) = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\int_0^{\infty} A(t) \cdot \cos(x \cdot t) dt - \int_0^{\infty} B(t) \cdot \sin(x \cdot t) dt \right) = 0$$

и, следовательно, искомая п.р. относительной ошибки \hat{q} равна

$$p_q(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} A(t) \cdot \cos(x \cdot t) dt = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} B(t) \cdot \sin(x \cdot t) dt, \quad x \geq 0; \quad (2.8)$$

$$p_q(x) = 0, \quad x < 0.$$

Функция распределения (ф.р.) этой случайной величины

$$f_q(y) = \int_0^y p_q(x) dx = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{A(t)}{t} \cdot \sin(y \cdot t) dt = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\int_0^{\infty} \frac{B(t)}{t} dt - \int_0^{\infty} \frac{B(t)}{t} \cdot \cos(y \cdot t) dt \right). \quad (2.9)$$

Используя определение

$$B(t) = \text{Im}(\chi_q(t)) = \text{Im} \left\{ \int_0^{\infty} p_q(x) \cdot \exp(j \cdot x \cdot t) dx \right\} = \int_0^{\infty} p_q(x) \cdot \sin(x \cdot t) dx$$

и известное равенство $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x \cdot t)}{t} dt = \frac{\pi}{2}$, получим, что $\int_0^{\infty} \frac{B(t)}{t} dt = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\infty} p_q(x) dx = \frac{\pi}{2}$.

Поэтому

$$f_q(y) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{A(t)}{t} \cdot \sin(y \cdot t) dt = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{B(t)}{t} \cdot \cos(y \cdot t) dt, \quad y \geq 0; \quad (2.10)$$

$$f_q(y) = 0, \quad y < 0.$$

Равенства (2.8), (2.10) сводят решаемую задачу к отысканию х.ф. $\chi_q(t)$ случайной величины \hat{q} (2.2) и интегрированию функций ее действительной ($A(t)$) и (или) мнимой ($B(t)$) частей. Требующуюся х.ф. $\chi_q(t)$ найдем двумя способами.

Способ 1. Из равенства (2.3б)

$$\chi_{\mathbf{B}}(\mathbf{T}) = |\mathbf{I}_M - j \cdot \Phi_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{T}|^{-K}, \quad (2.11)$$

следует, что х.ф. $\chi_{\mathbf{B}_d}(\mathbf{T})$ совокупности ее M диагональных элементов равна

$$\chi_{\mathbf{B}_d}(\mathbf{T}) = |\mathbf{I}_M - j \cdot \Phi_{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{T}_d|^{-K}, \quad (2.12)$$

где $\mathbf{T}_d = \text{diag}\{t_{\ell\ell}\}_{\ell=1}^M$ – диагональная $M \times M$ матрица параметров х.ф., полученная из $M \times M$ матрицы \mathbf{T} обнулением всех ее внедиагональных элементов. Заменяя матрицу \mathbf{T}_d на скалярную матрицу $\mathbf{T}_d = t \cdot \mathbf{I}_M$, получим искомую х.ф. $\chi_q(t)$

$$\chi_q(t) = |\mathbf{I}_M - j \cdot t \cdot \Phi_{\mathbf{v}}|^{-K}. \quad (2.13)$$

Эрмитова положительно определенная (э.п.о.) матрица $\Phi_{\mathbf{v}}$ представима в виде

$$\Phi_{\mathbf{v}} = \mathbf{H} \cdot \Lambda \cdot \mathbf{H}^* = \Phi_{\mathbf{v}}^{1/2} \cdot (\Phi_{\mathbf{v}}^{1/2})^*, \quad \Phi_{\mathbf{v}}^{1/2} = \mathbf{H} \cdot \Lambda^{1/2}, \quad (2.14)$$

где $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_{\ell}\}_{\ell=1}^M$ – диагональная $M \times M$ матрица неотрицательных собственных чисел $\lambda_{\ell} \geq 0$, $\ell \in 1, M$ матрицы $\Phi_{\mathbf{v}}$, $\Lambda^{1/2} = \text{diag}\{\lambda_{\ell}^{1/2}\}_{\ell=1}^M$ – диагональная $M \times M$ матрица – "корень" из нее, \mathbf{H} – унитарная $M \times M$ матрица собственных векторов матрицы $\Phi_{\mathbf{v}}$, удовлетворяющая равенству

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{I}_M. \quad (2.15)$$

С учетом представления (2.14) матрицы $\Phi_{\mathbf{v}}$ для х.ф. (2.13) получим

$$\chi_q(t) = (|\mathbf{H}| \cdot |\mathbf{I}_M - j \cdot t \cdot \Lambda| \cdot |\mathbf{H}^*|)^{-K} = |\mathbf{I}_M - j \cdot t \cdot \Lambda|^{-K} = \prod_{i=1}^M (1 - j \cdot t \cdot \lambda_i)^{-K}. \quad (2.16)$$

Х.ф. (2.16) удовлетворяет равенству (2.5), и, следовательно, для нее справедливы формулы (2.8), (2.10) для искомых плотности и функции распределения.

Способ 2. В силу равенства $\text{tr}(A \cdot B) = \text{tr}(B \cdot A)$ из (2.2) следует, что

$$\hat{q} = \text{tr}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^*) = \text{tr}\left(\sum_{i=1}^K \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i^*\right) = \sum_{i=1}^K \mathbf{v}_i^* \cdot \mathbf{v}_i. \quad (2.17)$$

Заменяя векторы \mathbf{v}_i их статистическими аналогами

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{H} \cdot \mathbf{\Lambda}^{1/2} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_i = \{\varepsilon_{\ell i}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M), \quad \overline{\boldsymbol{\varepsilon}_i \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K, \quad (2.18)$$

и учитывая унитарность (2.15) матрицы \mathbf{H} , для значения \hat{q} (2.17) получим

$$\hat{q} = \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\varepsilon}_i^* \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_i. \quad (2.19)$$

Случайная величина \hat{q} равна сумме K квадратичных форм M -мерных гауссовых векторов $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ со свойствами (2.18) с одной и той же матрицей $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_\ell\}_{\ell=1}^M$.

Х.ф. $\chi_i(t)$ каждой из них есть $\chi_i(t) = |\mathbf{I}_M - j \cdot t \cdot \mathbf{\Lambda}|^{-1}$ [82, с. 423]. В силу взаимной независимости (2.18) векторов $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ эти квадратичные формы также взаимно независимы, в связи с чем х.ф. их суммы (2.19) совпадает с (2.16).

Представляя знаменатель $z(t)$ х.ф. (2.16) в виде

$$z(t) = |\mathbf{I}_M - j \cdot t \cdot \mathbf{\Lambda}|^K = \prod_{i=1}^M (1 - j \cdot t \cdot \lambda_i)^K = R(t) + j \cdot I(t), \quad (2.20)$$

для действительной и мнимой частей х.ф. $\chi_q(t) = 1/z(t)$ получим

$$A(t) = \frac{R(t)}{R^2(t) + I^2(t)} \quad \text{и} \quad B(t) = \frac{-I(t)}{R^2(t) + I^2(t)}. \quad (2.21)$$

Тем самым задача отыскания законов (плотностей и функций) распределения случайной величины (2.2), (2.19) сводится к интегрированию в соответствии с (2.8), (2.10) функций действительной $A(t)$ и мнимой $B(t)$ частей х.ф. (2.16), определяемых по (2.21) на основе квадратурных компонент $R(t)$ и $I(t)$ полинома $z(t)$ (2.20).

2.1.1.3 Анализ статистических характеристик оценки интенсивности **МО**

Свойства оценки $\hat{\eta}$ (2.1a) интенсивности **МО** ниже характеризуются статистическими свойствами ее относительной (по отношению к истинной интенсивности η **МО**) ошибки \hat{q} (2.2) – плотностью $p_q(x)$ (2.8) и функцией $f_q(y)$ (2.10) распределения. Исследуются доверительные интервалы ошибки, влияние на них объема K

обучающей выборки, вида корреляционной функции (КФ) МО, коэффициента между периодной корреляции (к.к.) ρ , истинной интенсивности η .

2.1.1.3.1 Методика анализа, модели и допущения

Поставленная задача решается следующим образом.

Задается корреляционная матрица Φ аддитивной смеси СОМО и собственного шума приемника

$$\Phi = \left\{ \rho_{\ell m} \right\}_{\ell, m=1}^M = \overline{\mathbf{y}_j \cdot \mathbf{y}_j^*} = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{p}, \quad j \in 1, K, \quad (2.22)$$

где \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ КМ M -элементной пачки некоррелированных собственных шумов приемника с одинаковой (единичной) дисперсией (мощностью); $\mathbf{p} = \left\{ \rho_{\ell m} \right\}_{\ell, m=1}^M$ – нормированная ($\rho_{\ell\ell} = 1, \ell \in 1, M$) КМ между периодных флуктуаций отражений от МО; η – относительная (по отношению к мощности шума) мощность отражений от МО (отношение сигнал – шум (ОСШ)).

Отражения от МО аппроксимируются процессами авторегрессии (АР-процессами) различного (целого) порядка $p \geq 1$, в частности:

1) АР-процессом порядка $p = 3$ с нормированной КМ \mathbf{p} с элементами

$$\rho_{\ell m} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^{1/2} \frac{\cos(2 \cdot \pi \cdot x \cdot (\gamma_\ell - \gamma_m))}{(1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x) + x_0^2)^p} dx, \quad \ell, m \in 1, M \quad (2.23a)$$

где

$$C = \int_0^{1/2} \frac{1}{(1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x) + x_0^2)^p} dx - \quad (2.23b)$$

константа, обеспечивающая нормировку $\rho_{\ell\ell} = 1, \ell \in 1, M$;

x_0 – корень характеристического уравнения АР-процесса, определяемый для заданного коэффициента корреляции $\rho(T_{av})$ отсчетов СОМО за средний интервал зондирования T_{av} из табл. 1.3;

$$\gamma_\ell = \tau_\ell / T_{av}, \quad \tau_\ell = \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 1, M - \quad (2.24)$$

нормированный к среднему интервалу зондирования

$$T_{av} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i \quad (2.25)$$

временной интервал между первым и ℓ -м импульсами M -элементной пачки;

2) AP-процессом порядка $p \rightarrow \infty$ с гауссовой КМ \mathbf{p} с элементами

$$\rho_{\ell m} = \rho_1^{|\gamma_\ell - \gamma_m|^2}, \quad \ell, m \in 1, M, \quad (2.26)$$

где ρ_1 – коэффициент корреляции отсчетов, разделенных интервалом T_{av} .

Для заданной КМ Φ отыскивается матрица Λ собственных значений матрицы

$$\Phi_v = \frac{\Phi}{K \cdot tr(\Phi)} \quad (2.3a). \text{ По ним рассчитываются действительная } R(t) \text{ и мнимая } I(t)$$

части знаменателя $z(t)$ (2.20) х.ф., после чего по (2.21) вычисляются ее действительная $A(t)$ и мнимая $B(t)$ части для значения параметра t , которое затребуют программы интегрирования $p_q(x)$ (2.8) и $f_q(y)$ (2.10).

По полученным в результате плотности и функции распределения относительной ошибки $\hat{\varepsilon}$ (2.2) определяется вероятность измерения интенсивности МО с ошибкой, не превышающей заданную (± 1 дБ). Эта вероятность, выступающая в роли показателя качества анализируемой оценки $\hat{\eta}$, рассчитывается для выборок различного объема K , различных видов корреляционной функции МО, коэффициентов междупериодной корреляции ρ_1 и истинной интенсивности η .

2.1.1.3.2 Результаты теоретических расчетов и их анализ

Начнем с анализа оценки (2.1a) в условиях, когда отсчеты отражений M смежных интервалов зондирования взаимно независимы, так что нормированная КМ их междупериодных флуктуаций $\mathbf{p} = \mathbf{I}_M$. Этим условиям отвечают, в частности, отсчеты собственного шума приемника в зонах, свободных от МО.

В этом случае нормированная оценка \hat{q} (2.2) в силу (2.17) равна сумме $M \cdot K$ квадратов модулей случайных комплексных взаимно независимых гауссовых вели-

чин, среднее значение b каждого из которых совпадает с соответствующим диагональным элементом матрицы Φ_v (2.3а) и в рассматриваемых условиях равно $b = 1/(M \cdot K)$. Каждое из слагаемых этой суммы имеет экспоненциальное распределение, а их сумма – распределение Эрланга с х.ф. [71]

$$\chi_q(t) = (1 - j \cdot t \cdot b)^{-M \cdot K} = (1 - j \cdot t \cdot (M \cdot K)^{-1})^{-M \cdot K}. \quad (2.27)$$

В этих условиях статистические свойства нормированной оценки \hat{q} полностью определяются хорошо изученными свойствами распределения Эрланга.

Физически очевидно, что взаимная зависимость (коррелированность) отсчетов отражений ухудшит статистические свойства нормированной оценки \hat{q} (в частности, увеличит ее смещение и дисперсию). Результатом этого станут такие свойства этой оценки, которые в условиях (2.27) будут соответствовать обработке "эквивалентных" пачек размера $M_{\text{эКВ}} < M$.

В проводимом ниже анализе основное внимание уделяется особенностям оценок интенсивности МО, связанным с ненулевой междупериодной корреляцией отражений от них.

Приводимые результаты получены при объемах обучающей выборки $K = 1, 5, 10$ для СОМО, аппроксимируемых АР-процессами порядков $p \rightarrow \infty$ и $p = 3$ с различными коэффициентами корреляции $\rho = 0.1, 0.6, 0.8, 0.9, 0.96, 0.99$ отсчетов, разделенных интервалом $T_{\text{ав}}$, и ОСШ $\eta = 5$ дБ, 10 дБ, 30 дБ. Для конкретности рассматривалась $M = 25$ -элементная пачка зондирующего сигнала с $z = 4$ -кратной вобуляцией интервалов зондирования (рис. 2.1) со значением $T_{\text{ав}} \approx 1$ мс.

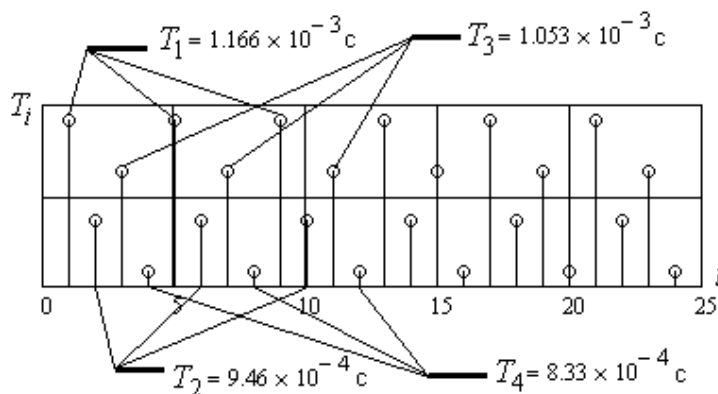


Рисунок 2.1 – Расстановка интервалов зондирования

На рис. 2.2 и рис. 2.3 показаны семейства плотностей и функций распределения относительной ошибки $\hat{\varepsilon}$ (2.2) оценки (2.1a) интенсивности МО. Параметром семейств служит значение ρ коэффициента междупериодной корреляции отсчетов СОМО, разделенных интервалом T_{av} . На графиках рис. 4.3 оси абсцисс ограничены значениями относительной ошибки $\hat{\varepsilon} = -0.206$ (слева) и $\hat{\varepsilon} = 0.259$ (справа), которые соответствуют нормированным оценкам $\hat{q} = \hat{\eta}/\eta$ интенсивности МО в -1 дБ и 1 дБ.

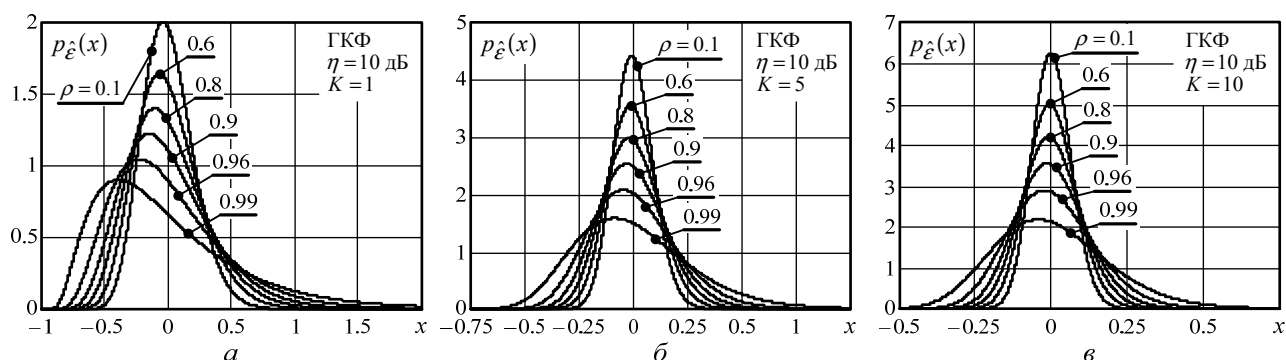


Рисунок 2.2 – Плотности распределения ошибки $\hat{\varepsilon}$ (2.2) оценки (2.1a) интенсивности МО

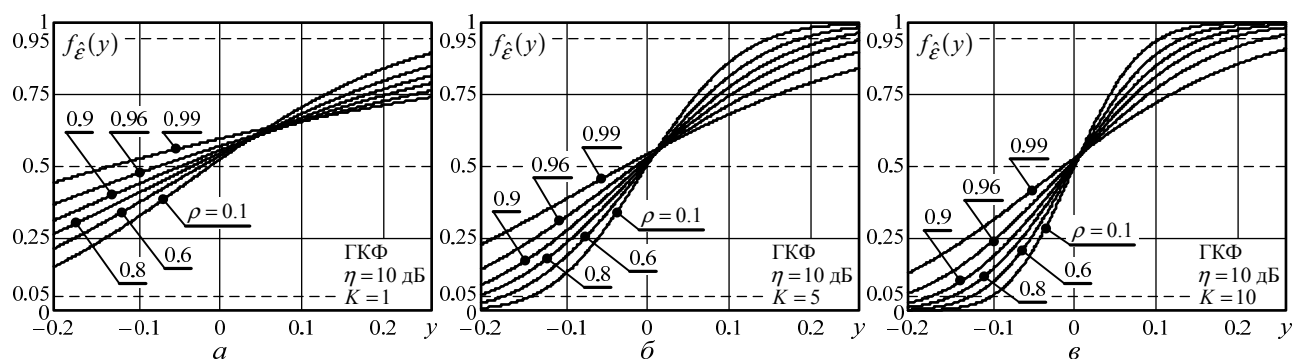


Рисунок 2.3 – Функции распределения ошибки $\hat{\varepsilon}$ (2.2) оценки (2.1a) интенсивности МО

Вероятность $p(|\hat{q}| < 1 \text{ дБ})$ измерения интенсивности МО с заданной точностью ± 1 дБ есть разность ординат двух точек функции распределения $f_{\hat{\varepsilon}}(y)$ относительной ошибки $\hat{\varepsilon}$ (2.2), абсциссы которых равны 0.259 и -0.206 соответственно.

Из приведенных графиков видно, что эта вероятность тем больше, чем меньше коэффициент междупериодной корреляции $\rho(T_{av})$ СОМО. Это обусловлено взаимной корреляцией отсчетов M -элементной пачки СОМО, уменьшающей эффект накопления оценок их мощности.

Влияние коэффициента корреляции на точность измерения интенсивности МО проявляется тем сильнее, чем выше оцениваемая интенсивность. Это связано с тем, что интенсивность МО измеряется не непосредственно по СОМО, а по их аддитивной смеси с собственным шумом приемника, наличие которого искажает истинный к.к. "Искаженный" собственным шумом приемника к.к. $r(T)$ равен произведению "коэффициента шума" χ и к.к. $\rho(T)$ собственно СОМО

$$r(T) = \chi \cdot \rho(T), \quad \chi = \frac{\eta}{1 + \eta} < 1. \quad (2.28)$$

Из (2.28) следует, что при увеличении интенсивности η МО "коэффициент шума" $\chi \rightarrow 1$ и $r(T) \rightarrow \rho(T)$. При уменьшении интенсивности $\chi < 1$ и $r(T) < \rho(T)$.

Это приводит к тому, что при одинаковом коэффициенте междупериодной корреляции отсчетов СОМО и других равных условиях интенсивность мощных МО будет измеряться с несколько меньшей точностью, чем интенсивность слабых МО.

Наряду с коэффициентом корреляции вероятность $p(|\hat{q}| < 1 \text{ дБ})$ также зависит от объема K обучающей выборки, которая используется для оценивания интенсивности МО. При прочих равных условиях эта вероятность будет тем больше, чем больше значение K . В частности, когда к.к. $\rho(T_{av}) = 0.8$, $p(|\hat{q}| < 1 \text{ дБ}) \approx 90\%$ при $K = 5$ (рис. 2.3, б). Использование выборок меньшего объема $K = 1$ (рис. 2.3, а) не обеспечивает с заданной вероятностью 90% допустимую ошибку измерения интенсивности. В то же время наличие выборки объема $K = 10$ позволяет измерить интенсивность МО с ошибкой ± 1 дБ с вероятностью $\approx 98.3\%$ (рис. 2.3, в).

Увеличение объема обучающей выборки симметризует плотности распределения относительной ошибки $\hat{\varepsilon}$ (рис. 2.2). При этом медианы соответствующих распределений (которые определяются абсциссами точек пересечения функций распределения с горизонтальной прямой на уровне 0.5) стремятся к 0. Это означает, что при увеличении объема K выборки смещение оценки (2.1а) интенсивности МО относительно ее истинного значения уменьшается.

Изложенные результаты справедливы также для случая, когда СОМО аппроксимируются АР-процессом порядка $p = 3$.

Значения вероятности $p(|\hat{q}| < 1 \text{ дБ})$, полученные для различных модельных условий, сведены в табл. 2.1 и табл. 2.2. По ним построены графики зависимостей этой вероятности от коэффициента корреляции ρ (рис. 2.4).

Таблица 2.1 – Вероятность измерения интенсивности η МО с ошибкой $|\hat{q}| < 1 \text{ дБ}$ (ГКФ)

ρ		0.1	0.6	0.8	0.9	0.96	0.99
$K = 1$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.744	0.664	0.594	0.528	0.448	0.346
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.742	0.635	0.55	0.477	0.394	0.297
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.741	0.616	0.525	0.449	0.367	0.273
$K = 5$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.989	0.969	0.937	0.893	0.818	0.688
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.989	0.957	0.91	0.849	0.754	0.611
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.988	0.949	0.891	0.82	0.717	0.571
$K = 10$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.9997	0.998	0.992	0.978	0.941	0.848
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.9996	0.996	0.983	0.958	0.9	0.778
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.9996	0.994	0.977	0.942	0.872	0.738

Таблица 2.2 – Вероятность измерения интенсивности η МО с ошибкой $|\hat{q}| < 1 \text{ дБ}$ (АР-процесс, $p = 3$)

ρ		0.1	0.6	0.8	0.9	0.96	0.99
$K = 1$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.741	0.654	0.572	0.504	0.427	0.332
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.738	0.622	0.525	0.45	0.373	0.284
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.736	0.602	0.498	0.422	0.346	0.261
$K = 5$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.988	0.965	0.924	0.872	0.793	0.667
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.988	0.951	0.89	0.82	0.725	0.59
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.987	0.941	0.868	0.789	0.687	0.55
$K = 10$	$\eta = 5 \text{ дБ}$	0.9996	0.997	0.988	0.969	0.926	0.83
	$\eta = 10 \text{ дБ}$	0.9996	0.995	0.976	0.942	0.878	0.757
	$\eta = 30 \text{ дБ}$	0.9996	0.992	0.967	0.923	0.846	0.715

Кривые рис. 4.4 наглядно иллюстрируют выводы, сформулированные выше. В частности, вероятность $p(|\hat{q}| < 1 \text{ дБ})$ измерения интенсивности МО с заданной ошибкой $\pm 1 \text{ дБ}$ практически не зависит от вида корреляционной функции СОМО, которые аппроксимируются в анализируемых примерах АР-процессами порядка p , и примерно одинакова для случаев $p = 3$ и $p \rightarrow \infty$ (рис. 2.4, а).

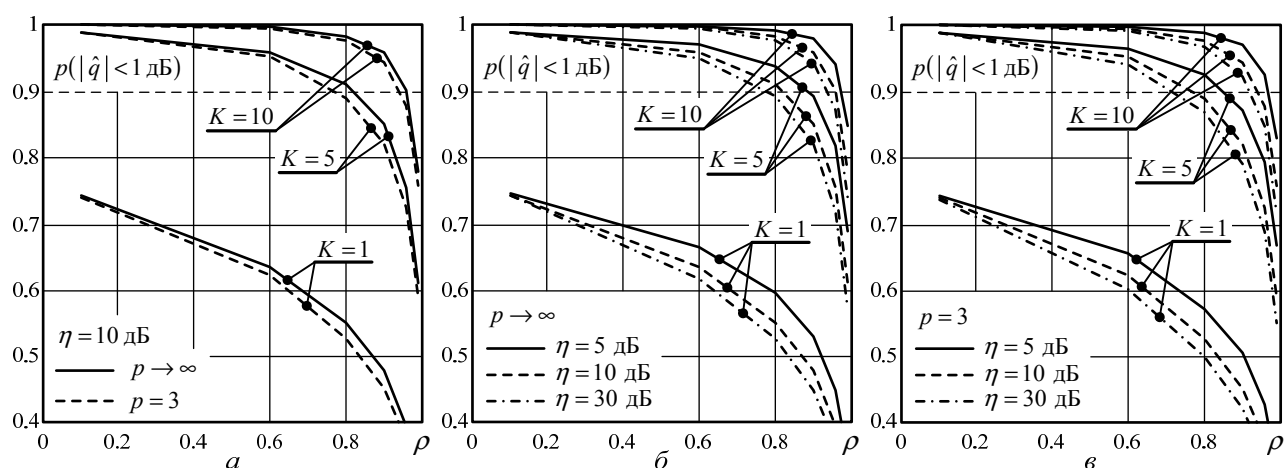


Рисунок 2.4 – Зависимость вероятности измерения интенсивности МО с ошибкой $\pm 1 \text{ дБ}$ от коэффициента междупериодной корреляции ρ

Из рис. 2.4, б, в видно, что для измерения интенсивности МО с ошибкой, которая с вероятностью 90% не превышает $\pm 1 \text{ дБ}$, достаточно обучающей выборки объема $K = 5$, когда оцениваемая интенсивность $\eta \leq 30 \text{ дБ}$, а коэффициент междупериодной корреляции отсчетов СОМО $\rho(T_{\text{ав}}) \leq 0.7$. Однако выборки такого объема недостаточно для измерения с требуемой точностью интенсивности более мощных ($\eta > 30 \text{ дБ}$) и/или сильно коррелированных ($\rho(T_{\text{ав}}) > 0.7$) отсчетов отражений от МО. Для измерения интенсивности относительно мощных ($\eta \leq 30 \text{ дБ}$) отражений от МО, к.к. которых достигает значений $\rho(T_{\text{ав}}) = 0.9$, объем обучающей выборки должен быть увеличен до $K = 10$. Выборки такого и большего объема могут требоваться и для решения других задач междупериодной обработки в ИД МРЛ.

2.1.1.4 Практическая реализация оценки интенсивности МО

Ниже обосновываются два алгоритма измерения интенсивности МО, пригодные для двух вариантов требований к периодичности формирования ее оценок $\hat{\eta}$.

Первый алгоритм предназначен для случая, когда интенсивность достаточно оценивать в элементах разрешения по дальности только отдельных азимутальных направлений, угловое расстояние между которыми превышает ширину луча (игольчатой) диаграммы направленности антенны ИД МРЛ. Второй алгоритм используется в случае, когда интенсивность должна оцениваться во всех элементах дальности всех азимутальных направлений.

В основу каждого алгоритма положена методика оценивания мощности, которая применяется в соответствующей схеме измерения ширины доплеровского спектра скоростей МО (п. 2.1.4.6). Поэтому в них в качестве оценки интенсивности МО в t -м элементе разрешения по дальности n -го азимутального направления (в (n, t) -элементе разрешения) вместо оценки $\hat{\eta}(n, t)$ (2.1а) используется оценка $\hat{\eta}_1(n, t)$ вида

$$\begin{aligned} \hat{\eta}_1(n, t) &= \frac{1}{M-1} \cdot \left(M \cdot \hat{\eta}(n, t) - \frac{1}{2 \cdot K} \cdot (a_{11}(n, t) + a_{MM}(n, t)) \right) = \\ &= \frac{1}{(M-1) \cdot K} \cdot \left(\text{tr}(\mathbf{A}) - \frac{1}{2} \cdot (a_{11}(n, t) + a_{MM}(n, t)) \right) = \frac{1}{(M-1) \cdot K} \cdot p(n, t), \end{aligned} \quad (2.29а)$$

$$p(n, t) = \frac{1}{2} \cdot a_{11}(n, t) + \sum_{\ell=2}^{M-1} a_{\ell\ell}(n, t) + \frac{1}{2} \cdot a_{MM}(n, t), \quad (2.29б)$$

$$\mathbf{A}(n, t) = \{a_{\ell m}(n, t)\}_{\ell, m=1}^M = \mathbf{Y}(n, t) \cdot \mathbf{Y}^*(n, t), \quad \mathbf{Y}(n, t) = \{\mathbf{y}(n, t + j - 1)\}_{j=1}^K - \quad (2.29в)$$

$M \times K$ обучающая выборка (n, t) -элемента, образованная K M -мерными векторами $\mathbf{y}(n, t + j - 1) = \{y_i^{(n, t + j - 1)}\}_{i=1}^M$, $j \in 1, K$ комплексных амплитуд M -мерных пачек отражений K смежных элементов разрешения по дальности, начиная с t -го.

Модификация оценки $\hat{\eta}(n, t)$ (2.1а) интенсивности МО к виду $\hat{\eta}_1(n, t)$ (2.29а) не изменяет ее статистические свойства. Это объясняется характером выполняемых преобразований. Суммы $p(n, t)$ (2.29б) и $\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_{\ell=1}^M a_{\ell\ell}(n, t)$ (2.1а) составлены из

одинакового числа одних и тех же слагаемых (элементов $a_{\ell\ell}(n,t)$, $\ell \in 1, M$ главной диагонали матрицы $\mathbf{A}(n,t)$). Они отличаются только тем, что элементы $a_{11}(n,t)$ и $a_{MM}(n,t)$ входят в сумму $tr(\mathbf{A})$ с весом 1, а в сумму $p(n,t)$ – с весом 1/2. Это эквивалентно тому, что сумма $tr(\mathbf{A})$ образована M "полновесными" слагаемыми, а сумма $p(n,t)$ – только $(M-1)$ "полновесным" слагаемым, что и учитывается нормировкой этих сумм на M и $(M-1)$ соответственно в формулах (2.1а) и (2.29а).

Схемы рекуррентного обновления оценки (2.29а) интенсивности МО в рамках первого и второго алгоритмов показаны на рис. 2.5, а и рис. 2.5, б.

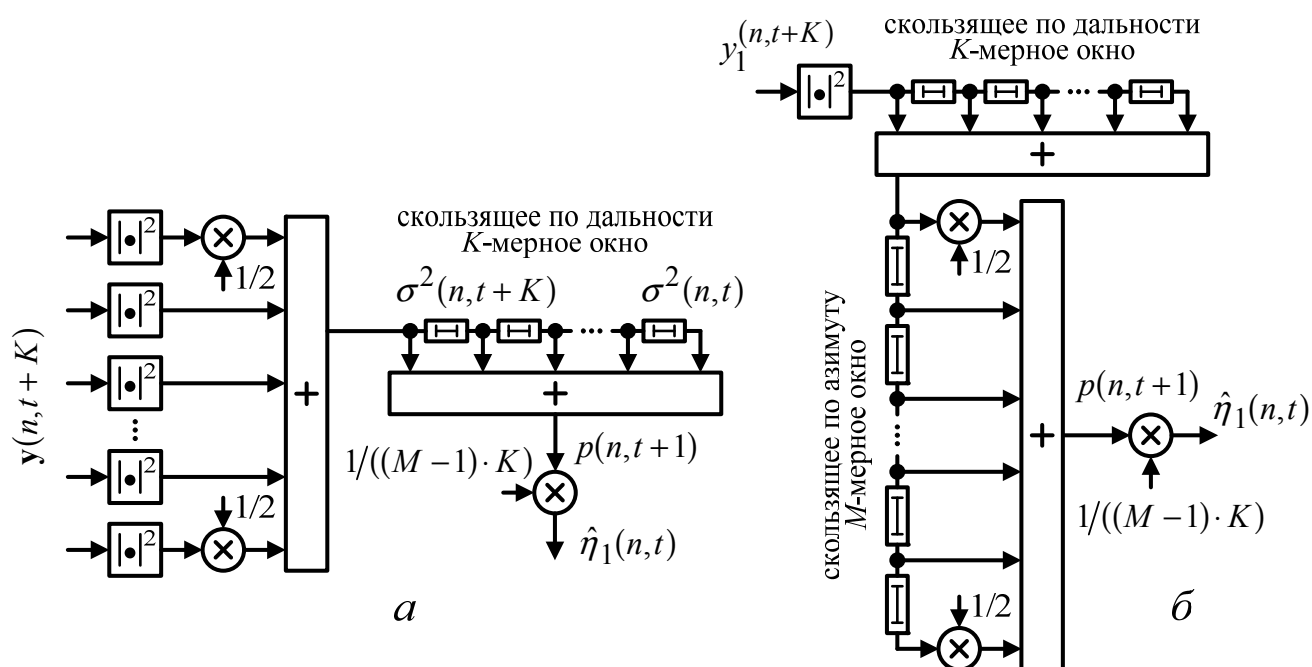


Рисунок 2.5 – Схемы обновления оценки $\hat{\eta}$ интенсивности МО по дальности (а) и по дальности и азимуту (б)

2.1.2 Модифицированный метод парных импульсов для ИД МРЛ с произвольными интервалами зондирования

Определяются и сравниваются статистические характеристики различных оценок средней радиальной скорости движения метеообразований (МО) в условиях постоянства и вобуляции интервалов зондирования импульсного доплеровского ме-

теорардиолокатора. Предлагается модификация метода "парных импульсов" при возбуждении интервалов зондирования, позволяющая существенно расширить диапазон однозначного оценивания скорости. Обосновываются целесообразная кратность возбуждения и принципы расстановки зондирующих импульсов на временной оси. Обосновывается рекуррентная организация предлагаемого алгоритма оценивания радиальной скорости **МО**, минимизирующая вычислительные затраты.

2.1.2.1 Постановка задачи

А. Метод парных импульсов (**МПИ**) – хорошо известный и широко применяемый метод нетраекторного оценивания радиальной скорости движения метеорообразований (**МО**) в импульсных доплеровских метеорардиолокаторах (**ИД МРЛ**) [2 – 6].

В этом методе при постоянном временном интервале T между зондирующими импульсами за оценку радиальной скорости V **МО** принимается величина

$$\hat{V} = c \cdot \arg(\hat{r}), \quad c = \lambda / (4 \cdot \pi \cdot T), \quad (2.30)$$

пропорциональная аргументу (фазе)

$$\arg(\hat{r}) = \hat{\varphi}_T = \arctg(r''/r') \quad (2.31)$$

используемой оценки

$$\hat{r} = r' + j \cdot r'' = \hat{R} \cdot e^{j \cdot \hat{\varphi}_T}, \quad j = \sqrt{-1}, \quad \hat{R} = \sqrt{(r')^2 + (r'')^2} \quad (2.32)$$

коэффициента ковариации (КК) r отсчетов отражений от **МО** анализируемого элемента разрешения по дальности в двух смежных интервалах зондирования.

Формула (2.30) является следствием связи фазы КК

$$\varphi_T = 2 \cdot \pi \cdot F_d \cdot T, \quad F_d = 2 \cdot V / \lambda \quad (2.33a)$$

с зависящим от длины волны λ доплеровским сдвигом частоты F_d отражений от **МО**, движущихся с радиальной скоростью V .

Б. Общеизвестным недостатком **МПИ** в режиме постоянного интервала зондирования является неоднозначность оценки (2.30), которая соответствует не одному, а целому набору значений скоростей

$$V_k = V + k \cdot V_0, \quad V_0 = \lambda / (2 \cdot T), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.33б)$$

Каждая из них меняет фазу φ_T (2.33а) на $\pm 2 \cdot k \cdot \pi$, что не меняет квадратурные компоненты КК (2.32) и, значит, аргумент (2.31) и оценку (2.30) на его основе. Значение V_0 определяет протяженность интервала однозначного измерения скорости **МПИ** в этом режиме.

Для борьбы с этим недостатком "наибольшее распространение в метеорадиолокации в настоящее время получил способ вобуляции частоты повторения ($F = 1/T$) импульсов (**ЧПИ**), когда попеременно излучаются зондирующие импульсы с разными **ЧПИ** $F_i = 1/T_i$, $i = 1, 2$ в отношении 3/4 или 4/5" [4] или даже в отношении 2/3 [104, 105]. Оценкой скорости в этом случае служит величина

$$\hat{V} = c_\Delta \cdot \arg_\Delta(\hat{r}), \quad c_\Delta = \lambda / (4 \cdot \pi \cdot \Delta), \quad \Delta = T_1 - T_2, \quad \arg_\Delta(\hat{r}) = \arg(\hat{r}_1) - \arg(\hat{r}_2), \quad (2.33в)$$

где $\arg(\hat{r}_i)$ – аргумент оценочного КК отсчетов отражений, разделенных интервалом $T = T_i$, $i = 1, 2$.

Как и (2.30), эта оценка периодична по скорости, но ее период (диапазон однозначности) равен $\lambda / (2 \cdot \Delta)$, в T / Δ раз превышая период V_0 (2.33б) оценки (2.30).

Очевидно, однако, что такой закон изменения (вобуляции) интервалов зондирования (чередование двух значений этих интервалов) не единственен. Современный уровень цифровой техники позволяет излучать и обрабатывать импульсные сигналы при практически любых временных интервалах между ними, в связи с чем целесообразно сопоставить его с другими законами вобуляции, в частности, уже применяющимися в различных РЛС.

В. При переходе к зондированию с $2 \leq z < M$ различными интервалами между импульсами M -элементной пачки требуется предварительно обосновать:

- 1) значение z (кратность вобуляции);
- 2) способ расстановки зондирующих импульсов на временной оси при выбранной кратности вобуляции;
- 3) алгоритмы извлечения информации о скорости из сформированных по обучающей выборке конечного объема оценок КК отсчетов отражений с выбранной временной расстановкой;

4) рациональную организацию избранной процедуры оценивания скорости движения **МО**.

Ответам на эти вопросы посвящен данный п. 2.1.2 отчета.

2.1.2.2 Методика анализа, модели и допущения

А. Традиционный и модифицированный **МПИ** ниже исследуются аналитически и методом математического моделирования. Полагается, что радиальная скорость **МО** в каждом элементе дистанции оценивается по $M \times K$ -мерной обучающей выборке

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K, \quad \mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \Phi) \quad (2.34)$$

аддитивной смеси собственного шума приемника и отражений от **МО** в M смежных интервалах зондирования из K смежных элементов дистанции. Комплексные M -мерные векторы \mathbf{y}_i , $i \in 1, K$ выборки (2.34), имитирующие M -элементные пачки входных сигналов i -го элемента дистанции, статистически эквивалентные пачке отражений анализируемого элемента дистанции, полагаются нормальными взаимно независимыми векторами

$$\overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \mathbf{0}_M, \quad i \neq j, \quad i, j \in 1, K \quad (2.35a)$$

с нулевыми средними значениями

$$\overline{\mathbf{y}_i} = \mathbf{0}, \quad i \in 1, K \quad (2.35б)$$

и одинаковой корреляционной матрицей (**КМ**) вида

$$\Phi = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*} = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \boldsymbol{\rho}, \quad i \in 1, K. \quad (2.35в)$$

Здесь \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ **КМ** M -элементной пачки некоррелированных собственных шумов приемника с одинаковой (единичной) мощностью, η – относительная (по отношению к мощности этих шумов) мощность отражений от **МО** (**ОСШ**),

$$\boldsymbol{\rho} = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M, \quad \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, M - \quad (2.36a)$$

нормированная **КМ** между периодными флуктуациями отражений от **МО** с элементами

$$\rho_{pq} = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (\gamma_p - \gamma_q)} df, \quad p, q \in 1, M, \quad (2.36б)$$

связанными равенством **Винера – Хинчина** (2.36б) со спектром междупериодных флуктуаций отражений $s_{norm}(f)$, нормированным условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, M. \quad (2.36в)$$

Через

$$\gamma_\ell = \tau_\ell / T_{av}, \quad \tau_\ell = \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 1, M \quad (2.37а)$$

обозначен нормированный к среднему интервалу

$$T_{av} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i \quad (2.37б)$$

временной интервал между первым и ℓ -м импульсами M -элементной пачки, через

$$f = f / F_{av} = f \cdot T_{av} \quad (2.37в)$$

обозначена нормированная (безразмерная) частота.

В режиме постоянного интервала зондирования

$$T_i = T = T_{av}, \quad i \in 1, M-1; \quad \gamma_\ell = \ell - 1. \quad (2.38)$$

Б. Отражения от **МО** аппроксимируются процессами **авторегрессии (АР)** различного (целого) порядка $p \geq 1$ [8] со спектрами вида

$$s_{norm}(f) = \frac{c_n}{\prod_{i=1}^p |1 - \beta_i \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}|^2}, \quad \beta_i = |\beta_i| \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i}, \quad |\beta_i| < 1, \quad i \in 1, p, \quad (2.39)$$

где c_n – константа, обеспечивающая нормировку (2.36в).

АР-процессы с $n \leq p$ -модальными спектрами с произвольной шириной и расположением мод на частотной оси формируются выбором модулей и фаз коэффициентов β_i [34].

АР-процесс порядка $p = 1$ имеет спектр

$$s_{norm}(f) = \frac{c_0}{|1 - \beta_1 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}|^2} = \frac{c_0}{1 - 2 \cdot |\beta_1| \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f - f_1)) + |\beta_1|^2} \quad (2.40)$$

и экспоненциальную корреляционную функцию

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|\gamma_p - \gamma_q|}, \quad \rho_1 = \beta_1, \quad p, q \in 1, M, \quad (2.41)$$

где ρ_1 – коэффициент корреляции отсчетов, разделенных средним временным интервалом T_{av} (2.37б).

АР-процесс бесконечного порядка ($p \rightarrow \infty$) имеет спектр [36, с. 318]

$$s_{norm}(f) = e^{a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f - f_1))} / I_0(a) \quad (2.42)$$

с максимумом в точке $f = f_1$ и нормированную **КМ** с элементами

$$\rho_{pq} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{e^{a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f - f_1))}}{I_0(a)} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (\gamma_p - \gamma_q)} df, \quad (2.43)$$

которые в условиях (2.38) при $f_1 = 0$ равны

$$\rho_{pq} = I_{|p-q|}(a) / I_0(a), \quad p, q \in 1, M. \quad (2.44)$$

Здесь $I_\nu(x)$ – модифицированная функция **Бесселя** ν -го порядка, a – параметр, связанный с шириной спектра Δf на выбранном уровне $1/d$ или модулем коэффициента корреляции ρ_1 равенствами

$$\Delta f = \pi^{-1} \cdot \arccos(1 - \ln(d)/a), \quad |\rho_1| = I_1(a) / I_0(a). \quad (2.45)$$

Формула (2.42) описывает спектр эквидистантных по времени отсчетов непрерывного процесса с гауссовым (колокольным) спектром мощности. В ней корректно учтен известный эффект "наложения" спектров при такой дискретизации. Влияние этого эффекта тем меньше, чем уже спектр (выше коэффициент корреляции) исходного непрерывного процесса. Так, при $|\rho_1| \geq 0.98$ элементы нормированной **КМ** (2.44) практически совпадают с существенно более просто вычисляемыми элементами **гауссовых КМ**

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|\gamma_p - \gamma_q|^2}, \quad p, q \in 1, M. \quad (2.46)$$

В. Выборка (2.34) обучающих векторов с заданными спектрами (2.39), (2.40), (2.42) и соответствующими **КМ** получается известным преобразованием

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K = \mathbf{G} \cdot \mathbf{\Xi} \quad (2.47)$$

пакета

$$\Xi = \{\xi_i\}_{i=1}^K, \quad \xi_i \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M), \quad \overline{\xi_i \cdot \xi_j^*} = \begin{cases} \mathbf{I}_M, & i = j, \\ \mathbf{0}_M, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K \quad (2.48)$$

K взаимно независимых комплексных гауссовых M -мерных векторов ξ_i отсчетов белого шума с нулевым вектором средних и единичной **КМ**, формируемых стандартными датчиками компьютеров. Матрицей преобразования может быть любой $M \times M$ "корень" $\mathbf{G} = \{g_{\ell i}\}_{\ell, i=1}^M$ **КМ** $\Phi = \{\varphi_{pq}\}_{p, q=1}^M$ (2.35в), удовлетворяющий равенству

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^* = \mathbf{D}_V \cdot \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{G}_0^* \cdot \mathbf{D}_V^* = \Phi, \quad (2.49)$$

в частности, треугольный корень **Холецкого** [41], использованный при моделировании. В (2.49)

$$\mathbf{D}_V = \text{diag} \left\{ \exp \left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \frac{V}{\lambda} \cdot T_{\text{av}} \cdot \gamma_\ell \right) \right\}_{\ell=1}^M - \quad (2.50)$$

диагональная $M \times M$ "матрица движения" **МО**, \mathbf{G}_0 – $M \times M$ "корень" **КМ** $\Phi_0 = \mathbf{G}_0 \cdot \mathbf{G}_0^*$ отражений от "неподвижных" ($V = 0$) **МО** (с нулевой центральной частотой спектра (2.39)).

Г. Формируемые по (2.47) обучающие векторы отсчетов отражений удовлетворяют условиям (2.35а), (2.35б), а их **КМ** (2.35в) при постоянном интервале зондирования (2.38) является **теплицевой** [41]. Специфика структуры такой **КМ** в традиционном **МПИ** учитывается использованием в качестве оценки (2.32) априори неизвестного **КК** среднего значения

$$\hat{r} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} a_{i+1, i} \quad (2.51)$$

оценок $a_{i+1, i}$, $i \in 1, (M-1)$ априори равных в этих условиях **КК** смежных отсчетов отражений, расположенных на первой поддиагонали случайной матрицы

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i, j=1}^M = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (2.52)$$

в условиях (2.48) имеющей комплексное распределение **Уишарта** [55]. При этом плотность распределения случайной оценки (2.30) скорости **МО**, полученной по

(2.51) при отсутствии накопления ($M = 2$), представляет собой расположенный в диапазоне однозначности $x \in -V_0/2, V_0/2$ отрезок функции

$$p_{\hat{V}}(x) = \frac{1}{2 \cdot c} \cdot (1 - r^2)^K \cdot (A(x) + B(x)), \quad (2.53a)$$

$$A(x) = \frac{1}{\pi} \cdot {}_2F_1\left(K, 1; \frac{1}{2}; (z(x))^2\right), \quad (2.53б)$$

$$B(x) = \frac{1}{2^{2 \cdot K - 1}} \cdot \frac{\Gamma(2 \cdot K)}{\Gamma^2(K)} \cdot \frac{z(x)}{(1 - (z(x))^2)^{K + 1/2}}, \quad (2.53в)$$

$$r = \frac{\eta}{1 + \eta} \cdot \rho_1, \quad z(x) = r \cdot \cos \frac{V - x}{c}, \quad (2.53г)$$

где ${}_2F_1(a, b; c; z)$ – гипергеометрическая функция Гаусса, $\Gamma(x)$ – гамма-функция [102].

Разброс случайных оценок скорости (2.30) с интегральной ф.р.

$$F_{\hat{V}}(x) = \int_{-V_0/2}^x p_{\hat{V}}(y) dy, \quad x \leq V_0/2 \quad (2.54a)$$

характеризуется величиной доверительного интервала

$$\Delta V = x_{0.95} - x_{0.05}, \quad F_{\hat{V}}(x_\alpha) = \alpha, \quad (2.54б)$$

в котором с вероятностью 90% лежат их значения.

Свойства законов распределения (2.53), (2.54) объясняют ряд особенностей традиционного МПИ и позволяют тестировать результаты моделирования для оценок, точные плотности которых получить не удастся. К их числу относятся, в частности, оценки (2.51) при $M > 2$, а также анализируемые в п. 2 оценки вида

$$\hat{V} = \frac{1}{M - 1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} V_i, \quad V_i = c \cdot \arg(a_{i+1, i}), \quad (2.55)$$

являющиеся средним значением оценок скоростей, полученных по аргументам каждого из $M - 1 > 1$ элементов первой поддиагонали матрицы \mathbf{A} (2.52).

Для таких оценок в процессе моделирования формируются $N \gg 1$ независимых реализаций матрицы $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i, j=1}^M$ (2.52), (2.47), по которым строятся эмпирические плотности (гистограммы) и функции распределения оценок скоростей. На их основе определяются зависимости точности (смещения, дисперсии, доверительных

интервалов) этих оценок от объема K обучающей выборки, **ОСШ** η , формы и ширины спектра отражений. Результаты теоретических исследований и математических экспериментов при постоянстве межимпульсных интервалов приводятся в п. 2.1.2.3, а при их вобуляции – в п. 2.1.2.4. В последнем случае при прочих равных условиях предпочтение отдается тем способам вобуляции, при которых минимальны побочные максимумы функции

$$s(V) = \frac{M}{\mathbf{x}^*(V) \cdot \Phi^{-1} \cdot \mathbf{x}(V)}, \quad \mathbf{x}(V) = \left\{ \exp\left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \frac{V}{\lambda} \cdot T_{\text{av}} \cdot \gamma_\ell \right) \right\}_{\ell=1}^M, \quad (2.56)$$

имеющей различный смысл в задачах обработки гауссовых процессов различной природы [52], в частности, смысл энергетического спектра **Кейпона** [13] M -элементной пачки отражений с $M \times M$ **КМ** междупериодных флуктуаций Φ .

2.1.2.3 Статистические характеристики **МПИ** при равных межимпульсных интервалах

А. Начнем с известного "тригонометрического" пояснения эффекта неоднозначности оценки скорости в **МПИ** при равенстве межимпульсных интервалов.

На рис. 2.6, *а*, *б* для **ИД МРЛ** с типовыми параметрами [2 – 6] $\lambda \approx 5.3$ см, $T = T_{\text{av}} \approx 2$ мс показаны зависимости от скорости V **МО** значений

$$n = F_d \cdot T = \varphi_T / (2 \cdot \pi), \quad (2.57a)$$

$$n' = n - \text{sign}(n) \cdot \varepsilon\{|n|\} \in -1, 1, \quad \text{sign}(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ -1, & n < 0, \end{cases} \quad (2.57b)$$

где $\varepsilon\{x\}$ – целая часть x . Эти параметры ($\lambda \approx 5.3$ см, $T = T_{\text{av}} \approx 2$ мс), если не оговорено другое, в последующих расчетах подразумеваются без специальных оговорок.

Значение n показывает число оборотов на 360° ($2 \cdot \pi$ радиан) вектора $e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}$ в зависимости от скорости **МО**, значение n' – дробную часть этого числа оборотов. Эта дробная часть определяет квадратурные компоненты комплексного КК (2.32) и, следовательно, его аргумент (2.31) и измеряемую **МПИ** скорость на его основе.

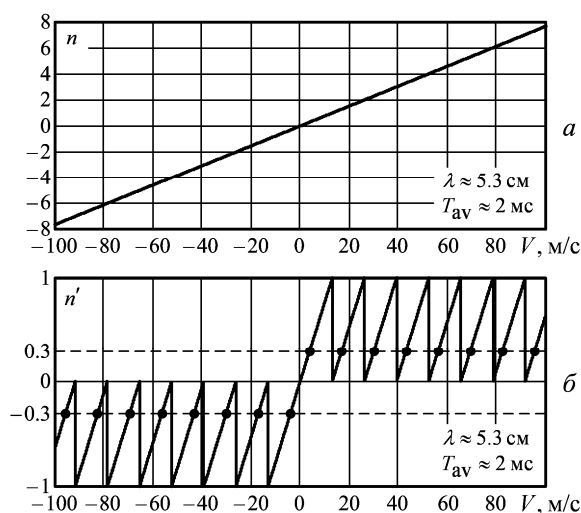


Рисунок 2.6 – Истоки неоднозначности оценок скорости в МПИ

Как видно из рис. 2.6, б, функция $n' = n'(V)$ периодична по скорости, так что одному значению n' соответствует не одна, а набор скоростей (для выбранных примеров с $n' = 0.3$ (-0.3) ими являются абсциссы отмеченных на графике точек), следующих с периодом

$$V_0 = \lambda / (2 \cdot T), \quad (2.58)$$

который соответствует значению $n_0 = 2 \cdot V_0 \cdot T / \lambda = 1$, т.е. одному целому обороту. Поскольку в МПИ при постоянном интервале зондирования информация о числе целых оборотов отсутствует, любая скорость из набора будет отождествлена с минимальной по модулю, не превосходящей значения V_0 (в примере рис. 2.6 $V_0 \approx 13$ м/с). Ситуация здесь аналогична попытке определить время, пользуясь часами только с минутной, но без часовой стрелки, в которых число целых (часовых) оборотов неизвестно.

Эта аналогия, которая неоднократно используется ниже, верна только "наполовину", поскольку для времени, не текущего "вспять", число минут по положению минутной стрелки всегда обоснованно отсчитывается в одном и том же направлении ("по часовой стрелке"). В то же время доплеровский сдвиг частоты отражений от МО, а, следовательно, и значение n' , могут быть как положительными, так и отрицательными. В последнем случае, как видно из рис. 2.6, б, скорость должна отсчитываться в обратном (отрицательном) направлении. Такая смена направлений авто-

матически предусматривается стандартными компьютерными процедурами вычисления функции $\varphi = \arctg(r''/r')$, которая строится по правилу

$$\varphi = \arctg(r''/r') = \begin{cases} \alpha, & \alpha \in 0, \pi, \\ -(2 \cdot \pi - \alpha), & \alpha \in \pi, 2 \cdot \pi, \end{cases} \quad (2.59a)$$

где $\alpha \in 0, 2 \cdot \pi$ – положительная (отсчитываемая против часовой стрелки) фаза числа $r = r' + j \cdot r''$. Первое условие относится к числам первого и второго, а второе – к числам третьего и четвертого квадрантов.

Следствием (2.59a), (2.57), (2.30) являются равенства

$$V = V_0 \cdot \begin{cases} n', & n' \in 0, 1/2, \\ n' - 1, & n' \in 1/2, 1, \end{cases} \quad (2.59b)$$

означающие, что в гипотетических условиях точно известного КК **МПИ** правильно (однозначно) определяет радиальные скорости только из интервала

$$V \in -V_0/2, V_0/2. \quad (2.60)$$

В частности, в условиях примера рис. 2.6 теоретический интервал однозначности $V \in (-6.5, 6.5)$ м/с, что намного меньше обычно требуемого диапазона однозначного измерения $V \in (-50, 50)$ м/с [2 – 6].

Б. В реальных условиях априорного незнания истинного КК отражений, вместо которого используются оценки вида (2.51), (2.52), (2.55), диапазон однозначного измерения скорости с ненулевой вероятностью, зависящей от объема K обучающей выборки (2.34), может быть и меньше, чем (2.60). Причина этого связана с флуктуациями фазы оценочного (случайного) КК, в силу которых значение n' может оказаться вне одного из двух интервалов (2.59b), в котором расположено его истинное значение. Такое "перепутывание" интервала сопровождается "перескоком" оценки скорости на величину V_0 .

Этот эффект наглядно иллюстрируется рис. 2.7, где показаны функции $p_{\hat{v}}(x)$ (2.53) (штриховые кривые) и полученные в серии из $N = 26000$ экспериментов гистограммы (сплошные кривые) оценки скорости (2.30) на основе оценки КК (2.51) при $M = 2$, $K = 5$ и истинных скоростях $V = 5.8$ м/с $< V_0/2$ (a) и $V = -5.8$ м/с $> -V_0/2$ (б), лежащих у границ (2.60).

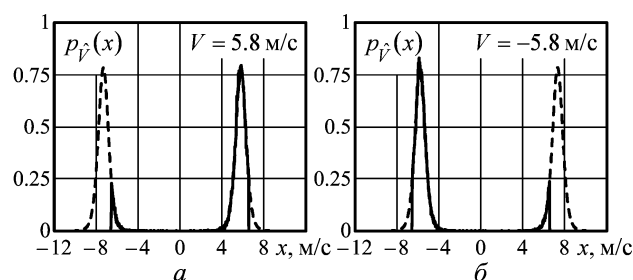


Рисунок 2.7 – Теоретические и экспериментальные плотности распределения оценки (2.30), (2.51) ($M = 2$, $K = 5$, $\eta = 30$ дБ, $\rho_1 = 0.8$)

Видно, что в окрестности истинного значения скорости располагается только часть ее оценок, не превосходящих правую границу (2.60) в примере (а) и больших левой границы – в примере (б), а остальные оценки "перескочили" к противоположной границе.

Количественное представление о доле "перескочивших" оценок дают показанные на рис. 2.8 семейства функций распределения (2.54а), параметром которых служит объем K обучающей выборки.

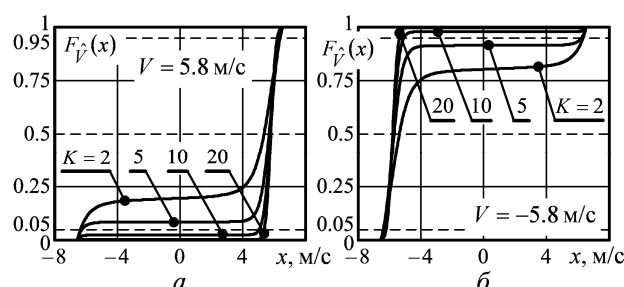


Рисунок 2.8 – Функции распределения оценки (2.30), (2.51) ($M = 2$, $\eta = 30$ дБ, $\rho_1 = 0.8$)

Как следует из рис. 2.8, в рассматриваемом примере доля "перескоков" может достигать 20% при $K = 2$ и приближаться к 10% при $K = 5$. Тем самым в приведенном примере с вероятностью $p \approx 80\%$ при $K = 2$ и с вероятностью $p \approx 90\%$ при $K = 5$ диапазон однозначно измеряемой скорости $|V| = 5.8 \text{ м/с} < V_0/2$.

В. Очевидно, что степень уменьшения этого диапазона по сравнению с (2.60) зависит от разброса ошибок оценивания скорости

$$\delta = V - \hat{V}, \quad (2.61)$$

характеризуемого их доверительным интервалом.

Для оценки (2.30) на основе оценки КК (2.51) при $M = 2$ плотность распределения $p_{\delta}(x)$ этих ошибок получается заменой в (2.53) разности $V - x$ на x . Семейства плотностей и функций распределения ошибок (2.61) при значении модуля КК $r = 0.7$ и различных значениях K показаны на рис. 2.9, а, б. Аналогичные семейства, но при фиксированном значении $K = 10$ и наборе значений r показаны на рис. 2.9, в, г. Разность абсцисс точек пересечения функций распределения с верхней и нижней штриховыми горизонтальными прямыми на уровнях 0.95 и 0.05 определяет 90-% доверительный интервал ошибок (2.61).

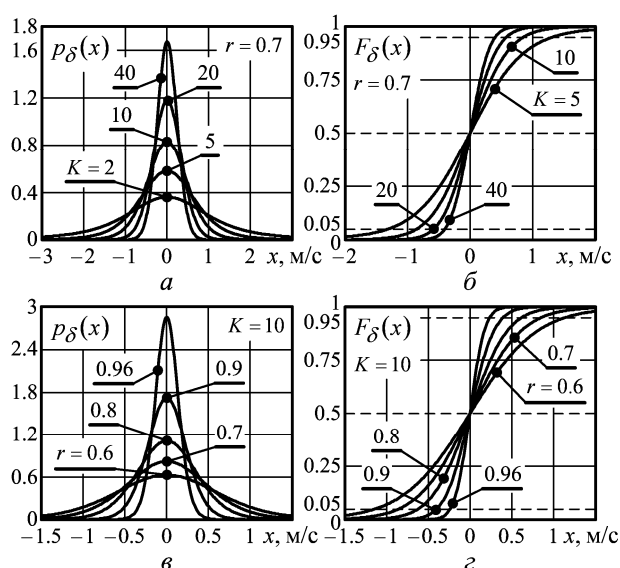


Рисунок 2.9 – Плотности (а, в) и функции (б, г) распределения ошибок оценки (2.30) на основе (2.51) при $M = 2$

Видно, что плотность распределения $p_{\delta}(x)$ симметрична относительно нуля и, следовательно, рассматриваемая оценка не смещена при любых K и r , что является ее важным практическим достоинством. Рост объема K обучающей выборки повышает точность оценивания (уменьшает доверительный интервал ошибки (2.61)). Точность растет с ростом **ОСШ** η и коэффициента корреляции ρ_1 отражений смежных интервалов зондирования, увеличивающих значение r (2.53г). Тем не менее показанные в табл. 2.3 доверительные интервалы ошибок (2.61) оценки (2.30) на основе (2.51) для $M = 2$ при практически доступных выборках ($K \leq 20 \div 40$) могут быть недопустимо большими, особенно при "малых" значениях $r \leq 0.8$.

Таблица 2.3 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61) оценки (2.30) на основе (2.51) при $M = 2$

$r \backslash K$	5	10	20	40	50	75	100	150
0.7	2.5	1.7	1.2	0.8	0.7	0.58	0.5	0.4
0.8	1.8	1.3	0.85	0.6	0.55	0.44	0.36	0.3
0.9	1.2	0.8	0.54	0.4	0.33	0.27	0.24	0.2
0.96	0.7	0.48	0.3	0.24	0.2	0.16	0.14	0.12

Г. Предусматриваемое (2.51), (2.55) накопление оценок элементов первой поддиагонали матрицы A (2.52) или оценок скоростей, полученных по каждому из них, увеличивает точность итоговой оценки скорости. Аналитически точно установить эффект такого накопления трудно, поскольку неизвестна совместная плотность распределения накапливаемых (в общем случае – взаимно коррелированных) величин и, следовательно, их суммы в целом. Поэтому ниже этот эффект оценивается по эмпирическим гистограммам и функциям распределения ошибок (2.61), подобным приведенным на рис. 2.10 для оценки (2.30), (2.51) при $M = 27$ и гауссовой **КМ** вида (2.46), (2.38) при $r = 0.8$ и $r = 0.96$. Аналогичный вид в этих условиях имеют и законы распределения ошибок (2.61) оценки (2.55).

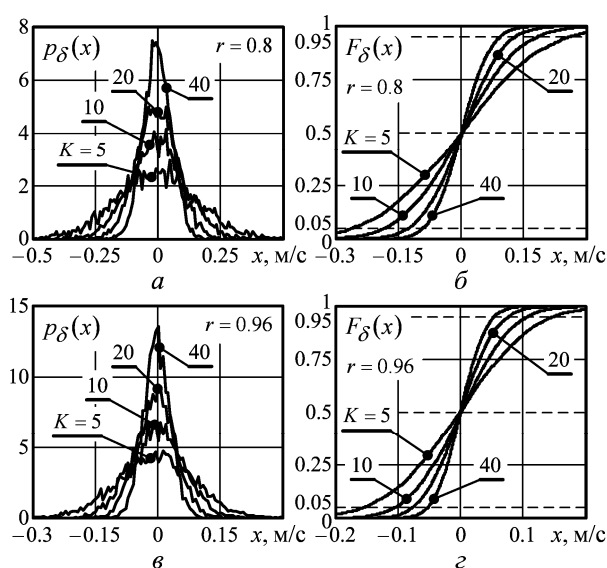


Рисунок 2.10 – Эмпирические плотности ($a, в$) и функции ($б, з$) распределения ошибок оценки (2.30), (2.51) при $M = 27$

Полученные на их основе доверительные интервалы ошибок измерения скорости сведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61) оценок (2.30), (2.51) и (2.55) при $M = 27$ ($p \rightarrow \infty$)

$r \backslash K$	Оценка (2.30), (2.51)				Оценка (2.55)			
	5	10	20	40	5	10	20	40
0.7	0.6	0.4	0.3	0.2	0.8	0.4	0.3	0.2
0.8	0.5	0.3	0.2	0.16	0.6	0.38	0.23	0.18
0.9	0.4	0.28	0.2	0.13	0.42	0.3	0.2	0.13
0.96	0.3	0.21	0.15	0.1	0.33	0.23	0.15	0.11

Видно, что при малых объемах обучающей выборки ($K \approx 5$) оценка (2.55) несколько уступает обычно используемой оценке (2.30), (2.51), но с ростом K различие между ними становится несущественным.

Сравнение результатов таблиц 2.3 и 2.4 количественно характеризует влияние взаимной зависимости (коррелированности) накапливаемых величин на точность оценивания скорости **МПИ**. Так, доверительные интервалы оценки (2.30), (2.51) при $K = 5$ и $M = 27$ (при накоплении 26 элементов первой поддиагонали $M \times M$ матрицы **A** (2.52)) в рассматриваемом случае гауссовой **КМ** (2.46), (2.38) близки к доверительным интервалам этой оценки при $M = 2$ (в отсутствие накопления) при $K = 75, 60, 40$ и 20 для значений $r = 0.7, 0.8, 0.9$ и 0.96 соответственно. Тем самым эффект "междупериодного" накопления коррелированных элементов первой поддиагонали, естественно, не превосходит эффекта временного (внутрипериодного) накопления взаимно независимых (некоррелированных) (2.35a) слагаемых в (2.52) и уменьшается по мере роста коэффициента корреляции. При соответствующих значениях r эффект $M - 1 = 26$ -кратного "междупериодного" накопления примерно эквивалентен эффекту 15, 12, 8 и 4-кратного временного (внутрипериодного) накопления некоррелированных слагаемых в (2.52).

Для широкого класса **КМ**, отличных от гауссовой (2.46), этот эффект может быть другим. В качестве примера в табл. 2.5 приведены доверительные интервалы,

аналогичные приведенным в табл. 2.4, но для отражений, аппроксимируемых **АР**-процессами (2.39) порядка $p=3$ с параметрами $\beta_i = \beta$, $|\beta| < 1$, $i \in 1, p$. Значение β полностью определяется заданными шириной спектра или коэффициентом междупериодной корреляции процесса ρ_1 .

Таблица 2.5 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61) оценок (2.30), (2.51) и (2.52) при $M = 27$ ($p = 3$)

$r \backslash K$	Оценка (2.30), (2.51)				Оценка (2.55)			
	5	10	20	40	5	10	20	40
0.7	0.52	0.37	0.26	0.18	0.63	0.41	0.29	0.18
0.8	0.45	0.31	0.22	0.16	0.53	0.33	0.23	0.16
0.9	0.36	0.24	0.17	0.12	0.38	0.26	0.16	0.12
0.96	0.25	0.19	0.12	0.1	0.28	0.19	0.13	0.1

В этом случае, как следует из сравнения результатов таблиц 2.3 и 2.5, эффект $M - 1 = 26$ -кратного "междупериодного" накопления оценок в (2.51) для $r = 0.7, 0.8, 0.9$ и 0.96 примерно эквивалентен эффекту 20, 15, 10 и 8-кратного временного (внутрипериодного) накопления, т.е. несколько выше, чем в случае гауссовой **КМ**. Оценка (2.55) здесь, как и при $p \rightarrow \infty$, несколько хуже оценки (2.30), (2.51) при малом $K \leq 10$, но по мере роста K практически совпадает с ней. Она может быть улучшена, если дополнить число накапливаемых оценок скоростей теми, которые могут быть получены по остальным элементам оценочной **КМ** (2.52), в частности, по элементам ее второй и последующих поддиагоналей.

Д. Накопление (2.51), (2.55) уменьшает разброс оценок скорости и, тем самым, степень сужения диапазона ее однозначного измерения по сравнению с (2.60). Однако оно не устраняет главный недостаток **МПИ** в режиме постоянного интервала зондирования – неоднозначность оценки радиальной скорости **МО**. Ниже рассматриваются известные и новые модификации **МПИ** для режима с переменными межпульсными интервалами, направленные на устранение этого недостатка.

2.1.2.4 Модификации МПИ при переменных интервалах зондирования

А. Известную возможность расширить диапазон однозначного измерения радиальной скорости **МО** при вобуляции проиллюстрируем на обычном для практики примере двух интервалов зондирования различной длительности.

На рис. 2.11, *а*, *б* показаны подобные приведенным на рис. 2.6 зависимости от скорости **МО** полного числа оборотов n (*а*) и его дробной части n' (*б*) (2.57) для интервалов зондирования $T_1 \approx 2.37$ мс (сплошные прямые) и $T_2 = \mu \cdot T_1$, $\mu \approx 0.7 < 1$ (штриховые).

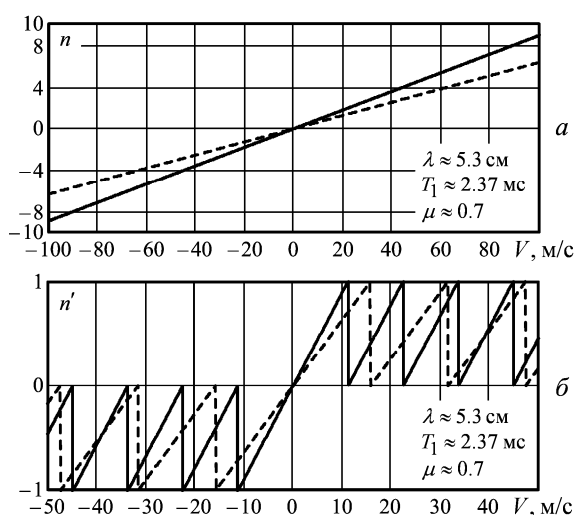


Рисунок 2.11 – Источники расширения диапазона однозначности при вобуляции интервалов зондирования

Каждая из дробных частей $n'_i = n'_i(V)$, $i \in 1, 2$ порознь достигнет единицы уже при скоростях **МО** $V_{0i} = \lambda / (2 \cdot T_i)$, $i \in 1, 2$, которые в рассматриваемых примерах существенно меньше обычно требуемых. Но модуль их разности

$$\Delta n' = n'_1 - n'_2 \quad (2.62)$$

достигнет единицы при скорости, которая при соответствующем выборе соотношения μ длительностей интервалов может быть существенно больше V_{0i} .

На рис. 2.12 показаны зависимости от скорости разностей (2.62) при $\mu \approx 0.9$ (*а*) и $\mu \approx 0.94$ (*б*).

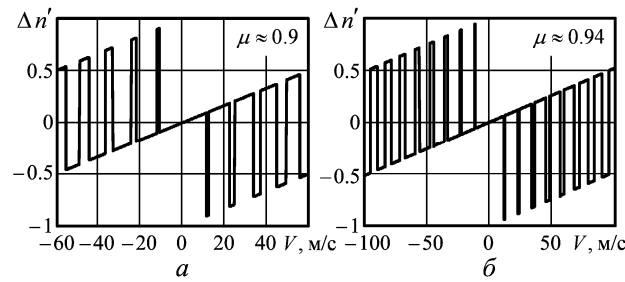


Рисунок 2.12 – Зависимости разности (2.62) от скорости **МО**

Нетрудно заметить, что во всем диапазоне отрицательных скоростей $V \in (-60, 0)$ м/с при $\mu \approx 0.9$ и $V \in (-100, 0)$ м/с при $\mu \approx 0.94$ даже минимальные положительные (отрицательные) значения разностей (2.62) больше 0.5 (–0.5), тогда как в соответствующих положительных диапазонах скоростей даже их максимальные положительные (отрицательные) значения меньше 0.5 (–0.5). Именно это позволяет расширить диапазон однозначного измерения скорости, используя модифицированные разности

$$\Delta m' = \begin{cases} \Delta n', & \Delta n' \geq 0, \\ \Delta n' + 1, & \Delta n' < 0, \end{cases} \quad (2.63)$$

для условий примера рис. 2.12 показанные на рис. 2.13.

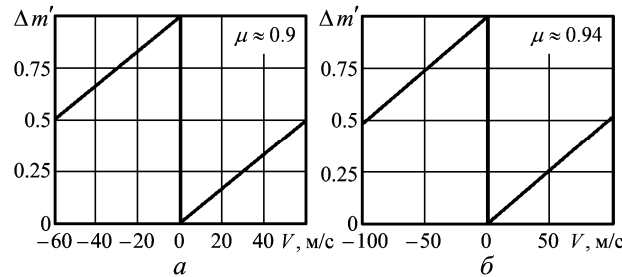


Рисунок 2.13 – Зависимости разности (2.63) от скорости **МО**

Модифицированные разности $\Delta m'$ линейно связаны со скоростью и однозначно определяют ее в диапазоне

$$V \in -1/2 \cdot V_{0\Delta}, 1/2 \cdot V_{0\Delta}, \quad V_{0\Delta} = \lambda / (2 \cdot \Delta), \quad \Delta = T_1 - T_2, \quad (2.64)$$

который в рассматриваемых примерах (рис. 2.12, рис. 2.13) равен $\approx (\pm 60, \pm 100)$ м/с при $\mu \approx 0.9$ и $\mu \approx 0.94$ соответственно. В этих диапазонах (ср. с (2.59б))

$$V = V_{0\Delta} \cdot \begin{cases} \Delta m', & \Delta m' \in 0, 1/2, \\ \Delta m' - 1, & \Delta m' \in 1/2, 1. \end{cases} \quad (2.65)$$

Последние формулы в сочетании с (2.57), (2.62) – (2.64) лежат в основе **модификации МПИ** для режима с вобуляцией интервалов зондирования.

Б. Возможность расширить диапазон однозначного измерения скорости при использовании двух различных интервалов зондирования (двукратной вобуляции) аналогична возможности однозначно измерить время двумя часами без часовых, а только с минутными стрелками, которые могут двигаться с различными угловыми скоростями. Так, если за 1 час первая совершает полный оборот, а вторая – на $1/60$ оборота больше, то при одновременном старте **целая часть разности** их показаний (в минутах) несет информацию о **целом** числе оборотов (**часов**) после старта, а число минут определяют показания первой минутной стрелки. Такая стратегия увеличивает диапазон однозначного измерения времени с 1 до 60 часов.

Очевидно, однако, что этого можно достичь только в "правильно идущих" часах, минутная стрелка которых движется со строго постоянной угловой скоростью. Неравномерность хода, порождающая "дрожь" стрелок, может приводить к ошибкам и даже к "перескокам" оценок времени на целое число часов. При фиксированном разбросе положений стрелок вероятность таких перескоков тем выше, чем меньше разница скоростей вращения минутных стрелок (чем шире теоретически однозначный интервал измерения времени такой парой часов).

Аналог "дрожи" стрелок в рассматриваемой задаче измерения скорости **МО** – разброс фаз случайных КК (слагаемых суммы (2.51)), обусловленный неизбежной конечностью объема K обучающей выборки. Он ведет к разбросу разностей (2.62), их модификаций (2.63) и, как следствие, к разбросу формируемых по (2.65) оценок скоростей. Связанные с этим потери точности зависят от кратности вобуляции, расстановки зондирующих импульсов на временной оси, используемых алгоритмов формирования оценок скоростей. Эти вопросы обсуждаются ниже.

В. Из пропорциональности (2.65) оценки скорости V случайной модифицированной разности $\Delta m'$ (2.63) вытекают два следствия, важных для обоснования рациональной структуры вобулированных пачек.

Следствие 1. При одной и той же точности оценивания разности $\Delta m'$ точность оценивания скорости тем меньше, чем больше диапазон однозначности $V_{0\Delta}$ (2.64) (чем меньше разность $\Delta = T_1 - T_2$ используемых интервалов зондирования).

Это следствие количественно иллюстрируется примером рис. 2.14. Здесь показаны 26 чередующихся временных интервалов (в мс) между импульсами $M = 27$ -элементной пачки (а), разность которых $\Delta \approx 0.71$ мс ($V_{0\Delta} \approx 37.36$ м/с), и полученное в процессе обработки $N = 5000$ реализаций семейство эмпирических функций распределения (б) ошибок (2.61) оценивания скорости $V = 10$ м/с МО с гауссовой КМ (2.46) отражений с КК $r = 0.9$ и относительной интенсивностью $\eta = 30$ дБ при различных значениях объема выборки $K = 5, 10, 20, 40$. Аналогичное семейство на рис. 2.14, в соответствует такой же пачке с чередующимися межимпульсными интервалами, но с разницей между ними $\Delta \approx 0.165$ мс ($V_{0\Delta} \approx 161.2$ м/с) (рис. 2.14, в).

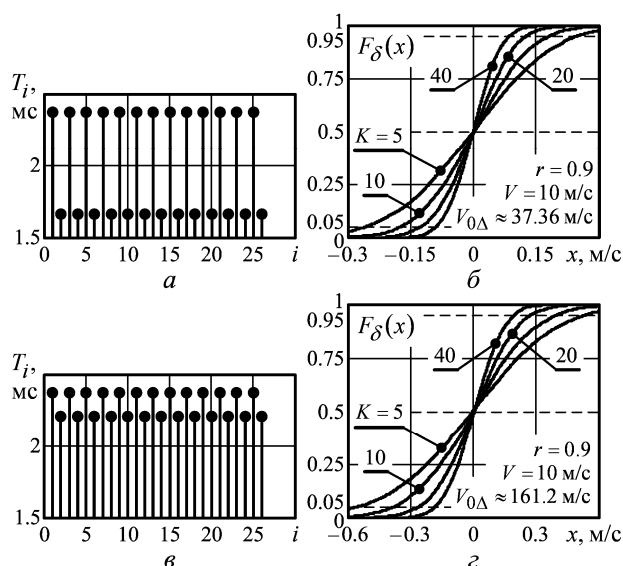


Рисунок 2.14 – Чередующиеся временные интервалы (а, в) и семейства функций распределения (б, з)

Из сравнения приведенных семейств видно, что в рассмотренном примере переход от $\Delta \approx 0.71$ мс к $\Delta \approx 0.165$ мс примерно в 2 раза расширил 90-% доверительные интервалы ошибок измерения скорости.

Следствие 2. При одной и той же разности $\Delta = T_1 - T_2$ точность оценки скорости тем меньше, чем меньше корреляция отсчетов отражений, фазы КК которых входят в разности (2.62), (2.63).

Пример вобуляции, при которой указанная корреляция существенно меньше, чем при вобуляции рис. 2.14, показан на рис. 2.15. Здесь используется попачечная

вобуляция – пачка в целом разбита на подпачки (в данном случае – две) с постоянными интервалами зондирования в пределах каждой из них, но разными в разных подпачках. В примере рис. 2.15, *а, б* $\Delta \approx 0.71$ мс ($V_{0\Delta} \approx 37.36$ м/с), в примере рис. 2.15, *в, г* $\Delta \approx 0.22$ мс ($V_{0\Delta} \approx 121$ м/с).

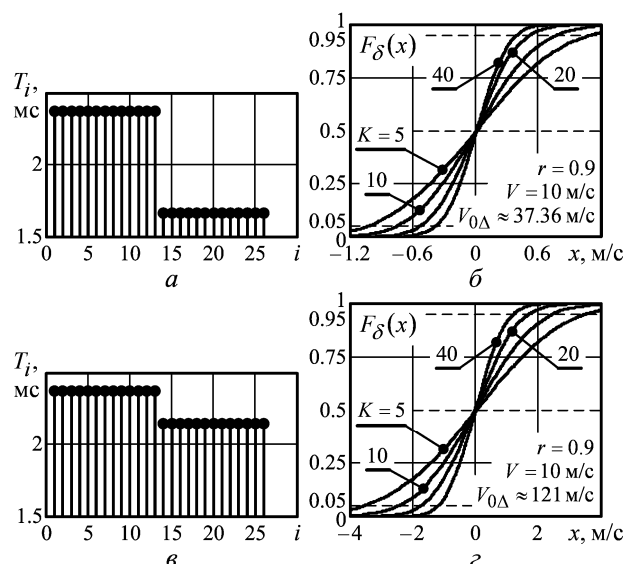


Рисунок 2.15 – Попачечная вобуляция (*а, в*) и семейства функций распределения (*б, г*)

При попачечной вобуляции (рис. 2.15) отсчеты отражений, фазы КК которых входят в модифицированные разности (2.63), разделены временными интервалами, которые могут превышать половину длительности пачки, и, следовательно, коэффициент корреляции ρ_{12} между ними намного меньше, чем между соответствующими отсчетами на чередующихся интервалах (рис. 2.14). Поскольку дисперсия σ_{Δ}^2 разности $\Delta = \varphi_1 - \varphi_2$ двух равномошных ($\sigma_{\varphi_1}^2 = \sigma_{\varphi_2}^2 = \sigma^2$) случайных величин равна $\sigma_{\Delta}^2 = 2 \cdot \sigma^2 \cdot (1 - \rho_{12})$, то меньшему значению ρ_{12} соответствует большая дисперсия разности фаз, что и увеличивает ошибки измерения при попачечной вобуляции (рис. 2.15, *а, в*) по сравнению с ошибками "чередующейся" (рис. 2.14, *а, в*). Как следует из сравнения доверительных интервалов, последняя при расстановке зондирующих импульсов в соответствии с рис. 2.14, *а* обеспечила примерно четырехкратный выигрыш в точности оценивания скорости по сравнению с расстановкой рис. 2.15, *а* и более чем пятикратный выигрыш при расстановке рис. 2.14 расстанов-

кой рис. 2.15, а примерно утроила выигрыш по сравнению с расстановкой рис. 2.15, в, что полностью согласуется со **Следствием 1**.

2.1.2.5 Выбор типа сигнала и его параметров для ИД МРЛ

Г. Проанализируем спектры (2.56) пачек отражений с чередующимися интервалами зондирования T_1 и $T_2 = \mu \cdot T_1$ (рис. 2.14, а, в) при различных соотношениях интервалов $\mu \leq 1$, но одном и том же среднем интервале (2.37б) $T_{av} \approx 2$ мс, показанные (в дБ) на рис. 2.16. Графики соответствуют $M = 27$ -элементной пачке отражений с $M \times M$ гауссовой КМ (2.35в), (2.46) с $\rho_1 = 0.96$, $\eta = 30$ дБ.

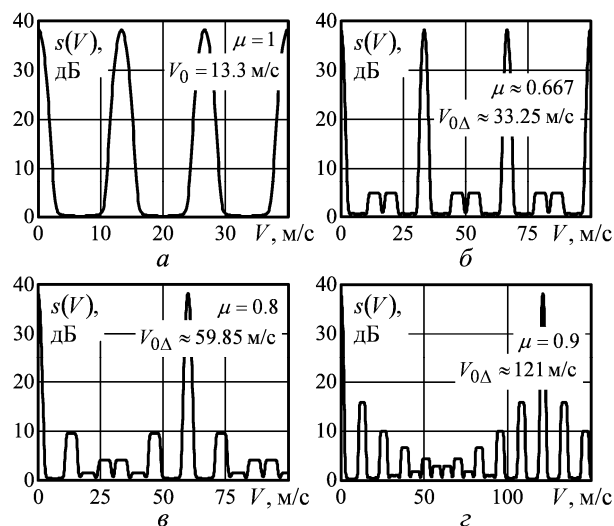


Рисунок 2.16 – Спектры вобулированных пачек отражений

Эти спектры периодичны с периодами V_0 (2.58) при отсутствии вобуляции ($\mu = 1$, рис. 2.16, а) и $V_{0\Delta}$ (2.64) при $\mu < 1$ (рис. 2.16, б, в, г), равными расстояниям между максимумами их главных (дифракционных) лепестков. Рост значения μ увеличивает диапазон однозначного измерения скорости, но сопровождается ростом уровня нежелательных боковых лепестков спектра, расположенных в окрестности дифракционных лепестков спектра невобулированной пачки (рис. 2.16, а). В предельном случае $\mu \rightarrow 1$ эффект вобуляции исчезает (спектр "возвращается" к исходному (рис. 2.16, а), а диапазон однозначности – к диапазону (2.58)).

В рассматриваемых условиях для того, чтобы диапазон однозначного измерения скорости удовлетворял обычным требованиям $V \in (-50, 50)$ м/с [2 – 6] с запасом, учитывающим неизбежные ошибки оценивания, минимальное значение $\mu \approx 0.9$ ($V_{0\Delta} \approx 121$ м/с). При этом, как следует из рис. 2.16, z , уровень первого бокового лепестка спектра достигает 15 дБ и уменьшается примерно до 5 дБ в последующих лепестках.

Д. Уменьшить уровень нежелательных боковых лепестков при практически той же точности оценивания скорости можно за счет увеличения числа различных интервалов зондирования (кратности вобуляции z). Пример $z = 4$ -кратной вобуляции и спектр вобулированной в соответствии с ней пачки отражений показаны на рис. 2.17.

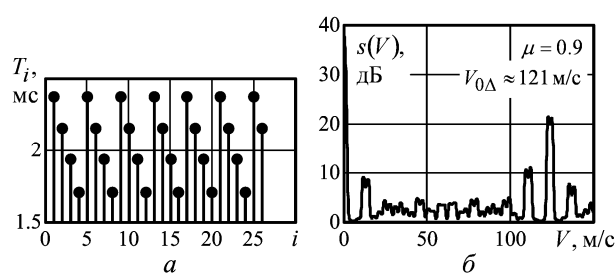


Рисунок 2.17 – Четырехкратная вобуляция (а) и спектр соответствующей пачки (б)

Здесь уровень боковых лепестков спектра в диапазоне $V_{0\Delta}$ заметно ниже, чем при "чередующейся" двукратной вобуляции с тем же интервалом однозначности (рис. 2.16, z).

На рис. 2.18 для двух- (а) и четырехкратной (б) вобуляции интервалов зондирования приведены полученные при обработке $N = 5000$ реализаций семейства эмпирических функций распределения (б, z) ошибок (2.61) оценивания "граничной" скорости $V = 50$ м/с МО с гауссовой КМ отражений с относительной интенсивностью $\eta = 30$ дБ и КК $r = 0.9$ при различных объемах выборки $K = 5, 10, 20, 40$.

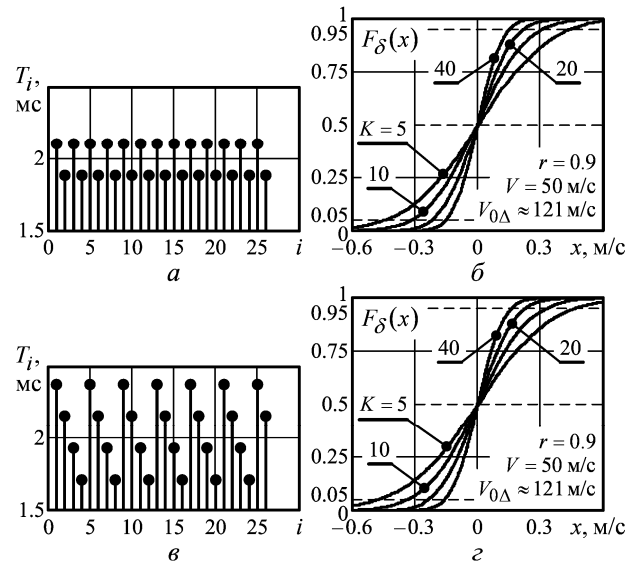


Рисунок 2.18 – Двух- (а) и четырехкратная (б) вобуляция и соответствующие семейства функций распределения

Видно, что доверительные интервалы ошибок измерения скорости при $z = 4$ -кратной и $z = 2$ -кратной вобуляции в условиях приведенного примера практически совпадают.

Е. Эмпирические функции распределения ошибок (2.61) оценивания скорости **МО** (рис. 2.14, 2.15, 2.18) получены по алгоритму (2.62) – (2.65).

При "чередующейся" $z = 2$ -кратной вобуляции (рис. 2.18, а) уменьшаемым и вычитаемым разности (2.62) в нем выступают значения

$$n'_i = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \text{arctg}(R_{\Sigma i}), \quad i \in 1, 2, \quad (2.66a)$$

где

$$R_{\Sigma i} = \sum_{j=1}^{(M-1)/2} a_{2 \cdot j-1+i, 2 \cdot j-2+i} \quad (2.66b)$$

результаты накопления "нечетных" ($i = 1$) и "четных" ($i = 2$) элементов первой поддиагонали матрицы $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^M$ (2.52), определяющих оценки чередующихся априори равных КК, соответствующих одинаковым интервалам зондирования.

При "чередующейся" $z = 4$ -кратной вобуляции (рис. 2.18, б), которая может рассматриваться как объединение двух $z = 2$ -кратных, итоговая оценка скорости строится как среднее арифметическое

$$\hat{V} = (\hat{V}_1 + \hat{V}_2) / 2 \quad (2.67)$$

оценок скоростей \hat{V}_1 и \hat{V}_2 , полученных по каждой из этих $z = 2$ -кратных вобуляций. Для первой оценки скорости уменьшаемым и вычитаемым в разности (2.62) выступают значения (2.66а), в которых, однако,

$$R_{\Sigma i} = \sum_{j=1}^{\varepsilon\{(M+2)/4\}} a_{4 \cdot j-3+i, 4 \cdot j-4+i}, \quad i \in 1, 2. \quad (2.68)$$

Для второй оценки используются значения

$$R_{\Sigma i} = \sum_{j=1}^{\varepsilon\{(M+2-i)/4\}} a_{4 \cdot j-3+i, 4 \cdot j-4+i}, \quad i \in 3, 4. \quad (2.69)$$

В (2.68), (2.69), как и в (2.66б), накапливаются оценки априори равных КК, соответствующих одинаковым интервалам зондирования, но их число в этом случае примерно вдвое меньше.

Наряду с алгоритмами (2.66) – (2.69) возможны еще две их разновидности, одинаковые как при $z = 2$ -кратной, так и $z = 4$ -кратной вобуляции, отличающиеся выбором "накапливаемого" параметра.

В **первом** из них в его роли выступают оценки априори равных модифицированных разностей фаз, соответствующих смежным парам КК с равными разностями временных интервалов. При оценке скорости в (2.65) используется их среднее арифметическое

$$\Delta m' = \frac{2}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{\varepsilon\{(M-1)/2\}} \Delta m'_i. \quad (2.70)$$

Во **втором** алгоритме оценкой скорости служит среднее арифметическое

$$\hat{V} = \frac{2}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{\varepsilon\{(M-1)/2\}} \hat{V}_i \quad (2.71)$$

оценок скоростей V_i , полученных по (2.65) по каждой из модифицированных разностей фаз $\Delta m'_i$ в (2.70).

Ж. Как показал обширный математический эксперимент, оценки (2.70), (2.71) никогда не лучше оценок (2.66) – (2.70), но в некоторых случаях могут быть и значительно хуже, особенно при малом объеме обучающей выборки. Поэтому из рассмотренных способов оценки скорости **МО** наиболее целесообразно накопление оценок априори равных КК, эффект которого растет по мере увеличения их числа.

Это обстоятельство в сочетании с ранее рассмотренными позволяет дать следующие ответы на вопросы, сформулированные во Введении.

1. Для пачек любого размера $M \geq 20$ целесообразна кратность возбуждения, не превышающая значения $z = 4$. Рост кратности выше этого значения неоправданно уменьшает число априори равных КК и, тем самым, влияние накопления их оценок на точность оценивания скорости, не компенсирующееся сохранением числа априори равных разностей фаз (при расстановке интервалов зондирования рис. 2.18, в).

2. В силу **следствия 2** принцип рациональной расстановки зондирующих импульсов на временной оси сводится к максимально близкому (смежному) расположению интервалов зондирования, фазы оценок КК на которых образуют модифицированные разности (2.62), (2.63). Для $z = 2$ - и $z = 4$ -кратной возбуждения этому принципу удовлетворяют, в частности, расстановки, показанные на рис. 2.18, а ($z = 2$) и рис. 2.18, в ($z = 4$).

Для $z = 4$ этому принципу удовлетворяет и показанная в качестве примера на рис. 2.19 расстановка 52 интервалов зондирования между импульсами $M = 53$ -элементной пачки со средним интервалом $T_{av} \approx 1$ мс и отношением $T_{min}/T_{max} = T_4/T_1 = 0.714$, близким к этому отношению в расстановке рис. 2.18, в.

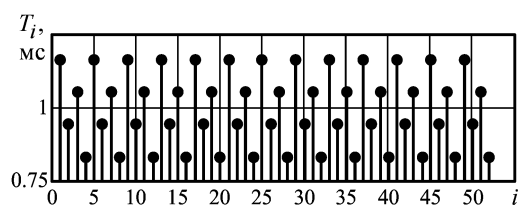


Рисунок 2.19 – Расстановка интервалов зондирования в соответствии со **следствием 2** для $z = 4$

Не удовлетворяющая этому принципу попачечная возбуждения (рис. 2.15) существенно увеличивает ошибки оценивания скорости **МО** и поэтому для решения этой задачи непригодна.

3. В силу **следствия 1** расширение диапазона однозначного измерения скорости **МО** за счет возбуждения интервалов зондирования неизбежно уменьшает точность ее оценивания по сравнению с точностью оценивания однозначной скорости при от-

сутствии вобуляции. При выбранных кратности вобуляции и расстановке зондирующих импульсов "плата" за такое расширение зависит от объема выборки K , формы спектра (корреляционной функции) междупериодных флуктуаций отражений, его ширины (значения коэффициента междупериодной корреляции r (2.53z)).

Для количественной оценки влияния этих факторов в табл. 2.6 для $z = 4$ -кратной вобуляции (рис. 2.18, в) со значением $V_{0\Delta} \approx 121$ м/с приведены полученные в процессе обработки $N = 5000$ реализаций доверительные интервалы ошибок (2.61) оценивания "граничной" скорости $V = 50$ м/с **МО** с **АР**-отражениями порядка $p \rightarrow \infty$ и $p = 3$ с относительной интенсивностью $\eta = 30$ дБ при наборе КК r отсчетов, разделенных интервалом $T_{av} \approx 2$ мс, и различных объемах K обучающей выборки.

Таблица 2.6 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61), $z = 4$, $V_{0\Delta} \approx 121$ м/с, $T_{av} \approx 2$ мс, $M = 27$

$r \backslash K$	Рис. 2.18, в, $p \rightarrow \infty$				Рис. 2.18, в, $p = 3$			
	5	10	20	40	5	10	20	40
0.7	3.6	2.6	1.87	1.3	6.5	4.5	3.1	2.25
0.8	1.8	1.28	0.86	0.62	4	2.8	2	1.4
0.9	0.88	0.63	0.45	0.33	2.14	1.4	1	0.7
0.96	0.68	0.46	0.34	0.24	0.92	0.67	0.45	0.32

Из сравнения результатов табл. 2.6 и табл. 2.4, 2.5 видно, что примерно девятикратное расширение диапазона однозначности увеличило 90-% доверительные интервалы ошибок измерения скорости **МО** с **АР**-отражениями порядка $p \rightarrow \infty$ ($p = 3$) примерно в 6 (> 10), 4 (9), 2.2 (6) и 2 (4) раза при значениях КК $r = 0.7$, 0.8, 0.9 и 0.96 соответственно. При этом абсолютные уровни этих ошибок могут быть недопустимо большими, особенно при широких спектрах отражений ("малых" значениях $r \leq 0.8$).

3. Остановимся на возможных путях уменьшения ошибок оценивания скорости в требуемом $[2 - 6]$ диапазоне однозначности $V \in (-50, 50)$ м/с.

Очевидно, что возможности увеличивать объем K обучающей выборки (2.34), векторы которой удовлетворяют условиям (2.35), весьма ограничены из-за типичной для практики нестационарности отражений от **МО** по дальности. Как показывают эксперименты [88], доступный для использования в реальных условиях объем обучающей выборки часто не превосходит значений $K \leq (20 \div 40)$, при которых, как следует из табл. 2.6, при "малых" КК $r \leq 0.8$ ошибки оценивания выходят за границы обычно допустимых [2 – 6].

Практически более реальный путь заключается в повышении средней частоты (уменьшении среднего интервала T_{av}) зондирования. Он возможен, когда допустимо уменьшить дальность измерения скорости.

В этом случае появляются два фактора, позволяющих улучшить точность оценивания скорости – увеличивается размер M пачки отражений (без уменьшения темпа обзора), позволяющий уточнить оценку среднего КК (2.66), (2.68), (2.69), и увеличивается значение самого КК r (либо то же значение r при более широком доплеровском спектре отражений).

Покажем это на примере вобулированной $M = 53$ -элементной пачки со средним интервалом $T_{av} \approx 1$ мс (рис. 2.19), вдвое меньшим рассматривавшегося выше "по умолчанию". Количественный эффект такого перехода показан в табл. 2.7 и 2.8.

Первая из них характеризует отражения от **МО** с теми же значениями КК r , что и в табл. 2.6, но теперь (при $T_{av} \approx 1$ мс) они соответствуют отражениям с **удвоенной** шириной спектра скоростей.

Таблица 2.7 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61), $z = 4$, $V_{0\Delta} \approx 121$ м/с, $T_{av} \approx 1$ мс, $M = 53$

$r \backslash K$	Рис. 2.19, $p \rightarrow \infty$				Рис. 2.19, $p = 3$			
	5	10	20	40	5	10	20	40
0.7	2.73	1.9	1.4	0.95	4.4	3.2	2.25	1.6
0.8	1.4	1	0.65	0.47	3	2.8	1.4	1.05
0.9	0.8	0.56	0.4	0.3	1.55	1.04	0.75	0.52
0.96	0.6	0.42	0.3	0.2	0.75	0.55	0.35	0.25

Из сравнения результатов этих таблиц видно, что удвоение размера M пачки, позволившее улучшить оценки КК (2.68), (2.69), примерно в 1.3 и 1.5 раз снизило абсолютный уровень ошибок измерения скорости **МО** с **АР**-отражениями порядков $p \rightarrow \infty$ и $p = 3$ соответственно с **удвоенной** шириной ДСС.

Результаты табл. 2.8 относятся к отражениям с той же шириной спектра, что и в табл. 2.6, которые, однако, при $T_{av} \approx 1$ мс имеют увеличенные значения КК r , показанные в первом столбце табл. 2.8 (верхнее значение – для **АР**-отражений порядка $p \rightarrow \infty$, нижнее значение, взятое в скобки – для $p = 3$).

Видно, что обусловленный уменьшением вдвое среднего интервала зондирования рост "малых" КК существенно (в 4 – 5 раз) снижает соответствующие им большие ошибки оценивания скорости **МО**. 90-% доверительные интервалы этих ошибок во всех (кроме одной) рассмотренных ситуациях не превосходят 1 м/с. Они менее чем вдвое превосходят доверительные интервалы табл. 2.4, 2.5, при $T_{av} \approx 1$ мс соответствующие примерно впятеро меньшему (неприемлемому) диапазону $V_0 \approx 26$ м/с однозначного измерения скорости движения **МО**.

Таблица 2.8 – 90-% доверительные интервалы (м/с) ошибок (2.61), $z = 4$, $V_{0\Delta} \approx 121$ м/с, $T_{av} \approx 1$ мс, $M = 53$

r \ K	Рис. 2.19, $p \rightarrow \infty$				Рис. 2.19, $p = 3$			
	5	10	20	40	5	10	20	40
0.915 (0.907)	0.73	0.54	0.4	0.26	1.4	0.93	0.7	0.5
0.946 (0.94)	0.67	0.42	0.33	0.24	0.98	0.66	0.5	0.36
0.974 (0.972)	0.56	0.4	0.29	0.19	0.6	0.43	0.3	0.2
0.99 (0.989)	0.48	0.35	0.24	0.17	0.48	0.33	0.22	0.17

И. Тем самым в **ИД МРЛ** с длиной волны $\lambda \approx 5.3$ см и средним интервалом зондирования $T_{av} \approx 1$ мс при скорости вращения антенны с шириной луча 1° , равной

3 об/мин ($M \approx 56$), теоретически можно обеспечить однозначное измерение радиальной скорости движения **МО** с шириной спектра скоростей $W \leq 3.5$ м/с в обычно требуемом диапазоне $V \in (-50, 50)$ м/с с ошибками, 90-% доверительные интервалы которых не превосходят 1 м/с, за счет:

- $z = 2 \div 4$ - кратной вобуляции;
- "чередующейся" расстановки различных интервалов зондирования (рис. 2.17 – 2.19);
- модифицированного алгоритма **МПИ** (2.62) – (2.65) на основе накопления (2.66) – (2.69) оценок коэффициентов корреляции (ковариации) отсчетов отражений, разделенных равными временными интервалами.

Ниже кратко обсуждаются особенности организации процедуры оценивания скорости **МО** описанным модифицированным **МПИ**.

2.1.2.6 Практическая реализация модифицированного **МПИ** для оценки радиальной скорости **МО**

Рассматриваемые в этом разделе рекуррентные схемы оценивания средней радиальной скорости **МО** в своей основе пригодны для **ИД МРЛ** с произвольными законами зондирования, структура которых, тем не менее, позволяет накапливать оценки коэффициентов корреляции (ковариации) отсчетов отражений от **МО**, разделенных временными интервалами одинаковой длительности. Принцип работы этих схем поясняется ниже для конкретности для случая $z = 4$ - кратной вобуляции интервалов зондирования вида рис. 2.19 и может быть очевидным образом скорректирован для любой другой кратности $z \leq M$, выбранной в соответствии с рекомендациями п. 2.1.2.5.

В структуре закона зондирования рис. 2.19 используются $z = 4$ разных интервала зондирования T_i , $i \in 1, 4$. Число интервалов с одним и тем же значением $T_1 \dots T_4$ одинаково. Разности $\Delta_{12} = T_1 - T_2$ и $\Delta_{34} = T_3 - T_4$ интервалов полагаются одинаковыми (что не принципиально) и такими, что обеспечиваемые ими диапазоны одно-

значного измерения скорости $V_{\Delta 1} = \lambda / (2 \cdot \Delta_{12})$ и $V_{\Delta 2} = \lambda / (2 \cdot \Delta_{34})$ с запасом на ошибки оценивания удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям [2 – 6]. Такая $z = 4$ -кратная вобуляция интервалов зондирования (рис. 2.19) может рассматриваться как объединение двух $z = 2$ -кратных: первая – с интервалами T_1 и T_2 , вторая – с T_3 и T_4 .

В зависимости от требований к периодичности формирования оценок радиальной скорости возможны два варианта ее оценивания. Первый предназначен для случая, когда радиальную скорость движения **МО** достаточно оценивать в элементах разрешения по дальности отдельных азимутальных направлений, угловое расстояние между которыми превышает ширину луча (игольчатой) диаграммы направленности (ДН) антенны **ИД МРЛ**. Второй используется в случае, когда радиальную скорость допустимо оценивать во всех элементах дальности каждого z -го (в рассматриваемом примере $z = 4$) азимутального направления.

Схемы рекуррентного формирования оценок радиальной скорости **МО** в соответствии с первым и вторым алгоритмами показаны на рис. 2.20, *а*, *б*. Особенности их построения обусловлены размером входных данных алгоритма; при этом методика оценивания скорости одинакова. Рассмотрим ее на примере второго алгоритма (схема рис. 2.20, *б*).

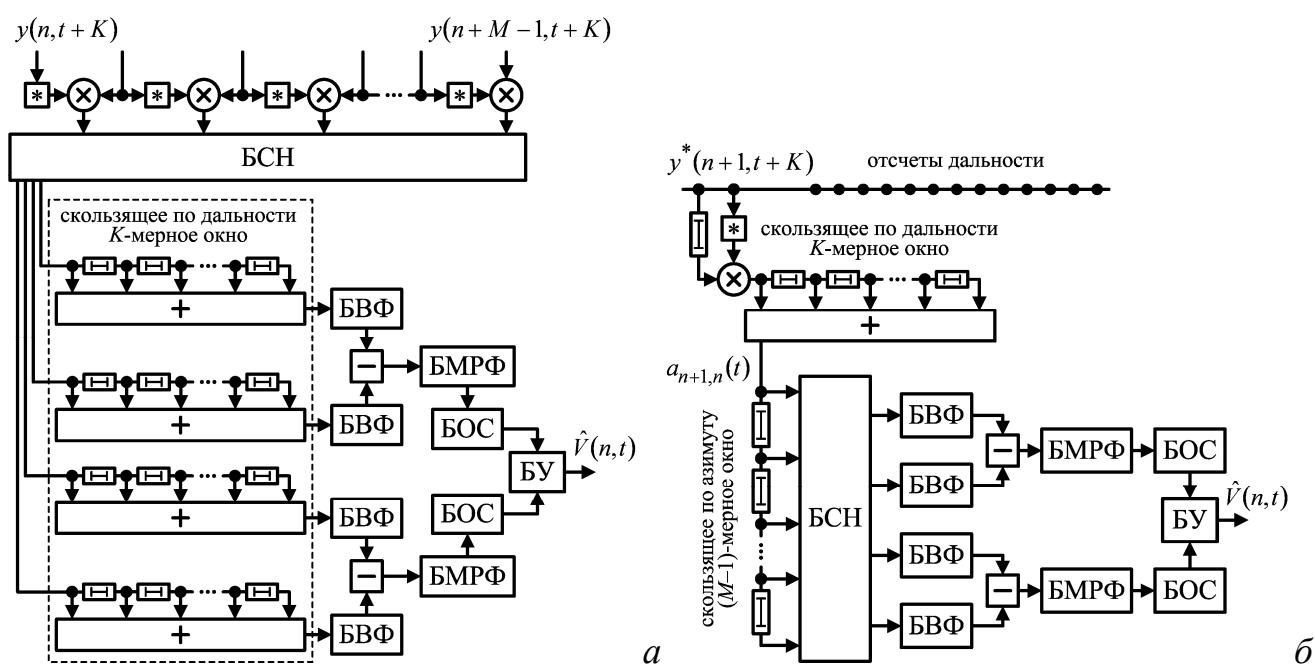


Рисунок 2.20 – Схема обновления оценки радиальной скорости **МО** по дальности

Полагается, что в t -м элементе разрешения по дальности n -го азимутального направления (в (n, t) -элементе разрешения) есть две K -мерные строки

$$\mathbf{y}^*(n, t) = \{y(n, t + j - 1)\}_{j=1}^K, \quad \mathbf{y}^*(n + 1, t) = \{y(n + 1, t + j - 1)\}_{j=1}^K \quad (2.72)$$

комплексных амплитуд отражений от **МО** из двух смежных интервалов зондирования.

Вычисляется скалярное произведение строк (2.72)

$$a_{n+1, n}(t) = \mathbf{y}^*(n + 1, t) \cdot \mathbf{y}(n, t) = \sum_{j=1}^K y(n + 1, t + j - 1) \cdot y^*(n, t + j - 1), \quad (2.73)$$

имеющее смысл оценки корреляционного момента (**ОКМ**) отсчетов отражений двух смежных интервалов зондирования в t -м элементе разрешения по дальности. Слагаемые суммы (2.73) вычисляются во входном корреляторе, а вся сумма – в "скользящем по дальности K -мерном окне". Она очевидным образом корректируется в следующем $(t + 1)$ -м элементе дальности: "вновь пришедшее" слагаемое добавляется, а "ушедшее" – вычитается из накопленной суммы.

Выход сумматора "скользящего по дальности K -мерного окна" подается в "скользящее по азимуту $(M - 1)$ -мерное окно", показанное в виде линии задержки с $(M - 1)$ отводами, следующими через временные интервалы, согласованные с законом зондирования. В установившемся режиме (на азимуте $n \geq M$) на его выходах сформированы $(M - 1)$ **ОКМ** $a_{n+1, n}(t)$, $n \in 1, M - 1$.

В блоке сортировки и накопления (**БСН**) отбираются и накапливаются по (2.68), (2.69) **ОКМ**, соответствующие одному и тому же интервалу зондирования T_i , $i \in 1, 4$. В блоке вычисления фазы (**БВФ**) по (2.66a) оцениваются фазы n'_i , $i \in 1, 4$ накопленных корреляционных моментов, используемые затем для вычисления двух разностей фаз $\Delta n'_\ell$, $\ell \in 1, 2$ (2.62), которые соответствуют каждой из двух $z = 2$ -кратных вобуляций (рис. 2.19).

Полученные разности фаз $\Delta n'_\ell$, $\ell \in 1, 2$ модифицируются к виду $\Delta m'_\ell$, $\ell \in 1, 2$ в блоке модификации разностной фазы (**БМРФ**). По последним в блоке оценивания скорости (**БОС**) вычисляются оценки \hat{V}_ℓ , $\ell \in 1, 2$ (2.65) скорости для каждой из двух $z = 2$ -кратных вобуляций. По этим оценкам в блоке усреднения (**БУ**) формируется итоговая оценка скорости $\hat{V}(n, t)$ (2.67) для (n, t) -элемента разрешения.

2.1.3 Однозначное измерение радиальной скорости метеорообразований с повышенной точностью

Исследованы процедуры оценивания средней радиальной скорости метеорообразований в импульсных доплеровских метеорадиолокаторах в режиме постоянного и переменных интервалов зондирования. Определены причины роста ошибок измерений при переходе к изменению (вобуляции) интервалов зондирования для расширения диапазона однозначного измерения скорости. Проанализирован усовершенствованный алгоритм [105] измерения радиальной скорости, ошибки которого не превосходят ошибок режима постоянства интервалов зондирования, а диапазон однозначности такой же, как при их вобуляции. Обоснованы рациональный вариант алгоритма и схема его практической реализации.

2.1.3.1 Постановка задачи

А. Одной из главных задач импульсных доплеровских метеорадиолокаторов является распознавание опасных метеорологических явлений, порождаемых ветром. Качество ее решения зависит, в частности, от точности измерения скорости метеорообразований (МО) в заданных элементах пространства. Радиальная составляющая V_r этой скорости обычно определяется автоковариационным («пульспарным» [2 – б]) методом, в котором в ее роли используется оценка \hat{V}_r величины

$$V_r = c \cdot \arg(r), \quad (2.74a)$$

$$c = \lambda / (4 \cdot \pi \cdot T), \quad (2.74б)$$

где

$$\arg(r) = \varphi_T = \arctg(r''/r') - \quad (2.75)$$

аргумент (фаза) комплексного коэффициента корреляции (к.к.)

$$r = r' + j \cdot r'' = R \cdot \exp(j \cdot \varphi_T), \quad j = \sqrt{-1}, \quad R = \sqrt{(r')^2 + (r'')^2} \quad (2.76)$$

отсчетов отражений от МО, разделенных временным интервалом T .

Формула (2.74а) является следствием связи фазы к.к.

$$\varphi_T = 2 \cdot \pi \cdot F_d \cdot T, \quad F_d = 2 \cdot V_r / \lambda \quad (2.77)$$

с доплеровским сдвигом частоты F_d отражений, который определяется длиной волны λ и скоростью движения МО (здесь и далее всюду имеется в виду ее радиальная составляющая V_r).

Б. Общеизвестный недостаток оценки (2.74) – возможность получить на ее основе значения скорости, существенным образом отличающиеся от ее истинной величины. Это можно объяснить следующим образом. В равенстве (2.77) значение

$$n = F_d \cdot T = n' + \text{sign}(n) \cdot \varepsilon\{|n|\} \quad (2.78а)$$

имеет смысл числа оборотов на 360° ($2 \cdot \pi$ радиан) вектора $\exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n)$ (2.76).

Здесь и далее

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (2.78б)$$

знак числа x , $\varepsilon\{x\}$ – наибольшее целое, не превосходящее x .

Значение n (2.78а) состоит из целой ($\text{sign}(n) \cdot \varepsilon\{|n|\}$) и дробной

$$n' = n - \text{sign}(n) \cdot \varepsilon\{|n|\}, \quad |n'| < 1 \quad (2.79а)$$

частей. Поэтому в (2.76) значение

$$\exp(j \cdot \varphi_T) = \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (n' + \text{sign}(n) \cdot \varepsilon\{|n|\})) = \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n'), \quad (2.79б)$$

т.е. определяется лишь дробной частью (2.79а) числа оборотов, которой соответствует доплеровский сдвиг $F_d' = 2 \cdot V_r' / \lambda = n' / T$ и скорость

$$V_r' = V_r^{(0)} \cdot n', \quad V_r^{(0)} = \frac{\lambda}{2 \cdot T}. \quad (2.80)$$

В компьютерных процедурах функция $\text{arctg}(x)$ строится по правилу

$$\text{arctg}(x) = \begin{cases} \alpha, & \alpha \in 0, \pi, \\ \alpha - 2 \cdot \pi, & \alpha \in \pi, 2 \cdot \pi, \end{cases}$$

где $\alpha \in 0, 2 \cdot \pi$ – фаза числа $x = x' + j \cdot x''$. Первое условие соответствует числам первого и второго, а второе – третьего и четвертого квадрантов.

Отсюда, а также из (2.79), (2.76), (2.75) следует, что при использовании (2.74) в действительности вычисляется величина

$$V_r' = V_r^{(0)} \cdot m', \quad (2.81a)$$

$$m' = \begin{cases} n' - 1, & n' \geq 0.5, \\ n', & |n'| < 0.5, \\ n' + 1, & n' \leq -0.5, \end{cases} \quad m' \in -0.5, 0.5, \quad (2.81b)$$

в общем случае не совпадающая с истинной скоростью

$$V_r = V_r' + k \cdot V_r^{(0)}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.82)$$

которая может отличаться от V_r' (2.81) на целое число k интервалов, каждый из которых равен $V_r^{(0)}$ (2.80). Совпадение имеет место, лишь когда истинная скорость

$$|V_r| \leq V_r^{(0)} / 2, \quad (2.83)$$

т.е. лежит в пределах «диапазона однозначности» $V_r^{(0)}$ (2.80), симметрично расположенного относительно нуля.

В. Эти известные свойства метода (2.74) иллюстрируются рис. 2.21, где приведен пример связи значения m' (2.81б) с истинной скоростью V_r (2.82) при $\lambda = 5.32$ см и $T = T_1 = 2.11$ мс. Сплошными вертикальными прямыми здесь ограничена зона (2.80) общей протяженностью $V_r^{(0)} = 12.6$ м/с, в которой при произвольной истинной скорости V_r (2.82) лежат значения скоростей V_r' (2.81а), рассчитанных по (2.74). В частности, истинные (положительные) скорости $V_r = 27$ м/с и 22 м/с ($k = 2$) могут преобразоваться в (2.81) как в положительную ($V_r' = 1.8$ м/с), так и в отрицательную ($V_r' = -3.2$ м/с) скорости соответственно. В приведенных условиях ($\lambda = 5.32$ см, $T = 2.11$ мс) эти же скорости V_r' соответствуют скоростям V_r (2.82) с произвольными (неизвестными) целыми значениями k .

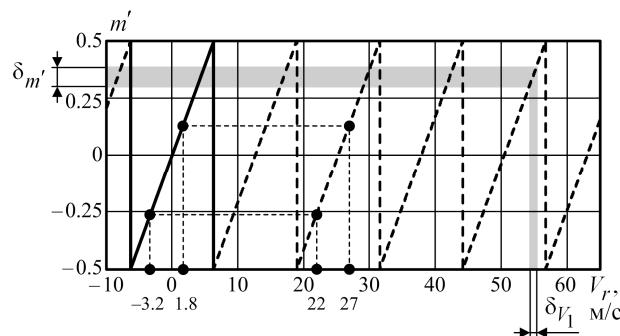


Рисунок 2.21 – Связь истинных и рассчитанных скоростей

Во многих случаях диапазон однозначности, обеспечиваемый использованием (2.74), может быть недостаточным. Так, при типичных [2 – 6] значениях $\lambda \approx 5$ см и $T = 1 \dots 2$ мс диапазон однозначного измерения V_r (2.82) лежит в пределах $V_r = \pm V_r^{(0)}/2 = \pm 12.5 \dots \pm 6.25$ м/с, что значительно меньше обычно требуемого диапазона ± 50 м/с, в котором лежит большинство значений скоростей ветра с учетом его порывов.

Г. Наиболее распространенный в метеорадиолокации метод борьбы с этим недостатком (2.74) заключается в использовании фаз оценок к.к. отсчетов отражений от МО, разделенных не равными, а разными временными интервалами. В частности, при использовании двух ($z = 2$) разных интервалов $T = T_1$ и $T_2 \neq T_1$ в роли скорости обычно используется случайная оценка \hat{V}_r величины [2 – 6]

$$V_r^{(\theta)} = c_\Delta \cdot \arg_\Delta(r), \quad (2.84a)$$

$$c_\Delta = \lambda / (4 \cdot \pi \cdot \Delta), \quad (2.84б)$$

$$\arg_\Delta(r) = \arg(r_1) - \arg(r_2), \quad (2.84в)$$

$$\Delta = T_1 - T_2, \quad T_1 \neq T_2, \quad (2.84г)$$

где $\arg(r_i)$ – аргумент оценки к.к. отсчетов отражений, разделенных временными интервалами $T = T_i$, $i = 1, 2$.

Подобно (2.81) по (2.84) вычисляется скорость

$$V'_{r\Delta} = V_r^{(0\Delta)} \cdot \Delta m', \quad (2.85a)$$

$$\Delta m' = \begin{cases} \Delta n' - 1, & \Delta n' \geq 0.5, \\ \Delta n', & |\Delta n'| < 0.5, \\ \Delta n' + 1, & \Delta n' \leq -0.5, \end{cases} \quad \Delta m' \in -0.5, 0.5, \quad (2.85б)$$

где

$$\Delta n' = n'_1 - n'_2, \quad n'_i = n_i - \text{sign}(n_i) \cdot \varepsilon\{|n_i|\}, \quad n_i = \arg(r_i) / (2 \cdot \pi), \quad i \in 1, 2. \quad (2.85в)$$

Соответствующие истинные скорости V_r в этом случае связаны с рассчитанной по (2.84) скоростью (2.85a) подобными (2.82) равенствами

$$V_r = V'_{r\Delta} + k \cdot V_r^{(0\Delta)}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.86)$$

где

$$V_r^{(0\Delta)} = \frac{\lambda}{2 \cdot \Delta} \quad (2.87)$$

диапазон однозначного измерения скорости по (2.84), в пределах которого находятся скорости (2.86) при произвольных значениях k . Этот диапазон в T/Δ раз превышает соответствующий диапазон $V_r^{(0)}$ (2.80) метода (2.74). В качестве примера на рис. 2.22 показана связь значений $\Delta m'$ (2.85б) с истинной скоростью V_r (2.86) при $\lambda = 5.32$ см, $T = T_1 = 2.11$ мс и $T = T_2 = 1.89$ мс ($\Delta = 0.22$ мс) [90, 92]. Сплошная вертикальная прямая здесь указывает правую границу диапазона однозначности, которая в данном примере равна ≈ 60 м/с и потому удовлетворяет типовым требованиям к этому диапазону. В частности, в нем лежат истинные скорости $V_r = 27$ м/с и 22 м/с, тогда как метод (2.74) при $\lambda = 5.32$ см и $T = T_1 = 2.11$ мс меняет их на скорости из диапазона ± 6.3 м/с (рис. 2.21).

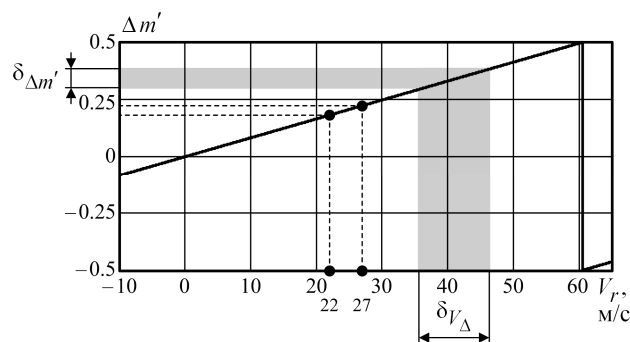


Рисунок 2.22 – Диапазон однозначности метода (2.84)

Д. Однако расширение диапазона однозначности может сопровождаться таким же и даже большим ростом ошибок измерения скорости. Это обусловлено двумя причинами:

– ошибки оценок (2.84а) и (2.74а) пропорциональны значениям c_Δ (2.84б) и c (2.74б) соответственно [6, с. 169]. Поэтому при **одинаковых** ошибках $\delta_{\Delta m'} = \delta_{m'}$ значений $\Delta m'$ (2.85б) и m' (2.81б) ошибка δ_{V_Δ} определения $V_r^{(e)}$ по (2.84) превысит ошибку δ_{V_r} определения V_r по (2.74) в $c_\Delta/c = T/\Delta$ раз, т.е. во столько раз, во сколь-

ко изменение (вобуляция) интервалов зондирования увеличивает диапазон однозначности оценки (2.84). Это иллюстрируется различием ширины затемненных вертикальных полос на рис. 2.21 и 2.22;

– дисперсия ошибки оценки разностной фазы $\arg_{\Delta}(\hat{r})$ (2.84в) зависит от дисперсии ошибок ее случайных составляющих $\arg(r_1)$, $\arg(r_2)$ и степени их коррелированности [105, 106]. С уменьшением уровня корреляции она приближается к сумме дисперсий составляющих, и, как следствие, результирующие ошибки измерения скорости могут быть больше, чем увеличение диапазона ее однозначного измерения.

Е. Таким образом, метод (2.84) устраняет недостатки метода (2.74), связанные с недостаточным диапазоном однозначной скорости, но ценой возможного ухудшения точности ее измерения. Поэтому он нуждается в модификации, которая повышала бы его точность, но не меняла величину диапазона однозначности.

Известно несколько алгоритмов такой модификации. Наиболее интересным можно считать алгоритм S.M. Torres, Y.F. Dubel, D.S. Zrnic (далее – TDZ-алгоритм), предложенный в [105]. Там же убедительно показана целесообразность его использования и достаточно высокая эффективность. Однако некоторые вопросы, важные для его практической реализации, в [105] отражение не нашли. Главные из них касаются зависимости эффективности (точности) TDZ-алгоритма от точности оценок \hat{r}_i априори неизвестных в реальных условиях значений r_i к.к. отсчетов, разделенных соответствующими временными интервалами T_i . В свою очередь эта точность определяется объемом обучающей выборки, которая может быть использована для получения соответствующих оценок, их видом и законом вобуляции интервалов зондирования.

Количественной оценке влияния этих факторов на эффективность TDZ-алгоритма посвящен данный пункт отчета. Он организован следующим образом. В п. 2.1.3.2 приводится простая трактовка модификации [105], неоднократно используемая далее для объяснения полученных результатов. В п. 2.1.3.3 раскрыты модели, методика и условия исследования. В п. 2.1.3.4 приводятся и анализируются результаты экспериментального сравнения различных алгоритмов однозначного измере-

ния радиальной скорости метеообразований. В заключительном п. 2.1.3.5 описывается схемная реализация рационального варианта TDZ-алгоритма в импульсных доплеровских МРЛ.

2.1.3.2 Физические основы TDZ-алгоритма

А. Идея TDZ-алгоритма очень проста и, более того, традиционна в теории многошкальных измерений. В данном случае для ее объяснения можно даже не углубляться в методы этой теории, а ограничиться только известной и очевидной аналогией между измерением скорости при изолированном использовании (2.74) или (2.84) и измерением времени двумя стрелочными часами (рис. 2.23), первые из которых имеют только минутную (*а*), а вторые – только часовую (*б*) стрелки.

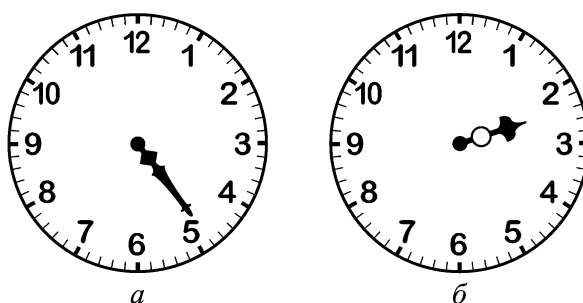


Рисунок 2.23 – Часы без часовой (*а*) и без минутной (*б*) стрелок

Первые имеют диапазон однозначного измерения времени 1 час, тогда как во вторых он составляет 12 часов. Но точность измерения количества минут в первых в пределах одного часа выше, чем во вторых в пределах 12 часов (если бы это было не так, часы можно было бы делать без минутной, а только с часовой стрелкой в соответствии с рис. 2.23, *б*).

Совместное использование обоих часов рис. 2.23, в первых из которых отсчитывается количество минут, а во вторых – количество часов (или, что эквивалентно, использование обычных часов с двумя стрелками), обеспечивает как сохранение 12-часового диапазона однозначного измерения времени вторых часов, так и большую в сравнении с ними точность измерения минут первыми часами.

По этой аналогии смысл TDZ-алгоритма состоит в совместном использовании результатов расчетов, полученных как по (2.84), так и по 2.74). Первые используются для определения только той части

$$\gamma_i = V_{ri}^{(0)} \cdot \varepsilon \left(\frac{V_r^{(e)}}{V_{ri}^{(0)}} \right), \quad V_{ri}^{(0)} = \frac{\lambda}{2 \cdot T_i}, \quad i \in 1, 2 \quad (2.88a)$$

оценки общей скорости, которая составляет целое число диапазонов однозначности для интервалов $T = T_1$ или $T = T_2$ (аналога количества только часов на часах рис. 2.23, б). Вторые корректируют эту «грубую» оценку по скоростям

$$V_i = c_i \cdot \arg(r_i), \quad c_i = \lambda / (4 \cdot \pi \cdot T_i), \quad (2.88б)$$

полученным в соответствии с (2.74) по интервалам $T = T_i, i \in 1, 2$.

Скорректированные значения скорости V_{ri} для интервалов зондирования $T = T_i, i \in 1, 2$ рассчитываются по алгоритму

$$V_{ri} = \begin{cases} V_{cor\ i}, & |V_r^{(e)} - V_{cor\ i}| \leq V_{ri}^{(0)} / 2, \quad (a) \\ V_{cor\ i} + V_{ri}^{(0)}, & |V_r^{(e)} - V_{cor\ i}| > V_{ri}^{(0)} / 2, \quad (б) \end{cases} \quad (2.89)$$

где

$$V_{cor\ i} = \gamma_i + V_i, \quad i \in 1, 2. \quad (2.90)$$

Корректировка по (2.79a) используется при совпадении знаков скоростей, полученных по (2.84) и (2.81). Такая ситуация для примера показана на рис. 2.24. Тут воспроизведены условия рис. 2.21, 2.22 для положительных значений $V_r^{(e)} \approx V_r = 27 \text{ м/с}$, когда полученное по (2.81) значение $V_r' = 1.8 \text{ м/с}$ также положительно. В этом случае $\gamma \approx 12.6 \cdot 2 = 25.2 \text{ м/с}$, так что $V_{cor} \approx 25.2 + 1.8 = 27 \text{ м/с}$ приближенно совпадает с V_r .

Знаки всегда совпадают при измерении времени часами (рис. 2.23), обе стрелки которых движутся в одном направлении, а (2.90) является формулой расчета времени ими (или обычными часами с двумя стрелками).

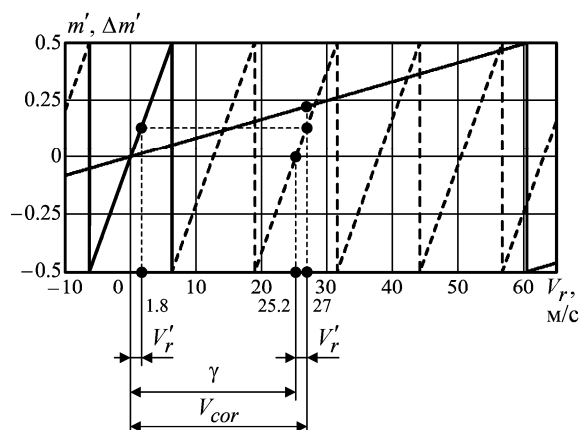


Рисунок 2.24 – Объяснение алгоритма корректировки (2.89а)

Алгоритм (2.89б) учитывает возможность разных знаков скоростей, полученных по (2.84) и (2.81). В условиях рис. 2.21, 2.22 это, в частности, имеет место при $V_r^{(6)} \approx V_r = 22 \text{ м/с}$, когда значение $V_r' = -3.2 \text{ м/с}$ отрицательно. Эта ситуация изображена на рис. 2.25, где хорошо видна необходимость предусмотренного (2.89б) в этом случае добавления $V_r^{(0)}$ к значению V_{cor} .

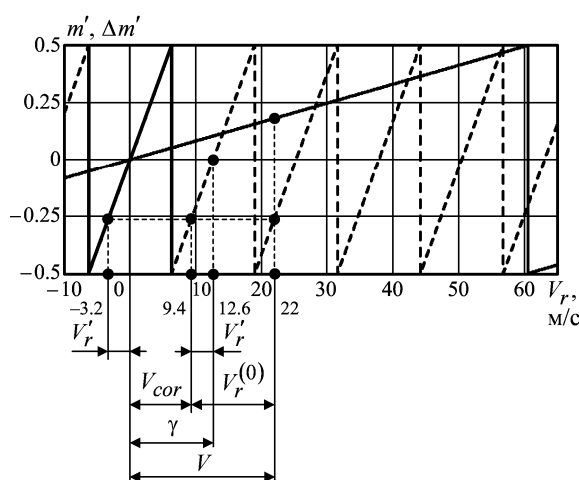


Рисунок 2.25 – Объяснение алгоритма корректировки (2.89б)

Б. Точность рассмотренного TDZ-алгоритма в реальных условиях априорной неопределенности зависит от статистических характеристик случайной оценки \hat{V}_r , которая в этих условиях используется вместо априори неизвестного значения скорректированной скорости V_r (2.89). Их аналитическое определение для широкого класса возможных ситуаций достаточно сложно. Поэтому далее они определяются в статистическом эксперименте.

2.1.3.3 Методика, модели и предположения

А. Необходимые для построения оценки \hat{V}_r скорости V_r (2.89) оценки аргументов $\hat{\text{arg}} r_1$ и $\hat{\text{arg}} r_2$ априори неизвестных к.к. $r_1 = r(T_1)$ и $r_2 = r(T_2)$ определяются по элементам оценочной $M \times M$ матрицы

$$\mathbf{A} = \{a_{pq}\}_{p,q=1}^M = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = \sum_{i=1}^K \bar{y}_i \cdot \bar{y}_i^*, \quad (2.91a)$$

которая формируется по выборке объема K

$$\mathbf{Y} = \{\bar{y}_i\}_{i=1}^K, \quad \bar{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M \sim CN(0, \mathbf{\Phi}) \quad (2.91б)$$

M -мерных векторов \bar{y}_i , $i \in 1, K$, имитирующих комплексные амплитуды аддитивной смеси собственного шума приемника и отражений от МО в M смежных интервалах зондирования K смежных элементов дальности. Они полагаются гауссовскими взаимно независимыми векторами с нулевыми средними значениями ($\overline{\bar{y}_i} = 0$, $i \in 1, K$) и одинаковой КМ $\mathbf{\Phi} = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \overline{\bar{y}_i \cdot \bar{y}_i^*}$, $i \in 1, K$, которая считается заданной. На ее основе выборка (2.91б) формируется преобразованием

$$\mathbf{Y} = \{\bar{y}_i\}_{i=1}^K = \mathbf{T} \cdot \mathbf{\Xi} \quad (2.91в)$$

пакета

$$\mathbf{\Xi} = \{\bar{\xi}_i\}_{i=1}^K, \quad \bar{\xi}_i \sim CN(0, \mathbf{I}_M), \quad \overline{\bar{\xi}_i \cdot \bar{\xi}_j^*} = \begin{cases} \mathbf{I}_M, & i = j, \\ \mathbf{0}_M, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K \quad (2.91г)$$

K взаимно независимых комплексных гауссовских M -мерных векторов $\bar{\xi}_i$ отсчетов белого шума с нулевым вектором средних значений и единичной КМ \mathbf{I}_M , которые генерируются стандартными датчиками случайных величин. Матрицей преобразования может быть любой $M \times M$ «корень» $\mathbf{T} = \{t_{\ell i}\}_{\ell, i=1}^M$ заданной КМ $\mathbf{\Phi}$, удовлетворяющий равенству

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \mathbf{\Phi}. \quad (2.91д)$$

Б. Считается, что КМ $\mathbf{\Phi}$ допускает представление

$$\mathbf{\Phi} = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \mathbf{D}_V \cdot \mathbf{\Phi}_0 \cdot \mathbf{D}_V^*, \quad (2.92)$$

где

$$\Phi_0 = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \rho - \quad (2.93)$$

КМ смеси шума с КМ \mathbf{I}_M и отражений от «неподвижных» ($V_r = 0$ м/с) МО,

$$\mathbf{D}_V = \text{diag} \left\{ \exp \left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \frac{V_r}{\lambda} \cdot T_{\text{av}} \cdot \mathbf{v}_\ell \right) \right\}_{\ell=1}^M - \quad (2.94)$$

диагональная $M \times M$ «матрица движения» МО, η – относительная (относительно мощности шума) мощность отражений от МО (отношение сигнал/шум (ОСШ)),

$$\rho = \{ \rho_{pq} \}_{p,q=1}^M, \quad \rho_{pp} = 1 - \quad (2.95a)$$

нормированная КМ междупериодных флуктуаций отражений от МО. Ее элементы равенством Винера-Хинчина

$$\rho_{pq} = \int_{-1/2}^{1/2} s_n(f) \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (v_p - v_q)) df, \quad p, q \in 1, M \quad (2.95b)$$

связаны с нормированным условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_n(f) df = \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, M \quad (2.95b)$$

спектром $s_n(f)$ междупериодных флуктуаций отражений. Через

$$\mathbf{f} = f \cdot T_{\text{av}} = f / F_{\text{av}}, \quad F_{\text{av}} = 1 / T_{\text{av}} \quad (2.96a)$$

обозначена нормированная (безразмерная) частота, через

$$\mathbf{v}_\ell = \tau_\ell / T_{\text{av}}, \quad \tau_\ell = \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 1, M - \quad (2.96b)$$

временной интервал между первым и ℓ -м импульсами M -элементной пачки отражений от МО, нормированный к среднему интервалу

$$T_{\text{av}} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i. \quad (2.96b)$$

В. Эти отражения аппроксимируются случайными стационарными процессами авторегрессии (АР-процессами) произвольного целого порядка $p \geq 1$ с унимодальными спектрами мощности вида

$$s_n(f) = \frac{C}{(1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f - f_0)) + x_0^2)^p}. \quad (2.97)$$

Здесь C – нормирующая константа, обеспечивающая выполнение условий (2.95в), $f_0 = 2 \cdot V_r / \lambda$ – частота моды, x_0 – параметр формы, который определяется заданным значением ширины спектра на выбранном уровне или коэффициентом корреляции $\rho(\tau)$ отсчетов процесса, разделенных временным интервалом τ .

В табл. 1.3 для примера приведены значения этого параметра для АР-процессов нескольких порядков $p \geq 2$ с разными к.к. $\rho_1 = \rho(T_{av})$.

Для АР-процесса минимального порядка $p = 1$ со спектром

$$s_n(f) = \frac{C}{1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f) + x_0^2} \quad (2.98)$$

и экспоненциальной нормированной корреляционной последовательностью (НКП)

$$\rho_k = \rho(k \cdot T_{av}) = \rho_1^{|k|}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.99a)$$

параметр $x_0 = \rho_1 = \rho(T_{av})$.

Для АР-процесса бесконечного ($p \rightarrow \infty$) порядка со спектром и НКП [36, с. 318]

$$s_n(f) = \frac{\exp(x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f - f_1)))}{I_0(x_0)}, \quad |\rho_k| = \frac{I_{|k|}(x_0)}{I_0(x_0)} \quad (2.99б)$$

значения параметра x_0 размещены в последней строке табл. 1.3. В (2.99б) $I_\nu(x)$ – модифицированная функция Бесселя ν -го порядка [102].

На рис. 2.26 даны примеры модулей корреляционных функций (КФ) $\rho(\tau)$ АР-процессов разного порядка с одинаковыми значениями коэффициента корреляции $\rho_1 = \rho(T_{av})$ отсчетов, разделенных интервалом $\tau = T_{av}$.

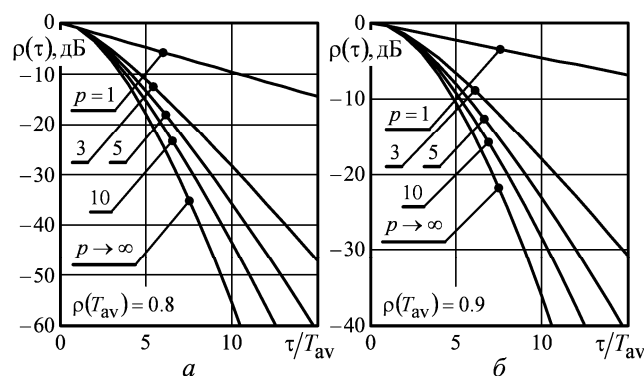


Рисунок 2.26 – Модули КФ АР-процессов со спектрами (2.98)

Они количественно иллюстрируют известную зависимость скорости спадания КФ со временем от порядка АР-процесса со спектром (2.99), которая, как показывается ниже, существенным образом влияет на эффективность TDZ-алгоритма.

Г. Формируя оценки $\hat{r}_1 = \hat{r}(T_1)$ и $\hat{r}_2 = \hat{r}(T_2)$ априори неизвестных к.к., по аргументам которых строятся оценки скорости (2.89), (2.84), (2.74), целесообразно учесть возможную специфику структуры КМ Φ (2.92), (2.93), обусловленную используемым законом зондирования (2.96). Ниже основное внимание уделяется двум законам изменения (вобуляции) интервалов зондирования с одинаковыми значениями T_{av} (2.96в), показанным на рис. 2.27.

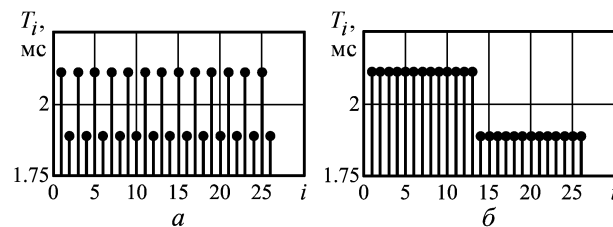


Рисунок 2.27 – Чередующаяся (а) и попачечная (б) вобуляция

В первом из них (рис. 2.27, а) пространство поочередно зондируется с «большими» T_1 и «малыми» T_2 временными интервалами. Во втором (б) пачка разбита на две полупачки с постоянными, но разными интервалами T_1 и $T_2 \neq T_1$ между импульсами разных полупачек. В обоих случаях

$$T_{av} = (T_1 + T_2)/2. \quad (2.100)$$

Для первого закона (рис. 2.27, а)

$$v_{2 \cdot \ell - 1} = 2 \cdot (\ell - 1), \quad \ell \in 1, \text{ceil}\left(\frac{M}{2}\right); \quad v_{2 \cdot \ell} = 2 \cdot \ell - \frac{T_2}{T_{av}}, \quad \ell \in 1, \text{floor}\left(\frac{M}{2}\right). \quad (2.101a)$$

Для второго закона (рис. 2.27, б)

$$v_{\ell} = (\ell - 1) \cdot \frac{T_1}{T_{av}}, \quad \ell \in 1, \text{ceil}\left(\frac{M}{2}\right); \quad (2.101b)$$

$$v_{M/2 + \ell} = \left(\frac{M}{2} - 1\right) \cdot \frac{T_1}{T_{av}} + \ell \cdot \frac{T_2}{T_{av}}, \quad \ell \in 1, \text{floor}\left(\frac{M}{2}\right).$$

Здесь $\text{ceil}(x)$ ($\text{floor}(x)$) – результат округления x к ближайшему целому, большему (меньшему) либо равному x . В частном случае постоянного интервала зондирования, когда $T_1 = T_2 = T_{\text{av}} = T$,

$$v_\ell = \ell - 1, \quad \ell \in 1, M. \quad (2.101\text{в})$$

В этих условиях, как следует из (2.95б), (2.92) – (2.94),

$$\rho_{p+1, q+1} = \rho_{p, q}, \quad \varphi_{p+1, q+1} = \varphi_{p, q}, \quad (2.102)$$

т.е. (неизвестная) истинная КМ Φ (2.92) – эрмитова теплица [34].

При этом в качестве оценки $\hat{\text{arg}}(r)$ аргумента к.к., определяющего оценку \hat{V}_r скорости (2.74), целесообразно использовать аргумент

$$\hat{\text{arg}}(r) = \arg \sum_{i=1}^{M-1} a_{i+1, i} \quad (2.103\text{а})$$

суммы элементов первой поддиагонали матрицы \mathbf{A} (2.91а) [2 – 6].

При чередующейся вобуляции (рис. 2.27, а) априори равны нечетные и четные элементы соответственно первой поддиагонали истинной КМ Φ (2.92). Поэтому оценками аргументов $\arg(r_i)$, $i = 1, 2$ выступают аргументы

$$\hat{\text{arg}}(r_1) = \arg \sum_{i=1}^{L-1} a_{2 \cdot i, 2 \cdot i - 1}, \quad \hat{\text{arg}}(r_2) = \arg \sum_{i=1}^{L-1} a_{2 \cdot i + 1, 2 \cdot i} \quad (2.103\text{б})$$

сумм нечетных и четных элементов первой поддиагонали матрицы \mathbf{A} .

В условиях (2.101в) и попарной вобуляции (рис. 2.27, б) истинная $(2 \cdot L - 1) \times (2 \cdot L - 1)$ КМ Φ (2.92) имеет два разных $L \times L$ диагональных субблока $\Phi_1 = \{\varphi_{pq}\}_{p, q=1}^L$ и $\Phi_2 = \{\varphi_{pq}\}_{p, q=L}^{2 \cdot L - 1}$, каждый из которых теплицев. Поэтому оценками аргументов $\arg(r_i)$, $i = 1, 2$ выступают аргументы

$$\hat{\text{arg}}(r_1) = \arg \sum_{i=1}^{L-1} a_{i+1, i}, \quad \hat{\text{arg}}(r_2) = \arg \sum_{i=1}^{L-1} a_{L+i, L-1+i} \quad (2.103\text{в})$$

сумм элементов первых поддиагоналей соответствующих диагональных блоков $\mathbf{A}_1 = \{a_{pq}\}_{p, q=1}^L$ и $\mathbf{A}_2 = \{a_{pq}\}_{p, q=L}^{2 \cdot L - 1}$ матрицы \mathbf{A} (2.91а).

Д. Точность TDZ-алгоритма (2.88) – (2.90) сравнивается для двух вариантов формирования финальной оценки скорости:

$$\text{а) } \hat{V}_r = \hat{V}_{ri} \text{ для } i=1 \text{ или } i=2;$$

$$\text{б) } \hat{V}_r = (\hat{V}_{r1} + \hat{V}_{r2})/2.$$

Ж. Количественным показателем точности рассматриваемых процедур измерения скорости выступает размер доверительного (confidence) интервала (далее для краткости – C -интервала)

$$C_\delta = x_{0.95} - x_{0.05}, \quad (2.104)$$

в котором с вероятностью 0.9 лежат значения ошибки

$$\delta = V_r - \hat{V}_r - \quad (2.105)$$

разности между точным значением V_r скорости и ее оценкой \hat{V}_r , полученной соответствующим алгоритмом в рассматриваемых условиях.

В (2.104) x_α – корень

$$F_\delta(x_\alpha) = \alpha \quad (2.106)$$

эмпирической функции распределения $F_\delta(x)$ ошибки (2.105).

Она вычисляется стандартными процедурами по большому ($N \gg 1$) числу испытаний, в каждом из которых для заданной КМ (2.92) отражений от МО формируются очередные реализации обучающей выборки Y (2.91в) соответствующего объема, матрицы A (2.91а), аргументы (2.103) и оценки \hat{V}_r (2.81), (2.84), (2.89), (2.90) на их основе.

Основные задачи математического эксперимента – исследовать влияние на точность процедур однозначного измерения скорости

- 1) выбранного закона возбуждения (рис. 2.27);
- 2) порядка p АР-процесса, аппроксимирующего отражения от МО;
- 3) объема K обучающей выборки (2.91б);
- 4) варианта формирования финальной оценки скорости.

Результаты этого исследования позволяют количественно оценить и обосновать процедуры однозначного измерения скорости в ИД МРЛ.

2.1.3.4 Результаты моделирования и их анализ

А. Статистические характеристики ошибок как обычных процедур (2.74), (2.84), так и TDZ-алгоритма зависят от соответствующих характеристик случайных аргументов $\varphi_i = \text{arg}(r_i)$, $i = 1, 2$, (2.103б), (2.103в) и коэффициента их взаимной корреляции

$$\rho_{12} = \frac{\overline{\varphi_1 \cdot \varphi_2}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}. \quad (2.107)$$

Аналитические выражения для нужных статистических характеристик неизвестны, поэтому они рассчитывались в математическом эксперименте.

Б. На рис. 2.28 приведены полученные по данным $N = 5000$ испытаний оценочные корреляционные последовательности (КП) – зависимости

$$\hat{\rho}_{12}(n) = \frac{\sum_{\ell=1}^N \text{arg}(a_{21}(\ell)) \cdot \text{arg}(a_{2+n,1+n}(\ell))}{\sqrt{\sum_{\ell=1}^N |\text{arg}(a_{21}(\ell))|^2 \cdot \sum_{\ell=1}^N |\text{arg}(a_{2+n,1+n}(\ell))|^2}} \quad (2.108)$$

оценки коэффициента корреляции (2.107) от значения n , имеющего смысл числа временных интервалов длительностью T_{av} между отсчетами входного процесса, по которым вычисляются соответствующие элементы $a_{v,v-1}$, $v \in 2, M$ первой поддиагонали оценочной КМ (2.91а), формируемой по независимым в каждом испытании выборкам (2.91б) объема $K = 200$. КП (2.108) рассчитаны для входных АР-процессов различного порядка p с коэффициентами корреляции $\rho(T_{\text{av}}) = 0.9$ (а) и 0.95 (б).

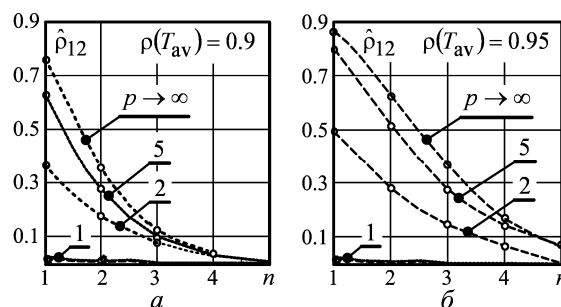


Рисунок 2.28 – Экспериментальные КП (2.108)

На рис. 2.29, *a* для АР-процессов порядка $p=1$ и $p \rightarrow \infty$ приведены экспериментально полученные по $N=10000$ испытаний функции распределения $F(x) = F_{\varphi_2}(x)$ фазы $\varphi_2 = \text{arg}(r_2)$ (2.103б) при чередующейся вобуляции (рис. 2.27, *a*). Аналогичные функции распределения для попачечной вобуляции (рис. 2.27, *б*), приведены на рис. 2.29, *б*. В обоих случаях использованы параметры российского ДМРЛ-С [90] $T_1 = 2.11$ мс, $T_2 = 1.89$ мс, $T_{\text{ав}} = 2$ мс, размер пачки $M = 27$.

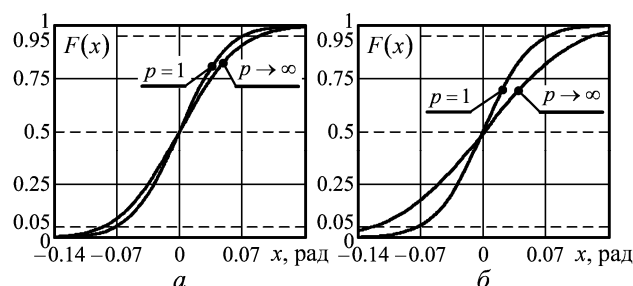


Рисунок 2.29 – Экспериментальные функции распределения $F_{\varphi_i}(x)$

$$(\rho(T_{\text{ав}}) = 0.9, \eta = 30 \text{ дБ}, K = 5)$$

Результаты этих экспериментов позволяют объяснить сравнительные свойства рассматриваемых процедур измерения скорости.

В. Начнем с анализа влияния первых трех факторов на ошибки δ (2.105) процедуры (2.84).

На рис. 2.30, *a, в, д* показаны полученные по $N=10000$ испытаний семейства функций распределения $F_{\delta}(x)$ для чередующейся (рис. 2.27, *a*) вобуляции при отражениях от МО, допускающих аппроксимацию АР-процессами порядков $p=1$ (*a*), $p=5$ (*в*) и $p \rightarrow \infty$ (*д*). Аналогичные семейства для попачечной (рис. 2.27, *б*) вобуляции показаны на рис. 2.30, *б, г, е*. Параметром всех семейств служит объем K обучающей выборки (2.91б). Штриховые горизонтальные прямые на уровне 0.95 и 0.05 позволяют визуально оценить C -интервал по разности (2.104) значений абсцисс $x_{0.95}$ и $x_{0.05}$ точек их пересечения с соответствующей функцией распределения.

Из анализа рис. 2.30 следуют выводы, дополняющие сделанные в [106].

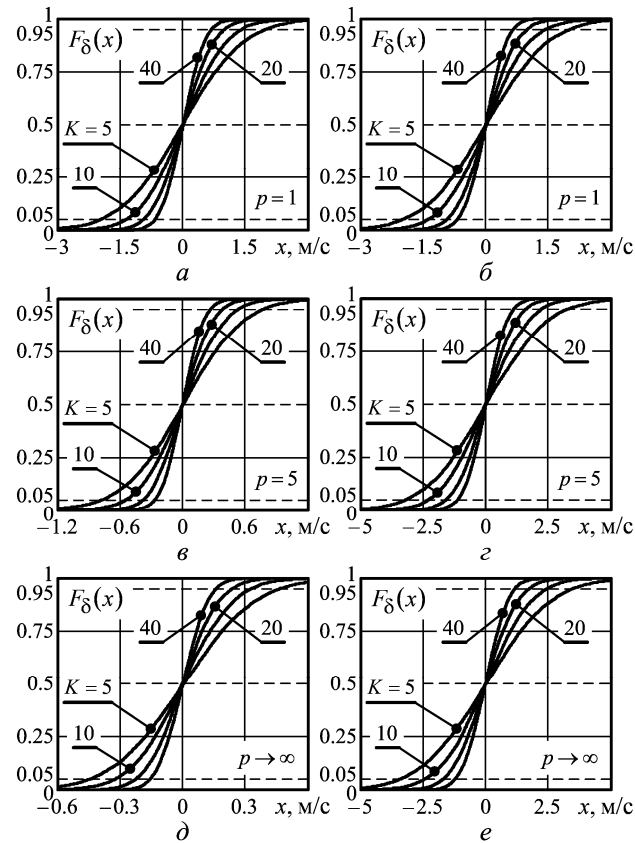


Рисунок 2.30 – Функции распределения ошибок алгоритма (2.84)

$$(\lambda \approx 5.3 \text{ см}, V_r^{(0\Delta)}/2 \approx 60 \text{ м/с}, \eta = 30 \text{ дБ}, \rho_1 = 0.9)$$

Точность процедуры (2.84) при обоих законах вобуляции (рис. 2.27) одинакова только в условиях аппроксимирующего АР-процесса порядка $p=1$ (рис. 2.30, а, б). С ростом порядка p она улучшается (C -интервал уменьшается, рис. 2.30, в, д) при чередующейся вобуляции (рис. 2.27, а) и ухудшается (C -интервал расширяется, рис. 2.30, г, е) при попачечной (рис. 2.27, б). Поэтому в обычных для практики условиях $p > 1$ чередующаяся вобуляция превосходит попачечную тем сильнее, чем выше порядок p АР-процесса, адекватно аппроксимирующего отражения от МО. В частности, в приведенном примере ($\rho(T_{av}) = 0.9$, $\eta = 30$ дБ) при $p \rightarrow \infty$ точность чередующейся вобуляции выше более чем в 8 раз (рис. 2.30, д, е).

Г. Различие свойств законов вобуляции (рис. 2.27) можно объяснить так. Точность оценки (2.84) определяется дисперсией $\sigma_{\Delta}^2 = \overline{|\Delta|^2} = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}$ разности $\Delta = \varphi_1 - \varphi_2$ аргументов $\varphi_i = \text{ar}g(r_i)$ (2.103б), (2.103в) с дисперсиями $\sigma_i^2 = \overline{|\varphi_i|^2}$, $i = 1, 2$ и их коэффициентом корреляции (2.107).

При относительно малом различии интервалов зондирования T_1 и T_2 значение $\sigma_1 \approx \sigma_2 = \sigma$, так что

$$\sigma_{\Delta}^2 = \sigma_{\Delta}^2(n) = 2 \cdot \sigma^2 \cdot (1 - \rho_{12}(n)). \quad (2.109)$$

В соответствии с (2.103б), (2.103в) можно считать, что для чередующейся вобуляции (рис. 2.27, а) в (2.108) значение $n = 1$, тогда как при попачечной вобуляции (рис. 2.27, б) $n = L \approx M/2$. В рассматриваемом примере $n = L \approx 13$.

Для АР-процесса порядка $p = 1$, как видно из рис. 2.28, $\rho_{12}(1) \approx \rho_{12}(L) \ll 1$, в связи с чем эти законы вобуляции (рис. 2.27) обеспечивают практически одинаковую дисперсию ошибок $\sigma_{\Delta}^2 \approx 2 \cdot \sigma^2$ (рис. 2.30, а, б), которая приблизительно вдвое превышает дисперсию σ^2 (практически некоррелированных) аргументов, по разности которых определяется радиальная скорость МО в процедуре (2.84).

Однако с ростом порядка $p > 1$, как видно из рис. 2.28, значение $\rho_{12}(1)$ возрастает, тогда как для значения $\rho_{12}(L)$ остается справедливым соотношение $\rho_{12}(L) \ll 1$. В связи с этим в соответствии с (2.109) рост порядка $p > 1$ при чередующейся вобуляции (рис. 2.27, а) сопровождается ростом точности измерения (уменьшением C -интервала, рис. 2.30, в, д), тогда как для попачечной (рис. 2.27, б), наоборот, точность даже снижается (рис. 2.30, г, е). Последнее обусловлено тем, что в этом случае $\sigma_{\Delta}^2 \approx 2 \cdot \sigma^2$, а дисперсия σ^2 с ростом $p > 1$, как видно из рис. 2.29, б, возрастает.

Рассмотренный механизм полностью раскрывает иллюстрируемые рис. 2.30 особенности процедуры (2.84).

Д. Перейдем теперь к TDZ-алгоритму (2.88)–(2.90) с разными вариантами выбора финальной оценки скорости. На рис. 2.31 показаны экспериментальные функции распределения ошибок TDZ-алгоритма при

$$\hat{V}_r = \hat{V}_{r2} \quad (2.110)$$

в условиях, полностью совпадающих с условиями для соответствующих функций распределения ошибок обычной процедуры (2.84) (рис. 2.30).

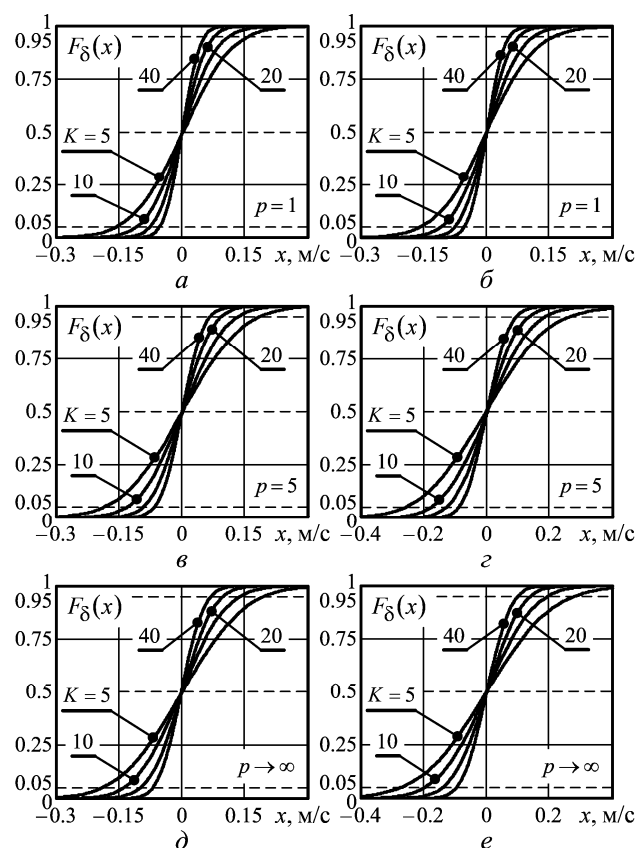


Рисунок 2.31 – Функции распределения ошибок TDZ-алгоритма при $\hat{V}_r = \hat{V}_{r2}$
в условиях рис. 2.30

Из их сравнения и анализа можно сделать следующие выводы.

1. TDZ-алгоритм (2.88) – (2.90), имея одинаковый с обычной процедурой (2.84) интервал однозначности, обеспечивает существенно более высокую точность измерения скорости движения МО. Причина этого состоит в том, что дисперсия его ошибки определяется дисперсией ошибки оценки V_2 (2.88б), пропорциональной квадрату множителя c_2 , который в $c_\Delta/c_2 = T_2/\Delta$ раз меньше множителя c_Δ (2.84б), квадрату которого пропорциональна дисперсия ошибки процедуры (2.84). В рассматриваемых условиях $c_\Delta/c_2 \approx 8.6$.

2. Выигрыш в точности в общем случае зависит также от закона вобуляции и порядка p аппроксимирующего АР-процесса. По причинам, детально проанализированным в п. 3.Г, для АР-процессов порядка $p > 1$ выигрыш при переходе к TDZ-алгоритму при попачечной вобуляции (рис. 2.27, б) больше, чем при чередующейся (рис. 2.27, а). В первом случае в рассматриваемых примерах C -интервал (2.104)

ошибки (2.105) TDZ-алгоритма (рис. 2.31, б, з, е) при одинаковых объемах обучающей выборки K меньше соответствующего интервала процедуры (2.84) (рис. 2.30, б, з, е) в 10...12 раз.

При $p=1$ такой же выигрыш имеет место при чередующейся вобуляции (рис. 2.31, а, рис. 2.30, а), но он уменьшается при росте порядка АР-процесса, поскольку при этом повышается точность процедуры (11) (п. 3.Г). Так, в приведенных примерах он составляет 4 раза при $p=5$ (рис. 2.31, в, рис. 2.30, в) и 2 раза при $p \rightarrow \infty$ (рис. 2.31, д, рис. 2.30, д).

3. В TDZ-алгоритме с финальной оценкой скорости (37) чередующаяся вобуляция (рис. 2.27, а) при $p > 1$ дает меньшую ошибку, чем попачечная (рис. 2.27, б). Этот результат – следствие того, что при последней, как видно из рис. 2.29, менее точно измеряется аргумент $\varphi_2 = \arg(\hat{r}_2)$ оценочного коэффициента корреляции \hat{r}_2 , который определяет точность измерения корректирующей составляющей \hat{V}_2 (2.90). Причина этого такова.

В условиях рис. 2.27, а временной интервал между слагаемыми сумм в (2.103б) равен примерно $2 \cdot T_{av}$, а в условиях рис. 2.27, б этот интервал $T_2 < 2 \cdot T_{av}$ (2.103в). Поэтому в последнем случае корреляция между слагаемыми сумм более сильная, чем в условиях (2.103б), и различие между ними тем больше, чем больше значение p (см. рис. 2.26). Более высокая корреляция слагаемых уменьшает точность соответствующих сумм в целом, что в условиях (2.110) и является причиной преимуществ чередующейся вобуляции (рис. 2.27, а), возрастающих с ростом p .

Поскольку эти закономерности справедливы и для финальной оценки $\hat{V}_r = \hat{V}_{r1}$, ей также соответствуют результаты рис. 2.31.

Е. На рис. 2.32 для условий рис. 2.31 показаны эмпирические функции распределения ошибок TDZ-алгоритма с финальной оценкой скорости

$$\hat{V}_r = (\hat{V}_{r1} + \hat{V}_{r2})/2. \quad (2.111)$$

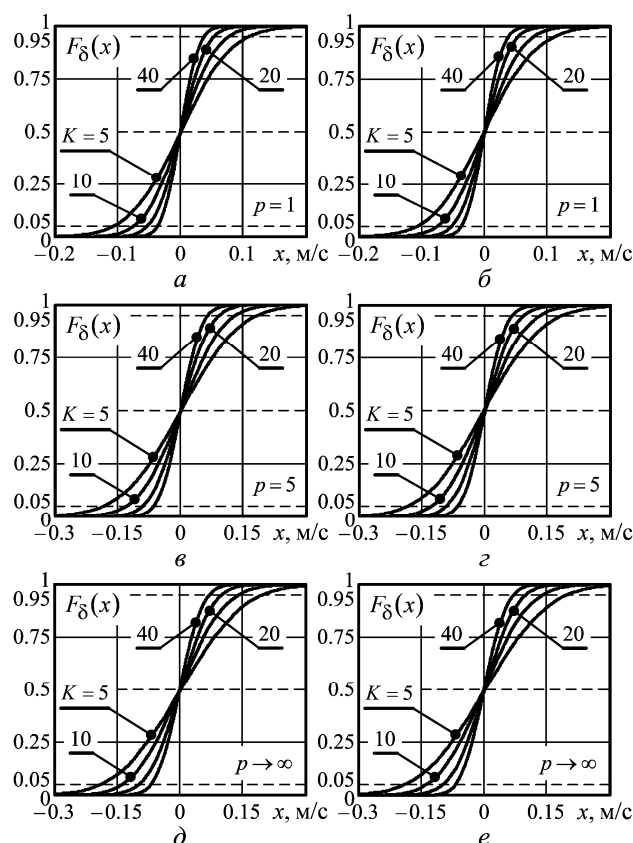


Рисунок 2.32 – Функции распределения ошибок TDZ-алгоритма (2.89) при

$$\hat{V}_r = (\hat{V}_{r1} + \hat{V}_{r2})/2$$

Из их сравнения с соответствующими функциями распределения рис. 2.31 видно, что переход от (2.110) к (2.111) при $p=1$ повышает точность TDZ-алгоритма при обоих законах вобуляции (рис. 2.27), а при $p>1$ практически не изменяет ее при чередующейся вобуляции (рис. 2.31, в, д, рис. 2.32, в, д) и в то же время повышает ее при попачечной (рис. 2.31, г, е, рис. 2.32, г, е). Такие свойства связаны с коррелированностью слагаемых (2.111) при $p>1$ в первом случае и их практической некоррелированностью во втором. За счет этого точность TDZ-алгоритма (рис. 2.32) становится одинаковой при обоих законах вобуляции, в связи с чем при использовании (2.111) этот закон может выбираться из соображений, не связанных с обеспечением точности измерения скорости МО.

2.1.3.5 Практическая реализация целесообразного варианта TDZ-алгоритма

Из проведенного анализа следует, что целесообразный вариант TDZ-алгоритма описывается соотношениями (2.111), (2.88)–(2.90), (2.84), (2.103), (2.111). Построенная в соответствии с ними схема алгоритма для случая чередующейся возбуждения (рис. 2.27, а) приведена на рис. 2.33.

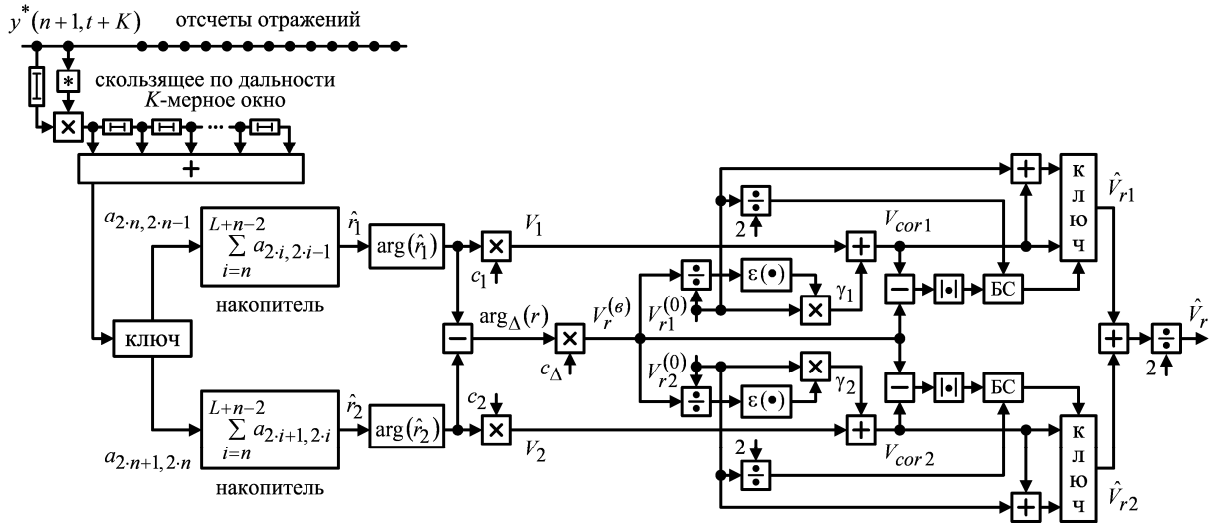


Рисунок 2.33 – Схема практической реализации TDZ-алгоритма

Она соответствует обычным условиям, когда (радиальную) скорость МО нужно оценивать в каждом элементе разрешения по дальности каждого из азимутальных направлений, исследуемых в процессе вращения антенны ИД МРЛ. Константами алгоритма, которые определяются известными параметрами ИД МРЛ, являются значения множителей c_1 , c_2 (2.88б), c_Δ (2.84б), а также диапазоны однозначности $V_{ri}^{(0)}$ (2.88а) для использующихся интервалов зондирования T_i , $i \in 1, 2$.

Полагается, что в t -м элементе разрешения по дальности n -го азимутального направления (в (n, t) -элементе разрешения) имеются две K -мерные строки

$$\vec{y}^*(n, t) = \{y(n, t + j - 1)\}_{j=1}^K, \quad \vec{y}^*(n+1, t) = \{y(n+1, t + j - 1)\}_{j=1}^K \quad (2.112)$$

отсчетов комплексных амплитуд отражений K смежных элементов разрешения по дальности из двух разделенных временами T_1 или $T_2 \neq T_1$ смежных интервалов зондирования.

Во входном корреляторе вычисляются оценки (2.91)

$$a_{n+1,n}(t) = \vec{y}^*(n+1,t) \cdot \vec{y}(n,t) = \sum_{j=1}^K y(n+1,t+j-1) \cdot y^*(n,t+j-1) \quad (2.113)$$

их корреляционного момента – элементы первой поддиагонали матрицы \mathbf{A} (2.91а). С помощью ключа они поступают поочередно в первый и второй накопители, где формируются соответственно оценки корреляционных моментов $\hat{r}_1 = \hat{r}(T_1)$ и $\hat{r}_2 = \hat{r}(T_2)$ – суммы нечетных и четных элементов первой поддиагонали матрицы \mathbf{A} . По их аргументам, рассчитанным в блоках $\arg(\hat{r}_1)$ и $\arg(\hat{r}_2)$, вычисляются скорости V_1 и V_2 (2.88б), а по их разности (2.84в) – «вобулированная» скорость $V_r^{(6)}$ (2.84а). Далее вычисляются скорости γ_1 и γ_2 (2.88а), которые соответствуют целому числу диапазонов однозначности для интервалов T_1 и T_2 , по которым определяются скорректированные скорости V_{cor1} и V_{cor2} (2.90). Модуль разности между ними и значением $V_r^{(6)}$ в блоке сравнения (БС) сравнивается со значениями половин соответствующих интервалов однозначности $V_{ri}^{(0)}/2$ (2.88а). Результаты сравнения определяют положение ключей, на входы которых поступают значения $V_{cor i}$ и $V_{cor i} + V_{ri}^{(0)}$. На выходе ключей формируются значения скоростей V_{ri} , $i \in 1, 2$, которые соответствуют условиям (2.89). Финальная оценка скорости – их полусумма (2.111).

Схема очевидным образом модернизируется при использовании попачечной вобуляции (рис. 2.27, б). В обоих случаях ее наиболее сложные операции, связанные с вычислением оценки корреляционных моментов $\hat{r}_1 = \hat{r}(T_1)$ и $\hat{r}_2 = \hat{r}(T_2)$, являются частью стандартных операций настройки адаптивного решетчатого фильтра (АРФ) [95, 96], на основе которого может быть реализован как рассмотренный TDZ-алгоритм, так и все другие алгоритмы межпериодной обработки отражений от МО в ИД МРЛ.

2.1.4 Оценка ширины доплеровского спектра скоростей метеообразований в ИД МРЛ с произвольными интервалами зондирования

Определяются и сравниваются статистические характеристики оценок ширины доплеровского спектра скоростей (ДСС) **МО** на основе различных модификаций метода "парных импульсов". Оцениваются ошибки предлагаемой модификации этого метода, возникающие при отличии формы унимодальных ДСС от гауссовой, и возможные способы их уменьшения. Обосновывается рекуррентная организация процедуры оценивания, минимизирующая вычислительные затраты.

2.1.4.1 Постановка задачи

А. Важным параметром метеообразований (**МО**), характеризующим их природу и степень опасности, является разброс скоростей движения образующих их элементов. В импульсных доплеровских метеорадиолокаторах (**ИД МРЛ**) этот разброс в каждом из анализируемых элементов пространства определяют по **ширине** энергетического спектра междупериодных флуктуаций отражений от **МО** этих элементов.

Б. Используемые в современных **ИД МРЛ** алгоритмы оценивания ширины W доплеровского спектра скоростей (ДСС) часто базируются на предположении, что этот спектр имеет **гауссову** (колокольную) форму. При таком допущении справедливо равенство

$$W(\rho(T)) = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(|\rho(T)|)}, \quad c = \frac{\lambda}{4 \cdot \pi}, \quad (2.114)$$

позволяющее в принципе вычислять W по той или иной **оценке** модулей коэффициентов корреляции $\rho(T)$ пар отсчетов отражений от **МО**, разделенных временным интервалом T . Основанные на этом различные методы оценивания ширины ДСС обычно называют методом "парных импульсов" [2 – 6].

Отражения от **МО** всегда принимаются в смеси с собственным шумом приемника, в связи с чем

$$\rho(T) = r(T)/\chi, \quad \chi = \eta/(1+\eta) < 1, \quad \eta = \sigma^2/\sigma_n^2. \quad (2.115)$$

Здесь $r(T)$ – коэффициент корреляции отсчетов аддитивной смеси отражений от **МО** и шума приемника, η – относительная (по отношению к мощности шума σ_n^2) мощность σ^2 этих отражений (**ОСШ**).

В реальных условиях точные значения коэффициента корреляции смеси $r(T)$ и "коэффициента шума" χ априори неизвестны и заменяются теми или иными их оценками, формируемыми по классифицированным обучающим выборкам неизбежно конечного объема. При этом даже высокая точность оценивания мощности шума σ_n^2 , возможная при относительно больших зонах, свободных от внешних отражений, из-за разброса случайных оценок $\hat{r}(T)$ не гарантирует отсутствия недопустимых по физическому смыслу значений $|\hat{\rho}(T)| = |\hat{r}(T)|/\hat{\chi} > 1$, порождающих бессмысленные (комплексные) значения оценок \hat{W} в (2.114). В то же время хорошо известны алгоритмы, гарантирующие выполнение неравенства $|\hat{r}(T)| < 1$ при обучающих выборках любого объема $K > 1$. Основанный на их использовании алгоритм

$$\hat{W} = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(|\hat{r}(T)|)} \quad (2.116)$$

всегда дает осмысленные (действительные) оценки ширины ДСС, которые, однако, даже в гипотетических условиях $K \rightarrow \infty$, $\hat{r}(T) \rightarrow r(T)$, $\hat{W} \rightarrow W(r(T))$ смещены (завышены по сравнению с (2.114)).

В качестве примера на рис. 2.34 для **ИД МРЛ** с длиной волны $\lambda \approx 5.3$ см и интервалом зондирования $T \approx 2$ мс показаны расчетные семейства зависимостей от ширины ДСС коэффициента корреляции смеси $r(T)$ (а) и относительной ошибки

$$\Delta W = \frac{W(r(T)) - W(\rho(T))}{W(\rho(T))} = \frac{W(r(T))}{W(\rho(T))} - 1 \quad (2.117)$$

ее измерения по (2.116) при $\hat{r}(T) \rightarrow r(T)$ (б). Параметром обоих семейств служат значения **ОСШ** η (в дБ).

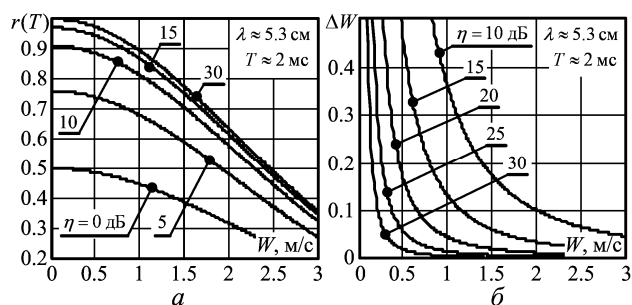


Рисунок 2.34 – Влияние ОСШ на значения $r(T)$ и ΔW

Для ИД МРЛ с указанными параметрами кривые рис. 2.34, б количественно иллюстрируют физически очевидный эффект роста ошибок по мере уменьшения ОСШ η и измеряемой ширины спектра W .

В. Наряду с (2.114) для ширины колокольных ДСС используется также легко проверяемая формула

$$W = c \cdot \sqrt{\frac{2}{T_2^2 - T_1^2} \cdot \ln\left(\frac{|r(T_1)|}{|r(T_2)|}\right)}, \quad (2.118)$$

которая в [2, 6] рекомендуется в качестве базовой для ИД МРЛ с двумя чередующимися интервалами зондирования T_1 и $T_2 \neq T_1$. Ее преимущества перед (2.116) обычно обосновываются асимптотической (при $K \rightarrow \infty$) несмещенностью получаемой оценки (отсутствием ошибок, подобных приведенным на рис. 2.34, б). В этих гипотетических условиях для унимодальных (в том числе – колокольных) ДСС при любых $T_2 \neq T_1$ знаки числителя и знаменателя совпадают, что гарантирует положительность подкоренного выражения и, тем самым, осмысленное (действительное) значение ширины ДСС. Однако в реальных условиях определяющее значение имеют не асимптотические характеристики различных оценок ширины ДСС, а параметры распределений их случайных значений, полученных по случайным оценкам $\hat{r}(T_1)$ и $\hat{r}(T_2)$ при реально конечных объемах выборки K . В этих условиях преимущества (2.118) по сравнению с более простой оценкой (2.116) отнюдь не очевидны. В частности, даже при унимодальности ДСС из-за случайности оценок $\hat{r}(T_1)$ и $\hat{r}(T_2)$ коэффициентов корреляции знаки числителя и знаменателя в (2.118) могут не совпасть (а значения \hat{W} – потерять смысл).

Для уменьшения вероятности этого крайне неприятного эффекта при выбранных временных интервалах T_1 и $T_2 \neq T_1$ основное значение имеет увеличение точности оценок коэффициентов корреляции.

Г. Эта задача может решаться за счет привлечения априорной информации различного вида, дополняющей частично уже использованную в (2.114), (2.116), (2.118) информацию о колокольной форме ДСС.

Так, во многих случаях ширину ДСС можно считать неизменной на всем временном интервале обработки $M \gg 1$ -элементной пачки

$$\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^M = \mathbf{y} + \boldsymbol{\xi} \sim CN(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Phi}) \quad (2.119)$$

аддитивной смеси шума $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_i\}_{i=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M)$ и отражений $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1}^M \sim CN(\mathbf{0}, \eta \cdot \boldsymbol{\rho})$ от **МО** анализируемого элемента пространства в M смежных интервалах зондирования. Символом $CN(\mathbf{a}, \mathbf{B})$ здесь и ниже, как обычно, обозначается комплексный гауссов (нормальный) случайный вектор \mathbf{x} (или скаляр x) со средним значением $\mathbf{a} = \overline{\mathbf{x}}$ и корреляционной матрицей (**КМ**) (или дисперсией) $\mathbf{B} = \overline{(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{a})^*}$, черта сверху и звездочка – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

Очевидно, что при этом среднее значение

$$\hat{W} = \hat{W}_{\text{av}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \hat{W}_i \quad (2.120)$$

оценок $\hat{W}(\hat{r}(T_i))$ (2.116) или $\hat{W}(\hat{r}(T_i), \hat{r}(T_j))$, $T_j \neq T_i$ (2.118), полученных по части или всему множеству из $N \leq M \cdot (M - 1)/2$ возможных коэффициентов корреляции $\hat{r}_i(T_i)$, $i \in 1, N$, обеспечит более высокую точность оценивания ширины ДСС, чем каждая из этих оценок в отдельности.

Д. Еще одним важным дополнительным источником информации является априорная специфика структуры $M \times M$ **КМ**

$$\boldsymbol{\Phi} = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*} = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \boldsymbol{\rho} \quad (2.121)$$

M -элементных пачек (2.119), порождаемая закономерностями используемого закона зондирования.

Здесь \mathbf{I}_M – единичная $M \times M$ **КМ** взаимно некоррелированных отсчетов собственных шумов приемника с одинаковой (принятой за единицу) мощностью, $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_{ij}\}_{i,j=1}^M$ – $M \times M$ нормированная ($\rho_{ii} = 1, i \in 1, M$) **КМ** отражений от **МО**, η – **ОСШ** (2.115).

Так, при равенстве временных интервалов $T = T_1$ между зондированиями могут полагаться априори равными все элементы $\rho_{i+k,i} = \rho(k \cdot T)$, $i \in 1, M - k$, расположенные на k -й, $k \in 0, M - 1$ поддиагонали матрицы $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_{ij}\}_{i,j=1}^M$ и, следовательно, **КМ** (2.121) в целом. Очевидно, что в этом случае усредненные тем или иным способом различающиеся элементы соответствующих поддиагоналей оценочных **КМ** обеспечат более высокую точность оценивания определяющих элементов этих поддиагоналей и, тем самым, ширины ДСС, чем каждый из этих элементов в отдельности. Такой способ учета априорного равенства элементов каждой диагонали (теплицевости) **КМ** используется в известных алгоритмах оценивания ширины ДСС [2 – 6]

$$\hat{W} = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \ln \left(\frac{|\hat{\phi}_{av}(T)|}{|\hat{\phi}_{av}(2 \cdot T)|} \right)}, \quad \hat{\phi}_{av}(k \cdot T) = \frac{1}{M - k} \cdot \sum_{i=1}^{M-k} \hat{\phi}_{i+k,i}, \quad k = 1, 2 \quad (2.122)$$

в режиме зондирования с одинаковыми интервалами. Последняя формула может считаться "адаптивным аналогом" (2.118) при $T = T_1$ и замене дроби $|\hat{r}(T_1)| / |\hat{r}(T_2)|$ отношением $|\hat{\phi}_{av}(T)| / |\hat{\phi}_{av}(2 \cdot T)|$, вытекающей из предположения об априорном равенстве мощностей $p_i = \overline{|u_i|^2} = \phi_{ii} = p$, $i \in 1, M$ всех компонент u_i вектора обрабатываемой смеси (2.119) (элементов главной диагонали **КМ** (2.121)).

При этом алгоритм (2.116) оценивания ширины ДСС преобразуется к виду

$$\hat{W} = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(\hat{r}_{av}(T))}, \quad \hat{r}_{av}(T) = \frac{|\hat{\phi}_{av}(T)|}{\hat{p}}, \quad (2.123)$$

где \hat{p} – оценка мощности этих компонент.

Из ряда известных оценок мощности, приведенных, например, в [63], практически наиболее интересны оценки **Итакуры – Саито**

$$\hat{p} = \hat{p}_1 = (M-1)^{-1} \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_{-M}^2 \cdot \hat{\sigma}_{-1}^2} \quad (2.124a)$$

и Берга

$$\hat{p} = \hat{p}_2 = (M-1)^{-1} \cdot (\hat{\sigma}_{-M}^2 + \hat{\sigma}_{-1}^2) / 2. \quad (2.124б)$$

Здесь

$$\hat{\sigma}_{-M}^2 = tr \hat{\Phi} - \hat{\phi}_{MM}, \quad \hat{\sigma}_{-1}^2 = tr \hat{\Phi} - \hat{\phi}_{11} - \quad (2.124в)$$

сумма диагональных элементов (след $tr \hat{\Phi} = \sum_{i=1}^M \hat{\phi}_{ii}$) $M \times M$ оценки $\hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{ij}\}_{i,j=1}^M$ **КМ**

(2.121) без последнего (M -го) и первого элементов соответственно.

Е. Зондирование с постоянным временным интервалом может быть неудовлетворительным из-за неоднозначности оценок средней радиальной скорости **МО**, получаемых по оценкам фазы коэффициентов междупериодной корреляции отражений [2 – 6]. Как отмечается в [2], для ослабления этого недостатка "наибольшее распространение в метеорадиолокации в настоящее время получил способ вобуляции частоты повторения импульсов (**ЧПИ**), когда попеременно излучаются зондирующие импульсы с разными **ЧПИ** в отношении 3/4 или 4/5". Очевидно, однако, что такой закон изменения (вобуляции) интервалов зондирования (чередование двух значений этих интервалов) не универсален. Возможны и более сложные законы зондирования, практически интересные для сравнения с приведенными.

В таком режиме **КМ** (2.121) в общем случае перестает быть теплицевой. При этом наряду со способами п.п. **Г**, **Д** могут рассматриваться и другие способы повышения точности оценивания ширины **ДСС МО**, не отраженные в литературе. Нуждаются также в обоснованных ответах следующие практически важные вопросы оценивания ширины **ДСС**.

1. Какой вид алгоритмов оценивания – по оценкам одного (2.116) или двух (2.118) коэффициентов корреляции – предпочтительнее в реальных условиях доступности классифицированных обучающих выборок ограниченного объема?

2. Какие оценки ширины в режиме постоянства интервалов зондирования более точны – основанные на **усреднении** (2.120) совокупности ее **оценок**, полученных по набору коэффициентов корреляции, или по модулям **усредненных** значений

элементов **первой** (2.123) или **первой и второй** (2.122) поддиагоналей используемой оценки $\hat{\Phi}$ **КМ** (2.121)?

3. Какой из алгоритмов – **Итакуры – Саито** (2.124a) или **Берга** (2.124б) практически более пригоден?

4. Какие способы оценивания ширины колокольных **ДСС** целесообразны в режиме вобуляции интервалов зондирования?

5. В какой мере рекомендуемые методы пригодны для оценки ширины **униmodalных ДСС** другой (не колокольной) формы?

6. Каковы рациональные способы практической реализации рекомендуемых алгоритмов оценивания ширины **ДСС** в **ИД МРЛ**?

Ответам на эти вопросы посвящен данный пункт отчета.

2.1.4.2 Исходные соотношения, модели и допущения

А. Искомая ширина **ДСС** оценивается по имитирующей отражения от **МО** K -мерной выборке

$$\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^K = \mathbf{G} \cdot \Xi \quad (2.125)$$

M -мерных векторов комплексных амплитуд $\mathbf{y}_i = \{y_\ell^{(i)}\}_{\ell=1}^M$, полученной преобразованием пакета

$$\Xi = \{\xi_i\}_{i=1}^K, \quad \xi_i \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{I}_M), \quad \overline{\xi_i \cdot \xi_j^*} = \begin{cases} \mathbf{I}_M, & i = j, \\ \mathbf{0}_M, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K \quad (2.126)$$

из K взаимно независимых комплексных гауссовых M -мерных векторов ξ_i отсчетов белого шума с нулевым вектором средних значений и единичной **КМ**.

В роли матрицы преобразования выступает любой $M \times M$ "корень" $\mathbf{G} = \{g_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M$ заданной **КМ** $\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M$ (2.121) смеси шума и отражений от **МО**, удовлетворяющий равенству

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^* = \Phi = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \rho. \quad (2.127)$$

Нормированная **КМ** отражений задается в виде

$$\mathbf{\rho} = \{\rho_{ij}\}_{i,j=1}^M, \quad \rho_{ij} = \rho(T_{\text{av}})^{(\gamma_i - \gamma_j)^2}, \quad (2.128)$$

где $\rho(T_{\text{av}})$ – коэффициент корреляции отсчетов отражений от **МО**, разделенных временным интервалом

$$T_{\text{av}} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i. \quad (2.129a)$$

Через

$$\gamma_\ell = \tau_\ell / T_{\text{av}}, \quad \tau_\ell = \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 1, M \quad (2.129б)$$

в (2.128) обозначен нормированный к среднему интервалу T_{av} временной интервал между первым и ℓ -м импульсами M -элементной пачки.

Количественные расчеты для конкретности проводятся для пачек размера $M = 27$.

Рассматриваются два режима зондирования. В **первом** из них временные интервалы между всеми M импульсами пачки **одинаковы**

$$T_i = T = T_{\text{av}} \approx 2 \text{ мс}, \quad i \in 1, M-1; \quad \gamma_\ell = \ell - 1. \quad (2.129в)$$

Для **второго** режима их значения (в мс) для пачки размера $M = 27$ показаны на диаграмме (рис. 2.35).

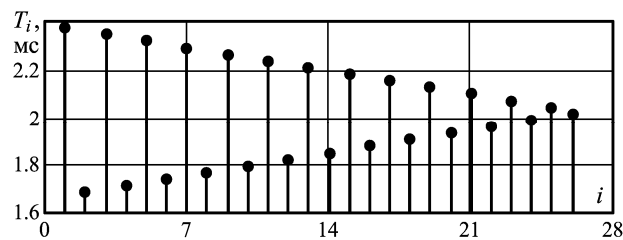


Рисунок 2.35 – Временные интервалы между импульсами пачки в режиме возбуждения

"Большие" интервалы $T_{2 \cdot n-1}$ с нечетными номерами линейно убывают, а "маленькие" $T_{2 \cdot n}$ с четными – линейно увеличиваются с ростом номера $n \in 1, (M-1)/2$, приближаясь при $n = (M-1)/2$ к среднему интервалу T_{av} .

Б. В условиях (2.126) обучающие векторы в (2.125)

$$\mathbf{y}_i \sim CN(\mathbf{0}, \mathbf{\Phi}), \quad \overline{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j^*} = \begin{cases} \mathbf{\Phi}, & i = j, \\ \mathbf{0}_M, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j \in 1, K. \quad (2.130)$$

Случайные оценки \hat{r}_{ij} коэффициентов взаимной корреляции i -го и j -го отсчетов входной смеси (2.119), использующиеся для оценивания ширины ДСС, строятся из элементов случайной $M \times M$ матрицы

$$\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^* = \sum_{i=1}^K \mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_i^*, \quad (2.131)$$

имеющей в этом случае комплексное распределение **Уишарта**. Для **первого** режима (с постоянным интервалом зондирования T) рассматриваются следующие разновидности оценок.

1⁰. Стандартные оценки модулей коэффициентов корреляции отсчетов, разделенных временным интервалом $k \cdot T$ (k -х коэффициентов корреляции)

$$\hat{r}(k \cdot T)_{i+k,i} = \frac{|a_{i+k,i}|}{\sqrt{a_{ii} \cdot a_{i+k,i+k}}} \leq 1, \quad i \in 1, M-k, \quad k \in 1, 2. \quad (2.132)$$

В условиях (2.130) плотность распределения каждой из этих оценок равна [107 – 109]

$$\begin{aligned} p_{\hat{r}}(x, r, K) &= c(x, r, K) \cdot {}_2F_1(K, K; 1; (r \cdot x)^2), \\ c(x, r, K) &= 2 \cdot (K-1) \cdot (1-r^2)^K \cdot x \cdot (1-x^2)^{K-2}, \end{aligned} \quad (2.133a)$$

где ${}_2F_1(a, b; c; z)$ – гипергеометрическая функция Гаусса.

Для среднего значения $\bar{\hat{r}}(r, K) = \int_0^1 x \cdot p_{\hat{r}}(x, r, K) dx$ оценок (2.132) справедливо

равенство

$$\bar{\hat{r}}(r, K) = c1 \cdot {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, K, K; 1, K + \frac{1}{2}; r^2\right), \quad c1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot (1-r^2)^K \cdot \frac{\Gamma(K)}{\Gamma(K+1/2)}. \quad (2.133б)$$

Дисперсия $\sigma_{\hat{r}}^2 = \int_0^1 x^2 \cdot p_{\hat{r}}(x, r, K) dx - (\bar{\hat{r}}(r, K))^2$ этих оценок равна

$$\sigma_{\hat{r}}^2 = 1 - c2 \cdot {}_2F_1(K, K; K+1; r^2) - (\bar{\hat{r}}(r, K))^2, \quad c2 = \frac{K-1}{K} \cdot (1-r^2)^K. \quad (2.133в)$$

Через ${}_3F_2(a, b, c; d, e; z)$ здесь и далее обозначена обобщенная гипергеометрическая функция, $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

2⁰. Модифицированные по **Бергу** оценки k -х коэффициентов корреляции

$$\hat{r}(k \cdot T)_{i+k,i} = \frac{|a_{i+k,i}|}{\frac{1}{2} \cdot (a_{ii} + a_{i+k,i+k})} \leq 1, \quad i \in 1, M-k, \quad k \in 1, 2. \quad (2.134)$$

Для смеси (2.119) с **КМ** вида (2.121) п.р. этих оценок равна [109]

$$p_{\hat{r}}(x, r, K) = s(x, r, K) \cdot {}_2F_1\left(K, K + \frac{1}{2}; 1; (r \cdot x)^2\right), \quad (2.125a)$$

$$s(x, r, K) = (2 \cdot K - 1) \cdot (1 - r^2)^K \cdot x \cdot (1 - x^2)^{K-3/2}.$$

Параметрами этой плотности, как и (2.133a), являются истинное значение $r = r(k \cdot T)$ коэффициента корреляции смеси и объем K обучающей выборки.

Среднее значение оценок (2.134) равно

$$\bar{\hat{r}}(r, K) = s1 \cdot {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, K, K + \frac{1}{2}; 1, K + 1; r^2\right), \quad s1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi} \cdot (1 - r^2)^K \cdot \frac{\Gamma(K + 1/2)}{\Gamma(K + 1)}, \quad (2.135b)$$

а дисперсия

$$\sigma_{\hat{r}}^2 = s2 \cdot {}_3F_2\left(2, K, K + \frac{1}{2}; 1, K + \frac{3}{2}; r^2\right) - (\bar{\hat{r}}(r, K))^2, \quad s2 = \frac{1}{K + 1/2} \cdot (1 - r^2)^K. \quad (2.135b)$$

Анализируемые ниже свойства этих плотностей и их моментов объясняют поведение ряда сравниваемых оценок ширины ДСС, а также позволяют убедиться в правильности результатов моделирования для оценок, плотности распределения которых неизвестны. К их числу относятся, в частности, приводимые ниже оценки, впервые предложенные для теплицевых **КМ**, подобных **КМ** (2.121), (2.127) при постоянном интервале зондирования.

3⁰. Оценка **Итакуры – Саито** модулей k -х коэффициентов корреляции

$$\hat{r}(k \cdot T) = \hat{r}3 = \frac{\left| \sum_{i=1}^{M-k} a_{i+k,i} \right|}{\sqrt{\hat{\sigma}1^2 \cdot \hat{\sigma}2^2}} \leq 1, \quad \hat{\sigma}1^2 = \sum_{i=1}^{M-k} a_{i,i}, \quad \hat{\sigma}2^2 = \sum_{i=1+k}^M a_{i,i}. \quad (2.136)$$

4⁰. Оценка **Берга** модулей этих коэффициентов

$$\hat{r}(k \cdot T) = \hat{r}4 = \frac{\left| \sum_{i=1}^{M-k} a_{i+k,i} \right|}{\frac{1}{2} \cdot (\hat{\sigma}1^2 + \hat{\sigma}2^2)} \leq 1. \quad (2.137)$$

5⁰. Оценки k -х (ненормированных) корреляционных моментов

$$\hat{r}_{\text{nn}}(k \cdot T) = \hat{r}5 = \left| a_{i+k,i} \right|, \quad i \in 1, M-k, \quad k \in 1, 2. \quad (2.138)$$

6⁰. Оценки усредненных k -х корреляционных моментов, использующиеся в (2.122) [2 – 6]

$$\hat{\phi}_{\text{av}}(k \cdot T) = \frac{1}{M-k} \cdot \sum_{i=1}^{M-k} a_{i+k,i}, \quad k \in 1, 2. \quad (2.139)$$

В. Построенные на основе оценок 1⁰ – 6⁰ оценки ширины ДСС удобно разделить на **три** группы.

К **первой** из них отнесем оценки вида (2.116)

$$\hat{W}_{ik} = \frac{c}{k \cdot T} \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln \left(\left| \hat{r}(k \cdot T)_{i+k,i} \right| \right)}, \quad i \in 1, M-k$$

по одному коэффициенту корреляции, полученному

– на основе 1⁰ для $k=1$ (оценка 3.1); – на основе 2⁰ для $k=1$ (оценка 3.2);

– на основе 1⁰ для $k=2$ (оценка 3.3); – на основе 2⁰ для $k=2$ (оценка 3.4),

и оценки вида (2.118) при $T_1 = T$ и $T_2 = 2 \cdot T$

$$\hat{W}_{ik} = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \ln \left(\frac{\left| \hat{r}(T)_{i+1,i} \right|}{\left| \hat{r}(2 \cdot T)_{i+2,i} \right|} \right)}, \quad i \in 1, M-2$$

по двум коэффициентам корреляции, полученным

– на основе 1⁰ для $k=1$ и $k=2$ (оценка 5.1);

– на основе 2⁰ для $k=1$ и $k=2$ (оценка 5.2);

– на основе 5⁰ для $k=1$ и $k=2$ (оценка 5.3).

Ко **второй** группе отнесем оценки вида (2.120)

$$\hat{W} = \hat{W}_{\text{av}} = \frac{1}{M-k} \cdot \sum_{i=1}^{M-k} \hat{W}_{ik}, \quad (2.140)$$

полученные **усреднением** (накоплением) оценок первой группы (оценки 7.1 – 7.7 соответственно).

К **третьей** группе отнесем оценки вида (2.116)

$$\hat{W}_k = \frac{c}{k \cdot T} \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(|\hat{r}(k \cdot T)|)}$$

по одному **усредненному** коэффициенту корреляции, полученному

- на основе 3^0 для $k = 1$ (оценка 3.8); – на основе 4^0 для $k = 1$ (оценка 3.9);
 - на основе 3^0 для $k = 2$ (оценка 3.10); – на основе 4^0 для $k = 2$ (оценка 3.11),
- и оценки вида (2.118), (2.122) при $T_1 = T$ и $T_2 = 2 \cdot T$

$$\hat{W} = \frac{c}{T} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \ln\left(\frac{|\hat{r}(T)|}{|\hat{r}(2 \cdot T)|}\right)}$$

по двум **усредненным** коэффициентам корреляции, полученным

- на основе 3^0 для $k = 1$ и $k = 2$ (оценка 5.4);
- на основе 4^0 для $k = 1$ и $k = 2$ (оценка 5.5);
- на основе 6^0 для $k = 1$ и $k = 2$ (оценка 5.6).

Г. Статистические свойства приведенных оценок исчерпывающе характеризуются их законами (плотностями или функциями) распределения. Свойства оценок, плотности распределения которых неизвестны, устанавливаются далее по результатам моделирования. В процессе моделирования формируются $N \gg 1$ независимых реализаций матрицы $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^M$ (2.131), по которым строятся эмпирические плотности (гистограммы) и функции распределения оценок $\hat{W} = \hat{W}_i$, $i \in 1, N$ ширины ДСС. На их основе определяются зависимости от объема K обучающей выборки, **ОСШ** η и истинной ширины W ДСС средних значений

$$\bar{\delta} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \delta_i, \quad (2.141a)$$

среднеквадратических отклонений (**СКО**)

$$\sigma_{\delta} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\delta_i - \bar{\delta})^2} \quad (2.141б)$$

и доверительных интервалов

$$\Delta\alpha = x_{0.95} - x_{0.05} \quad (2.141в)$$

случайных относительных ошибок

$$\hat{\delta} = \frac{\hat{W} - W}{W} = \frac{\hat{W}}{W} - 1 \quad (2.142)$$

оценок ширины ДСС.

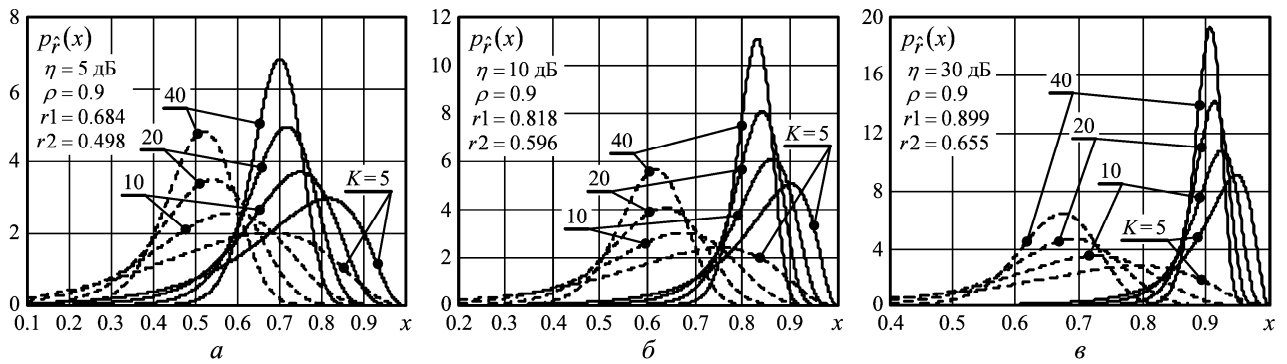
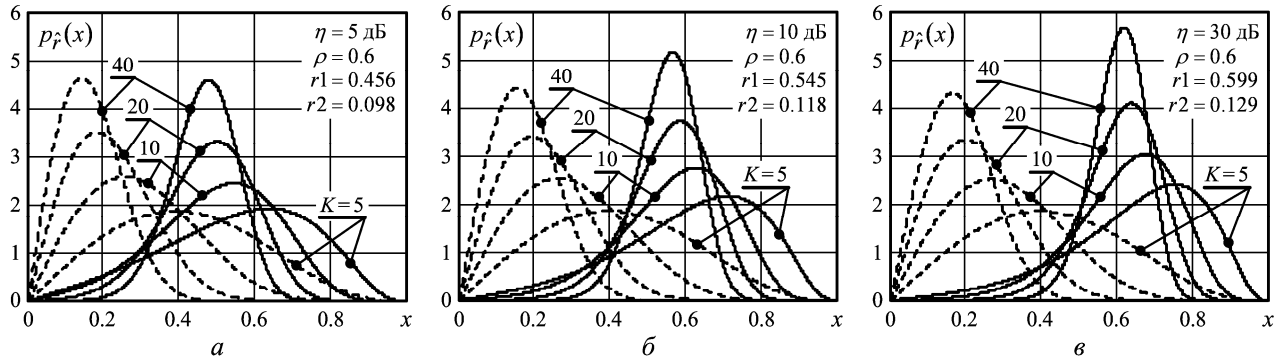
Через x_α в (2.141в) обозначена абсцисса точки пересечения горизонтальной прямой на уровне $0 < \alpha < 1$ с функцией распределения $f(x)$ соответствующих оценок ($f(x_\alpha) = \alpha$).

Корректность методики и результатов моделирования проверяются их сравнением с точными результатами в условиях, для которых справедливы плотности (2.133), (2.135).

2.1.4.3 Сравнительный анализ статистических характеристик оценок ширины ДСС в режиме постоянного интервала зондирования

А. Начнем с анализа законов распределения (2.133), (2.135) оценок (2.132), (2.134) коэффициентов корреляции, определяющих статистические характеристики оценок 3.1 – 3.4 ширины ДСС.

А.1. На рис. 2.36, *a – в* показаны семейства плотностей распределения (2.133а) оценок (2.132) $\hat{r}(T)$ первого (сплошные кривые) и $\hat{r}(2 \cdot T)$ второго (штриховые кривые) коэффициентов корреляции смеси (2.119) при коэффициенте корреляции $\rho(T) = 0.9$ отражений от **МО** ($W = 0.958$ м/с при $\lambda \approx 5.3$ см и $T_{av} \approx 2$ мс) и различных значениях **ОСШ** $\eta = 5$ дБ ($\chi = 0.76$, *a*), $\eta = 10$ дБ ($\chi = 0.909$, *б*) и $\eta = 30$ дБ ($\chi = 0.999$, *в*). Параметром семейств служат значения объема K обучающей выборки (2.125), использованной для вычисления матрицы **A** (2.131). Значения r_1 и r_2 указывают точные величины $r(T) = \chi \cdot \rho(T)$ и $r(2 \cdot T) = \chi \cdot \rho^4(T)$. Аналогичные семейства, но для $\rho(T) = 0.6$ ($W = 2.109$ м/с), приведены на рис. 2.37, *a – в*.

Рисунок 2.36 – Плотности распределения оценок (2.132) ($\rho(T) = 0.9$)Рисунок 2.37 – Плотности распределения оценок (2.132) ($\rho(T) = 0.6$)

Как видно из рисунков, моды плотностей распределения оценок $\hat{r}(T)$ и $\hat{r}(2 \cdot T)$ (2.132) смещены вправо относительно соответствующих значений $r1$ и $r2$, и расстояние между ними тем меньше, чем меньше объем выборки K и ОСШ η . По мере роста K плотности симметризируются, а их моды уже при $K \geq 20$ близки к значениям $r1$ и $r2$. В этом случае при ОСШ η таких, что

$$\varepsilon = 1 - \chi \ll \beta = 1 - \rho(T) \ll 1, \quad (2.143)$$

оценки (2.132) становятся практически несмещенными:

$$r1 = (1 - \varepsilon) \cdot (1 - \beta) = 1 - \varepsilon - \beta + \varepsilon \cdot \beta \approx 1 - \beta = \rho(T). \quad (2.144)$$

А.2. На рис. 2.38 и рис. 2.39 показаны рассчитанные с использованием (2.133б), (2.135б) семейства зависимостей смещения

$$\Delta\rho(K) = \rho(k \cdot T) - \bar{r}(r(k \cdot T), K), \quad k \in 1, 2 \quad (2.145)$$

оценок (2.132), (2.134) от объема выборки K при ОСШ $\eta = 5$ дБ (а), $\eta = 10$ дБ (б) и $\eta = 30$ дБ (в). Параметр семейств – значения первого коэффициента корреляции $\rho = \rho(T)$ отражений от МО, сплошные кривые характеризуют смещение (2.145) оценки первого ($k = 1$), а штриховые – второго ($k = 2$) коэффициентов корреляции.

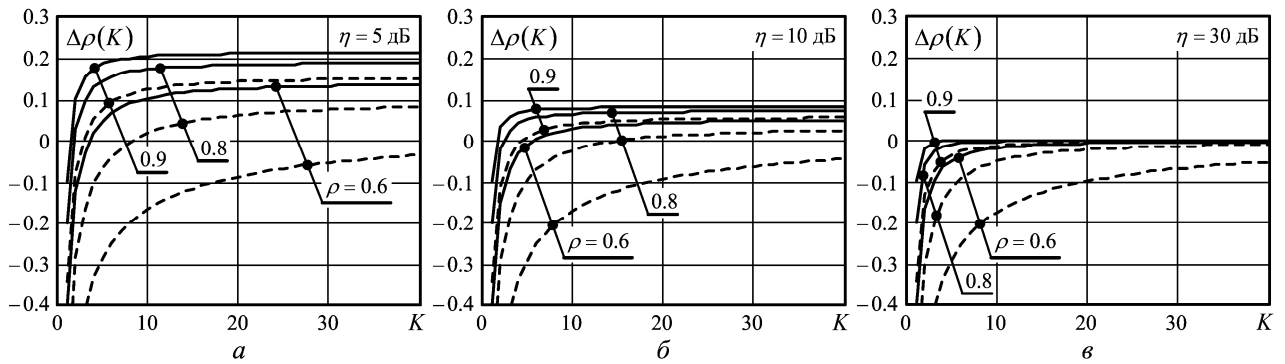


Рисунок 2.38 – Зависимости смещения оценок (2.132) от объема обучающей выборки

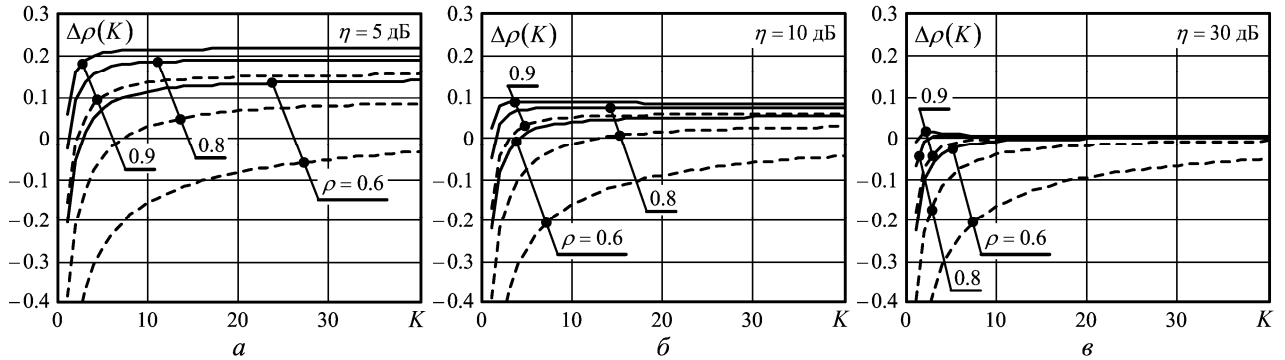


Рисунок 2.39 – Зависимости смещения оценок (2.134) от объема обучающей выборки

Как видно из этих рисунков, при малых **ОСШ** ($\eta = 5$ дБ) и "больших" $K \geq 20$ оценки $\hat{r}(T)$ первых коэффициентов корреляции (сплошные кривые) смещены больше, чем оценки $\hat{r}(2 \cdot T)$ соответствующих вторых коэффициентов (штриховые кривые). Это связано с меньшим отличием в этих условиях значений r_2 от $\rho(2 \cdot T)$, чем r_1 от $\rho(T)$. Однако при "больших" **ОСШ** η , когда выполняются условия (2.143), оценки первых коэффициентов корреляции при любых $K \geq 2$ смещены меньше оценок вторых коэффициентов корреляции. В связи с такой неопределенностью целесообразно дополнительно проанализировать **СКО** этих оценок.

А.3. Рассчитанные на основе (2.133в), (2.135в) зависимости **СКО** от объема выборки K для тех же условий, что и на рис. 2.38 и рис. 2.39, показаны на рис. 2.40 и рис. 2.41.

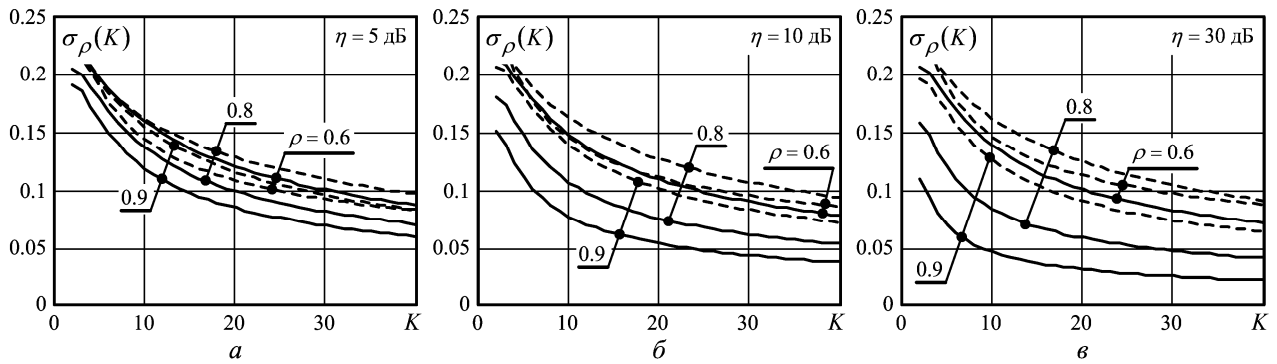


Рисунок 2.40 – Зависимости **СКО** оценок (2.132) от объема обучающей выборки

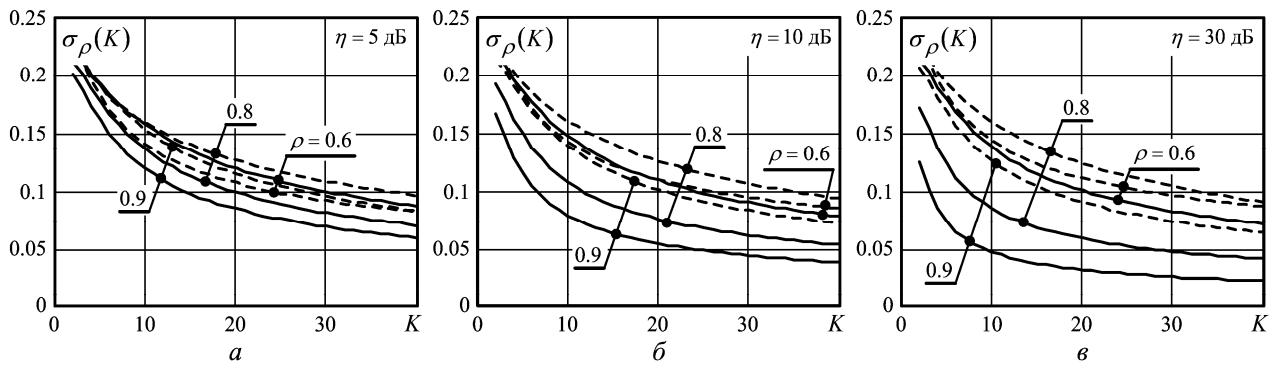


Рисунок 2.41 – Зависимости **СКО** оценок (2.134) от объема обучающей выборки

Видно, что в большинстве случаев **СКО** оценок первого ($k = 1$) коэффициента корреляции меньше **СКО** оценок второго ($k = 2$). Незначительное преимущество оценок второго коэффициента корреляции наблюдается только при малых значениях $\rho(T) \leq 0.6$ и малом **ОСШ** $\eta \leq 5$ дБ (рис. 2.40, а, 2.41, а).

Отмеченные свойства статистических характеристик оценок (2.132), (2.134) коэффициентов корреляции определяют и свойства построенных на их основе оценок 3.1 – 3.4 ширины ДСС, анализируемых ниже.

Б. Используя (2.133а), (2.135а), классическими методами нетрудно получить плотность распределения

$$p_{\hat{\delta}}(x, \rho, r, K) = |jak(x, \rho)| \cdot p_{\hat{r}}(\varphi(x, \rho), r, K), \quad \rho = \rho(k \cdot T), \quad (2.146a)$$

случайных относительных ошибок (2.142) оценок ширины ДСС по алгоритму (2.116) на основе оценок (2.132), (2.134). Здесь $jak(x, \rho)$ – якобиан, для рассматриваемых преобразований (2.142), (2.116) равный

$$jak(x, \rho) = 2 \cdot (1+x) \cdot \ln \rho \cdot \varphi(x, \rho), \quad \varphi(x, \rho) = \rho^{(1+x)^2}. \quad (2.146б)$$

Б.1. На рис. 2.42, *a – в* показаны рассчитанные по (2.146), (2.133*a*) семейства плотностей распределения относительных ошибок (2.142) оценок 3.1 (сплошные кривые) и 3.3 (штриховые кривые) при коэффициенте корреляции $\rho(T)=0.9$ отражений от **МО** и **ОСШ** $\eta=5$ дБ (*a*), $\eta=10$ дБ (*б*) и $\eta=30$ дБ (*в*). Параметр семейств – значения объема K обучающей выборки. Аналогичные семейства, но для $\rho(T)=0.6$, приведены на рис. 2.43, *a – в*.

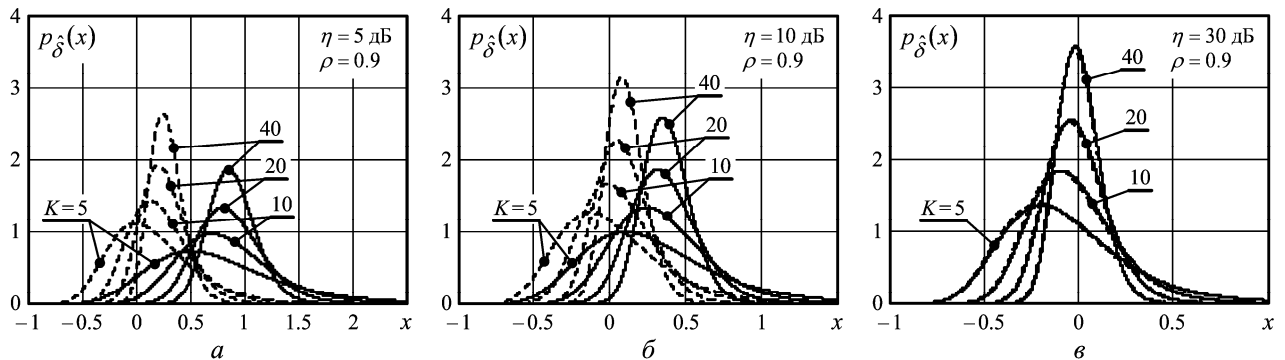


Рисунок 2.42 – Плотности распределения оценок 3.1 (сплошные кривые) и 3.3 (штриховые кривые) ($\rho(T)=0.9$)

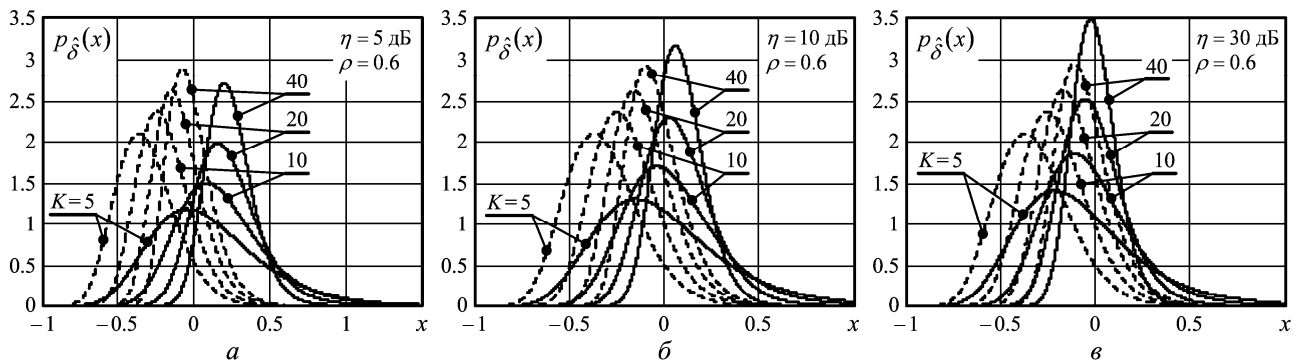


Рисунок 2.43 – Плотности распределения оценок 3.1 (сплошные кривые) и 3.3 (штриховые кривые) ($\rho(T)=0.6$)

Б.2. Нетрудно убедиться, что расположение мод (смещение) анализируемых ошибок измерения ширины в точности соответствует смещению оценок соответствующих коэффициентов корреляции, показанному на рис. 2.38. Так, при $\rho(T)=0.9$, $\eta=10$ дБ (рис. 2.42, *б*) и $K=20$ (положительное) смещение оценки 3.3 меньше, чем оценки 3.1, что согласуется с результатами рис. 2.38, *б*. При тех же условиях и $\rho(T)=0.6$ (рис. 2.43, *б*) модуль (отрицательного) смещения оценки 3.3 больше (положительного) смещения оценки 3.1, что также следует из рис. 2.38, *б*.

Б.3. Однако соотношения дисперсий относительных ошибок измерения ширины могут быть противоположны соотношению дисперсий оценок коэффициентов корреляции. Так, в рассмотренном примере рис. 2.42, б моды плотностей распределения оценки 3.3 при всех $K = 5, 10, 20, 40$ превосходят соответствующие моды оценки 3.1 и, следовательно, дисперсия последней больше, чем первой. В то же время соотношение дисперсий определяющих их коэффициентов корреляции (рис. 2.40, б) обратное. В условиях рис. 2.42, в практически совпадают плотности распределения ошибок обеих оценок и, следовательно, их дисперсии, тогда как СКО "порождающих" их коэффициентов корреляции (рис. 2.40, в) различаются существенно.

Возможность такого "рассогласования" дисперсий порождена спецификой функции (2.116), показанной кривой 1 на рис. 2.44. Модуль ее производной (кривая 2), играющей роль коэффициента пропорциональности между (малым) приращением аргумента и приращением функции, увеличивается по мере приближения аргумента к краям диапазона его возможных значений. За счет этого меньшая дисперсия (ширина плотности распределения) оценок "больших" (близких к единице), как и "малых" (близких к нулю) коэффициентов корреляции не гарантирует и меньшую дисперсию (ширину плотности распределения) построенных на их основе по (2.116) оценок ширины ДСС, что и иллюстрируют приведенные примеры.

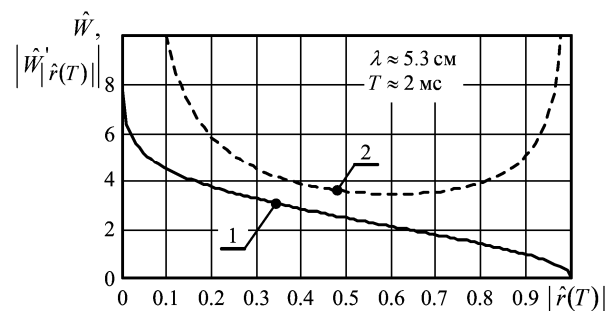


Рисунок 2.44 – Функция (2.116) (кривая 1) и модуль ее производной (кривая 2)

Аналогичными свойствами обладают и относительные ошибки оценок 3.2, 3.4, близкие по величине к ошибкам оценок 3.1, 3.3.

В. Как отмечалось выше, для остальных оценок ширины ДСС подобное аналитическое исследование невозможно из-за неизвестности их законов распределе-

ния. Поэтому ниже они сравниваются по результатам моделирования, предварительно поверенным точными аналитическими расчетами. Некоторые результаты проверки приведены на рис. 2.45, 2.46.

На рис. 2.45 показаны семейства зависимостей от объема K обучающей выборки средних значений ($a, в$) и СКО ($б, з$) оценок (2.132) ($a, б$) и (2.134) ($в, з$) первого (кривые $\rho_1 = \rho(T)$) и второго (кривые $\rho_2 = \rho(2 \cdot T)$) коэффициентов корреляции, рассчитанные по точным формулам (2.133), (2.135) (сплошные кривые) и полученные обработкой в соответствии с (2.141) их реализаций в 25000 экспериментов (штриховые кривые).

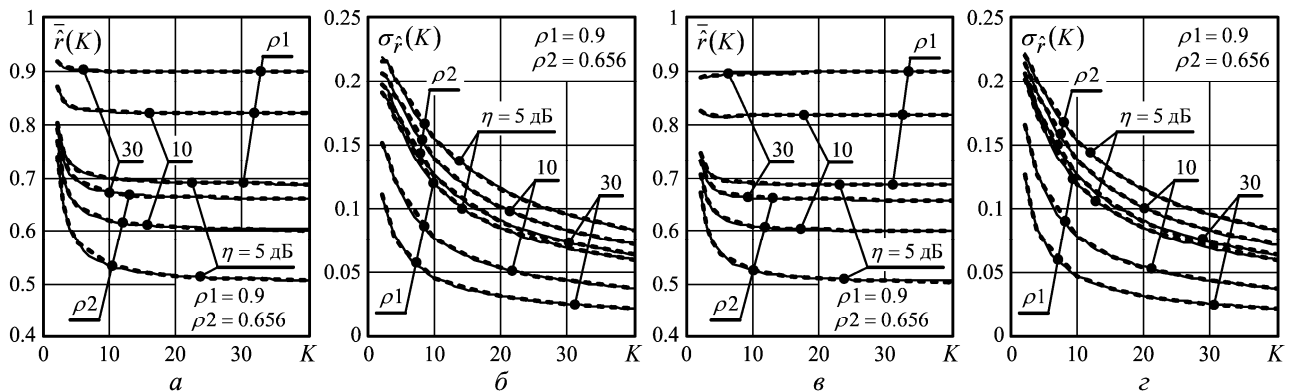


Рисунок 2.45 – Средние значения ($a, в$) и СКО ($б, з$) оценок (2,132) ($a, б$) и (2.134) ($в, з$): теория (сплошные кривые) и эксперимент (штриховые кривые)

На рис. 2.46 показаны плотности (a) и функции ($б$) распределения относительной ошибки (2.142) измерения ширины ДСС на основе оценок 3.1 и 3.3, рассчитанные по точной формуле (2.146) (сплошные кривые) и полученные в серии из 25000 экспериментов (штриховые кривые).

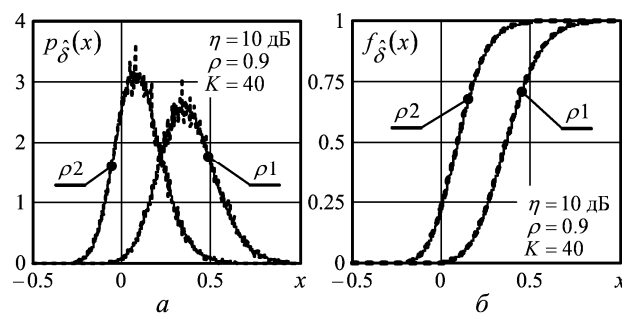


Рисунок 2.46 – Плотности (a) и функции ($б$) распределения ошибок (2.142) на основе оценок 3.1, 3.3: теория (сплошные кривые) и эксперимент (штриховые кривые)

Видно, что используемая модель обеспечивает высокую степень совпадения теоретических и экспериментальных результатов и поэтому пригодна для сравнительных исследований всех оценок. Их результаты анализируются ниже.

Г. На рис. 2.47 – 2.49 показаны экспериментальные функции распределения относительных ошибок (2.142) оценок ширины первой группы (3.1 – 3.4, 5.1 – 5.3), второй группы (оценки 7.1 – 7.7) и третьей группы (оценки 3.8 – 3.11, 5.4 – 5.6) соответственно при коэффициенте корреляции отражений от МО $\rho(T) = 0.9$ и ОСШ $\eta = 5$ дБ (а), 10 дБ (б) и 20 дБ (в) при объеме выборки $K = 5$.

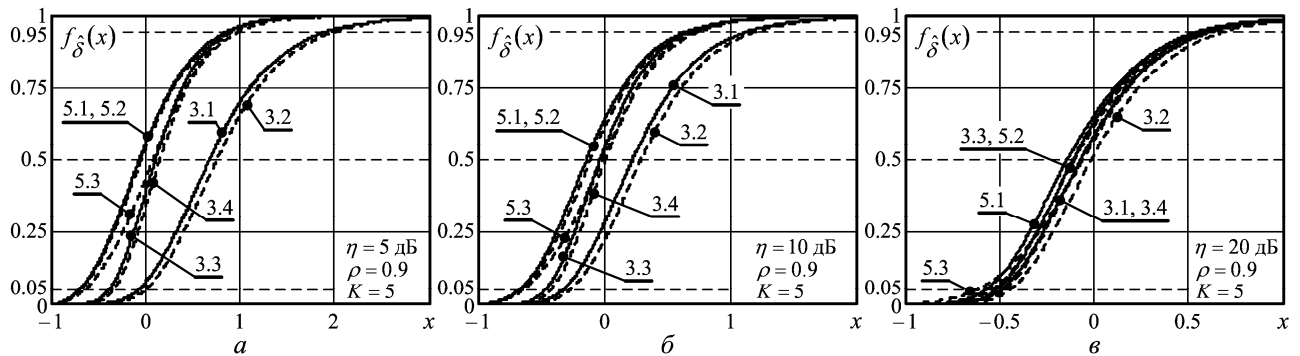


Рисунок 2.47 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 3.1 – 3.4, 5.1 – 5.3 ($\rho(T) = 0.9$)

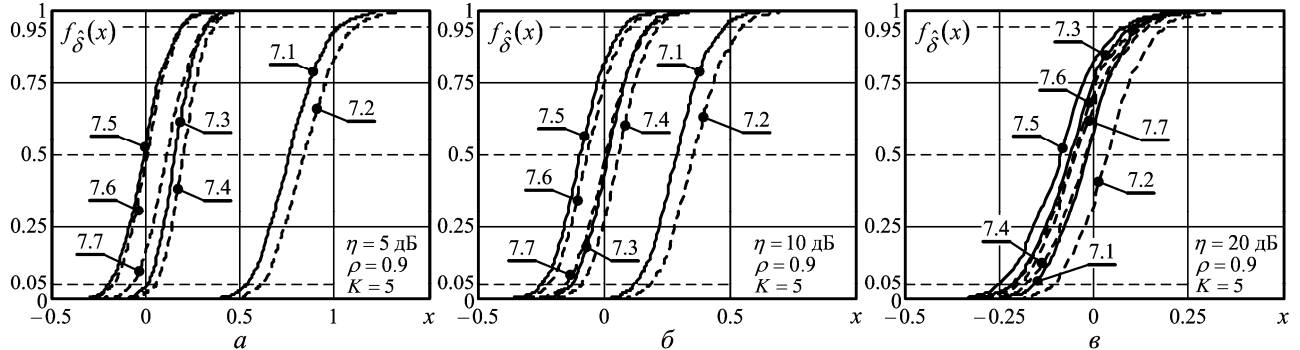


Рисунок 2.48 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 7.1 – 7.7 ($\rho(T) = 0.9$)

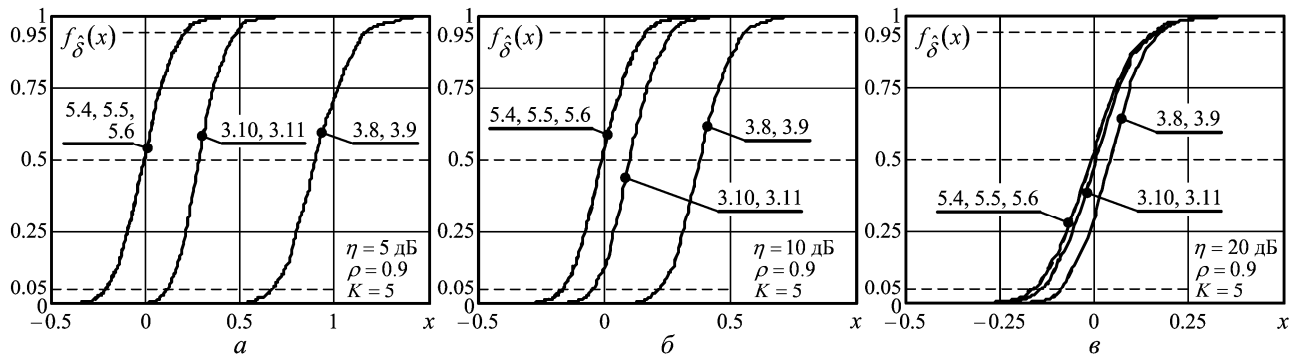


Рисунок 2.49 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 3.8 – 3.11, 5.4 – 5.6 ($\rho(T) = 0.9$)

Такая же подборка функций распределения, но при $\rho(T) = 0.6$, показана на рис. 2.50 – 2.52.

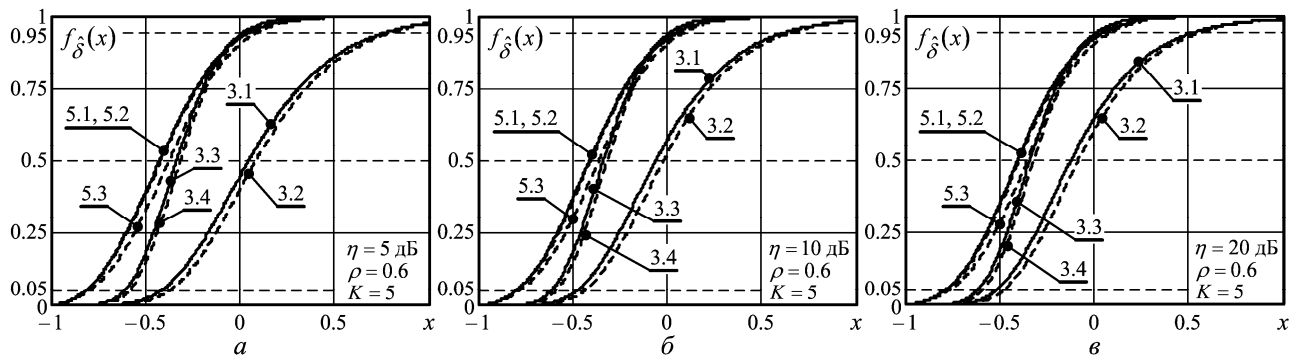


Рисунок 2.50 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 3.1 – 3.4, 5.1 – 5.3 ($\rho(T) = 0.6$)

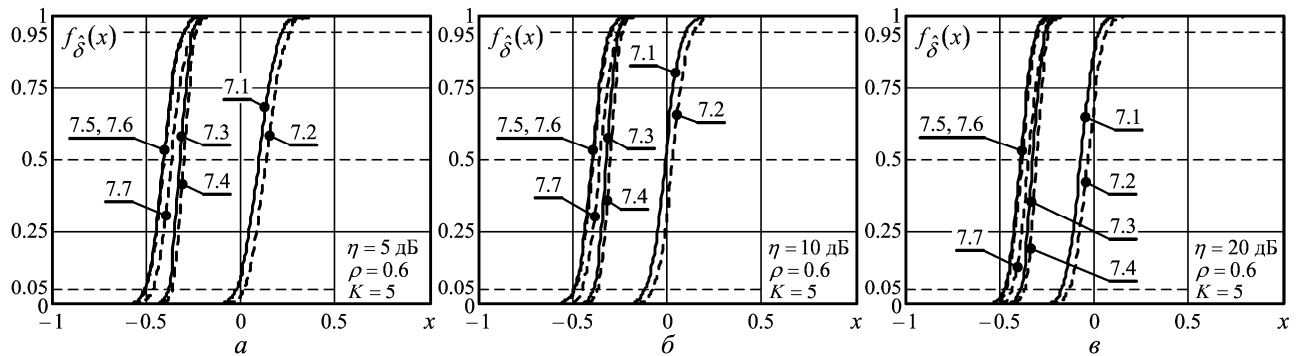


Рисунок 2.51 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 7.1 – 7.7 ($\rho(T) = 0.6$)

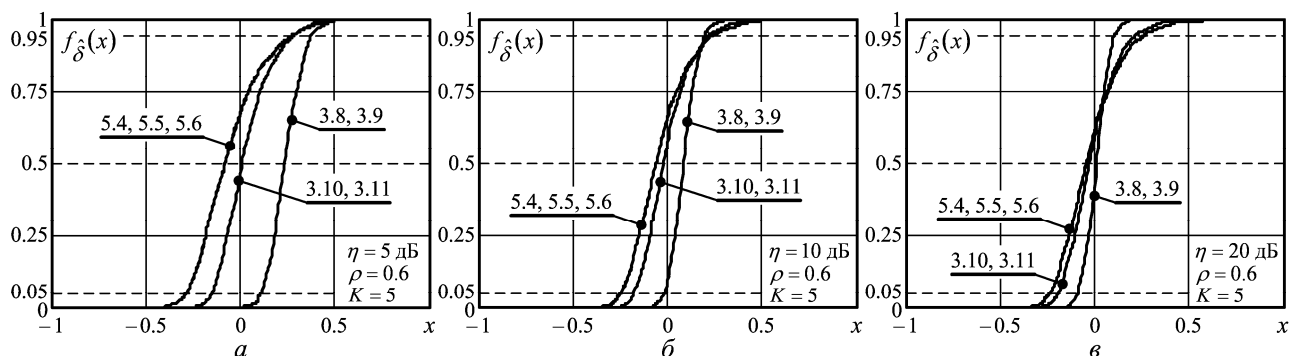


Рисунок 2.52 – Функции распределения относительных ошибок измерения ширины ДСС на основе оценок 3.8 – 3.11, 5.4 – 5.6 ($\rho(T) = 0.6$)

Абсцисса точки пересечения функций распределения с горизонтальной прямой на уровне 0.5 определяет медиану соответствующего распределения – значение,

которое с равной вероятностью 0.5 будет превышено или не превышено случайной относительной ошибкой (2.142) соответствующей оценки ширины ДСС. Значение модуля медианы характеризует смещение по сравнению с истинной шириной ДСС соответствующих оценок в сторону их занижения (завышения), если знак медианы отрицателен (положителен).

Разность абсцисс точек пересечения функций распределения с горизонтальными прямыми на уровнях 0.95 и 0.05 определяет доверительный интервал, в пределах которого с вероятностью 0.9 лежат значения относительных ошибок (2.142) оценивания ширины ДСС. Этот интервал характеризует дисперсию (или **СКО**) соответствующих оценок ширины ДСС.

Д. Приведенные результаты моделирования позволяют ответить на первые три вопроса, сформулированные в п. 2.1.4.1. Ответы вытекают из свойств функций распределения ошибок рассматриваемых оценок ширины ДСС. Эти свойства объясняются особенностями законов распределения (рис. 2.36, 2.37) оценок коэффициентов корреляции, на основе которых построены соответствующие оценки ширины ДСС. Ниже для краткости достаточно очевидные пояснения взаимосвязей между ними опускаются, непосредственно анализируются только функции распределения рис. 2.47 – 2.52.

1. При равных объемах K обучающей выборки (здесь $K = 5$) доверительные интервалы ошибок оценок первой группы (рис. 2.47, 2.50) существенно шире, чем второй (рис. 2.48, 2.51) и третьей (рис. 2.49, 2.52) групп. Для приближения доверительных интервалов оценок первой группы к доверительным интервалам оценок второй и третьей групп объем K обучающей выборки (2.125) в оценках первой группы должен превышать этот объем в оценках других групп примерно в $(0.5...1) \cdot M$ раз, что часто практически недопустимо.

2. Оценки 5.1 – 5.3, 7.5 – 7.7, 5.4 – 5.6 ширины ДСС вида (2.118) (по двум коэффициентам корреляции) примерно равноценны внутри своей группы и при "больших" значениях $\rho(T) = 0.9$ (рис. 2.47 – 2.49) и "малых" ОСШ $\eta = 5$ дБ (a) имеют близкие к нулю медианы, меньшие медиан оценок 3.3 – 3.4, 7.3 – 7.4, 3.10 – 3.11 (по одному (второму) коэффициенту корреляции) и, тем более, оценок 3.1 – 3.2, 7.1

– 7.2, 3.8 – 3.9 (по первому коэффициенту корреляции). Медианы последних в этих условиях близки к единице, что соответствует примерно двойному завышению ширины ДСС. Однако при ОСШ $\eta \geq 10$ дБ (б) они не превосходят 0.4, а начиная с $\eta \geq 20$ дБ (в) преимущества оценок 5.1 – 5.3, 7.5 – 7.7, 5.4 – 5.6 по значению медианы практически исчезают. Более того, при меньшем значении $\rho(T) = 0.6$ (большей ширине ДСС), когда оценки ширины ДСС вида (2.116) (по первому коэффициенту корреляции) имеют медиану, близкую к нулю, медианы оценок вида (2.118) (по двум коэффициентам корреляции) близки к -0.5 (рис. 2.50 – 2.51), что примерно в 1.5 раза занижает ширину ДСС. Если дополнительно учесть, что при использовании последних оценок имеется ненулевая вероятность получить комплексное (бессмысленное) значение ширины ДСС, увеличивающаяся по мере уменьшения объема выборки, то ответ на первый вопрос можно сформулировать так.

Оценки ширины ДСС вида (2.116) по оценке одного коэффициента корреляции предпочтительнее оценок вида (2.118) по оценкам двух коэффициентов корреляции отсчетов принимаемой смеси (2.119).

3. Ответ на второй вопрос вытекает из анализа результатов рис. 2.48, 2.49 и рис. 2.51, 2.52. Видно, что как медианы, так и доверительные интервалы соответствующих оценок второй и третьей групп близки между собой, поэтому выбор между ними должен базироваться на сравнении сложности их практической реализации. По этому показателю оценки третьей группы существенно превосходят оценки второй, поскольку требуют единственного, а не $(M - 1)$ - или $(M - 2)$ - кратного вычисления натурального логарифма и квадратного корня. Поэтому ответ на второй вопрос можно сформулировать следующим образом.

В режиме постоянного интервала зондирования оценки 3.8 – 3.11 ширины ДСС практически предпочтительнее оценок 7.1 – 7.4.

По совокупности ситуаций рис. 2.49 можно сделать вывод, что при "больших" значениях $\rho(T) \geq 0.9$ (узких ДСС) оценки 3.8, 3.9 (по первому коэффициенту корреляции) менее точны, чем соответствующие оценки 3.10, 3.11 (по второму коэффици-

енту корреляции). Однако в "более опасных" ситуациях малых $\rho(T) \leq 0.6$ (рис. 2.52) более точны оценки 3.8, 3.9.

4. Оценка 3.9 вида (2.116) ширины ДСС по оценке Берга (2.137) коэффициента корреляции ни в одной из ситуаций рис. 2.49, 2.52 по своим характеристикам не уступает, а в некоторых – даже незначительно превосходит оценку 3.8 на основе более сложной оценки Итакуры – Саито (2.136). Поэтому ответ на третий вопрос сводится к следующему.

В режиме постоянного интервала зондирования для измерения ширины ДСС гауссовой (колокольной) формы практически наиболее приемлема оценка 3.9 на основе усредненной оценки Берга (2.137) первого коэффициента корреляции.

При достаточно типичных для практики ОСШ $\eta \geq 20$ дБ как в условиях рис. 2.49, так и в условиях рис. 2.52 медиана этой оценки близка к нулю, а доверительный интервал не превосходит 27% при $\rho(T) = 0.9$ и 20% при $\rho(T) = 0.6$. Поэтому ею целесообразно заменить повсеместно используемую в современных ИД МРЛ в режиме постоянного интервала зондирования оценку 5.6.

Е. Известным недостатком режима постоянного интервала зондирования является малый диапазон однозначного измерения радиальной скорости движения МО по набегу фазы отраженного сигнала за интервал зондирования [2 – 6]. Этот диапазон равен $\lambda / (2 \cdot T)$ и в ИД МРЛ с длиной волны $\lambda \approx 5.3$ см и интервалом зондирования $T \approx 2$ мс не превосходит 14 м/с, что примерно в 4 раза меньше обычного требования к нему. Ниже анализируются особенности оценивания ширины ДСС в ИД МРЛ в режиме вобуляции интервалов зондирования, предназначенном для расширения диапазона однозначного измерения скорости движения МО.

2.1.4.4 Оценивание ширины ДСС в режиме вобуляции интервалов зондирования

Отметим, прежде всего, что в этом режиме могут использоваться все оценки п. 2 с очевидными модификациями формул (2.116), (2.118), (2.122), учитывающими

различия интервалов зондирования, при практически таких же показателях качества. Но, кроме того, здесь могут рассматриваться (по меньшей мере – теоретически) и другие разновидности оценок, которые можно обосновать следующим образом.

А. При справедливости предположения о гауссовой форме ДСС коэффициенты корреляции $r(T_n)$ и $r(T_\ell)$ отсчетов отражений от **МО**, разделенных интервалами T_n и T_ℓ , связаны равенством

$$r(T_n) = \chi^{1-T_n^2/T_\ell^2} \cdot r(T_\ell)^{T_n^2/T_\ell^2}, \quad n, \ell \in 1, M-1,$$

позволяющим при известном значении χ выразить один из них через другой. Если при этом, как обычно, интервалы T_n и T_ℓ различаются незначительно, так что допустимо приближение $\chi^{1-T_n^2/T_\ell^2} \approx 1$, то связь между ними преобразуется к виду

$$r(T_n) \approx r(T_\ell)^{T_n^2/T_\ell^2}.$$

В процессе обработки обучающей выборки (2.125) формируется набор из $(M-1)$ оценок $\hat{r}(T_n)$, каждая из которых с помощью этого представления может быть дополнительно выражена через остальные оценки $\hat{r}(T_\ell)$, $\ell \in 1, M-1$. Очевидно, что среднее арифметическое значение

$$|\hat{r}_w(T_n)| = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{\ell=1}^{M-1} |\hat{r}(T_\ell)|^{T_n^2/T_\ell^2}, \quad n \in 1, M-1 \quad (2.147)$$

этих представлений должно обеспечить более высокую точность соответствующей оценки, чем каждое его слагаемое порознь.

Б. Базирующиеся на таком представлении оценки ширины ДСС могут различаться за счет выбора базовых оценок коэффициентов корреляции (2.132), (2.134) или способов усреднения результатов. Функции распределения ошибок некоторых из них в режиме вобуляции интервалов зондирования в соответствии с рис. 2.35 показаны на рис. 2.53 ($\rho(T_{av}) = 0.9$) и рис. 2.54 ($\rho(T_{av}) = 0.6$). Кривые 1 и 2 здесь соответствуют оценке (2.116) ширины ДСС по представлению (2.147) оценок (2.134) коэффициентов корреляции отсчетов отражений от **МО**, разделенных максимальным ($T = T_1$) и минимальным ($T = T_2$) временными интервалами, кривая 3 – ширине ДСС при $k = 1$, полученной усреднением оценок (2.116) по представлениям (2.147) для

всех $n \in 1, M-1$, кривая 4 – оценке (2.116) по среднему значению представлений (2.147) для всех $n \in 1, M-1$. Для удобства сравнения приведены также функции распределения относительных ошибок оценки 3.9 ширины ДСС в рассматриваемых условиях вобуляции интервалов зондирования.

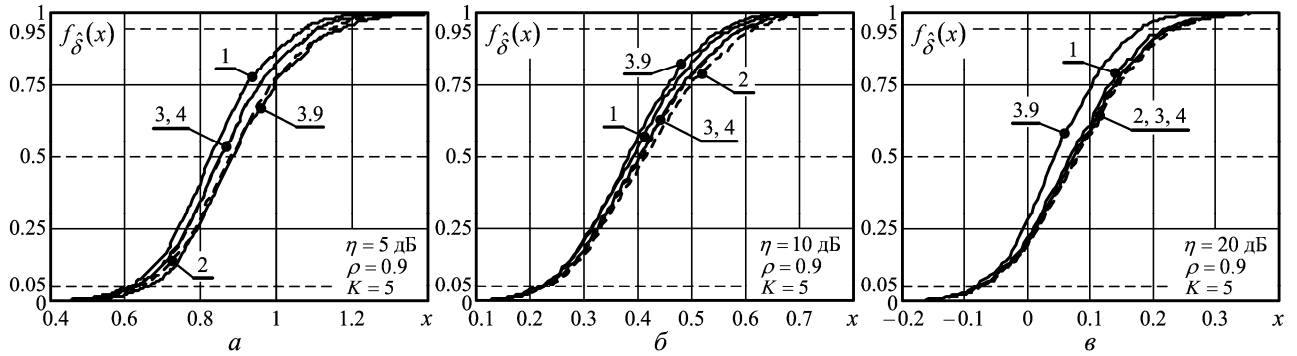


Рисунок 2.53 – Функции распределения относительных ошибок различных оценок ширины ДСС в условиях вобуляции интервалов зондирования ($\rho(T_{av}) = 0.9$)

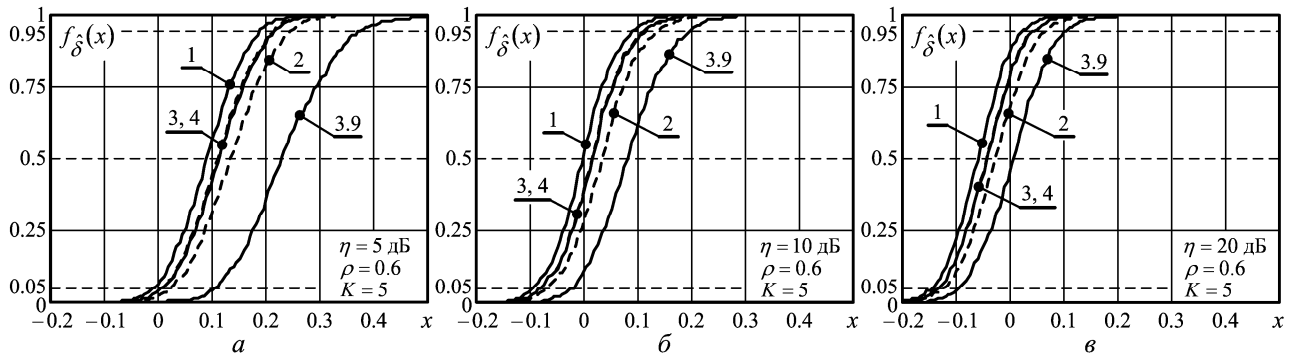


Рисунок 2.54 – Функции распределения относительных ошибок различных оценок ширины ДСС в условиях вобуляции интервалов зондирования ($\rho(T_{av}) = 0.6$)

Видно, что оценки на основе (2.147), "адаптированные" к вобуляции интервалов зондирования, по величине доверительного интервала и значению медианы в зависимости от ситуации могут как уступать оценке 3.9, так и превосходить ее. Однако даже в последних случаях обеспечиваемые ими выигрыши относительно невелики и не могут оправдать их существенно более высокую сложность. Эти оценки могут оказаться полезными при решении более сложных задач, связанных, например, со "сверхразрешающим" спектральным анализом отражений от МО или обнаружением точечных объектов (в частности, самолетов) на их фоне. В связи с этим последний вывод п. 2 можно переформулировать следующим образом.

Независимо от закона зондирования для измерения ширины ДСС гауссовой (колокольной) формы практически наиболее приемлема оценка 3.9 на основе усредненной оценки Берга (2.137) первого коэффициента корреляции.

В. Точность этой оценки (как и остальных) увеличивается по мере роста объема K обучающей выборки. Обусловленный этим выигрыш количественно иллюстрируется семействами экспериментальных функций распределения, показанных на рис. 2.55 ($\rho(T_{av}) = 0.9$) и рис. 2.56 ($\rho(T_{av}) = 0.6$).

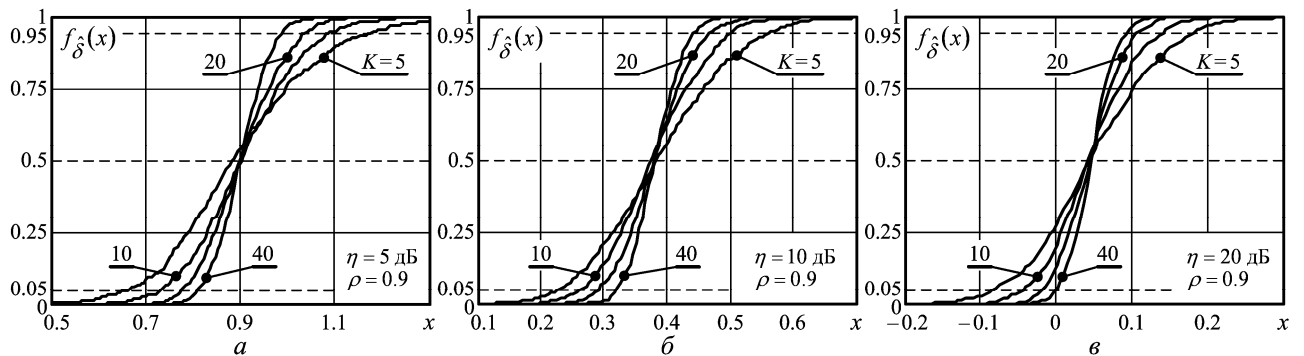


Рисунок 2.55 – Функции распределения относительных ошибок оценки 3.9 ($\rho(T_{av}) = 0.9$)

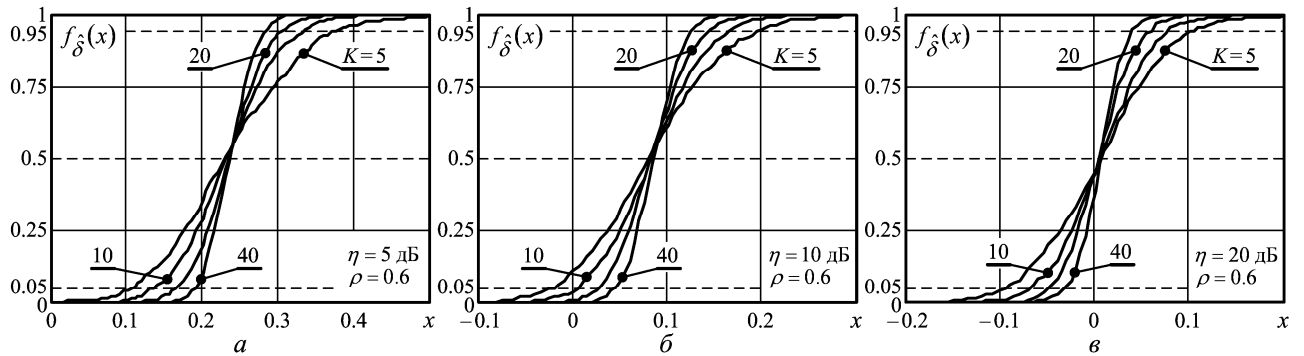


Рисунок 2.56 – Функции распределения относительных ошибок оценки 3.9 ($\rho(T_{av}) = 0.6$)

Из анализа приведенных зависимостей следует, что увеличение объема выборки выше значения $K = 5$ весьма незначительно уменьшает смещение оценки ширины ДСС, но существенно уменьшает ее **СКО**. В частности, при переходе от $K = 5$ к $K = 20$ доверительный интервал относительной ошибки (2.142) уменьшается не менее чем вдвое и уже при $\eta \geq 20$ дБ не превосходит 10%. Такая взаимосвязь ошибок оценивания ширины ДСС с объемом выборки полностью объясняется характером зависимости от нее ошибок оценок **Берга**, показанных на рис. 2.45, в, г.

2.1.4.5 Ошибки оценивания ширины унимодальных ДСС негауссовой формы

А. Многочисленные экспериментальные исследования показывают, что форма, близкая к гауссовой – лишь одна из множества в принципе возможных форм ДСС реальных отражений от **МО**. В связи с этим использование формул типа (2.114), (2.116), (2.118), (2.121), соответствующих строго гауссовой форме ДСС, неизбежно порождает ошибки измерения ширины ДСС другой формы. Ниже эти ошибки оцениваются применительно к унимодальным функциям нормированной (безразмерной) частоты $f = f/F = f \cdot T$ вида

$$s(f) = \frac{(1 - x_0)^{2 \cdot p}}{(1 - 2 \cdot x_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f) + x_0^2)^p}, \quad |f| \leq 1/2, \quad (2.148)$$

описывающим частотные спектры дискретных процессов авторегрессии (**АР**) конечного порядка $p \geq 1$. Такие процессы могут рассматриваться как результат прохождения отсчетов белого шума, разделенных интервалом $T = T_{av}$, через интегрирующий фильтр p -го порядка (или через p последовательно включенных фильтров первого порядка). Спектры (2.148) соответствуют при этом частному случаю равенства параметров всех формирующих фильтров первого порядка (единственному p -кратному корню x_0 характеристического уравнения процесса, полностью определяющему как спектр (2.148), так и корреляционную функцию соответствующего **АР**-процесса p -го порядка). Нормированная к частоте следования отсчетов ширина ΔF спектра (2.148) на уровне $1/d$ от максимума равна

$$\Delta F = \frac{1}{\pi} \cdot \arccos \frac{1 + x_0^2 - \sqrt[p]{d} \cdot (1 - x_0)^2}{2 \cdot x_0}, \quad (2.149a)$$

а коэффициент корреляции

$$\rho(T) = \frac{1 - x_0^2}{2 \cdot x_0} \cdot \left\{ z - \frac{\Lambda_{p-2}(z)}{\Lambda_{p-1}(z)} \right\}, \quad z = \frac{1 + x_0^2}{1 - x_0^2}, \quad (2.149b)$$

где $\Lambda_n(z)$ – полином Лежандра степени n от z , $\Lambda_{-1}(z) = \Lambda_0(z) = 1$.

Значения параметра x_0 для некоторых значений $|\rho(T)|$ и порядков p АР-процесса приведены в табл. 1.3.

Б. На рис. 2.57 показаны семейства нормированных спектров (2.148) АР-процессов различного порядка с одинаковыми коэффициентами корреляции $\rho(T) = 0.9$ (а) и $\rho(T) = 0.6$ (б) отсчетов, разделенных интервалом $T = T_{av}$. В силу периодичности следования отсчетов эти спектры также периодичны с единичным периодом по нормированной частоте f и симметричны относительно точки максимума (в данном примере – относительно точки $f = 0$).

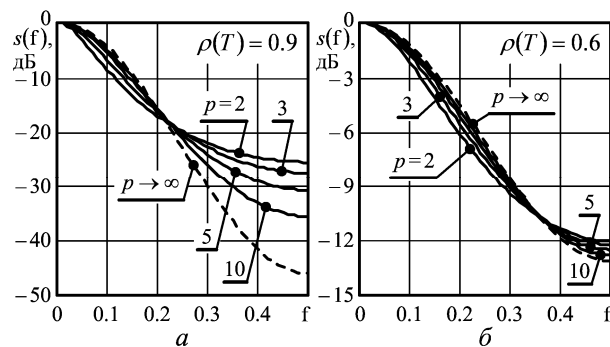


Рисунок 2.57 – Спектры АР-процессов различного порядка

В этих условиях непрерывному процессу с гауссовой (колокольной) формой спектра соответствует дискретный АР-процесс бесконечного порядка $p \rightarrow \infty$ с нормированным спектром

$$s_g(f) = \exp\{-x_0 \cdot (1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot f))\}, \quad (2.150)$$

ширина которого ΔF_g на уровне $1/d$ равна

$$\Delta F_g = \frac{1}{\pi} \cdot \arccos\left(1 - \frac{\ln(d)}{x_0}\right), \quad (2.151)$$

а параметр x_0 является корнем уравнения

$$|\rho(T)| = I_1(x_0)/I_0(x_0), \quad (2.152)$$

где $I_\nu(x)$ – модифицированная функция Бесселя ν -го порядка.

Для некоторых значений $|\rho(T)|$ эти корни приведены в табл. 1.3.

Их значения при $\rho(T)=0.9$ и $\rho(T)=0.6$ использованы в (2.150) для построения соответствующих спектров **АР**-процессов порядка $p \rightarrow \infty$, показанных штриховыми кривыми на рис. 2.57.

Как видно из их сравнения со сплошными кривыми, ширина ΔF_g (2.151) "гауссова" спектра (2.150) по уровню $1/d = \exp(-1/8) = 0.8825$ (-0.543 дБ), на котором она измеряется при использовании (2.114), в условиях рис. 2.57 больше, чем ширина ΔF спектров **АР**-процессов произвольного конечного порядка p .

Этот вывод справедлив и для произвольных значений $|\rho(T)|$, что хорошо видно на рис. 2.58, *а*. Здесь сплошными кривыми показаны зависимости от $|\rho(T)|$ ширины ΔF спектров **АР**-процессов конечного порядка, штриховая кривая соответствует ширине ΔF_g "гауссова" спектра ($p \rightarrow \infty$) (2.150). Количественные различия между ними более наглядно иллюстрируются рис. 2.58, *б*, где показаны зависимости от $|\rho(T)|$ относительной ошибки (в процентах)

$$\delta F = \frac{\Delta F_g - \Delta F}{\Delta F} = \frac{\Delta F_g}{\Delta F} - 1, \quad (2.153)$$

порожденной применением "гауссовых" формул вида (2.114), (2.116), (2.118), (2.121) для измерения ширины унимодальных спектров **АР**-процессов конечного порядка.

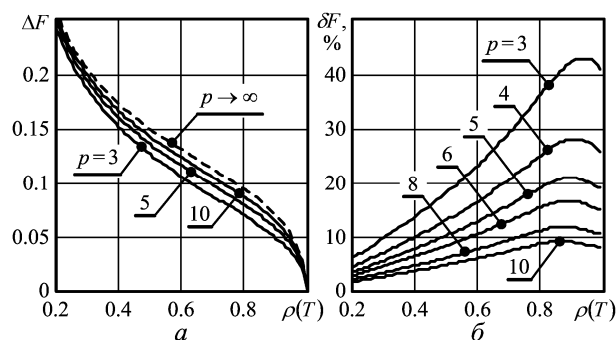


Рисунок 2.58 – Ширина спектров **АР**-процессов (*а*) и ее отличие от ширины "гауссова" спектра (*б*)

Как следует из этого рисунка, для **АР**-процессов произвольного порядка $p \geq 5$ ошибка (2.153) не превосходит 20% и тем меньше, чем меньше значение $|\rho(T)|$ (шире спектр). Ошибка "завышает" действительную ширину спектра, что для оценки

степени опасности анализируемого метеоявления предпочтительнее, чем ее "занижение".

В. Если показанные на рис. 2.58, *б* ошибки недопустимы, следует отказаться от гауссовой аппроксимации формы спектра и использовать для оценки ширины унимодальных спектров формулы (2.149), предварительно определив порядок *p* процесса **АР**, хорошо аппроксимирующего отражения от **МО**. Из множества предложенных к настоящему времени методов решения этой задачи наиболее приемлемым представляется новый метод, разработанный в [67].

Для более сложных, но практически возможных полимодальных спектров рассматриваемый метод "парных импульсов" может оказаться недостаточным. В этих условиях он должен быть дополнен или заменен другими (более сложными) методами, синтезированными без использования априорных предположений о форме ДСС, "сверхразрешающими" методами спектрального анализа или распознаванием **МО** по параметрам тех или иных факторизованных представлений **КМ** (2.121) или матрицы, обратной этой **КМ**.

Обсуждение этих методов выходит далеко за рамки данного отчета. Здесь же мы обсудим особенности организации процедуры оценивания ширины ДСС.

2.1.4.6 Практическая реализация оценок ширины ДСС

А. Обоснованная оценка 3.9 ширины гауссова ДСС в *t*-м элементе разрешения по дальности *n*-го азимутального направления (далее для краткости – в (*n, t*)-элементе разрешения) в соответствии с (2.116), (2.136), (2.137) допускает представление

$$\hat{W}(n, t) = cc \cdot \sqrt{\ln(b(n, t))}, \quad b(n, t) = \frac{p^2(n, t)}{|\varphi(n, t)|^2}, \quad cc = \frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot T_{av}}, \quad (2.154)$$

где

$$p(n, t) = \frac{1}{2} \cdot a_{11}(n, t) + \sum_{i=2}^{M-1} a_{ii}(n, t) + \frac{1}{2} \cdot a_{MM}(n, t), \quad (2.155a)$$

$$\varphi(n,t) = \sum_{i=1}^{M-1} a_{i+1,i}(n,t), \quad (2.155б)$$

$$\mathbf{A}(n,t) = \{a_{ij}(n,t)\}_{i,j=1}^M = \mathbf{Y}(n,t) \cdot \mathbf{Y}^*(n,t), \quad (2.155в)$$

а через

$$\mathbf{Y}(n,t) = \{\mathbf{y}(n,t+j-1)\}_{j=1}^K \quad (2.156)$$

обозначена $M \times K$ обучающая выборка (n,t) -элемента, образованная K M -мерными векторами $\mathbf{y}(n,t+j-1) = \{y_i^{(n,t+j-1)}\}_{i=1}^M$, $j \in 1, K$ комплексных амплитуд M -мерных пачек отражений K смежных элементов разрешения по дальности, начиная с t -го.

Представление (2.154) "экономнее" (2.116), поскольку использует не модуль (2.137), а квадрат модуля комплексного числа, не требует домножения на 2 и смены знака результата логарифмирования. Эта экономия, конечно, несущественна по сравнению с основным объемом операций (2.155), в каждом (n,t) -элементе пропорциональном произведению $M \times K$.

Ниже обсуждаются способы упрощения процедуры формирования оценки 3.9 ширины ДСС в зоне ответственности ИД МРЛ.

Б. Принципиальная возможность упрощения связана с тем, что при переходе от (n,t) к $(n,t+1)$ -элементу разрешения обучающая выборка (2.156) обновляется не полностью, а только частично. За счет этого оценка 3.9 для этого элемента может быть получена не путем ее полного пересчета по (2.154), (2.155), а коррекцией оценки (n,t) -элемента, учитывающей только изменение состава обучающей выборки (2.156). Аналогичная коррекция оценки (n,t) -элемента позволяет "экономно" получать оценку 3.9 при переходе к $(n+1,t)$ -элементу разрешения.

Конкретизируем особенности соответствующей коррекции для двух вариантов организации процедуры оценивания ширины ДСС.

В. Начнем со случая, когда ширину ДСС достаточно оценивать в элементах разрешения по дальности только отдельных азимутальных направлений, угловое расстояние между которыми превышает ширину луча (игольчатой) диаграммы направленности (ДН) антенны ИД МРЛ.

В этом случае при переходе к очередному азимутальному направлению обучающая выборка обновляется полностью. Упрощение возможно только в процессе перехода от (n, t) к $(n, t + 1)$ -элементу разрешения за счет того, что первые $K - 1$ столбцов обучающей выборки $\mathbf{Y}(n, t + 1)$ $(n, t + 1)$ -элемента образованы вторым и последующими столбцами обучающей выборки $\mathbf{Y}(n, t)$ (n, t) -элемента, а последним ($K - m$) столбцом служит "поступивший в выборку" новый вектор $\mathbf{y}(n, t + K)$.

Вследствие этого матрица (2.155в) в $(n, t + 1)$ -элементе разрешения равна

$$\mathbf{A}(n, t + 1) = \{a_{ij}(n, t + 1)\}_{i,j=1}^M = \mathbf{A}(n, t) + \mathbf{y}(n, t + K) \cdot \mathbf{y}^*(n, t + K) - \mathbf{y}(n, t) \cdot \mathbf{y}^*(n, t), \quad (2.157)$$

так что

$$a_{ij}(n, t + 1) = a_{ij}(n, t) + y_i^{(n, t+K)} \cdot y_j^{(n, t+K)*} - y_i^{(n, t)} \cdot y_j^{(n, t)*}, \quad (2.158)$$

и, следовательно,

$$p(n, t + 1) = p(n, t) + \sigma^2(n, t + K) - \sigma^2(n, t), \quad (2.159)$$

$$\sigma^2(n, j) = \frac{1}{2} \cdot |y_1^{(n, j)}|^2 + \sum_{i=2}^{M-1} |y_i^{(n, j)}|^2 + \frac{1}{2} \cdot |y_M^{(n, j)}|^2,$$

$$\varphi(n, t + 1) = \varphi(n, t) + r(n, t + K) - r(n, t), \quad r(n, j) = \sum_{i=1}^{M-1} y_{i+1}^{(n, j)} \cdot y_i^{(n, j)*}. \quad (2.160)$$

Построенная по (2.159), (2.160), (2.154) схема рекуррентного формирования оценки $\hat{W}(n, t + 1)$ ширины ДСС путем обновления оценки $\hat{W}(n, t)$ по "поступившему в выборку" новому вектору $\mathbf{y}(n, t + K)$ показана на рис. 2.59. В верхних сумматорах здесь вычисляются значения $\sigma^2(n, t + K)$ и $r(n, t + K)$. На выходах сумматоров трансверсальных фильтров (регистров сдвига), показанных в виде линий задержки с отводами, следующими через интервал внутриимпульсной дискретизации, формируются скаляры $p(n, t + 1)$ и $\varphi(n, t + 1)$, входящие в оценку (2.154).

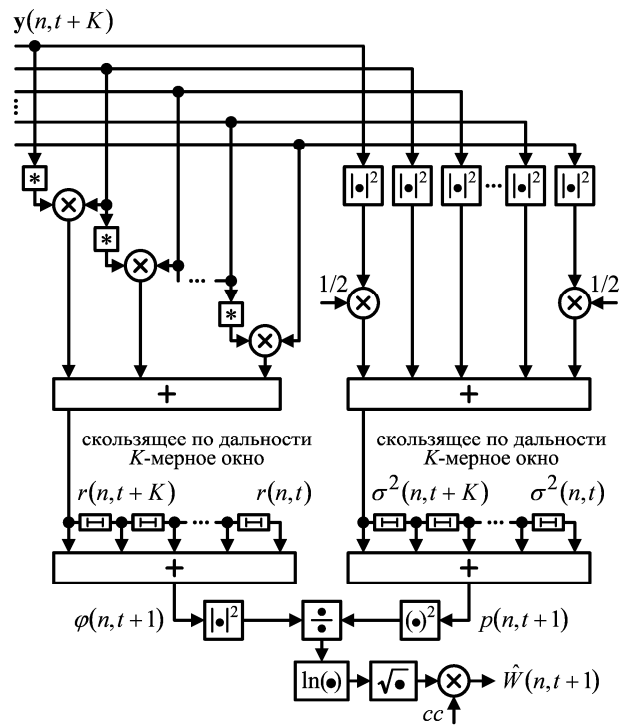


Рисунок 2.59 – Схема обновления оценки (2.154) по дальности

Число арифметических операций для каждого элемента дистанции здесь пропорционально только размеру пачки M , но, в отличие от нерекуррентного вычисления по (2.154), (2.155), не зависит от объема K обучающей выборки.

Г. Если ширина ДСС должна оцениваться во всех элементах дальности **всех** азимутальных направлений, то появляется возможность дополнительно уменьшить объем вычислений в каждой точке. Она связана с тем, что для формирования оценки ширины ДСС в $(n, t+1)$ -элементе в этом случае достаточно единственного элемента $y_1^{(n, t+K)}$ "поступившего в выборку" вектора $y(n, t+K)$, поскольку его остальные компоненты уже использовались в оценке ширины ДСС $(n-1, t+1)$ -элемента разрешения.

Схема рекуррентного формирования оценки $\hat{W}(n, t+1)$ для этого случая показана на рис. 2.60. Помимо регистров сдвига, накапливающих соответствующую информацию в скользящем по дальности K -мерном окне, здесь дополнительно введены "скользящие по азимуту окна", показанные в виде линий задержки с отводами, следующими через интервалы зондирования. На выходах их сумматоров формируются скаляры $p(n, t+1)$ и $\varphi(n, t+1)$, входящие в оценку (2.154).

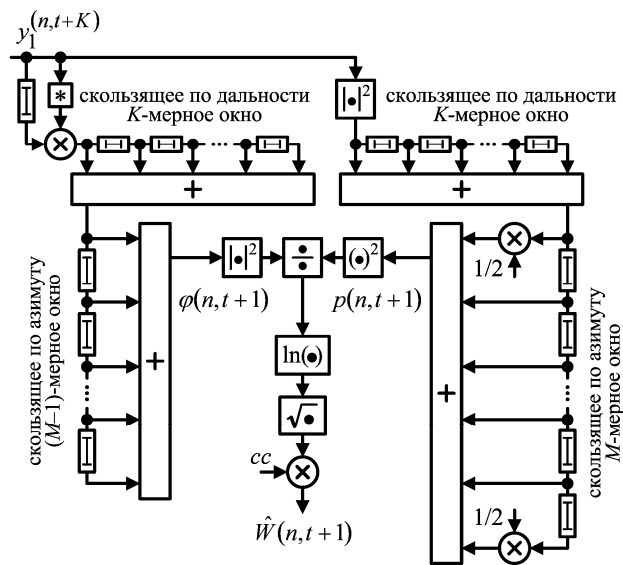


Рисунок 2.60 – Схема обновления оценки (2.154) по дальности и азимуту

Основное достоинство этой схемы состоит в том, что за счет увеличения памяти число арифметических операций в ней минимально и не зависит от размера пачки M и объема обучающей выборки K .

Д. Очевидно, что основные элементы схем рис. 2.59, 2.60, формирующие скаляры $p(n, t + 1)$ и $\varphi(n, t + 1)$, пригодны для оценивания ширины не только гауссовых ДСС, но и унимодальных спектров АР-процессов выбранного (или оцененного) порядка. В этом случае по оценке $\hat{\rho}(n, t + 1) = |\varphi(n, t + 1)| / p(n, t + 1)$ модуля коэффициента корреляции определяется корень уравнения (2.149б), по которому из (2.149а) отыскивается ширина спектра частот, а затем – спектра скоростей АР-процесса, выбранного для аппроксимации отражений.

Эти же схемы позволяют получить и два других важнейших параметра **МО** – радиальную скорость движения и отражаемость [2 – 6]. Информацию о скорости несут фазы слагаемых соответствующих трансверсальных фильтров и значение $\varphi(n, t + 1)$ на их выходах, об отражаемости – значение $p(n, t + 1)$, с точностью до множителя $((M - 1) \cdot K)^{-1}$ совпадающее с оценкой **Берга** мощности отражений от **МО** в $(n, t + 1)$ -элементе разрешения.

2.2 Спектральное оценивание на основе адаптивного решетчатого фильтра с использованием "сверхразрешающих" алгоритмов

А. Спектральные функции (**СФ**) (1.145), (1.148) – (1.156) всех рассмотренных параметрических методов **СО** могут быть получены комбинированием квадратов модулей M -мерных векторов (1.146). Они представляют собой результаты преобразования M -мерного вектора "поиска" (сканирования) (1.100) в фильтрах с $M \times M$ матричными импульсными характеристиками (**МИХ**) – треугольными сомножителями (59а) матрицы (59б), используемой в качестве оценки матрицы, обратной **КМ** анализируемой M -мерной пачки. Как показано выше, практически целесообразны фильтры с **ленточными МИХ** с легко регулируемой шириной ленты.

Б. Возможны различные варианты фильтров с **ленточными $M \times M$ МИХ**.

Д. Среди рассмотренных и ряда других известных разновидностей фильтров с ленточными треугольными или эрмитовыми **МИХ** практически наиболее интересны адаптивные решетчатые фильтры (**АРФ**) [43 – 46, 62 – 69, 80], на основе которых получены все результаты п. 1.5.

Структура решетчатого фильтра (**РФ**) для рассматриваемого примера ($M = 6$, $zz = 3$) показана на рис. 2.61.

Он строится из набора нормирующих множителей $s_1(\ell)$, $\ell \in 1, M$ в первой (последней) ступени первого (ϵ) (второго (ζ)) **РФ** и "нормированных элементарных решетчатых фильтров (**ЭРФ**)" – двухвходовых весовых сумматоров с перекрестными связями (a), (\bar{b}) в последующих ступенях, число которых уменьшается (увеличивается) на единицу от ступени к ступени.

Нетрудно убедиться, что первый **РФ** (ϵ) имеет $2 \cdot M \times M$ **МИХ** \mathbf{W}_{1b} (δ), состоящую из $M \times M$ нижней (\mathbf{H}_b) и верхней (\mathbf{N}_b^*) ленточных треугольных матриц с шириной ленты $zz = 3$, равной числу его ступеней. Аналогичным образом легко показать, что при комплексно сопряженных параметрах **ЭРФ** (a) и (\bar{b}) второй **РФ** (ζ) имеет $M \times 2 \cdot M$ **МИХ** \mathbf{W}_{1b}^* (ϵ), состоящую из $M \times M$ верхней (\mathbf{H}_b^*) и нижней (\mathbf{N}_b) ленточных треугольных матриц с шириной ленты $zz = 3$, равной числу его ступеней.

В этом случае соединение выходов первого **РФ** (*a*) с одноименными входами второго (*z*) образует **РФ** с эрмитовой $M \times M$ ленточной **МНХ** $\Psi_b = \mathbf{W}_{1b}^* \cdot \mathbf{W}_{1b}$ (*жс*) с шириной ленты $z = 2 \cdot zz - 1$.

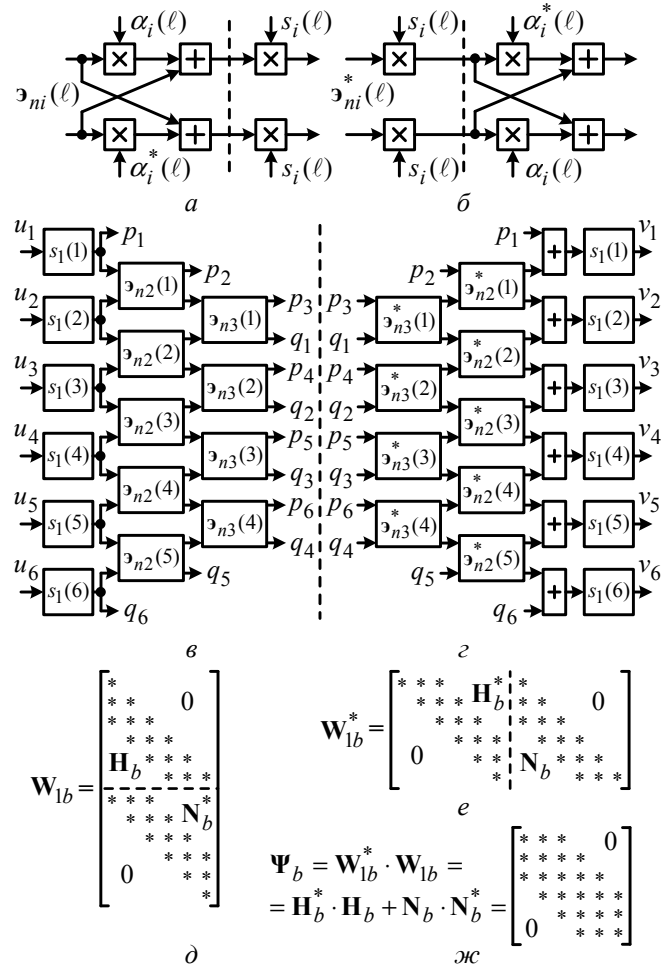


Рисунок 2.61 – **РФ** с ленточными треугольными **МНХ**

Требуемая ленточная аппроксимация треугольных сомножителей матрицы, обратной **КМ**, обеспечивается, если параметры **ЭРФ** (рис. 2.61, *a*)

$$\alpha_i(\ell), \quad i \in 2, zz; \quad \ell \in 1, M + 1 - zz$$

равны взятой со знаком минус оценке коэффициента корреляции процессов на их входах, а множители $s_i(\ell)$, $i \in 1, zz; \ell \in 1, M + 1 - zz$ нормируют соответствующие мощности к единице.

Эти параметры получают в процессе обработки обучающей выборки (1.168), (1.169) по алгоритмам адаптивной настройки **АРФ** [46, 63 – 65], после чего в

настроенном **АРФ** формируются векторы (1.146), по квадратам модулей компонент которых формируются оценки **СФ** (1.145), (1.148) – (1.156) выбранных методов **СО**.

Е. РФ (рис. 2.61, в) "экономно" объединяет в своем составе фильтры с **МИХ** \mathbf{H}_b и \mathbf{N}_b^* . Но наиболее важное преимущество **РФ** заключается в "наследовании" его параметрами структурных особенностей исходной **КМ** [43, 80].

Так, персимметрия **КМ** (симметрия относительно побочной диагонали) анализируемого процесса порождает попарное равенство параметров **ЭРФ** i -й ($i \in 2, zz$) ступени, симметрично расположенных относительно ее центрального **ЭРФ**.

Для теплицевых **КМ** справедливы равенства

$$s_1(\ell) = s_1(1) = s_1, \quad \ell \in 1, M; \quad \alpha_i(\ell) = \alpha_i(1) = \alpha_i, \quad s_i(\ell) = s_i(1) = s_i, \quad i \in 2, M,$$

означающие одинаковость параметров всех **ЭРФ** каждой ступени **РФ**.

Отмеченное "наследование" (разновидности которого далеко не исчерпываются приведенными примерами) позволяет достаточно просто использовать априорную информацию о специфике структуры реально неизвестной **КМ** за счет простой модификации "базовых" алгоритмов их адаптивной **настройки**, синтезированных для **КМ** общего вида (без явно выраженной специфики) [45]. Эта модификация сводится к простому усреднению случайных оценок априори равных параметров, полученных по "базовым" алгоритмам.

Как показала специальная проверка [66 – 69, 78], такой способ учета теплицевости **КМ** в сочетании с ленточной аппроксимацией обратной матрицы оказывается лучшим как по эффективности, так и по вычислительной сложности среди множества других, предложенных для решения этой задачи. На этой основе с достаточно высоким качеством уже по одной обучающей выборке удается воспроизвести не только рассматривавшиеся выше непрерывные, но и сложные дискретно-непрерывные спектры мощности случайных процессов различной природы, подобные приведенному на рис. 2.62, а тестовому спектру Кея – Марпла [13].

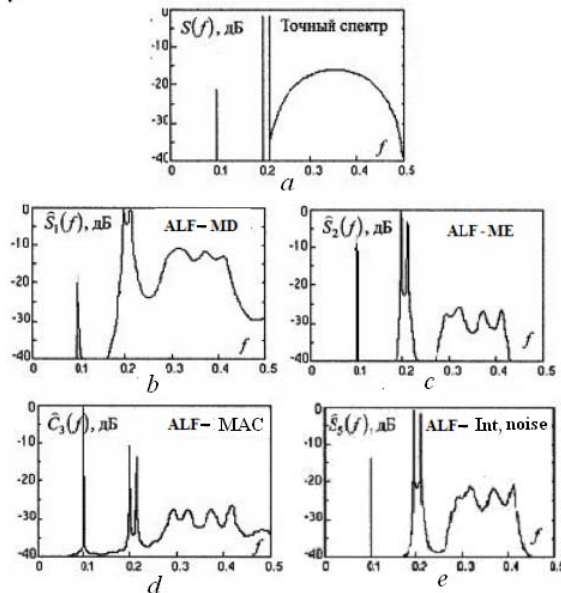


Рисунок 2.62 – Воспроизведение тестового спектра [13]

На остальных рисунках показаны результаты его воспроизведения по единственной 64-точечной последовательности комплексных отсчетов соответствующего случайного процесса различными "параметрическими" методами **СО**, реализованными на основе **АРФ** со специально подобранным числом zz ступеней [46]. Рис. 2.62, *b* относится к **МД**-спектру (1.149), рис. 2.62, *c* – к **МЕ**-спектру (1.148), рис. 2.62, *d* – к **МАК** (1.153), рис. 2.62, *e* – к методу "**ГШ**" (1.150).

Сравнение их с результатами воспроизведения этого спектра другими методами, приведенными в [13], показывает заметные преимущества "решетчатой" реализации.

2.3 Разработка алгоритмов настройки адаптивного решетчатого фильтра при измерении параметров метеорологических сигналов

Настроить N -входовой **АРФ** означает сформировать по $N \times L$ матрице **исходных данных** $\mathbf{U} = \{u_{v\mu}\}_{v=1, \mu=1}^{N, L}$ такие параметры

$$s_1(\ell), \quad \ell \in 1, N; \quad (2.161a)$$

$$\alpha_i(\ell), \quad |\alpha_i(\ell)|^2 < 1, \quad s_i(\ell), \quad i \in 2, N; \quad \ell \in 1, N_i, \quad N_i = N + 1 - i.$$

образующих его **ЭРФ**, при которых неявно определяемые ими $N \times N$ треугольные блоки **H** и N^* матрицы

$$\mathbf{W}_1 = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \hline \dots & \dots \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{N} \\ \hline \end{array} = \mathbf{D}_N \cdot \mathbf{D}_{N-1} \cdots \mathbf{D}_3 \cdot \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{G}_1 \quad (2.1616)$$

удовлетворяют заданным требованиям.

Схема рационального варианта настройки **АРФ** показана на рис. 2.63, на котором $\mathbf{U} = \mathbf{T} = \{t_{ij}\}_{i=1, j=1}^{N, L}$ – матрица исходных данных, в роли которой выступают $N \times L$ "корни"

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \hat{\Phi} \quad (2.162a)$$

эрмитовой положительно определенной оценочной **КМ** общего вида

$$\mathbf{U} = \hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{ij}\}_{i,j=1}^N, \quad L = N. \quad (2.162b)$$

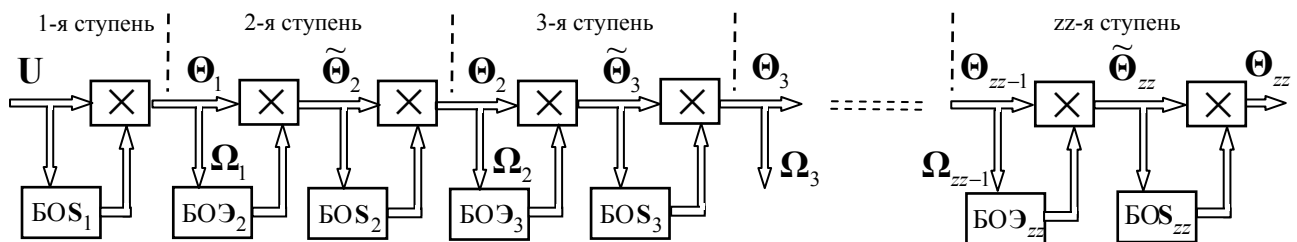


Рисунок 2.63 – Общая схема адаптивной настройки **АРФ**

Основным требованием к треугольным блокам **H** и N^* **МИХ АРФ** является выполнение равенств

$$\mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^* = \hat{\Psi} = \hat{\Phi}^{-1} \quad (2.163)$$

для оценочной матрицы $\hat{\Phi}$.

Процесс настройки **АРФ** по схеме рис. 2.63 предусматривает инициализацию и последовательную настройку его ступеней.

На этапе инициализации по матрице исходных данных $\mathbf{U} = \{u_{v\mu}\}_{v=1, \mu=1}^{N, L}$ в блоке оценки (**БО**) оцениваются нормирующие множители $s_1(\ell)$ ($\ell \in 1, N$) первой ступени, после чего она преобразуется в $2 \cdot N \times L$ блочную матрицу $\Theta_1 = \{\Theta_1(\ell)\}_{\ell=1}^N = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{U}$ с $2 \times L$ блоками

$$\Theta_1(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^*(\ell) \\ \mathbf{q}_1^*(\ell) \end{bmatrix} = s_1(\ell) \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell) \\ \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{p}}_1^*(\ell) = \tilde{\mathbf{q}}_1^*(\ell) = \mathbf{u}_\ell^* = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{U}, \quad \ell \in 1, N, \quad (2.164a)$$

где \mathbf{u}_ℓ^* – ℓ -я L -мерная строка $N \times L$ матрицы \mathbf{U} .

Процедура последовательной настройки ступеней **АРФ** включает в себя два этапа. На **первом** из них по преобразованным в предыдущих ступенях исходным данным в соответствующих **БО** оцениваются параметры $\alpha_i(\ell)$, $s_i(\ell)$, ($\ell \in 1, N_i$, $N_i = N + 1 - i$) **ЭРФ** настраиваемой (i -й, $i \in 2, zz$) ступени. На **втором** этапе (после их оценки) входные данные преобразуются в "настроенных" **ЭРФ** и используются в качестве входных для настройки следующей ступени.

Алгоритмы первого этапа зависят от используемых исходных данных и способа учета априорной информации о специфике структуры **КМ** входных воздействий и конкретизируются ниже. Алгоритм второго этапа одинаков во всех случаях и включает в себя:

- преобразование $2 \times L$ матриц $\mathbf{\Omega}_{i-1}(\ell) = \{\omega_{i-1,k}(\ell)\}_{k=1}^L = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{i-1}^*(\ell) \\ \mathbf{p}_{i-1}^*(\ell+1) \end{bmatrix}$ на входах

"настроенного" ℓ -го ($\ell \in 1, N_i$) двухвходового **ЭРФ** i -й ($i \in 2, zz$) ступени в $2 \times L$ матрицы

$$\tilde{\Theta}_i(\ell) = \{\tilde{\sigma}_{i-1,k}(\ell)\}_{k=1}^L = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_i^*(\ell) \\ \tilde{\mathbf{q}}_i^*(\ell) \end{bmatrix} = \mathfrak{z}_i(\ell) \cdot \mathbf{\Omega}_{i-1}(\ell), \quad (2.164б)$$

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{p}}_i^*(\ell) = \mathbf{p}_{i-1}^*(\ell+1) + \alpha_i(\ell) \cdot \mathbf{q}_{i-1}^*(\ell), \\ \tilde{\mathbf{q}}_i^*(\ell) = \mathbf{q}_{i-1}^*(\ell) + \alpha_i^*(\ell) \cdot \mathbf{p}_{i-1}^*(\ell+1); \end{cases}$$

- нормирование этих матриц (векторов) – их преобразование в $2 \times L$ матрицы

$$\Theta_i(\ell) = \{\sigma_{i-1,k}(\ell)\}_{k=1}^L = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^*(\ell) \\ \mathbf{q}_i^*(\ell) \end{bmatrix} = s_i(\ell) \cdot \tilde{\Theta}_i(\ell), \quad (2.164в)$$

$$\mathbf{p}_i^*(\ell) = s_i(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_i^*(\ell), \quad \mathbf{q}_i^*(\ell) = s_i(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i^*(\ell)$$

на выходах ℓ -го **ЭРФ** i -й ($i \in 2, zz$) ступени.

Рассмотрим кратко особенности алгоритмов первого этапа настройки при используемой в модели способе задания исходных данных по корням оценочных **КМ**.

Для обоснования алгоритмов настройки **АРФ** в этом случае формализуем требования к параметрам **ЭРФ**. С этой целью рассмотрим 2×2 матрицу

$$\mathbf{F}_{i-1,i}(\ell) = \left\{ \phi_{mn}^{(i-1,i)} \right\}_{m,n=1}^2 = \overline{\omega_{i-1,k}(\ell) \cdot \tilde{\sigma}_{i,k}^*(\ell)} = \mathbf{F}_{i-1,i-1}(\ell) \cdot \mathfrak{z}_i^*(\ell), \quad i \in 2, zz, \quad (2.165)$$

где

$$\mathbf{F}_{i-1,i-1}(\ell) = \overline{\omega_{i-1,k}(\ell) \cdot \omega_{i-1,k}^*(\ell)} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{21}^{(i-1,i-1)*} \\ \phi_{21}^{(i-1,i-1)} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.166)$$

$$\phi_{21}^{(i-1,i-1)} = \overline{p_{i-1,k}(\ell+1) \cdot q_{i-1,k}^*(\ell)}$$

– 2×2 **КМ** векторов $\omega_{i-1,k}(\ell)$, $k \in 1, L$ на входе ℓ -го **ЭРФ** i -й ступени **АРФ**.

Равенство единице ее диагональных элементов вытекает из равенства

$$s_1^2(\ell) \cdot \overline{|u_\ell|^2} = s_1^2(\ell) \cdot \varphi_{\ell\ell} = 1, \quad \ell \in 1, N \quad (2.167)$$

и требования к нормирующим множителям $s_{i-1}(\ell)$ на выходах **ЭРФ** $(i-1)$ -й (входах **ЭРФ** i -й) ступени. Требование взаимной декорреляции процессов на выходах и регулируемых входах **ЭРФ** i -й ступени, т. е. равенства $\phi_{11}^{(i-1,i)} = \phi_{22}^{(i-1,i)} = 0$, как следует из (2.166), выполняются при

$$\alpha_i(\ell) = -\phi_{21}^{(i-1,i-1)} = \overline{-p_{i-1,k}(\ell+1) \cdot q_{i-1,k}^*(\ell)}, \quad i \in 2, zz. \quad (2.168)$$

При этом взаимная **КМ** (2.165) входных и выходных векторов **ЭРФ**

$$\mathbf{F}_{i-1,i}(\ell) = \mathbf{F}_{i-1,i-1}(\ell) \cdot \mathfrak{z}_i^*(\ell) = c \cdot \mathbf{\Pi}_2, \quad c = 1 - |\alpha_i(\ell)|^2 = 1 - \left| \phi_{21}^{(i-1,i-1)} \right|^2, \quad (2.169)$$

откуда следует, что 2×2 **КМ** выходных векторов **ЭРФ** после нормирования равна

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_{i,k}(\ell) \cdot \sigma_{i,k}^*(\ell)} &= s_i^2(\ell) \cdot \mathfrak{z}_i(\ell) \cdot \mathbf{F}_{i-1,i}(\ell) = \\ &= s_i^2(\ell) \cdot c \cdot \mathfrak{z}_i(\ell) \cdot \mathbf{\Pi}_2 = s_i^2(\ell) \cdot c \cdot \begin{bmatrix} 1 & \alpha_i(\ell) \\ \alpha_i^*(\ell) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.170)$$

Мощности компонент этих векторов будут равны единице, если $s_i^2(\ell) \cdot c = 1$, откуда

$$\begin{aligned} s_i(\ell) &= c^{-1/2} = \left(1 - \left| \phi_{21}^{(i-1,i-1)} \right|^2 \right)^{-1/2} = \left(1 - |\alpha_i(\ell)|^2 \right)^{-1/2} \\ &= \left(\overline{|\tilde{p}_{i,k}(\ell)|^2} \right)^{-1/2} = \left(\overline{|\tilde{q}_{i,k}^*(\ell)|^2} \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (2.171)$$

Как следует из (1.169), (2.171),

$$\mathbf{\Pi}_2 \cdot s_i(\ell) \cdot \mathfrak{z}_i(\ell) = \mathbf{\Pi}_2 \cdot \mathfrak{z}_{ni}(\ell) = c^{1/2} \cdot \mathbf{F}_{i-1, i-1}^{-1}(\ell),$$

поэтому каждый **ЭРФ** представляет собой обращающий 2×2 фильтр, искомые параметры которого (2.169), (2.171) определяются элементами 2×2 матрицы (2.166). В условиях априорной неопределенности оценки этих параметров определяются используемыми оценками этой матрицы. Если это будут **МП** оценки, то и полученные по ним оценки параметров **АРФ** также будут их **МП** оценками.

Перейдем к алгоритму настройки **АРФ** по корню из **МП** оценки **КМ** общего вида (**КМ ОВ**), который называется базовым (**БАРФ**).

МП оценки множителей первой степени в нем равны

$$s_1(\ell) = 1/\sqrt{\hat{\phi}_{\ell\ell}}, \quad \hat{\phi}_{\ell\ell} = \mathbf{u}_\ell^* \cdot \mathbf{u}_\ell, \quad \mathbf{u}_\ell^* = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{U} = \mathbf{e}_\ell^* \cdot \mathbf{U}_1, \quad \ell \in 1, N, \quad (2.172a)$$

а для **МП** оценок параметров **ЭРФ** справедливы равенства

$$\alpha_i(\ell) = -\mathbf{p}_i^*(\ell+1) \cdot \mathbf{q}_{i-1}(\ell), \quad i \in 2, zz, \quad s_i(\ell) = (1 - |\alpha_i(\ell)|^2)^{-1/2} = g_i(\ell)^{-1/2}, \quad (2.172b)$$

$$g_i(\ell) = \tilde{\mathbf{p}}_i^*(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{p}}_i(\ell) = \tilde{\mathbf{q}}_i^*(\ell) \cdot \tilde{\mathbf{q}}_i(\ell),$$

где $\mathbf{p}_i^*(\ell) = \{p_{ik}(\ell)\}_{k=1}^t$ и $\mathbf{q}_i(\ell) = \{q_{ik}(\ell)\}_{k=1}^t$ — $L = K$ -мерные строки на выходах ℓ -го **ЭРФ** (рис. 2.64) i -й ($i \in 2, zz$) степени **АРФ** при $\mathbf{U} = \mathbf{U}_1$.

Процедура (П.3.12) выполнима до конца (до $i = zz$), если $zz \leq \min\{K, N\}$. При этом все главные $zz \times zz$ подматрицы **МП** оценки положительно определены, что гарантирует неравенства

$$|\alpha_i(\ell)|^2 < 1 \quad \text{для всех } i \in 2, zz, \ell \in 1, N+1-i$$

и, тем самым, выполнимость операций (2.172).

Построенные по (2.172) **БО** и преобразования в "настроенных" **ЭРФ** показаны на рис. 2.64.

Вычисление множителей $s_i(\ell)$ по второму равенству (рис. 2.64, б) сложнее, чем по первому (рис. 2.64, а), но численно устойчивее и особенно необходимо, если близки к единице модули $|\alpha_i(\ell)| < 1$.

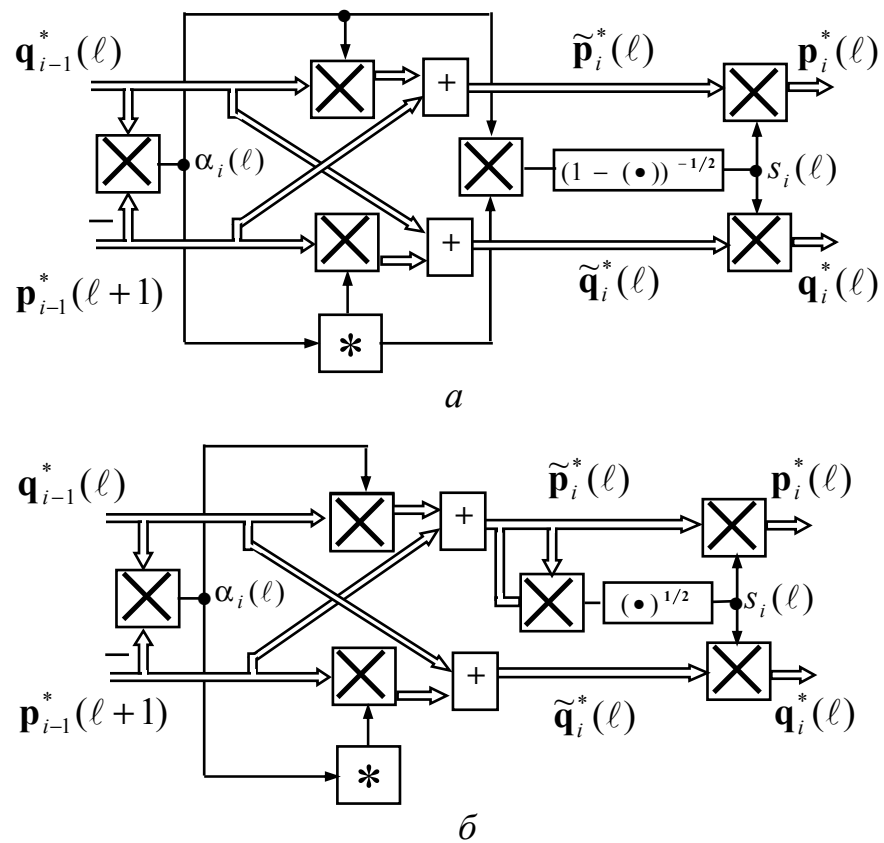


Рисунок 2.64 – Вычисление $s_i(\ell)$ по входным (а) и выходным (б) данным ЭРФ

Та или иная априорная информация о структуре КМ (персимметрии, теплицевости, ленточности и т.д.) учитывается путем незначительной модификации описанного базового алгоритма адаптивной настройки АРФ].

РАЗДЕЛ 3

РАЗРАБОТКА НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СОЗДАНИЯ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА ПРИЕМНОГО ТРАКТА ДМРЛ
И ИХ ПОЛУНАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1 Разработка алгоритмов работы и структур эффективных систем компенсации отражений от местных предметов и мешающих воздушных объектов

Мешающие отражения от местных предметов и воздушных объектов существенно осложняют решение основных задач первичной МПО, связанных с оценкой параметров метеобразований, и, тем самым, задач ИД МРЛ в целом. При их возможном наличии в системе МПО будут оцениваться параметры их аддитивной смеси с СОМО, которые могут существенно отличаться от непосредственно требуемых параметров метеобразований. Поэтому на систему МПО возлагаются дополнительные задачи, в том числе – ослабить влияние помех от местных предметов и воздушных объектов на качество оценивания параметров МО.

3.1.1 Оптимальное оценивание параметров МО в присутствии помех

Известно, что оптимальной оценкой $\hat{\Theta} = \{\hat{\theta}_\ell\}_{\ell=1}^L$ вектора параметров $\Theta = \{\theta_\ell\}_{\ell=1}^L$ есть такая, которая максимизирует отношение правдоподобия (ОП)

$$LR(\mathbf{u}, \Theta) = \frac{p_{cn}(\mathbf{u}, \Theta)}{p_n(\mathbf{u})} \quad (3.1a)$$

или монотонно возрастающую функцию (обычно – логарифм) ОП

$$\xi(\mathbf{u}, \Theta) = f(LR(\mathbf{u}, \Theta)), \quad (3.1b)$$

где $p_{cn}(\mathbf{u}, \Theta)$ и $p_n(\mathbf{u})$ – плотности распределения M - мерного вектора входных воздействий $\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^M$ по гипотезам наличия "полезного" СОМО (гипотеза 1) и его

отсутствия (нулевая гипотеза) (наличия только шума приемника и мешающих отражений от местности). В случае гауссовых входных воздействий, представляющем основной интерес для ИД МРЛ, когда $\mathbf{u} \sim CN(\mathbf{0}, \Phi_1(\Theta))$ и $\mathbf{u} \sim CN(\mathbf{0}, \Phi_0)$ по первой и нулевой гипотезам соответственно, отношение правдоподобия (3.1а) с точностью до не зависящего от вектора \mathbf{u} множителя равно

$$LR(\mathbf{u}, \Theta) = \exp \left\{ \mathbf{u}^* \cdot (\Phi_0^{-1} - \Phi_1^{-1}(\Theta)) \cdot \mathbf{u} \right\},$$

а в роли максимизируемой может выступать случайная скалярная функция

$$\xi(\mathbf{u}, \Theta) = c \cdot \ln LR(\mathbf{u}, \Theta) = c \cdot \xi_0(\mathbf{u}, \Theta), \quad \xi_0(\mathbf{u}, \Theta) = q_0(\mathbf{u}) - q_1(\mathbf{u}, \Theta), \quad (3.2a)$$

$$q_0(\mathbf{u}) = \mathbf{u}^* \cdot \Psi_0 \cdot \mathbf{u}, \quad q_1(\mathbf{u}, \Theta) = \mathbf{u}^* \cdot \Psi_1(\Theta) \cdot \mathbf{u}, \quad \Psi_0 = \Phi_0^{-1}, \quad \Psi_1(\Theta) = \Phi_1^{-1}(\Theta), \quad (3.2b)$$

векторного аргумента $\hat{\Theta} = \{\hat{\theta}_\ell\}_{\ell=1}^L$.

На рис. 3.1 показана схема формирования функции, подлежащей максимизации в процессе поиска этого вектора. Она представляет собой разность $q_0(\mathbf{u}) - q_1(\mathbf{u}, \Theta)$ двух квадратичных форм вектора входных воздействий с матрицами Ψ_0 и $\Psi_1(\Theta)$, обратными КМ Φ_0 и $\Phi_1(\Theta)$ этого вектора по нулевой и первой гипотезам соответственно. Эти матрицы априори неизвестны и, следовательно, подлежат оцениванию на этапе адаптации. Первая из них, соответствующая аддитивной смеси шума и местных предметов, может, тем не менее, задаваться априори, поскольку диапазон изменения КМ интенсивных местных предметов, относительно узкие спектры которых сосредоточены в окрестности нулевой доплеровской частоты, обычно сравнительно невелик. В их роли могут выступать, в частности, действительные КМ АР-процессов высокого порядка с унимодальными спектрами (п. 1.3).

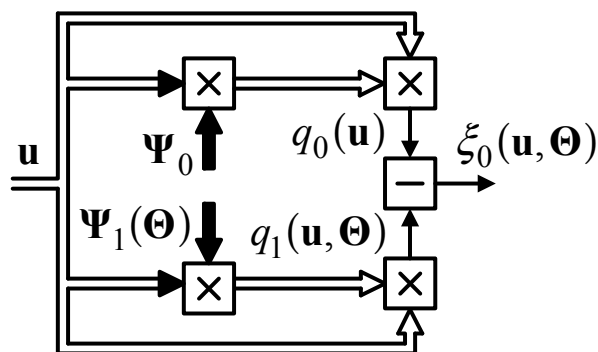


Рисунок 3.1 – Схема формирования максимизируемой функции

Как показано в разделе 1, для **СОМО** также приемлема аппроксимация **АР**-процессами, но с априори неизвестными параметрами. При постоянном интервале зондирования элементами вектора параметров $\hat{\Theta} = \{\hat{\theta}_\ell\}_{\ell=1}^L$ могут служить элементы первого (последнего) столбца матрицы, обратной оценке **КМ СОМО**, порядок p процесса и его параметры (корни или коэффициенты характеристического уравнения (1.26)), а также относительная интенсивность **СОМО**. В любом случае отыскание их значений, максимизирующих оценку функции (3.2), может оказаться достаточно сложным. В связи с этим в настоящее время практически используются существенно более простые (неоптимальные) решения. Наиболее часто они сводятся к введению на входе системы **МПО** режекторного фильтра подавления помех от местности, настроенного на нулевую доплеровскую частоту. Структура и параметры этого фильтра могут быть различными, их выбор неоднозначен и продиктован обычно представлениями разработчиков о свойствах отражений от местности. Ниже кратко обсуждаются особенности и некоторые варианты режекторных фильтров для проектируемого **ИД МРЛ**.

3.1.2 Разновидности и параметры и режекторных фильтров

Режекторные фильтры подавления помех от местных предметов можно построить на основе известного свойства фильтров с конечной импульсной характеристикой (**КИХ**-фильтров). Оно заключается в том, что **КИХ**-фильтр $zz - 1 = m$ -го порядка обеспечит *нетривиальный* минимум мощности помехи на выходе, если его вектор весов $\mathbf{h}_{zz} = \{h_\ell\}_{\ell=1}^{zz}$ (дискретная импульсная характеристика (**ИХ**)) будет пропорционален первой или последней строке $zz \times zz$ матрицы $\Psi^{(zz)} = \Phi^{(zz)^{-1}}$, обратной $zz \times zz$ корреляционной матрице $\Phi^{(zz)}$ zz -мерного вектора помехи на его входе (*тривиальный* минимум равен нулю и обеспечивается нулевым вектором весов, непригодным для практического использования). Такие фильтры в литературе называются фильтрами линейного предсказания с минимальной среднеквадратической ошибкой.

При выборе в качестве вектора весов первой строки $\Psi_1^{(zz)*}$ матрицы $\Phi^{(zz)}$ говорят о предсказании первой компоненты zz -мерного вектора помехи по совокупности его последующих компонент (предсказание "вперед"), при выборе последней строки $\Psi_{zz}^{(zz)*}$ – о предсказании его последней компоненты по совокупности его предыдущих компонент (предсказание "назад"). При отсутствии возбуждения интервалов зондирования (теплицевой матрице $\Phi^{(zz)}$) обе разновидности этих фильтров эквивалентны по коэффициенту подавления помехи. При переменных интервалах зондирования (нетеплицевой матрице $\Phi^{(zz)}$) они в общем случае могут отличаться по этому показателю.

3.1.2.1 Методика синтеза режекторного фильтра

Основанный на использовании описанных свойств режекторный фильтр подавления помех от местных предметов синтезируется следующим образом.

1. Задается нормированный условием

$$\int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) df = \rho_{pp} = 1, \quad p \in 1, M \quad (3.3)$$

спектр $s_{norm}(f)$ помехи, подлежащей подавлению.

2. По формуле Винера – Хинчина

$$\mathbf{\rho} = \int_{-1/2}^{1/2} s_{norm}(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df, \quad \mathbf{x}(f) = \{\exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \gamma_\ell)\}_{\ell=1}^M \quad (3.4)$$

рассчитывается нормированная **КМ** помехи $\mathbf{\rho} = \{\rho_{pq}\}_{p,q=1}^M$.

Здесь

$$\gamma_\ell = \tau_\ell / T_{av}, \quad \tau_\ell = \sum_{i=1}^{\ell-1} T_i, \quad \ell \in 1, M - \quad (3.5)$$

нормированный к среднему интервалу

$$T_{av} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^{M-1} T_i \quad (3.6)$$

временной интервал между первым и ℓ -м импульсами M -элементной пачки,

$$f = f \cdot T_{av} - \quad (3.7)$$

нормированная (безразмерная) частота.

Этот этап не требуется, если помеха аппроксимируется **АР**-процессом с известной **КМ**, например, **АР**-процессом порядка $p \rightarrow \infty$ с нормированной **КМ** с элементами (см. 1.54)

$$\rho_{pq} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{e^{a \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (f-f_1))}}{I_0(a)} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (\gamma_p - \gamma_q) \cdot f} df = \frac{I_{|\gamma_p - \gamma_q|}(a)}{I_0(a)}, \quad (3.8)$$

при "больших" значениях параметра $a > 25$ близких к значениям

$$\rho_{pq} = \rho_1^{|\gamma_p - \gamma_q|^2}, \quad p, q \in 1, M, \quad (3.9)$$

где ρ_1 – коэффициент корреляции отсчетов помехи, следующих с интервалом T_{av} .

3. Формируется **КМ**

$$\Phi_0 = \{\varphi_{pq}\}_{p,q=1}^M = \overline{\mathbf{y} \cdot \mathbf{y}^*} = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{p} \quad (3.10)$$

аддитивной смеси шума приемника и помехи с относительной интенсивностью η .

4. Отыскивается нижняя треугольная $M \times M$ матрица $\mathbf{H} = \{h_{ij}\}_{i,j=1}^M$ – правый сомножитель матрицы

$$\Psi_0 = \Phi_0^{-1} = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}, \quad (3.11)$$

zz -мерные подвекторы-строки которой $\mathbf{h}_{zz}^* = \{h_{zz,j}\}_{j=1}^{zz}$ ($zz \in 2, M$) представляют собой дискретные импульсные характеристики трансверсального **КИХ**-фильтра $(zz - 1)$ -го порядка, обеспечивающего подавление помех от местности.

Матрица \mathbf{H} может получаться как по стандартным программам расчета разложения Холецкого, входящим в состав математических приложений компьютеров, так и по алгоритмам настройки решетчатых фильтров (РФ). Последний путь позволяет получить как явное выражение этой матрицы, так и параметры решетчатых фильтров, которые целесообразно использовать для решения рассматриваемой задачи подавления помех от местности.

На рис. 3.2 показана структура соответствующего режекторного **РФ** третьего ($zz = 4$) порядка (а) и схема входящих в него $zz - 1 = 3$ элементарных **РФ** (**ЭРФ**) (б).

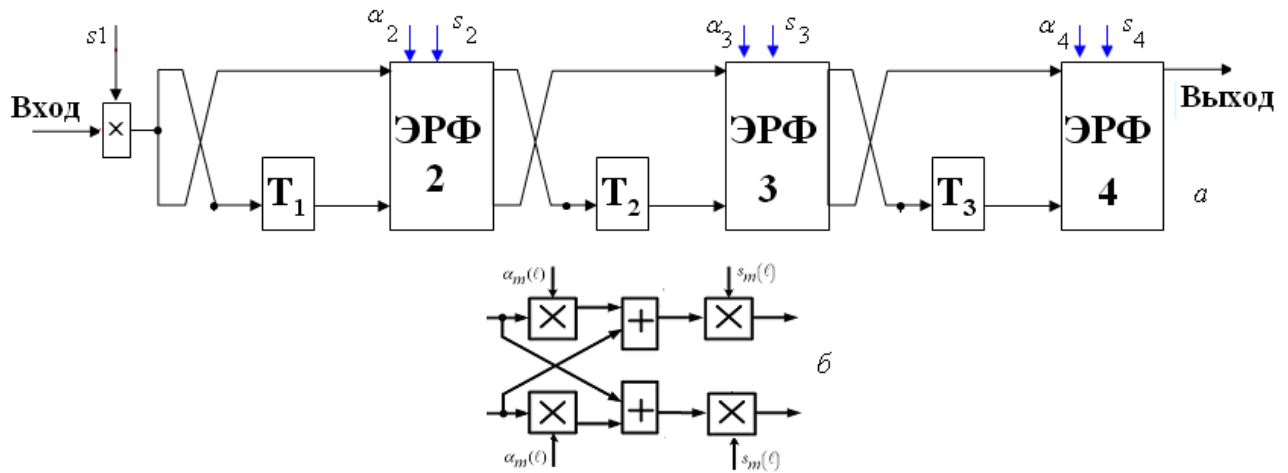


Рисунок 3.2 – Схема режекторного **РФ** (а) и схема **ЭРФ** m -й степени (б)

При постоянных интервалах зондирования параметры этих **ЭРФ** не меняются во времени, но в общем случае изменяются от интервала к интервалу при их возбуждении. Закон их изменения поясняется ниже. Возможны, однако, ситуации, когда такое обновление не требуется, как в рассматриваемом ниже примере.

3.1.2.2 Режекторный фильтр помех с "нулевой" шириной спектра

Как показывают эксперименты [89, 90, 92], для **ИД МРЛ** с высокой междупериодной стабильностью параметров приемо-передающего тракта коэффициент корреляции отражений от местности может быть очень близок к единице, что соответствует весьма малой ширине спектра междупериодных флуктуаций помехи. Предельный случай соответствует помехе со спектром "нулевой" ширины

$$s_{norm}(f) = \delta(f) \quad (3.12)$$

($\delta(x)$ – дельта-функция), **КМ** (3.4) которой

$$\mathbf{\rho} = \int_{-1/2}^{1/2} \delta(f) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*, \quad \mathbf{E} = \{e_\ell = 1\}_{\ell=1}^M = \mathbf{x}(0) \quad (3.13)$$

является матрицей единичного ранга со всеми элементами, равными 1 при любом законе зондирования.

КМ (3.10) смеси шума приемника и такой помехи интенсивностью η равна

$$\Phi_0 = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \quad (3.14)$$

а обратная ей матрица

$$\Psi_0 = \Phi_0^{-1} = \mathbf{I}_M + \mu \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*, \quad \mu = -\eta / (1 + M \cdot \eta).$$

Нетрудно убедиться, что матрица **H** (3.11) в этом случае равна

$$\mathbf{H} = \mathbf{D1} + \mathbf{D2} \cdot \mathbf{G}, \quad (3.15)$$

где $\mathbf{D1} = \text{diag}\{d1_\ell\}_{\ell=1}^M$ и $\mathbf{D2} = \text{diag}\{d2_\ell\}_{\ell=1}^M$ – диагональные матрицы с элементами

$$d1_\ell = \sqrt{\frac{1 + (\ell - 1) \cdot \eta}{1 + \ell \cdot \eta}} < 1, \quad d2_\ell = -\frac{\eta}{1 + (\ell - 1) \cdot \eta} \cdot d1_\ell, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{G} = \{g_{ij}\}_{i,j=1}^M, \quad g_{ij} = \begin{cases} 1, & j < i \\ 0, & j \geq i \end{cases} \quad (3.17)$$

нижняя треугольная матрица с нулевой диагональю и единичными поддиагональными элементами.

Из равенств (3.15) – (3.17) следует, что

$$h_{1,1} = d1_1 = \sqrt{\frac{1}{1 + \eta}}, \quad h_{zz,zz} = \sqrt{\frac{zz - 1}{zz}}, \quad \eta \gg 1, \quad zz \geq 2, \quad (3.18a)$$

все поддиагональные элементы $h_{zz,j}$ любой (zz -й) строки $\mathbf{h}_{zz}^* = \{h_{zz,j}\}_{j=1}^{zz}$ матрицы **H** (3.15) равны zz -му диагональному элементу матрицы **D2**, их сумма вместе с диагональным элементом равна

$$\sum_{i=1}^{zz} h_{zz,i} = \frac{1}{1 + (zz - 1) \cdot \eta} \cdot d1_{zz} \approx 0, \quad \eta \gg 1, \quad zz \geq 2, \quad (3.18b)$$

а квадрат нормы

$$\mathbf{h}_{zz}^* \cdot \mathbf{h}_{zz} = \sum_{i=1}^{zz} h_{zz,i}^2 = \left(\frac{(zz - 1) \cdot \eta^2}{(1 + (zz - 1) \cdot \eta)^2} + 1 \right) \cdot \frac{1 + (zz - 1) \cdot \eta}{1 + zz \cdot \eta} \approx 1, \quad \eta \gg 1, \quad zz \geq 2. \quad (3.18e)$$

Описанные свойства (3.18a) наглядно видны на примере 5×5 матрицы

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 3.162 \times 10^{-3} & & & & \\ -0.707 & 0.707 & & & \\ -0.408 & -0.408 & 0.816 & & \\ -0.289 & -0.289 & -0.289 & 0.886 & \\ -0.224 & -0.224 & -0.224 & -0.224 & -0.894 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

рассчитанной по (3.15) – (3.17) для $M = 5$ и $\eta = 10^5$.

Свойство (3.18б) обеспечивает в точке $f = 0$ близкое к нулю значение квадрата модуля частотной характеристики

$$k_{zz}(f) = \left| \mathbf{h}_{zz}^* \cdot \mathbf{x}_{zz}(f) \right|^2, \quad \mathbf{x}_{zz}(f) = \{x_\ell(f)\}_{\ell=1}^{zz}, \quad x_\ell(f) = \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \gamma_\ell) \quad (3.20)$$

фильтров всех порядков $zz - 1 \geq 1$ с **ИХ** $\mathbf{h}_{zz}^* = \{h_{zz,j}\}_{j=1}^{zz}$, $zz \in 2, M$, и тем более близкое, чем выше его порядок. Свойство (3.18в) означает, что мощность шума на выходе каждого из этих фильтров практически совпадает с мощностью входного некоррелированного шума zz смежных каналов приема. Матрица \mathbf{H} (3.15) не зависит от закона зондирования, в связи с чем его изменения не меняют параметры рассмотренных фильтров, что является их важным достоинством.

3.1.2.3 ЧХ режекторных фильтров помех с "нулевой" шириной спектра

На рис. 3.3 для вобуляции интервалов зондирования (а) показана скоростная характеристика (СХ) $k_{zz}(V) = \left| \mathbf{h}_{zz}^* \cdot \mathbf{x}_{zz}(V) \right|^2$ фильтра при $\eta = 10^7$ в крупном (б) и мелком (в) масштабах, полученная заменой аргумента (3.19) на $f = 2 \cdot V \cdot T_{av} / \lambda$.

Видно, что в точке $V = 0$ фильтр имеет очень глубокий "провал" (равный квадрату суммы (3.18б)), который подавит неподвижную компоненту практически любых местных предметов. Однако спектр реальных отражений от них в большинстве случаев шире "провала" этого фильтра, в связи с чем он может не обеспечить необходимую степень подавления помех от местных предметов.

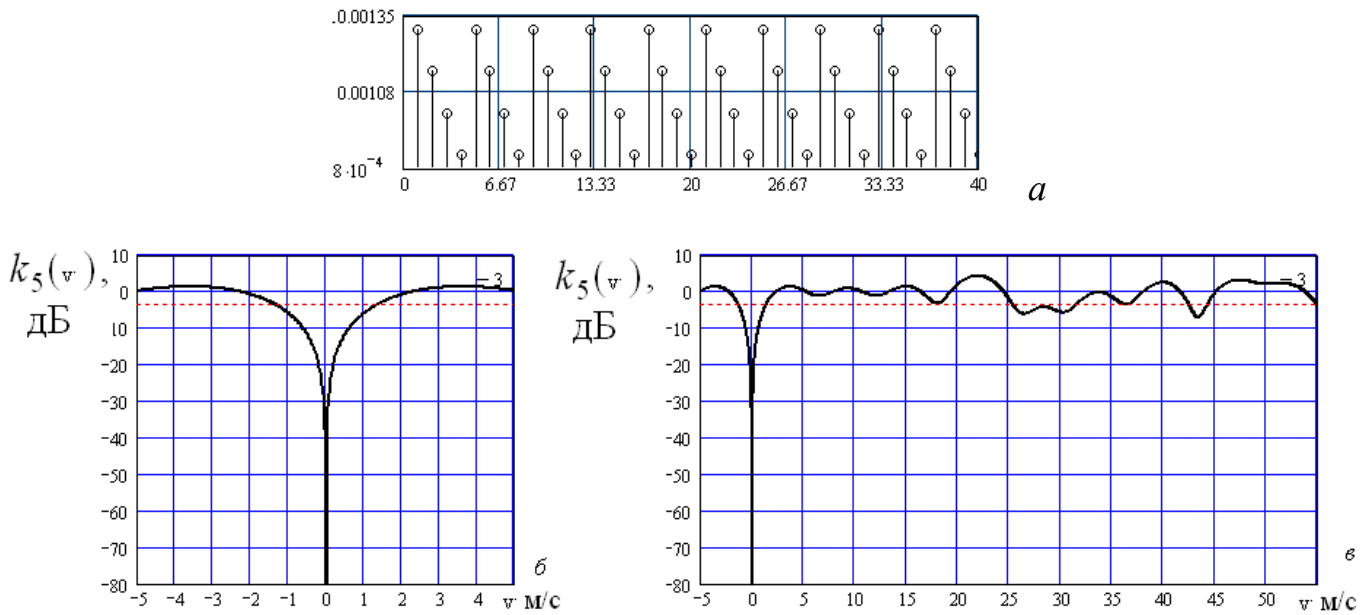


Рисунок 3.3 – Закон возбуждения (а) и скоростные характеристики фильтра четвертого порядка (вектор весов – пятая строка матрицы \mathbf{H} (3.15))

Поэтому практически более приемлемы режекторные фильтры с большей шириной "провала", пусть даже и с несколько меньшей "глубиной провала" на нулевой частоте (скорости).

3.1.2.4 Фильтры с расширенной зоной режекции помех от местности

Простой способ расширить зону режекции фильтра подавления помех от местности – синтезировать его по методике п. 2.1.2.1 для модели помехи со спектром конечной (ненулевой) ширины. Примером может быть, в частности, спектр, составленный из нескольких (n) спектров нулевой ширины, вида

$$s_{norm}(f) = \sum_{i=1}^n (\delta f - f_i), \quad (3.21)$$

где f_i – частота i -й ($i \in 1, n$) компоненты спектра помехи, подлежащей подавлению.

Для такой модели помехи \mathbf{KM} (3.4) равна

$$\mathbf{\rho} = \int_{-1/2}^{1/2} \sum_{i=1}^n \delta(f - f_i) \cdot \mathbf{x}(f) \cdot \mathbf{x}^*(f) df = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^*,$$

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}(f_i)\}_{i=1}^n, \quad \mathbf{x}(f_i) = \{\exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_i \cdot \gamma_\ell)\}_{\ell=1}^M,$$

КМ Φ_0 ее смеси с шумом и матрица $\Psi_0 = \Phi_0^{-1}$, обратная ей, равны

$$\Phi_0 = \mathbf{I}_M + \eta \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^*, \quad \Psi_0 = \mathbf{I}_M - \eta \cdot \mathbf{X} \cdot (\mathbf{I}_n + \eta \cdot \mathbf{X}^* \cdot \mathbf{X}) \cdot \mathbf{X}^* = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}.$$

zz -мерные подвекторы-строки $\mathbf{h}_{zz}^* = \{h_{zz,j}\}_{j=1}^{zz}$ ($zz \in 2, M$) нижней треугольной $M \times M$ матрицы \mathbf{H} представляют собой дискретные импульсные характеристики трансверсальных КИХ-фильтров $(zz-1)$ -го порядка, обеспечивающих подавления помех от местности.

На рис. 3.4 для вобуляции в соответствии с рис. 3.3, а приведены СХ синтезированных описанным методом фильтров подавления помех со спектром (3.21) при $n=3$ с $V_1 = f_1 \cdot \lambda/2 = -\Delta$, $V_2 = 0$, $V_3 = \Delta$ (а, б) и $V_1 = -2 \cdot \Delta$, $V_2 = 0$, $V_3 = 2 \cdot \Delta$ (в, г) при $\Delta = 0.15$ м/с.

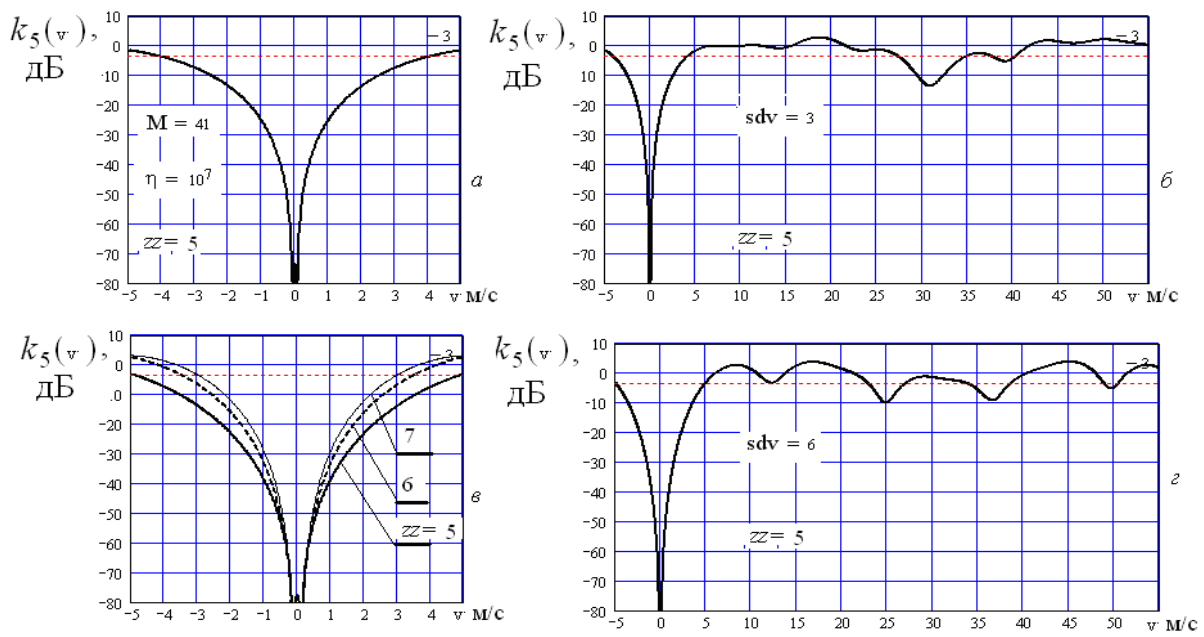


Рисунок 3.4 – СХ фильтров подавления помех со спектром (3.21) ($n=3$)

Видно, что СХ этих фильтров, как и фильтров п. 2.1.2.3, имеют достаточно глубокий "провал" в окрестности нулевой скорости, но существенно более широкую зону режекции, эффективно регулируемую выбором значения Δ , порядком фильтра $zz-1$ и (или) задаваемой интенсивностью η моделируемой помехи.

Очевидно, что в качестве исходных могут использоваться не только дискретные спектры вида (3.12), (3.21), порождающие вырожденные КМ ранга $n < M$, но и

непрерывные спектры, порождающие **КМ** полного ранга. В качестве примера на рис. 2.5 показаны **СХ** фильтров подавления помех с нормированной **КМ** (3.9) при $\rho_1 = 0.995$ (а, б), $\rho_1 = 0.9995$ (в, г) и $\eta = 10^7$. Видно, что и в этом случае формируется глубокий провал в окрестности нулевой скорости, ширина которого эффективно регулируется выбором значения ρ_1 .

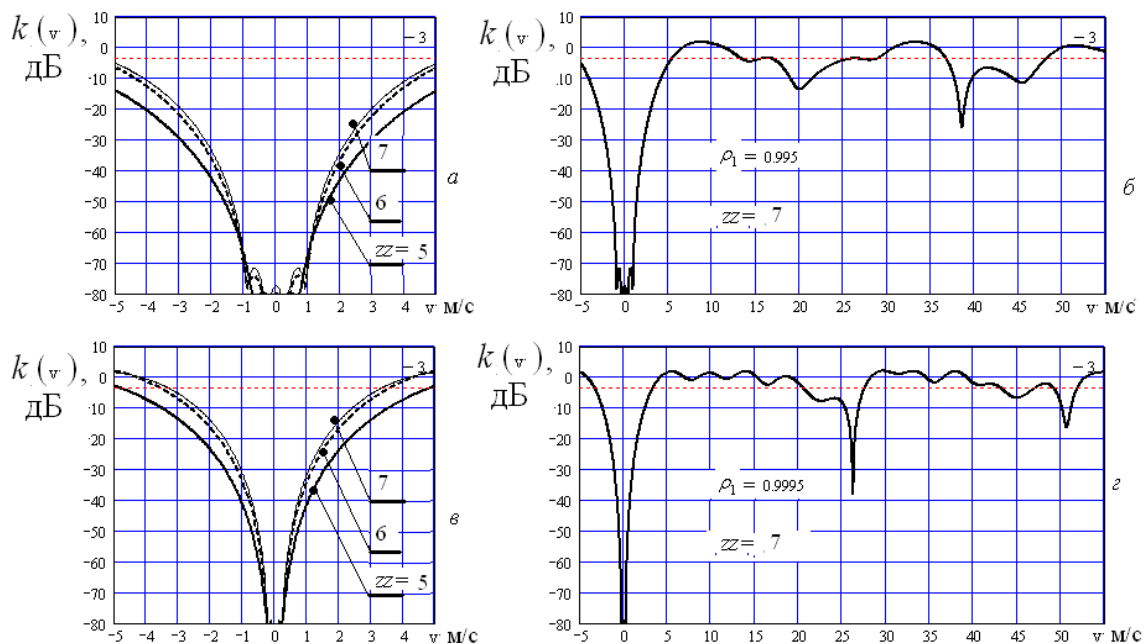


Рисунок 3.5 – **СХ** фильтров подавления помех с нормированной **КМ** (3.9)

3.1.2.5 Учет неравномерности **СХ** режекторного фильтра

Как видно из рис. 3.3–3.5, б, г, **СХ** всех рассмотренных режекторных фильтров в зоне "прозрачности" неравномерны. За счет этого амплитуда пропущенных через них **СОМО** будет искажена в той или иной мере, зависящей от скорости движения **МО**. Поскольку флуктуации **СХ** могут существенно превышать допустимый уровень ошибок измерения интенсивности (≈ 1 дБ), ее непосредственное оценивание по выходным сигналам режекторного фильтра может быть недопустимым.

Возможный выход в этих условиях может заключаться в более тщательном выборе закона вобуляции, который может уменьшить степень неравномерности **СХ** режекторного фильтра. Следует ожидать, что таким путем радикально улучшить си-

туацию не удастся, поскольку выбор возбуждения диктуется целым рядом факторов (разд. 2), не связанных с формой **СХ**. Более целесообразный путь основан на априорном знании вектора весов \mathbf{w} , значит, **СХ** используемого режекторного фильтра. Это позволяет оценить интенсивность выходного сигнала фильтра, а после оценки скорости **МО** внести поправку в полученную оценку интенсивности, определяемую значением известной **СХ** в точке, равной полученной оценке скорости.

3.1.2.6 Структуры режекторных фильтров помех от местных предметов

Классическая структура трансверсального **КИХ**-фильтра $(zz - 1)$ -го порядка, который может использоваться в качестве режекторного для подавления помех от местности, показана на рис. 3.6. Он представляет собой устройство весового суммирования выходных сигналов блока памяти, условно показанного в виде zz -отводной линии задержки на время, определяемое используемым законом зондирования. Его импульсная и, тем самым, частотная характеристика полностью определяются zz -мерным вектором весов $\mathbf{W} = \{w_i\}_{i=1}^{zz}$, элементы которого совпадают с поддиагональными и диагональными элементами zz -й строки нижней треугольной матрицы **H** (3.11), (3.19).

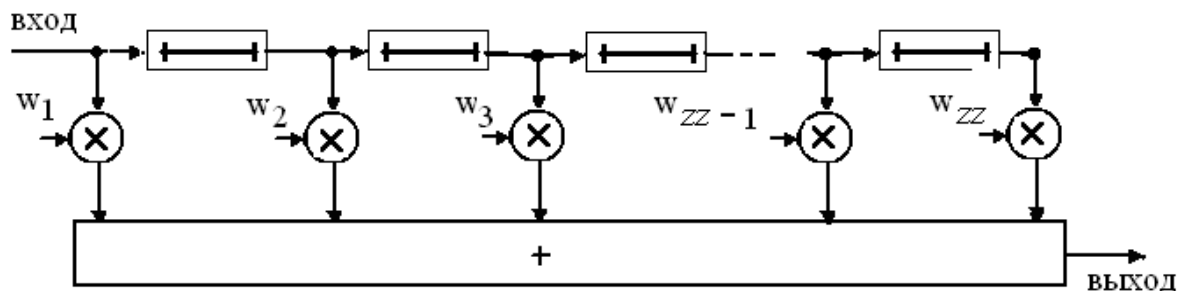


Рисунок 3.6 – Трансверсальный **КИХ**-фильтр

Максимальный порядок фильтра $zz - 1 = M - 1$, минимальный $zz - 1 = 1$. Чем выше порядок фильтра, тем круче спад (подъем) его **ЧХ** в окрестности нулевой частоты (нулевой скорости) режекции. Наглядной иллюстрацией этого служат **СХ** фильтров подавления помех со спектром (3.21) различной "длины" zz , показанные

на рис. 3.7. Здесь переход от $zz = 5$ к $zz = 15$ уменьшает ширину "провала" СХ по уровню 0 дБ от $\approx \pm 6$ м/с до $\approx \pm 1.5$ м/с, что приемлемо для большинства ситуаций. Поэтому такие фильтры заслуживают особого внимания, несмотря на определенную сложность практической реализации.

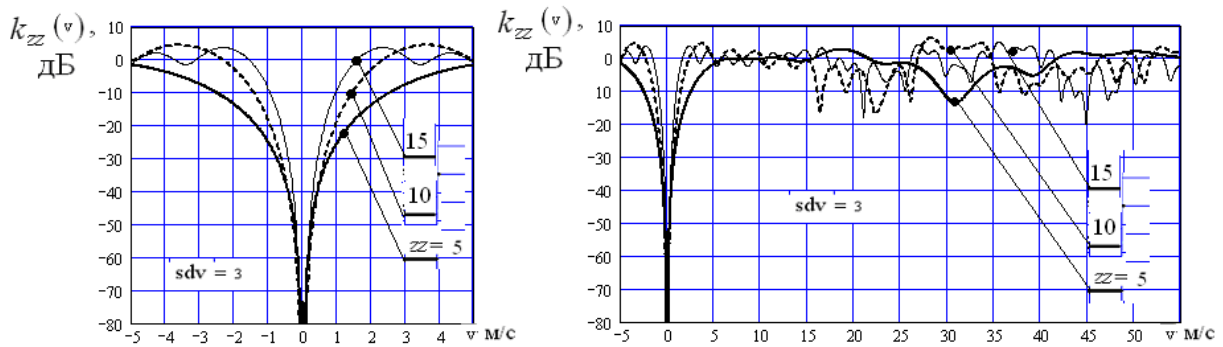


Рисунок 3.7 – СХ фильтров подавления помех со спектром (3.21) ($n = 3$)

Помимо классических **КИХ**-фильтров (рис. 3.6) функции режекторного может выполнять и zz -ступенчатый решетчатый фильтр (рис. 3.2). Его преимущества перед классическим очевидны в "адаптивной" ситуации, когда параметры фильтров должны перестраиваться в соответствии с изменением помеховой ситуации. В рассматриваемом случае режекции помех с фиксированными (заданными) характеристиками (спектрами или **КМ**) параметры фильтров также задаются априори, так что эти преимущества сводятся только к возможности уменьшить требования к разрядности параметров **ЭРФ** в **РФ**.

Обратим внимание на одно существенное обстоятельство. Использование **КИХ**-фильтров фиксированной "длины" $zz < M$ означает, что фильтрация входного M -мерного вектора-столбца в режекторном фильтре сводится к умножению этого вектора справа на ленточную $(M + 1 - zz) \times M$ матрицу (**МИХ** соответствующего режекторного фильтра) со структурой, показанной на рис. 3.8. В ней ℓ -я ($\ell \in 1, M + 1 - zz$) строка ленты шириной zz равна последней zz -мерной строке $\mathbf{h}_{zz}(\ell)$ нижней треугольной матрицы $\mathbf{H}_{zz}(\ell)$ – правого нижнего треугольного $zz \times zz$ сомножителя $zz \times zz$ матрицы $\mathbf{\Psi}_{zz}(\ell) = \mathbf{H}_{zz}^*(\ell) \cdot \mathbf{H}_{zz}(\ell) = \mathbf{\Phi}_{zz}^{-1}(\ell)$, обратной ℓ -й главной $zz \times zz$ подматрице $\mathbf{\Phi}_{zz}(\ell) = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=\ell}^{zz+\ell-1}$ исходной **КМ** $\mathbf{\Phi}_0$ (3.10).

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.291 & -0.088 & -0.696 & 0.493 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.291 & -0.088 & -0.696 & 0.493 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.291 & -0.088 & -0.696 & 0.493 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.291 & -0.088 & -0.696 & 0.493 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.291 & -0.088 & -0.696 & 0.493 \end{pmatrix} \quad \text{а}$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0.251 & -0.087 & -0.68 & 0.516 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.281 & -0.139 & -0.687 & 0.546 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.361 & -0.116 & -0.684 & 0.438 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.264 & -0.016 & -0.723 & 0.475 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.251 & -0.087 & -0.68 & 0.516 \end{pmatrix} \quad \text{б}$$

Рисунок 3.8 – Ленточные **МИХ** режекторных **КИХ**–фильтров при равных (а) и различных (б) интервалах зондирования ($M = 8$, $zz = 4$)

В режиме постоянства интервалов зондирования **КМ** Φ_0 теплицева, так что все ее главные подматрицы $\Phi_{zz}(\ell)$ и, тем самым, все строки ленточной **МИХ** рис. 3.8, а одинаковы. Это означает, что в этом режиме может использоваться один и тот же (трансверсальный или решетчатый) режекторный фильтр "длиной" zz с постоянными параметрами для всех фрагментов входного вектора.

В режиме вобуляции интервалов зондирования **КМ** Φ_0 нетеплицева, так что все ее главные подматрицы $\Phi_{zz}(\ell)$ и, тем самым, все строки ленточной **МИХ** рис. 3.8, б в общем случае различны. Это означает, что в этом режиме параметры фильтра должны меняться при изменении фрагментов входного вектора, "входящих в фильтр". Таким образом, для каждого из используемых режимов вобуляции должен быть предварительно насчитан и храниться в памяти набор параметров, обеспечивающих оптимальную фильтрацию каждого из фрагментов входного вектора помехи, последовательно "входящих" в фильтр. Переменные параметры – следствие нетеплицевости **КМ** в режиме вобуляции, и поэтому они неизбежны независимо от избранной структуры фильтра (за исключением режекторного фильтра помехи со спектром "нулевой" ширины (п. 2.1.2.3)).

Отметим в заключение, что по сравнению с рассмотренными структурно более простыми могут быть **БИХ**-фильтры (рециркуляторы) или комбинированные **КИХ** – **БИХ** фильтры, суммарный порядок которых может быть заметно меньше, чем у **КИХ**-фильтров с той же "глубиной" и шириной "провала" **СХ**. Однако неизбежные переходные процессы в комбинированных **КИХ** – **БИХ** фильтрах делают их преимущества неочевидными, так что их сравнение с **КИХ**-фильтрами представляет несомненный интерес для дальнейших исследований.

3.2 Разработка научно-технического и инженерного обеспечения когерентности излучения

Существуют две схемы обеспечения когерентности в доплеровских РЛС:

- с истинной внутренней когерентностью;
- с эквивалентной внутренней когерентностью.

Первая из них предполагает использование в качестве использованного многокаскадного высокостабильного передатчика – усилительного клистрона. При этом начальная фаза излучаемых импульсов является детерминированной величиной, а стабильность частоты обеспечивается высокостабильным кварцевым генератором в составе возбuditеля. Согласно второй схеме, однокаскадное передающее устройство представляет собой магнетрон, начальная фаза излучения которого является случайной. Для обеспечения когерентности случайная начальная фаза навязывается когерентному гетеродину, который как бы сохраняет её до прихода отражённого сигнала. Эта схема получила название схемы с псевдокогерентностью.

Первая схема обеспечивает лучшую частотную стабильность всей когерентной системы и больший динамический диапазон в спектральной области, что способствует уменьшению аппаратных погрешностей измерения скорости и позволяет добиться высокой эффективности режекции сигналов от местных предметов. Вторая схема обладает несколько худшими характеристиками с точки зрения частотной стабильности, но является более простой и дешёвой в реализации. Кроме этого, случайность начальной фазы излучения импульсов благоприятствует устранению неоднозначности по дальности в режиме измерения скоростей, поскольку сигналы, соответствующие второму интервалу дальности, т.е. приходящие с расстояния от $c/(2 \cdot F)$ до c/F (где c – скорость света, F – частота посылок) и накрадывающиеся на сигналы с первого интервала дальности $0 \dots c/(2 \cdot F)$ являются некогерентным по отношению к ним. Следовательно, такое паразитное наложение приведёт лишь к уменьшению отношения сигнал/шум, а не к смещению оценок скорости. Для устранения неоднозначности по дальности в варианте с клистроном предусматривается модуляция начальной фазы излучаемых импульсов по случайному закону,

для чего в цепь клистрона включается фазовращатель с набором фиксированных фазовых задержек, переключаемых по случайному закону.

3.3 Разработка научно-технических решений для создания экспериментального образца приемного тракта ИД МРЛ и определение требований к элементной базе

Обобщение результатов исследований позволяет построить на основе АРФ унифицированную систему спектрально-корреляционной обработки метеосигналов с компенсацией отражений от местных предметов и устранением из обучающей выборки отражений от воздушных объектов малой пространственной протяженности. Структура такой системы показана на рис. 3.9. Она состоит из спектроанализатора метеосигналов, реализующего алгоритм МД Кейпона, и обнаружителя коротких сигналов движущихся целей, например, самолетов гражданской авиации. Обе эти подсистемы построены на основе АРФ, состоящего из решетчатого фильтра (РФ) и блока оценки параметров РФ (БОП РФ).

Здесь горизонтальной полосой размера $M \times KK$ показаны M -элементные пачки комплексных амплитуд отражений в KK элементах дальности анализируемого азимутального направления. Ее "затемненные" области содержат $K/2$ смежных пачек $\mathbf{U}_1 = \{\mathbf{u}_i^{(1)}\}_{i=1}^{K/2}$, предшествующих центральной (незатемненной), и $K/2$ смежных пачек $\mathbf{U}_2 = \{\mathbf{u}_i^{(2)}\}_{i=1}^{K/2}$, следующих за ней, образующих "скользящую" по дальности обучающую выборку $\mathbf{U}_{об1} = \{\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2\}$ для БОП РФ обнаружителя целей объема K . Эта выборка содержит отсчеты комплексных амплитуд отражений как от метеорообразований, так и от местных предметов. Такие отражения в обнаружителе целей считаются маскирующей пассивной помехой. При этом из обучающей выборки исключается центральная пачка скользящего окна $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, проверяемая на наличие полезного сигнала (отражения от движущейся цели), что исключает возможность компенсации последнего.

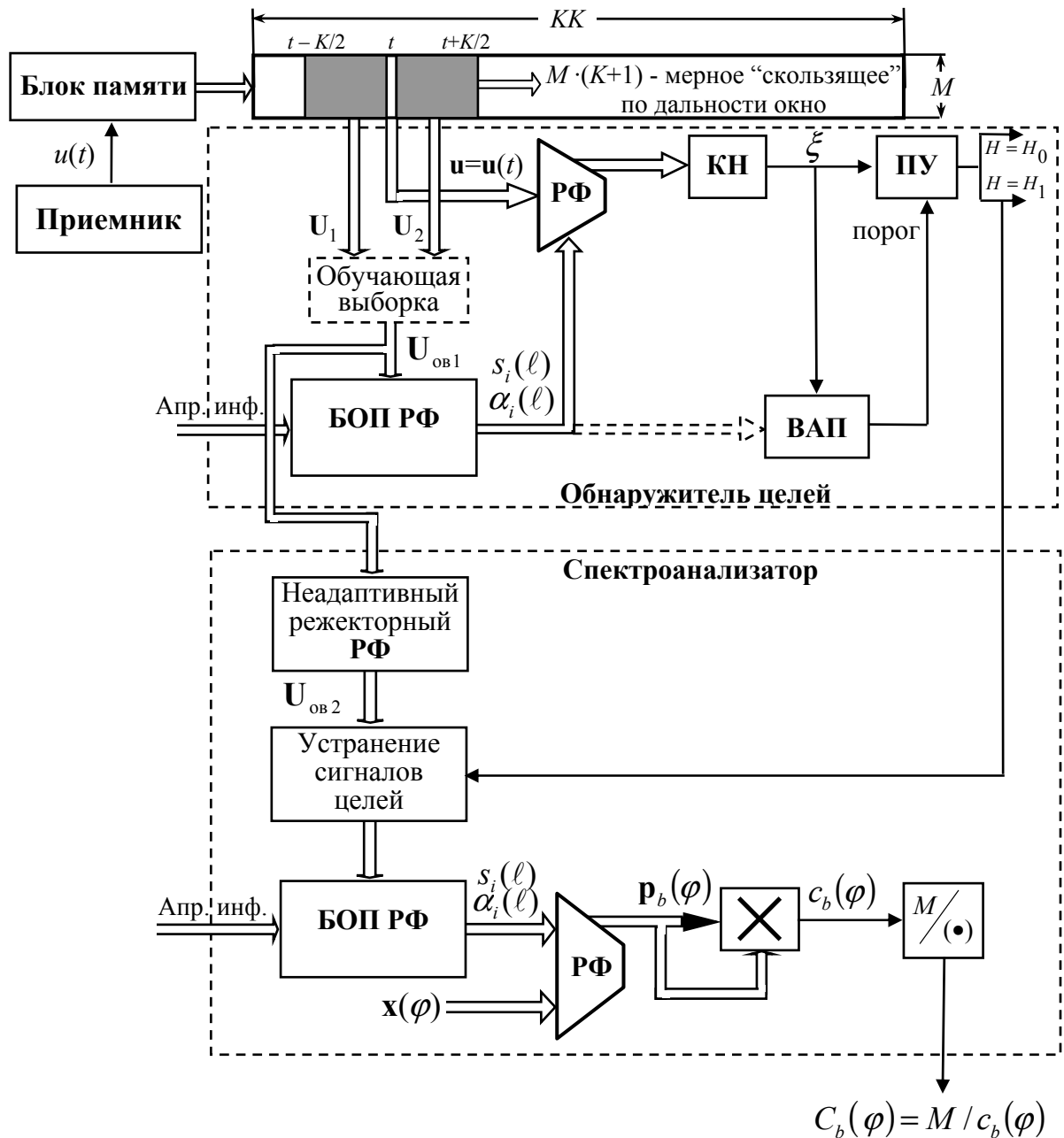


Рисунок 3.9 – Унифицированная структура системы спектрально-корреляционной обработки метеосигналов с компенсацией отражений от местных предметов и устранением из обучающей выборки коротких сигналов движущихся целей

Для спектроанализатора помехой считаются отражения от местных предметов, а отражения от МО являются сигналом. Поэтому из обучающей выборки для **БЛОП РФ** спектроанализатора должны быть исключены отражения от местных предметов. Для этого обучающая выборка $U_{ов1}$ преобразуется в квазиобеляющем неадаптивном режекторном **РФ** (рис. 3.9) в выборку $U_{ов2}$, содержащую отсчеты комплексных амплитуд отражений от метеообразований. Кроме того, из обучающей выборки устра-

няются отражения от воздушных объектов малой пространственной протяженности. Это осуществляется по информации от обнаружителя целей при принятии решения "цель есть" ($H = H_1$) в соответствующем элементе разрешения по дальности. Адаптивный спектральный анализ метеосигналов в спектроанализаторе (рис. 3.9) реализуется "ленточным" методом **Кейпона** на основе **АРФ**, который позволяет реализовать и набор различных "сверхразрешающих" методов **СО**.

Однако при всем разнообразии спектральных функций "сверхразрешающих" методов **СА** они представляют собой не более чем различные способы извлечения информации, **уже содержащейся** в параметрах **АРФ**, полученных в процессе его настройки. В частности, обычно извлекаемая информация о **трех моментах спектра** содержится в параметрах $s_1(\ell)$ ($\ell \in 1, M$) и $\alpha_2(\ell)$ ($\ell \in 1, M-1$) уже **первой** ступени **АРФ**, определяющих элементы 2×2 **КМ** отражений двух смежных периодов зондирования.

В связи с этим в дальнейшем необходимо рассмотреть вопрос об отказе от формирования каких-либо **СФ**, в том числе и "сверхразрешающих". Эталоны различающихся метеообразований могут служить различающиеся статистические характеристики соответствующих им векторов параметров настроенных **АРФ**, в частности, **МП** оценки **корреляционных матриц** векторов этих параметров. Размерность этих векторов и соответствующих им **КМ** может регулироваться выбором числа настраиваемых ступеней **АРФ**. Распознавание метеоявлений в рабочем режиме может базироваться при этом на анализе и сравнении степени "близости" сформированного в этом режиме вектора параметров **АРФ** к "эталонным" векторам параметров.

Очевидно, что для практической реализации такой стратегии извлечения метеоинформации требуются дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования. В то же время уже сейчас имеются причины полагать, что она может стать плодотворным дополнением, а со временем – и альтернативой существующей общепринятой стратегии распознавания метеоявлений в **ИДМРЛ**.

Об этом свидетельствует, в частности, накопленный опыт использования **АРФ** при решении различных задач адаптивной обработки сигналов, в частности, на фоне

помех. Так, многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, некоторые результаты которых приведены и в настоящем отчете, показывают, что адаптивная система СДЦ на основе АРФ обеспечивает компенсацию ПП с априори неизвестными и **различными** статистическими характеристиками (в частности, КМ) с высокой эффективностью. Это означает, что сформированные в БОП РФ оценки параметров АРФ хорошо адаптируются к этим характеристикам, которые при когерентности (истинной или эквивалентной) излучения определяются спецификой соответствующих отражений. Это дает основания полагать, что в качестве классифицирующего признака различных метеоявлений в ИДМРЛ вместо оценочных спектров различного вида можно и целесообразно использовать оценку вектора α параметров АРФ, которые формируются "на проходе" с существенно меньшими вычислительными и, следовательно, аппаратными или временными затрат. Достоинство такого решения заключается также в простоте управления размерностью вектора этих параметров или оценки $\hat{\Phi}_\alpha$ его КМ $\Phi_\alpha = \overline{\alpha \cdot \alpha^*}$ – изменением числа m "настраиваемых" ступеней АРФ.

Процедуры классификации метеоявлений по вектору параметров АРФ могут быть различными. Перспективным представляется, в частности, сравнение квадратичных форм $\zeta_i = \alpha^* \cdot \hat{\Psi}_{\alpha i} \cdot \alpha$ ($i \in 1, N$) вектора параметров, полученных в процессе настройки АРФ, с матрицами $\hat{\Psi}_{\alpha i} = (\hat{\Phi}_{\alpha i})^{-1}$, выполняющими роль предварительно набранных эталонов N классифицируемых метеоявлений. Значения этих квадратичных форм представляют собой известные критерии статистической проверки гипотез о принадлежности случайного вектора α процессу с КМ $\Phi_{\alpha i}$ – при истинности гипотезы они меньше, чем при ее ложности.

Эта, а также ряд других возможных процедур, как и процедуры извлечения метеоинформации из параметров спектров отражений, нуждаются в дополнительных теоретических и экспериментальных исследованиях.

3.4 Полунатурные исследования научно-технических решений для системы междупериодной обработки экспериментального образца ИД МРЛ

Базовые научно-технические решения, исследованные в данной НИР и предлагаемые для системы междупериодной обработки разрабатываемой ИД МРЛ, проверялись не только в процессе описанных выше теоретических исследований и математического моделирования на ЭВМ, но и в полунатурных и натурных испытаниях. Их удалось провести, организовав совместные с Центром научно-технических исследований "Элерон" (г. Москва) НИР "Метео-Х" (2008 – 2009 г.г.) и "Метео-ХС" (2009 – 2010 г.г.) [110, 111]. Такая кооперация обеспечила доступ исполнителей данной НИР к записям реальных метеообразований и результатам испытаний некоторых технических решений в составе опытного образца российской ДМРЛ-С [38, 88 – 92]. При этом "know how" исполнителей, предназначенные для разрабатываемого ИД МРЛ, до заказчиков не доводились и в составе опытного образца не испытывались. Ниже кратко рассматриваются результаты натурных исследований некоторых научно-технических решений.

3.4.1 Результаты измерений отражаемости метеообразований

Отражаемость метеообразований определялась по оценкам их мощности, рассчитанной по алгоритмам разд. 2.1.1. Примеры отображения результатов измерений отражаемости на экране ИКО в один из осенних дней 2010 г. в районе Валдая показаны на рис. 3.10.

По принятым в метеолокации нормам уровень отражаемости показывается цветом соответствующей области, более высокому уровню соответствует более темный цвет. По желанию оператора на экране ИКО может отображаться интегральная отражаемость в заданном узком секторе углов места (a) или на выбранной высоте, например, 1 км (b), 3 км (e), 5 км (z).

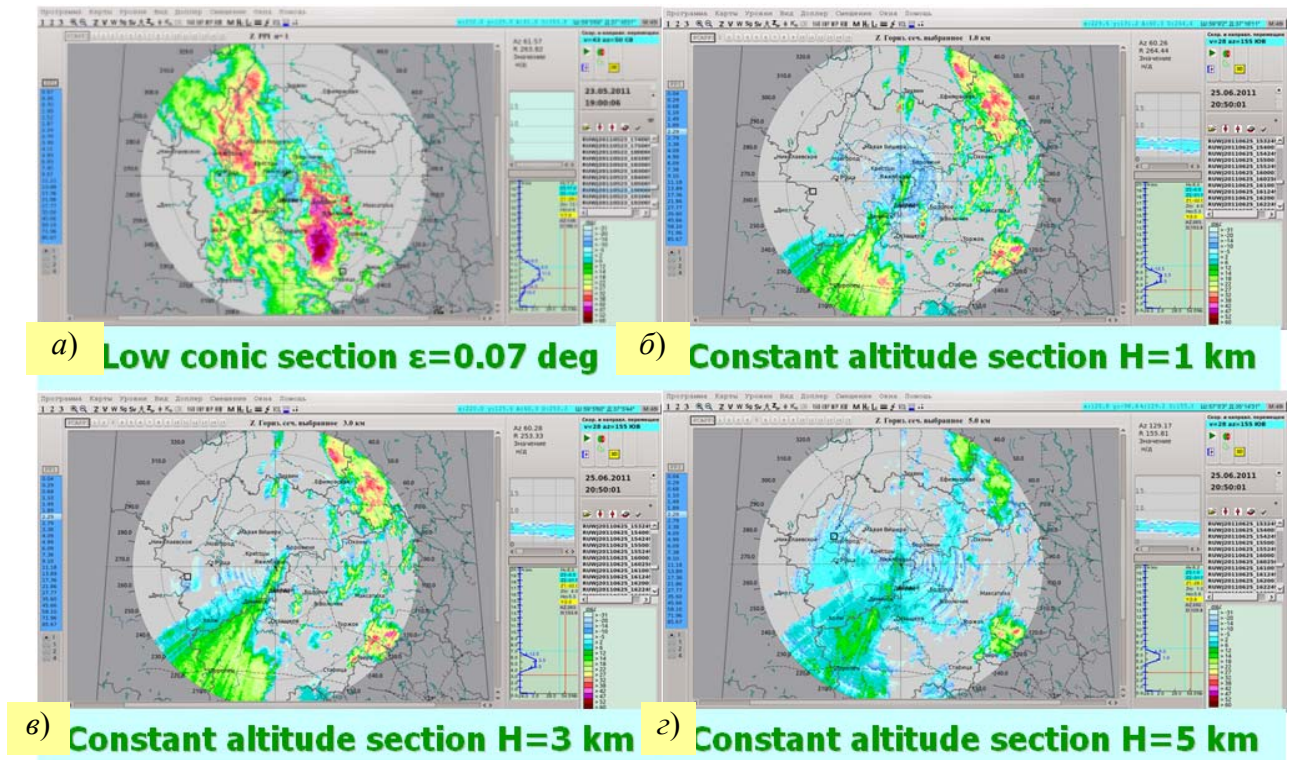


Рисунок 3.10 – Отображение результатов измерения отражаемости на экране ИКО ДМРЛ-С

Приведенные результаты дают физически непротиворечивую картину распределения отражаемости в зоне ответственности ДМРЛ по высоте и тем самым свидетельствуют о правильности базовых предположений, использованных в п. 2.1.1 при синтезе алгоритмов оценки мощности отражений от метеообразований.

3.4.2 Результаты измерений радиальной скорости движения метеообразований

Радиальная скорость движения метеообразований оценивалась модифицированным методом парных импульсов (ММПИ), обоснованным и исследованным в разд. 2.1.2. Она измерялась в режиме вобуляции интервалов зондирования, который требовался для расширения узкого диапазона однозначного измерения скорости при постоянном интервале зондирования, выбранном из условий однозначного измерения дальности. Как показано в разд. 2.1.2.4, переход к режиму вобуляции снижает точность измерения радиальной скорости ММПИ, поэтому она измерялась только

на интервале дальности, равном половине полной дальности действия ДМРЛ (см. разд. 2.1.2.5, 3).

Некоторые результаты измерений радиальной скорости показаны на рис. 3.11 и рис. 3.12.

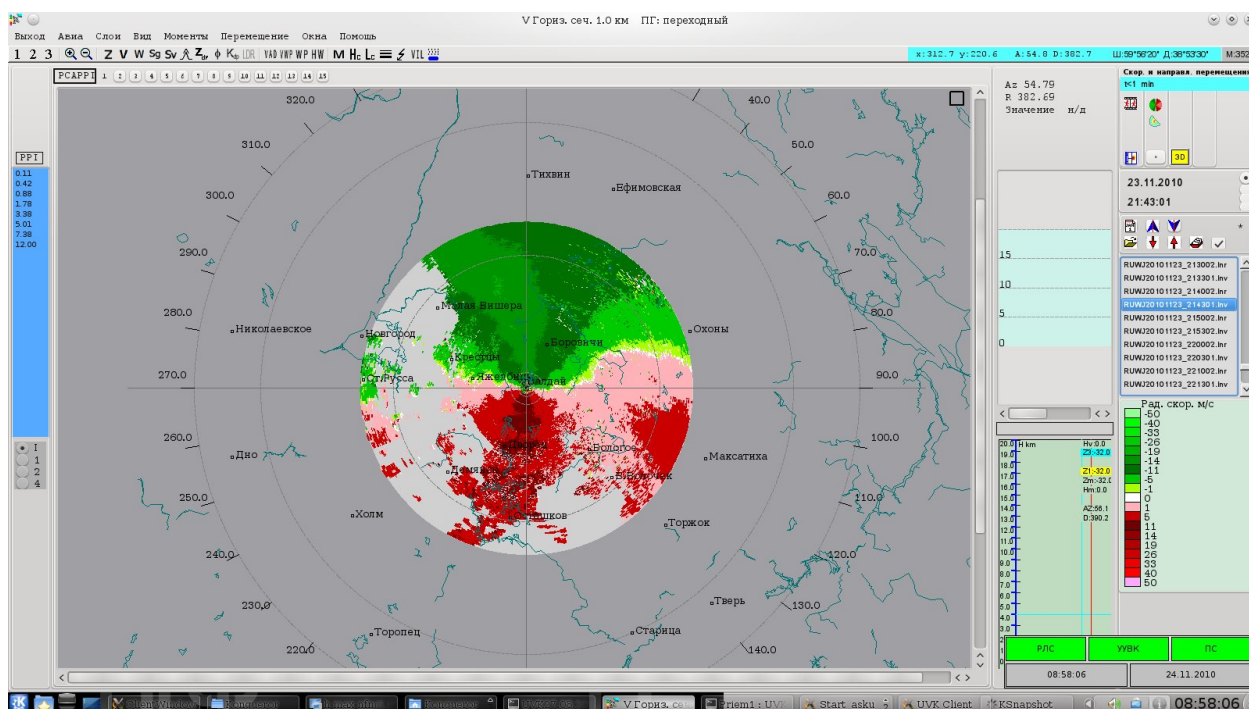


Рисунок 3.11 – Отображение поля радиальных скоростей при направлении ветра "юг – север"

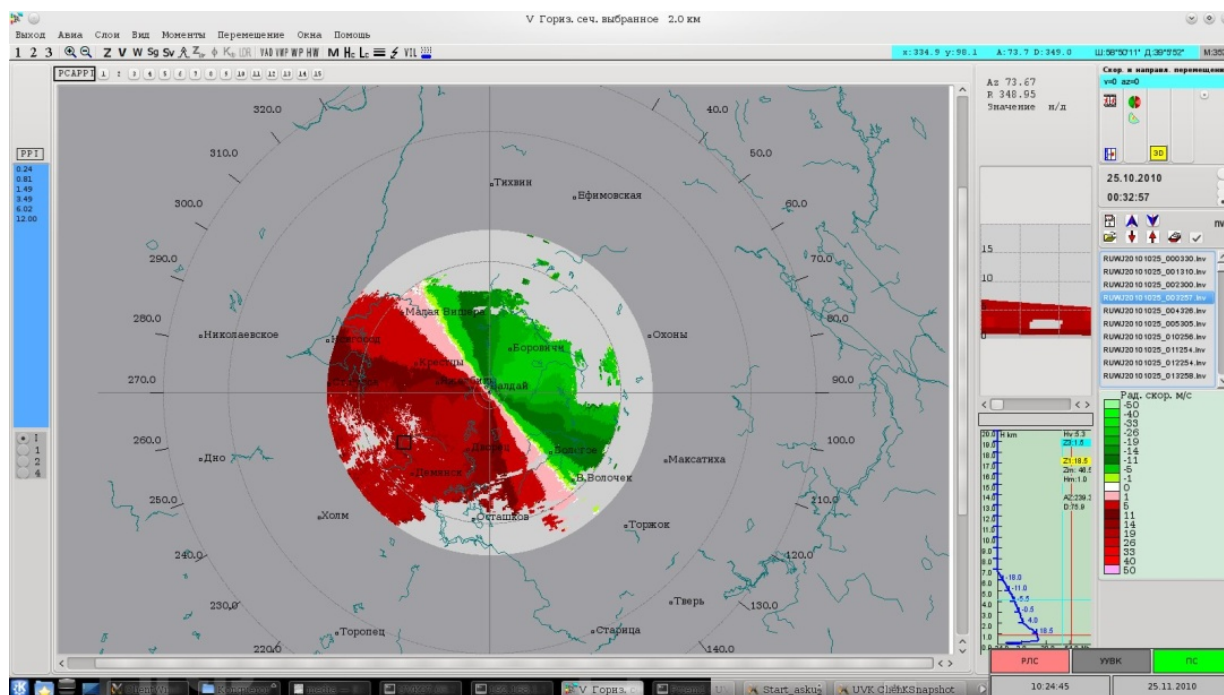


Рисунок 3.12 – Отображение поля радиальных скоростей при юго-западном ветре

По принятым нормам значения радиальной скорости отображаются градациями красного цвета для метеообразований, движущихся "на РЛС" (с положительной скоростью), и градациями зеленого цвета при их движении "от РЛС" (с отрицательной скоростью). Метеообразования, имеющие нулевую радиальную скорость, отображаются белым цветом. В связи с этим рис. 3.11 отображает распределение поля скоростей облака, движущегося под действием южного ветра, а рис. 3.12 – юго-западного ветра. В обоих случаях отчетливо проявляется белая линия перехода от положительных к отрицательным радиальным скоростям и снижение интенсивности окраски в ее окрестности.

Проведившиеся параллельно исследования характеристик поля скоростей нерадолокационными методами (с помощью метеозондов) полностью подтвердили правильность результатов, приведенных на рис. 3.11 и рис. 3.12.

Следует ожидать поэтому, что переход к обоснованному в разд. 2.1.3 алгоритму измерения радиальной скорости обеспечит не меньшую точность ее измерения, но во всем рабочем диапазоне дальности проектируемого ИД МРЛ.

3.4.3 Результаты измерений ширины спектра скоростей метеообразований

Ширина спектра скоростей метеообразований оценивалась по методике, п. 2.1.4. Пример ее использования в натурном эксперименте показан на рис. 3.13. Ширина спектра скоростей облака в различных зонах отображается цветом. Малой ширине соответствует сине-голубой цвет, который по мере расширения спектра переходит в зеленый.

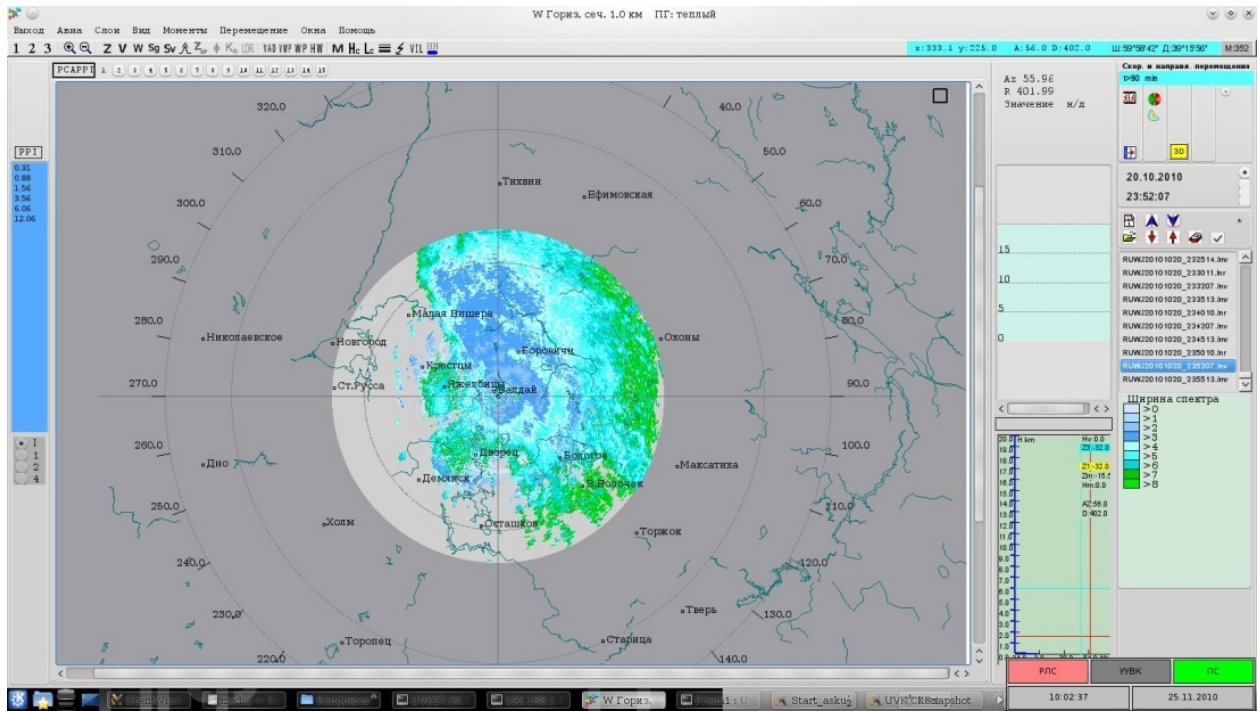


Рисунок 3.13 – Пример отображения результатов измерения ширины спектра скоростей облака

Приведенный пример показывает физическую непротиворечивость использованной методики. Действительно, наиболее интенсивный зеленый цвет присущ облакам на максимальной дальности. Здесь их относительная интенсивность (по отношению к собственному некоррелированному шуму приемника) меньше, чем на малых дальностях, поэтому коэффициент междупериодной корреляции смеси шума и отражений от МО здесь также меньше. Меньшему коэффициенту корреляции соответствует более широкий спектр междупериодных флуктуаций, что и наблюдается на экране рис. 3.13.

Тем самым эксперименты подтверждают обоснованность рекомендаций п. 2.1.4, по выбору алгоритмов оценки ширины спектра скоростей метеообразований для проектируемого ИД МРЛ.

3.4.4 Результаты проверки методов компенсации отражений от местных предметов

Методика компенсации мешающих отражений от местных предметов обоснована в п. 3.1. Некоторые результаты ее экспериментальной проверки приведены на рис. 3.14.

Здесь показаны экспериментально полученные амплитудно – частотные характеристики (АЧХ) фильтров режекции местных предметов с нулевой центральной частотой и различной шириной и крутизной зоны режекции (а), разработанных в п. 3.1.2, вид экрана амплитудного индикатора при выключенном (вверху) и включенном (внизу) режекторном фильтре местных предметов (б), вид экрана стационарного ИКО при выключенном (в) и включенном (г) фильтре местных предметов.

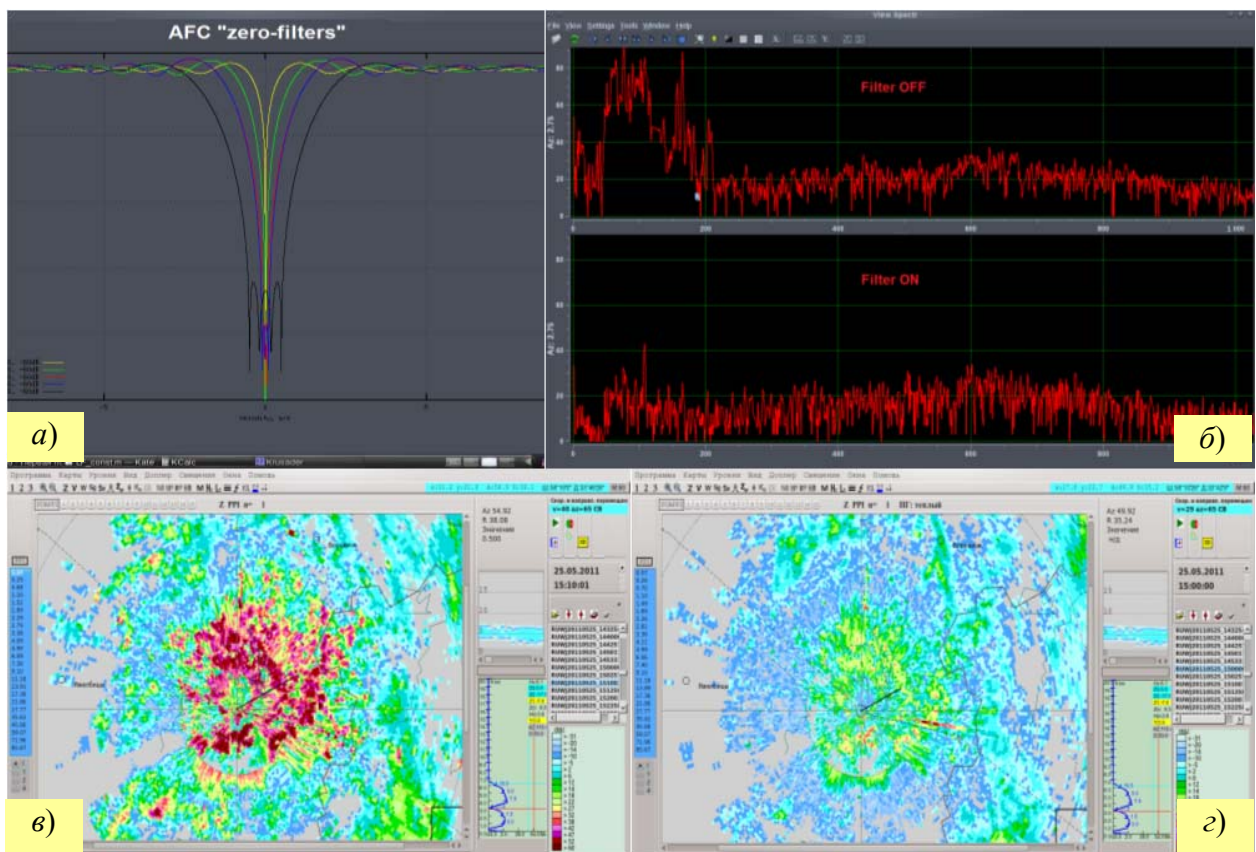


Рисунок 3.14 – Компенсация мешающих отражений от местных предметов

Как следует из рис. 3.14, а, экспериментальные АЧХ режекторных фильтров практически воспроизводят расчетные (разд. 3.1.2.3, 3.1.2.4), что естественно при их

цифровой реализации. Эффективность режекции иллюстрируется осциллограммами, показанными на рис. 3.14, б. Здесь первые ≈ 200 элементов дистанции заняты отражениями от местных предметов с относительным (по отношению к шуму) уровнем, достигающим (60-70) дБ. Уровень отражений от движущихся МО здесь значительно меньше – не превосходит 20 дБ в районе 600-го элемента дистанции (верхняя осциллограмма). Режекторный фильтр подавляет отражения от местных предметов почти до уровня шума приемника, но практически не изменяет уровень отражений от МО (нижняя осциллограмма), что является важнейшим требованием к режекторному фильтру местных предметов. Высокая эффективность предложенного фильтра видна из сравнения рис. 3.14, в (фильтр выключен) с рис. 3.14, з (фильтр включен). Как отмечалось в протоколе испытаний, уровень нескомпенсированных остатков интенсивных местных предметов при использовании известных фильтров режекции оказывался заметно выше (на 10 и более дБ).

3.4.5 Результаты проверки методов компенсации влияния отражений от движущихся точечных воздушных объектов на точность оценивания параметров метеобразований

Идея компенсации влияния отражений от движущихся точечных воздушных объектов на точность оценивания параметров метеобразований заключается в обнаружении этих объектов на фоне МО и исключении отсчетов отражений от соответствующих элементов дистанции из состава обучающей выборки, по которой оцениваются параметры МО. Основная задача при этом – обнаружить сигнал точечной цели, который здесь, в отличие от "обычной" радиолокации, выступает в роли мешающего.

Отмеченная общность означает, что для решения этой задачи могут использоваться хорошо развитые в "обычной" радиолокации методы адаптивной СДЦ на фоне мешающих отражений от МО, основанные на использовании различий доплеровской частоты отраженных сигналов движущихся целей и пассивных помех от МО.

Из множества известных адаптивных систем СДЦ наибольший интерес представляют их разновидности на основе адаптивных решетчатых фильтров (АРФ), к настоящему времени прошедшие углубленную теоретическую и экспериментальную проверку [95, 96]. Упрощенная схема построенной на его основе адаптивной системы СДЦ показана на рис. 3.15. Через ЭРФ здесь обозначены "элементарные решетчатые фильтры", через БОП ЭРФ – блоки оценки их параметров, через T_i , $i \in 1, 2, 3$ – задержки на временные интервалы, определяемые используемым законом зондирования.

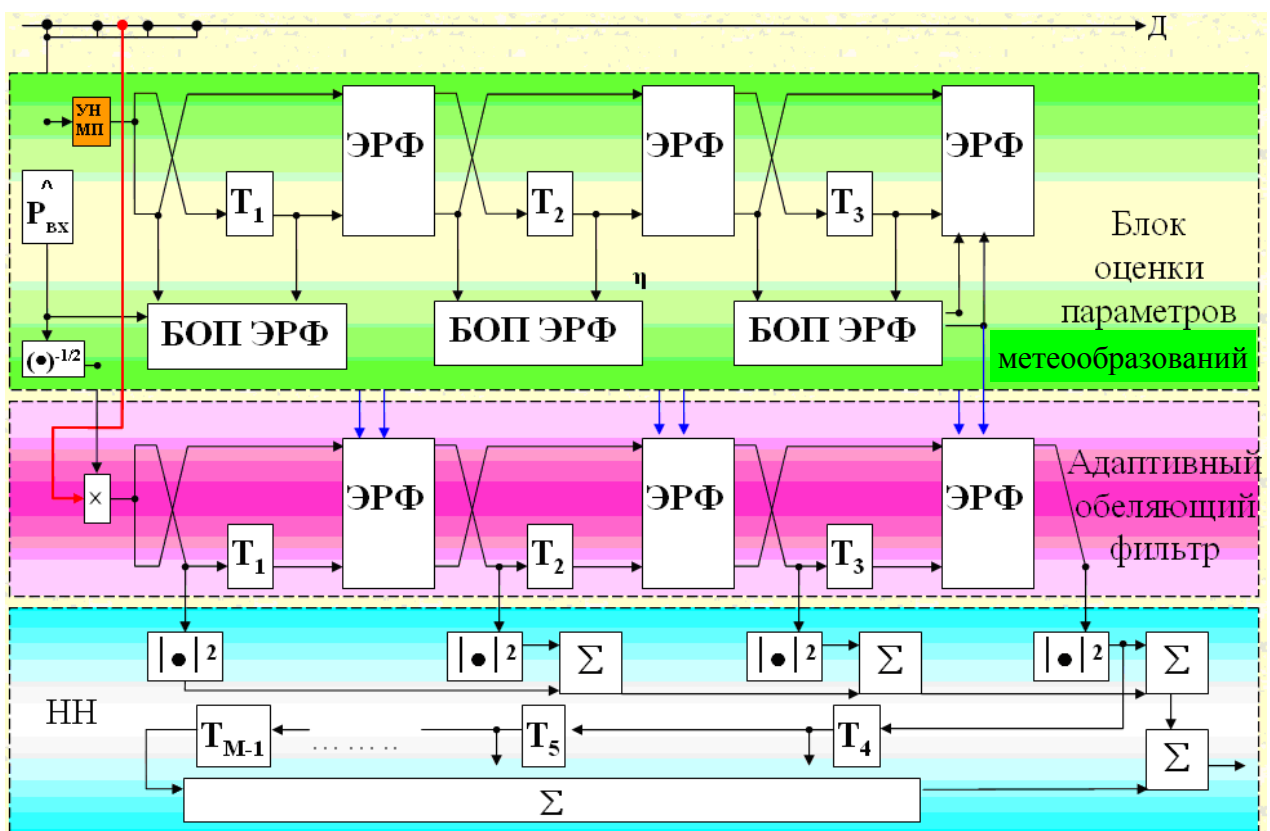


Рисунок 3.15 – Схема адаптивной системы СДЦ на основе АРФ

Верхний ряд ЭРФ образует блок оценки параметров метеообразований. На его вход подаются отсчеты входного процесса (показаны черным цветом), предшествующие и следующие за отсчетом, проверяемым на наличие отраженного сигнала точечной цели (показан красным цветом). Эти оценки используются для настройки адаптивного обесцвечивающего фильтра отражений от МО, образованного ЭРФ среднего ряда. На его вход подаются все отсчеты входного процесса, находящиеся в исполь-

зуюмом скользящем по дальности окне. В результате такой обработки адаптивный обесвечивающий фильтр подавляет отражения от метеопреобразований, не затрагивая отражения от целей с радиальной скоростью, отличной от скорости движения метеопреобразований. Сигналы с выходов обесвечивающего фильтра далее некогерентно накапливаются и сравниваются с порогом, установленным по заданному уровню ложной тревоги. При превышении порога принимается решение о наличии точечной цели в проверяемом импульсном объеме, отсчет которого исключается из обучающей выборки, используемой для оценки параметров метеопреобразований.

Обратим внимание, что эффективность такой обработки тем выше, чем выше интенсивность отраженного сигнала точечной цели. Ее рост увеличивает вероятность правильного обнаружения и, тем самым, вероятность правильного исключения мешающего отсчета. Требования к уровню обнаруживаемого сигнала здесь значительно ниже, чем в "обычной" радиолокации, поскольку пропуск сравнительно малых сигналов (существенно меньших по уровню, чем отражения от МО) несущественен из-за несущественности вносимых ими ошибок в результаты измерений параметров МО.

Высокая эффективность описанного способа иллюстрируется результатами полунатурного эксперимента в трассовой РЛС "Утес – Т", показанным на рис. 3.16.



Рисунок 3.16 – Полунатурный эксперимент в трассовой РЛС "Утес-Т"

На левом экране ИКО здесь показаны отражения от МО в районе Домодедовского аэропорта в пасмурный день в ноябре 2011 г. На правом – результаты их обработки в адаптивной системе СДЦ на основе АРФ (рис. 3.15), реализованной на отладочном комплексе сигнального процессора ADSP-21469.

Видно, что АРФ позволяет надежно обнаруживать отметки точечных целей, даже не наблюдаемых на его входе. Тем самым весь комплекс задач междупериодной обработки сигналов может решаться на единой основе АРФ, что является важным достоинством системы МПО, разработанной в данной НИР для проектируемого ИД МРЛ.

ВЫВОДЫ

Создание отечественных метеорологических радиолокаторов (МРЛ) мирового уровня является актуальной задачей, стоящей перед украинской наукой и промышленностью. Эти МРЛ должны решать задачи авиации, мореплавания, энергетики, транспорта, агрокомплекса, рыболовства, прогностических, гидрологических, противорадиолокационных служб, радиосвязи (в том числе спутниковой), других отраслей экономики, деятельность которых существенно зависит от точности измерения интенсивности осадков, турбулентности, границ зон повышенной электрической активности и других опасных метеорологических явлений.

В эпоху СССР эти задачи решались российскими МРЛ, которые разрабатывались еще в 60-х годах прошлого века и до сих пор используются в Украине, хотя уже давно не отвечают современным требованиям метеорологии.

В то же время в Европе и США разработке автоматизированных МРЛ и доплеровских МРЛ (ДМРЛ) постоянно уделялось большое внимание, в результате чего парк этих радаров за последние 15–20 лет практически полностью обновлен. Важность этого направления развития техники для нужд страны осознана и в России, где было обеспечено необходимое финансирование и в рекордные сроки создан доплеровский метеорологический радиолокатор С-диапазона (ДМРЛ-С), принятый на вооружение в 2010 году и запущенный в серийное производство в 2011 г.

В связи с этим украинская метеорология стоит перед альтернативой: приобретать дорогостоящие МРЛ за рубежом или создавать собственные радары, не уступающие или даже превосходящие по характеристикам зарубежные, конкурентоспособные на мировом рынке. Возможностям реализации второго направления посвящена данная комплексная НИР, выполняемая ХНУРЭ (головной исполнитель), НАУ (г. Киев) и ХНУ им. В.Н. Каразина.

В данном отчете приводятся результаты НИР "Теоретико-экспериментальное обоснование методов и алгоритмов цифровой первичной обработки метеосигналов и измерения их параметров в импульсно-доплеровском метеорологическом радиолокаторе" – составной части общей НИР. Ее цель – разработка научно-технических

решений для построения системы междупериодной обработки импульсно-доплеровского метеорологического радиолокатора (**ИД МРЛ**) с повышенной эффективностью по сравнению с имеющимися мировыми образцами. Она достигнута за счет решения следующих основных задач:

- разработкой алгоритмов цифровой междупериодной обработки сигналов метеообразований (МО);
- разработкой алгоритмов измерения параметров МО;
- разработкой методов компенсации мешающих отражений от местных предметов, методов ослабления влияния отражений от движущихся точечных воздушных объектов на точность измерения параметров МО;
- обоснованием научно-технических решений по построению системы междупериодной обработки в приеме-передающем тракте **ИД МРЛ**;
- экспериментальным исследованием предложенных решений.

Результаты их теоретико – экспериментальных исследований достаточно подробно освещены в трех разделах данного отчета. Их анализ показывает, что проведенная НИР в сочетании с результатами соисполнителей, а также наработками ряда других отечественных научно-исследовательских организаций содержат комплекс научно-технических решений, на базе которых может быть создан первый в Украине **ИД МРЛ** с характеристиками, не уступающими имеющимся мировым образцам, а по некоторым – даже превосходящий их. Такой **ИД МРЛ** при соответствующем финансировании может выпускаться научно-производственным комплексом "Искра" (г. Запорожье), имеющим очень большой опыт производства высокотехнологичной конкурентоспособной радиолокационной техники.

Исполнители комплексной НИР инициировали проведение двух межотраслевых семинаров по теме работы, которые прошли в апреле и октябре 2012 года на базе Украинского научно-исследовательского гидрометеорологического института. Одно из решений октябрьского семинара предусматривало разработку опытного образца ДМРЛ, на что было запрошено финансирование на 2013 г. в объеме 30 млн. гривен. К сожалению, этот запрос не удовлетворен, что ставит под сомнение возможность решить важную для страны задачу создания отечественного ДМРЛ.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Технічне завдання на складову частину «Теоретико-експериментальне обґрунтування методів і алгоритмів цифрової первинної обробки метеосигналів та вимірювання їх параметрів в імпульсно-доплерівському метеорологічному радіолокаторі» науково-дослідної роботи «Розроблення першого вітчизняного наземного когерентного метеорологічного радіолокатора» (шифр «ГРАД»).
2. Метеорологические автоматизированные радиолокационные сети / [Базлова Т.А., Бочарников Н.В., Брылев Г.Б. и др.]; отв. ред. Г.Б. Брылев. – СПб.: Гидрометеиздат, 2002. – 332 с.
3. Рыжков А.В. Характеристики метеорологических РЛС / А.В. Рыжков // Зарубежная радиоэлектроника. – 1993. – № 4. – С. 29 – 34.
4. Мельников В.М. Обработка информации в доплеровских МРЛ / В.М. Мельников // Зарубежная радиоэлектроника. – 1993. – № 4. – С. 35 – 42.
5. Weber M.E. Advances in operational weather radar technology / M.E. Weber // Lincoln Laboratory Journal. – 2006. – Vol. 16, № 1. – PP. 9 – 30.
6. Довиак Р.Дж. Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения / Р.Дж. Довиак, Д.С. Зрнич; пер. с англ. под ред. А.А. Черникова. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 512 с.
7. Robinson E.A. A historical perspective of spectrum estimation / E.A. Robinson // IEEE proc. – 1982. – Vol. 70, No. 9. – PP. 885 – 907.
8. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложения. Т. 1 / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. – М.: Мир, 1971. – 316 с.
9. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1 / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. – 406 с.
10. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии / А.М. Яглом. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 280 с.
11. Караваев В.В. Статистическая теория пассивной локации / В.В. Караваев, В.В. Сазонов. – М.: Радио и связь, 1987. – 240 с.

12. Jaynes E.T. On the rationale of maximum-entropy methods / E.T. Jaynes // *IEEE Proc.* – 1982. – Vol. 70, No. 9. – PP. 939 – 952.
13. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл-мл.; пер. с англ. под ред. И.С. Рыжака. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
14. Stoica P. Introduction to Spectral Analysis / P. Stoica, R.L. Moses. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997. – 319 p.
15. Krim H. Two decades of array signal processing research: the parametric approach / H. Krim, M. Viberg // *IEEE Signal Processing Magazine.* – 1996. – Vol. 13, No. 4. – PP. 67 – 95.
16. Ширман Я.Д. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос, Д.И. Леховицкий // М.: Радиотехника. – 1997. – № 1. – С. 31 – 42.
17. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник. / Под ред. Я.Д. Ширмана. – [2-е изд.]. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
18. Burg J.P. Maximum entropy spectral analysis / J.P. Burg // *The 37th Meeting of the Society of Exploration Geophysicists, 31 October 1967: proceedings.* – Oklahoma City, Oklahoma, 1967.
19. Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis / J. Capon // *Proc. IEEE.* – 1969. – Vol. 57, No. 8. – PP. 1408 – 1418.
20. Capon J. Probability distributions for estimators of the frequency-wavenumber spectrum / J. Capon, N. R. Goodman // *IEEE Proc.* – 1970. – Vol. 58, No. 10. – PP. 1785 – 1786.
21. Gabriel W.F. Spectral analysis and adaptive array superresolution techniques / W.F. Gabriel // *IEEE Proc.* – 1980. – Vol. 68, No. 6. – PP. 654 – 666.
22. Munier J. Spatial analysis in passive listening using adaptive techniques / J. Munier, G.Y. Delisle // *IEEE Proc.* – 1987. – Vol. 75, No. 11. – PP. 1458 – 1471.
23. Johnson D.H. The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems / Johnson D.H. // *IEEE Proc.* – 1982. – Vol. 70, No. 9. – PP. 1018 – 1028.

24. Черемисин О.П. Эффективность адаптивных методов пеленгации помех / О.П. Черемисин // Радиотехника и электроника. – 1989. – Т. 34, № 9. – С. 1850 – 1861.
25. Леховицкий Д.И. Статистический анализ сверхразрешающих методов пеленгации источников шумовых излучений в АР при конечном объеме обучающей выборки / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов // Антенны. – 2000. – № 2. – С. 23 – 39.
26. Леховицкий Д.И. Статистический анализ разрешающей способности квазигармонического спектрального оценивания методом Кейпона / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер // Современная радиолокация: междунар. научн.-техн. конф., 1994 г.: докл. – Киев, 1994. – Вып. 1. – С. 66 – 71.
27. Леховицкий Д.И. Модифицированный алгоритм Кейпона для задач гармонического спектрального анализа пространственно-временных случайных сигналов / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, В.М. Пищухин, П.М. Флексер // Проектирование автоматизированных систем контроля и управления сложными объектами: V Всесоюзная школа-семинар, октябрь 1992 г.: докл. – Туапсе, 1992.
28. Ширман Я.Д. Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовых шумов и произвольного числа мешающих сигналов со случайными амплитудами и начальными фазами / Я.Д. Ширман // Радиотехника и электроника. – 1959. – Т. 4, № 12.
29. Ширман Я.Д. Статистический анализ оптимального разрешения / Я.Д. Ширман // Радиотехника и электроника. – 1961. – Т. 6, № 8.
30. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я.Д. Ширман. – М.: Сов. радио, 1974. – 360 с.
31. Friedlander B. A general lower bound for parametric spectrum estimation / B. Friedlander, B. Porat // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. – 1984. – Vol. 32, No. 4. – PP. 728 – 733.
32. Леховицкий Д.И. Извлечение метеоинформации на основе спектрального и корреляционного анализа отражений в импульсных доплеровских метеорологиче-

ских РЛС / Д.И. Леховицкий, Г.А. Жуга, Б.М. Вовшин, В.В. Лаврукевич // Прикладная радиоэлектроника. – 2007. – Т. 6, № 4. – С. 491–510.

33. Haykin S. Maximum-entropy spectral analysis of radar clutter / S. Haykin, V.W. Currie, S.V. Kesler // IEEE Proc. – 1982. – Vol. 70, No. 9. – PP. 953 – 962.

34. Леховицкий Д.И. Моделирование пассивных помех импульсным РЛС на основе процессов авторегрессии произвольного порядка / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кириллов // Системи обробки інформації. – 2008. – № 3 (70). – С. 90 – 101.

35. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Сов. радио, 1966. – 680 с.

36. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 1 / [Бакут П.А., Большаков И.А., Герасимов Б.М. и др.]; под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. Радио, 1963. – 424 с.

37. Dias J.M.V. Nonparametric estimation of mean Doppler and spectral width / J.M.V. Dias, J.M.N. Leitão // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. – 2000. – Vol. 38, No. 1. – PP. 271 – 282.

38. Efremov V. Results of theoretical and experimental investigations of meteorological formations power spectrum using superresolution methods / V. Efremov, V. Laurukevich, I. Vylegzhanin, B. Vovshin, D. Lekhovyt'skiy // International Radar Symposium IRS 2009, 9 – 11 September 2009: proceedings. – Hamburg, Germany, 2009. – PP. 777–784.

39. Беллман Р. Введение в теорию матриц / Беллман Р.; пер. с англ. под ред. В. Б. Лидского. – М.: Наука, 1976. – 351 с.

40. Стренг Г. Линейная алгебра и ее приложения / Г. Стренг; пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 456 с.

41. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

42. Dym H. Extensions of bandmatrices with band inverses / H. Dym, I. Gohberg // Linear Algebra Appl. – 1981. – Vol. 36. – PP. 1 – 24.

43. Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д.И. Леховицкий // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, № 9–10. – С. 790 – 808.
44. Abramovich Y. Time-varying autoregressive (TVAR) models for multiple radar observations / Y. Abramovich, N. Spencer, M. Turley // IEEE Trans. Sig. Proc. – 2007. – Vol. 55, No. 4. – PP. 1298 – 1311.
45. Леховицкий Д.И. Универсальные адаптивные решетчатые фильтры. Ч.2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1992. – Т. 35, №11 – 12. – С. 969 – 991.
46. Леховицкий Д.И. Разновидности "сверхразрешающих" анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обесцвечивающих адаптивных решетчатых фильтров / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов // Антенны. – М., 2000. – Вып. 2 (45). – С.40 – 54.
47. Burg J.P. The relationship between maximum entropy and maximum likelihood spectra / J.P. Burg // Geophysics. –1972. – Vol. 37. – PP. 375 – 376.
48. Гершман А.Б. Взаимосвязь спектральных оценок максимальной энтропии и "теплового шума" / А.Б. Гершман, В.Т. Ермолаев // Радиотехника. – М.: 1988. – № 9. – С. 39.
49. Childers D.G. Modern spectral analysis / D.G. Childers. – New York: IEEE Press., 1978.
50. Кей С.М., Марпл – мл. С.Л. Современные методы спектрального анализа / С.М. Кей, С.Л. Марпл - мл. // ТИИЭР. – 1981. – Т. 69, № 11. – С. 5 – 51.
51. Van Den Bos. Alternative interpretation of maximum entropy spectral analysis / Van Den Bos // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1971. – Vol. IT-17. – PP. 493 – 494.
52. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: с формулами и картинками. Физический смысл и экстремальные свойства операций оптимальной междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга // Прикладная радиоэлектроника. – Х., 2008. – Т. 7, № 2. – С. 109 – 123.

53. Borgiotti G.V. Superresolution of uncorrelated interference sources by using adaptive array technique / G.V. Borgiotti, L.J. Kaplan // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1979. – Vol. AP-27. – PP. 842 – 845.
54. Lagunas M.A. An improved maximum likelihood method for power spectral density estimation / M.A. Lagunas, A. Gasull // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. – 1984. – Vol. ASSP-32. – PP. 170 – 173.
55. Reed I.S. Rapid convergence rate in adaptive arrays / I.S. Reed, J.D. Mallett, L.E. Brennan // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. – 1974. – Vol. AES-10. – PP. 853–863.
56. Абрамович Ю.И. Анализ эффективности адаптивной максимизации отношения сигнал/помеха, использующей обращение оценки корреляционной матрицы / Ю.И. Абрамович, А.И. Неврев // Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26, № 12. – С. 2558 – 2566.
57. Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing / R. Nitzberg // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. – 1980. – Vol. 16, № 1. – PP. 124 – 127.
58. Зарицкий В.И. Рекуррентные алгоритмы адаптивной обработки при центральной симметрии пространственно-временных каналов приема / В.И. Зарицкий, В.Н. Кокин, Д.И. Леховицкий, В.В. Саламатин // Изв. Вузов. Радиофизика. – 1985. – № 7. – С. 863 – 871.
59. Кошевой В.М. Эффективность адаптивных фильтров с центральной симметрией приемных каналов / В.М. Кошевой, В.В. Радионов // Радиотехника и электроника. – 1994. – № 11. – С. 1779 – 1788.
60. Леховицкий Д.И. К теории адаптивной обработки сигналов в системах с центральной симметрией каналов приема / Д.И. Леховицкий // Радиотехника. – Х., 1996. – № 100. – С. 140 – 158.
61. Леховицкий Д.И. Сравнение эффективности адаптивной обработки в произвольных и центрально-симметричных ФАР / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов, В.И. Зарицкий // Антенны. – 2000. – № 1 (44). – С. 30 – 35.

62. Burg J.P. A new analysis technique for time series data / J.P. Burg. – 1968. – NATO Advanced Study Institute on Signal Processing with Emphasis on Underwater Acoustics.

63. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных / Б. Фридландер // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 8. – С. 54 – 97.

64. Фридландер Б. Методы спектрального оценивания на основе решетчатой структуры / Б. Фридландер // ТИИЭР. – 1982. – Т. 70, № 9. – С. 95 – 125.

65. Адаптивные фильтры / Под ред. К. Ф. Н. Коуэна и П. М. Гранта; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с.

66. Семеняка А.В. Обзор и сравнительный анализ методов оценивания теплицевых корреляционных матриц в задачах пространственно-временной обработки сигналов / А.В. Семеняка, Д.С. Рачков // XVII Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь RLNC*2011», 12 – 14 апреля 2011 г.: докл. – Воронеж: НПФ «САКВОЕЕ» ООО, 2011. – Т. 1. – С. 229 – 239.

67. Abramovich Y.I. Band-Inverse TVAR covariance matrix estimation for adaptive detection / Y.I. Abramovich, N.K. Spencer, B.A. Johnson // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. – 2010. – Vol. 46, No. 1. – PP. 375 – 396.

68. Lekhovytskiy D. Adaptive lattice filters for band-inverse (TVAR) covariance matrix approximations: theory and practical applications / D. Lekhovytskiy, Y. Abramovich // International Radar Symposium IRS 2009, 9 – 11 September 2009: proceedings. – Hamburg, Germany, 2009.

69. Леховицкий Д.И. Ленточно-диагональная регуляризация МП оценок корреляционных матриц гауссовых помех в алгоритмах адаптации антенных решеток / Д.И. Леховицкий, Ю.И. Абрамович, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков // Прикладная радиоэлектроника. – Х., 2010. – Т. 9, № 1. – С. 107 – 121.

70. Abramovich Y.I. A modified GLRT and AMF framework for diagonally loaded and fast maximum-likelihood adaptive detectors / Y.I. Abramovich, N.K. Spencer, A.Y. Gorokhov // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. – 2007. – Vol. 43, No. 3. – PP. 1017 – 1051.

71. Н. Хастингс. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикок. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.

72. Абрамович Ю.И. Регуляризованный метод адаптивной оптимизации по критерию максимума отношения сигнал/помеха / Ю.И. Абрамович // Радиотехника и электроника. – М., 1981. – Т. 26, № 3. – С. 543 – 551.

73. Леховицкий Д.И. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки сигналов / Д.И. Леховицкий, В.И. Зарицкий, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов, М.В. Ратынский // Препринт 8610. – М.: РТИ АН СССР, 1987. – 30 с.

74. Леховицкий Д.И. О стратегии использования МП оценок КМ в многоканальных системах адаптивной обработки сигналов на фоне гауссовых помех / Д.И. Леховицкий, С.В. Полишко, Г.А. Жуга // Материалы I международной научной конференции «Глобальные информационные системы. Проблемы и тенденции развития», 3 – 6 окт. 2006 г. – Харьков–Туапсе, 2006.

75. Леховицкий Д.И. СДЦ в импульсных РЛС: 3. Структуры, параметры и эффективность квазиоптимальных систем междупериодной обработки гауссовых сигналов на фоне гауссовых пассивных помех / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, Д.С. Рачков // Прикладная радиоэлектроника. – Х., 2009. – Т. 8, № 2. – С. 109 – 123.

76. Леховицкий Д.И. Экспериментальные исследования систем СДЦ на основе АРФ в импульсных РЛС с попачечной вобуляцией периодов зондирования / Д.И. Леховицкий, В.П. Рябуха, Г.А. Жуга, В.Н. Лаврентьев // Прикладная радиоэлектроника. – Х., 2008. – Т. 7, № 1. – С. 3 – 16.

77. Abramovich Y. Order estimation and discrimination between stationary and timevarying autoregressive models / Y. Abramovich, N. Spencer, M. Turley // IEEE Trans. Sig. Proc. – 2007. – Vol. 55, No. 6. – PP. 2861 – 2876.

78. Semeniaka A.V. Comparative analysis of Toeplitz covariance matrix estimation methods for space-time adaptive signal processing / A.V. Semeniaka, D.I. Lekhovitskiy, D.S. Rachkov // IEEE CIE International Conference on Radar, RADAR 2011, October 24 – 27, 2011: proceedings. – Chengdu, China, 2011. – PP. 696 – 699.

79. Стратонович Р. Л. Принципы адаптивного приема / Р. Л. Стратонович. – М.: Сов. радио, 1973. – 144 с.
80. Леховицкий Д.И. К тридцатилетию харьковских исследований адаптивных решетчатых фильтров / Д.И. Леховицкий // XVII Международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь RLNC*2011», 12 – 14 апреля 2011 г.: докл. – Воронеж: НПФ «САКВОЕЕ» ООО, 2011. – Т. 1. – С. 217–228.
81. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов / Уидроу Б., Стирнз С.; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
82. Монзинго Р.Д. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / Монзинго Р.Д., Миллер Т.У.; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
83. Кокин В.Н. Использование текущей оценки обратной корреляционной матрицы помех в адаптивном обнаружителе / В.Н. Кокин, А.В. Темеров, В.В. Феднин // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 7. – С. 1540–1542.
84. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
85. Пат. № 3876847 США, МКИ 325/367 / Гираудон С.; от 8.04.1975.
86. Лексаченко В.А. Синтез многомерного "выбеливающего" фильтра по методу Грама-Шмидта / В.А. Лексаченко, А.А. Шаталов // Радиотехника и электроника. – 1976. – № 1.
87. Бондаренко Б.Ф. Применение методов функционального анализа для решения задач синтеза систем пространственно-временной обработки сигналов / Б.Ф. Бондаренко, В.П. Прокофьев // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 1982. – Т. 25, № 7. – С. 12 – 16.
88. Efremov V. Results of theoretical and experimental investigations of meteorological formation power spectrum using "superresolution" methods / V. Efremov, V. Laurukevich, D. Lekhovytsky, I. Vylegzhanin, B. Vovshin // International Radar Symposium IRS 2009, 9 – 11 September 2009: proceedings. – Hamburg, Germany, 2009.
89. Laurukevich U. Estimation of energy, spectral and polarimetric characteristics of meteorological echoes in DMRL-C / U. Laurukevich, A. Pushkov, I. Vylegzhanin,

B. Vovshin, D. Lekhovytskiy, D. Rachkov // International Radar Symposium IRS 2011, September 7 – 9, 2011: proceedings. – Leipzig, Germany, 2011. – PP. 267 – 272.

90. Efremov V. The new generation of Russian C-band meteorological radars. Technical features, operation modes and algorithms / V. Efremov, I. Vylegzhanin, B. Vovshin // International Radar Symposium IRS 2011, September 7 – 9, 2011: proceedings. – Leipzig, Germany, 2011. – PP. 239 – 244.

91. Lekhovytskiy D.I. Statistical analysis of estimation accuracy of the meteorological formations parameters in pulsed Doppler weather radars with arbitrary staggering of pulse repetition intervals / D.I. Lekhovytskiy, D.S. Rachkov, A.V. Semeniaka, U.U. Laurukevich, A.A. Pushkov // International Radar Symposium IRS 2011, September 7 – 9, 2011: proceedings. – Leipzig, Germany, 2011. – PP. 273 – 278.

92. Laurukevich U. The results of field tests of Russian meteorological radar “DMRL – C” / U. Laurukevich, A. Pushkov, B. Vovshin, I. Vylegzhanin // 4-й Международный радиоэлектронный форум «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» МРФ-2011, 18 – 21 октября 2011 г.: докл. – Х.: ХНУРЕ, 2011. – Т. 1, Ч. 1. – С. 7 – 12.

93. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1971.

94. Ермаков С.М. Курс статистического моделирования / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

95. Адаптивні решітчасті фільтри. Частина I. Теорія решітчастих структур / [Д.І. Леховицький, Д.С. Рачков, А.В., Семеняка В.П. та ін.]. – Прикладна радіоелектроніка: наук. – техн. журнал. – 2011. Том . №4. – С. 380–404.

96. Адаптивні решітчасті фільтри. Частина II. алгоритми настроювання АРФ / [Д.І. Леховицький, Д.С. Рачков, А.В., Семеняка В.П. та ін.]. – Прикладна радіоелектроніка: наук. – техн. журнал. – 2011. Том . №4. – С. 405–418.

97. Корн Г. Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1960. – 720 с.

98. Вайнштейн Л.А. Выделение сигналов на фоне случайных помех / Л.А. Вайнштейн, В.Д. Зубаков – М.: Сов. радио. 1960. – 448 с.

99. Иохвидов И.С. Ганкелевы и теплицевы матрицы и формы. Алгебраическая теория. / И.С. Иохвидов – М.: Наука, 1974. – 263 с.
100. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1962 – 1100 с.
101. Леховицкий Д.И. Способ моделирования пассивных помех импульсным РЛС методами решетчатой фильтрации / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кирилов Д.В. Левицкий // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*, – 2008. – № 2 (29). – С. 18–25.
102. Справочник по специальным функциям. С формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган; пер. с англ. под ред. В.А. Диткина, Л.Н. Кармазиной. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 832 с.
103. Леховицкий Д.И. О вычислении законов распределения квадратичных форм комплексных нормальных векторов / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер, С.В. Полишко // *Успехи современной радиоэлектроники*. – 2005. – № 5. – С. 53 – 59.
104. Torres S.M. Estimation of Doppler and polarimetric variables for weather radars: a dissertation for the degree of Doctor of Philosophy / Sebastian Mariano Torres. – Norman, Oklahoma, 2001. – 157 p.
105. Torres S.M. Design, implementation, and demonstration of a staggered PRT algorithm for the WSR-88D / S.M. Torres, Y.F Dubel, D.S. Zrnice // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – Sep. 2004. – Vol. 21, № 9. – PP. 1389 – 1399.
106. Леховицкий Д.И. Модифицированный метод парных импульсов для когерентных импульсных МРЛ с произвольными интервалами зондирования / Д.И. Леховицкий, Д.С. Рачков, А.В. Семеняка, Д.В. Атаманский, А.А. Пушков // *Успехи современной радиоэлектроники*. – М., 2012. – № 3. – С. 25 – 44.
107. Бартенев В.Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем селекции движущихся целей / В.Г. Бартенев // *Радиотехника и электроника*. – 1981. – Т. 26, № 2. – С. 356 – 360.
108. Пикаев И.К. Плотность распределения оценки комплексного коэффициента корреляции / И.К. Пикаев // *Радиотехника и электроника*. – 1990. – Т. 35, № 5. – С. 1092 – 1094.

109. Леховицкий Д.И. Статистические характеристики различения гауссовских коррелированных и некоррелированных случайных сигналов по обучающим выборкам конечного объема / Д.И. Леховицкий, П.М. Флексер, Д.В. Атаманский, С.И. Бурковский // Антенны. – 2001. – № 7. – С. 3 – 9.

110. Отчет о НИР "Спектрально-корреляционные методы извлечения информации из метеолокационных сигналов" (шифр "Метео – X"), 2008 – 2009.

111. Отчет о НИР "Практическая реализация цифровых алгоритмов первичной междупериодной обработки метеосигналов" (шифр "Метео – XC"), 2009 – 2010.