УДК 519.7

А.Н. ГВОЗДИНСКИЙ, С.В. БУШНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ТОВАРООБОРОТА

Предлагется материал разработанного оптимального плана товарооборота путем составления для него математической модели и ее решения. Анализируется результат, полученный при помощи модели, и делаются соответствующие выводы. Определяются положительные и отрицательные стороны данного подхода и приводятся соответствующие рекомендации для улучшения.

1. Введение

В данное время исследуется проблема принятия решения в задачах оптимизации плана товарооборота. Товарооборотом называют объем продажи товаров и оказания услуг в денежном выражении за определенный период времени.

Известно, что товарооборот является важнейшим показателем не только для торгующей организации, но и для национальной экономики. Во внутрифирменном значении этот показатель отражает успех организации, спрос покупателей на реализуемые товары. От товарооборота зависят все важнейшие финансово-экономические показатели торговли, включая валовой доход, уровень издержек обращения, размер и эффективность использования товарных ресурсов, фонд заработной платы, прибыль, рентабельность.Анализ товарооборота позволяет оценивать соответствие имеющихся товаров спросу населения для принятия мер по оптимизации структуры товарооборота, увеличению объемов реализации, ускорению товарооборота, ритмичности и равномерности продаж. В народно-хозяйственном значении товарооборот характеризует обеспеченность населения товарами. Выручка от оборота промышленного производства обеспечивает дальнейшие вложения в развитие промышленности, поэтому рост продаж в наибольшей степени стимулирует развитие промышленности и определяет возможности ее дальнейшего развития. В этом смысле торговля является двигателем промышленности. И поэтому оптимизация плана товарооборота – одна из главных задач в экономике, от которой зависят очень многие показатели.

Актуальность исследования. Поиски оптимальных решений привели к созданию специальных математических методов и уже в XVIII веке были заложены математические основы оптимизации (вариационное исчисление, численные методы). Однако до второй половины XX века методы оптимизации во многих областях науки и техники применялись очень редко, поскольку практическое использование математических методов оптимизации требовало огромной вычислительной работы, которую без ЭВМ реализовать было крайне трудно, а в ряде случаев – невозможно.

При постановке задачи оптимизации предполагается существование конкурирующих свойств процесса, например: количество продукции – расход сырья; количество продукции – качество продукции.

Выбор компромиссного варианта для указанных свойств и представляет собой процедуру решения оптимизационной задачи.

Обычно оптимизируемая величина связана с экономичностью работы рассматриваемого объекта (аппарат, цех, завод). Оптимизируемый вариант работы объекта должен оцениваться какой-то количественной мерой – критерием оптимальности.

В зависимости от своей постановки любая из задач оптимизации может решаться различными методами, и наоборот - любой метод может применяться для решения многих задач. Методы оптимизации могут быть скалярными (оптимизация проводится по одному критерию), векторными (оптимизация проводится по многим критериям), поисковыми (включают методы регулярного и методы случайного поиска), аналитическими (методы дифференциального исчисления, методы вариационного исчисления и др.), вычислительными (основаны на математическом программировании, которое может быть линейным, нелинейным, дискретным, динамическим, стохастическим, эвристическим), теоретико-вероятностными, теоретико-игровыми [2].

Исследованные и предложенные принципы оптимизации в данной работе имеют научную инновацию, а также их практическое значение. Результаты были опробованы в системах принятия оптимальных решений с использованием многих критериев.

Цель работы: рассмотрение теории принятия решений, исследование ее возможностей, а также рассмотрение плана оптимизации товарооборота.

Задачи исследования. В рамках данной работы изучить различные подходы к выбору оптимальных решений при оптимизации плана товарооборота.

Сущность исследования. В качестве основного инструментария для разработки системы принятия решения в системах оптимизации плана товарооборота использовались методы многокритериальной и эволюционной оптимизации.

2. Постановка задачи и математическая модель

Общая постановка задачи состоит в следующем. Нужно определить вектор $X^{(0)}$, обеспечивающий компромисс между величиной прибыли, валовым объемом и минимальной себестоимостью, который удовлетворяет ограничениям минимизации производственного времени.

Исходя из специализации, торговая организация может реализовать n-групп товаров $T_j(j=1,...,n)$, для этого используют m-видов ресурсов (i=1,...,m): складские помещения, трудовые ресурсы, запасы товара, затраты оборота, план товарооборота, минимально допустимый план товарооборота по j-й группе, объемы которых известны. Нормативные данные i-го ресурса по j-й группе, торговый доход в расчете на единицу товарооборота по j-й группе, общие объемы ресурсов приведены в таблице.

Лимитированные ресурсы и показатели	Товарная группа					Объем ресурсов
	Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	
Складские площади, $м^2$	9	13	8	5	11	600000
Трудовые ресурсы, чел- часы	75	70	25	40	35	400000
Товарные запасы, грн	15	21	15	10	10	900000
Затраты оборота, грн	85	115	140	60	68	600000
План товарооборота, грн	100	75	85	25	75	300000
Минимально допустимый план товарооборота по j-й группе	600	---	750	500	---	300000
Прибыль	40	15	10	35	70	

Составим математическую модель в классе экстремальных задач, на основании решения которой определим оптимальный план хозяйственной деятельности торгового предприятия; проведем анализ оптимального решения, выявим узкие места на торговом предприятии и дадим рекомендации по их решению на основе анализа дефицитных ресурсов.

Имеем задачу линейного программирования, относящуюся к подразделу задач определения оптимального ассортимента. Постановка таких задач в общем виде следующая. Имеется m-видов ресурсов в количествах $a_1,...a_i,\dots,a_m$,которые могут быть использованы при производстве n-видов изделий. Задана матрица A = ||aik||, где aik характеризует нормы расхода i-го ресурса на единицу k-го изделия (k=1,2,...,n).

Эффективность выпуска единицы k-го изделия характеризуется показателем Ck, удовлетворяющим условиям линейности, согласно которому суммарная эффективность выпуска a_1 изделий с показателем c_1 и a_1 изделий с показателем c_2 равна $c_1a_2+c_2a_2$. Определить план выпуска изделий (оптимальный ассортимент), при котором суммарный показатель эффективности принимает наибольшее значение [2].

Общий вид математической модели для таких задач выглядит так. Обозначив количества единиц k-х изделий, выпускаемых предприятием, через $Xk \geq 0$ (где r=1,2,…,n), получим математическую модель задачи:

максимизировать $$Z=\sum_{k=1}^{n} CkXk \qquad (1)$$

при условиях $$\sum_{k=1}^{n} aikXk \le ai \ \ (i=1,2,\dots,m). \qquad (2)$$

Дальнейшее решение задачи можно получить используя симплексный метод.

Кроме указанных ограничений по ресурсам (2), в условие задачи, а следовательно, и в ее математическую модель могут вводиться дополнительные ограничения на планируемый выпуск продукции (ограничения по ассортименту, условия комплектности).

По общей математической модели для решения задач такого типа с учетом всех особенностей поставленной перед нами задачи строим математическую модель, где x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – количество единиц изделий вида T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 соответственно. На основе этого составим целевую функцию:

$$P(X) = 40x_1 + 15x_2+10x_3+35x_4+70x_5 \to \max \qquad (3)$$

при условиях:

$$\begin{cases} 9x_1+13x_2+8x_3+5x_4+11x_5=6000000, \\ 75x_1+70x_2+25x_3+40x_4+35x_5=400000, \\ 15x_1+21x_2+15x_3+10x_4+10x_5=900000, \\ 85x_1+115x_2+140x_3+60x_4+68x_5=600000, \\ 100x_1+75x_2+85x_3+25x_4+75x_5=300000, \\ X_1\ge 600, \\ X_3\ge 750, \\ X_4\ge 500, \end{cases} \qquad (4)$$
$$Xj>0 \ \ j=1,5.$$

У нас имеются ограничения по двум параметрам: по объему ресурсов (нельзя использовать больше ресурсов, чем у нас есть) и по минимальному плану товарооборота по j-й группе товаров (вероятно, что при меньшем товарообороте мы понесем убытки).

Если решать задачу «вручную», то необходимо привести систему ограничений к каноническому виду, т.е. представить в виде уравнений:

$$\begin{cases} 9x_1+13x_2+8x_3+5x_4+11x_5+x_6=6000000, \\ 75x_1+70x_2+25x_3+40x_4+35x_5+x_7=400000, \\ 15x_1+21x_2+15x_3+10x_4+10x_5+x_8=900000, \\ 85x_1+115x_2+140x_3+60x_4+68x_5+x_9=600000, \\ 100x_1+75x_2+85x_3+25x_4+75x_5+x_{10}=300000, \\ x_1-x_{11}=600, \\ x_3-x_{12}=750, \\ x_4-x_{13}=500, \end{cases} \qquad (5)$$
$$Xj>0 \ j=1,13.$$

После этого по этой системе можно составить симплекс-таблицу и решить ее. Но в силу того, что наша модель будет рассчитана с помощью программной реализации, систему ограничений в каноническом виде и симплекс-таблицу строить не надо, так как программа их построит сама автоматически.

1. Величина прибыли, получаемой предприятием, определяется с помощью соотношения:

$$F_1(X)=\sum_{j=1}^{n} C_j^{(1)}X_j \to \max, X_j \in Q=\{1,2,...,n\}, \qquad (6)$$

где Q – множество видов продукции, выпускаемой предприятием.

2. Показатель качества выпускаемой продукции задается соотношением:

$$\sum_{i=1}^{S} P_i * X_i \to \max. \quad (7)$$

Для конкретных значений функция цели примет вид:

$$F_2(X) = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 16x_4 + 11x_5 \to \max. \quad (8)$$

3. Минимизация себестоимости:

$$\sum_{i=1}^{S} C_i * X_i \to \min. \quad (9)$$

4. Минимизация производственного времени:

$$\sum_{i=1}^{S} T_i * X_i \to \min. \quad (10)$$

Тогда задача исследования может быть сформулирована таким образом.

Определить оптимальный план $X^{(0)} \in O$ производства продукции, удовлетворяющий указанным критериям (1) - (4).

Ограничениями на выпуск продукции различных видов служат производственные ресурсы $b_1, b_2, \ldots, b_m$. С учетом норм затрат ресурсов на единицу каждого типа продукции указанные ограничения можно записать в виде:

$$AB \le B^T; \quad (11)$$

$$x \ge 0, \quad (12)$$

$$B^T = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}; \quad (13)$$

$A = \{a_{ij}\}$, i=1,m, j=1, n – матрица норм затрат ресурсов на единицу каждого типа продукции.

Выражение (9) описывает условия, которые необходимо учесть в годовой производственной программе. Строкам матрицы А соответствуют все виды ресурсов (группы машин, запасы материалов), рассматриваемые в задачах. Соответствующие строкам матрицы А компоненты вектора В указывают ограничения видов ресурсов или объёмов производства, которые установлены для годовой производственной программы предприятия. Неравенство (10) представляет собой обычные условия неотрицательности, вытекающие из смысла задачи.

3. Методы решения задач

Один из возможных методов решения состоит в том, что вначале находятся три оптимальных вектора производства $x^{(i)}$, $1 = \overline{1,4}$, каждый из которых соответствует одному из локальных критериев (1) - (4). Затем определяется выпуклая линейная комбинация $X^{(0)}$, представляющая собой оптимальную (компромиссную) программу относительно указанных критериев:

$$X^{(0)} = \nu_1 x^{(1)} + \nu_2 x^{(2)} + \nu_3 x^{(3)}, \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{3} \nu_1 = 1, \nu \ge 0. \quad (15)$$

Для анализа результатов исследуемой задачи необходимо рассматривать методы эволюционной оптимизации, а также методы многокритериальной оптимизации.

Сначала рассмотрим решение задач методами многокритериальной оптимизации.

Поиск оптимального взаимодействия производится с помощью принципов решения многокритериальных задач. Критерии задачи не однородны, так как часть критериев оптимизации стремится к минимальному значению, а один – к максимальному. Приведенные критерии оптимизации находятся в существенном экономическом противоречии, так как с сокращением сроков поставки товара от производителя к потребителю возрастают транспортно-заготовительные издержки и затраты организации, связанные с хранением.

В качестве критериев оптимизации принимаются три параметра. Критерий оптимизации издержек:

$$F_1(X) = \sum_{i-1}^{N} \sum_{j=1}^{N} c_{i,j} * x_{i,j} \to \min. \qquad (16)$$

Критерий оптимизации сроков поставок:

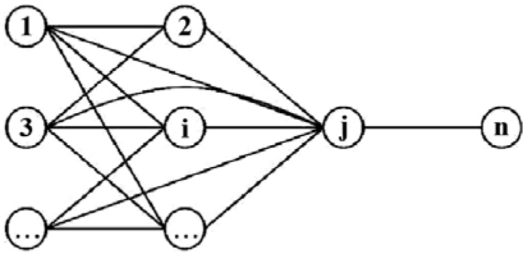
$$F_2(X) = \sum_{i-1}^{N} \sum_{j=1}^{N} t_{i,j} * x_{i,j} \to \min. \qquad (17)$$

Критерий оптимизации коэффициентов загрузки:

$$F_3(X) = \sum_{i-1}^{N} \sum_{j=1}^{N} k_{i,j} * x_{i,j} \to \max. \qquad (18)$$

В общем случае при взаимодействии элементов (рисунок) в рамках одного технологического процесса, а также при движении продукции по каналам распределения необходимо учитывать следующие основные критерии:

1. Снижение затрат на товародвижение.
2. Сокращение затрат времени на доставку продукции.
3. Учет загрузки складского хозяйства и транспорта.



Графическое представление взаимодействия элементов

В статье предложена многокритериальная модель, которая учитывает перечисленные выше критерии. Рассматривается вертикальная интеграция без вступления в какие-либо альянсы и т. п. Взаимодействие начинается лишь при условии, что оно выгодно финальному звену - торговой компании. На практике отдельные звенья товаропроводящей сети имеют свои интересы, однако в критериях или ограничениях они не учитывались, так как рассматривается движение сквозного материального потока [5].

Согласно (16)-(18), эта модель является многокритериальной с противоречивыми критериями. Рассмотрим решения задач по каждому локальному критерию. Исходя из рассмотренных моделей, каждая из них представляет собой однокритериальную оптимизационную задачу, которая обычно может быть решена методами математического программирования.

Учитывая однотипность математических моделей каждой из локальных задач, являющихся задачами линейного программирования, в качестве метода решения каждой из них может быть предложен симплекс-метод, который по существу представляет собой вычислительный алгоритм [1].

В результате объединения трех локальных оптимизационных задач рассматривается объединенная многокритериальная компромиссная модель, которая по существу является игровой моделью, и решение может реализовано одним из методов решения матричных игр, в частности, матричным методом [1].

Чтобы достичь поставленной задачи, необходимо найти оптимальное решение для каждой функции цели. Для этого будем использовать вместо традиционных методов оптимизации, таких как математическое программирование, методы эволюционной оптимизации.

Рассмотрим также решение указанных задач методами эволюционной оптимизации.

1. Максимизация прибыли.

Расчет показателей качества продукции относится к задачам линейной оптимизации. В общем виде её можно записать так:

$$\sum_{i=1}^{S} (P_i - C_i) * X_i \to \max. \qquad (19)$$

Эту задачу обычно решают симплекс-методом.

Идея симплекс-метода состоит в последовательном продвижении по базисам опорных планов вплоть до получения оптимального решения или доказательства неразрешимости задачи. При этом значение целевой функции должно увеличиваться.

2. Определение валового объема выпускаемой продукции.

Для решения этой задачи с использованием ГА в качестве общей математической модели применяем формулу:

$$\sum_{i=1}^{S} P_i * X_i \to \max . \tag{20}$$

Для конкретных значений функция цели примет вид:

$$F_2(x) = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 16x_4 + 11x_5 \to \max . \tag{21}$$

3. Третьей функцией цели представим минимизацию себестоимости, которая имеет общий вид:

$$\sum_{i=1}^{S} C_i * X_i \to \min . \tag{22}$$

Запишем эту функцию с конкретными значениями:

$$F_3(x) = 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 \to \min . \tag{23}$$

4. И, наконец, в роли четвертой функции цели будет выступать минимизация производственного времени:

$$\sum_{i=1}^{S} T_i * X_i \to \max, \tag{24}$$

$$F_4(x) = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 \to \max . \tag{25}$$

Остановимся на применении генетических алгоритмов следующих видов.

Для решения задачи, представленной моделями (1)-(2), используем генетический алгоритм типа метода муравьиных колоний [1].

Основу поведения муравьев составляет самоорганизация, механизмы которой обеспечивают теоретически оптимальное поведение. Принципы его состоят в достижении системой некоторой глобальной цели в результате низкоуровневого взаимодействия ее элементов.

Муравьиный алгоритм применяется следующим образом: в начальный момент времени, в который входит эта функция базы знаний, находится количество муравьев, равное числу кластеров, куда входит эта функция. При этом каждый муравей имеет строгую принадлежность тому кластеру, из которого он начал свое движение. Принадлежность кластеру проявляется в том, что муравей более восприимчив к феромону, оставленному муравьями из «своего» кластера:

$$F_1(X) = \sum_{j=1}^{n} C_j^{(1)} X_j \to \max, X_j \in Q = \{1,2,\dots,n\}, \tag{26}$$

где O – множество видов продукции, выпускаемой предприятием.

Для конкретных значений функция цели примет вид:

$$F_2(x) = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 16x_4 + 113x_5 \to \max. \tag{27}$$

Муравьиный алгоритм применяется на двух этапах анализа знаний системы. Вначале он запускается на пространственной (многомерной) модели базы, после чего на основании его работы делаются первоначальные выводы. Затем модель упрощается : удаляются некоторые связи между функциями , отдельные функции объединяются в более крупные структурные единицы , структура знаний отображается на двумерное пространство. После этого 1 алгоритм запускается на упрощенной плоской модели знаний [4].

Также для решения задач воспользуемся генетическими алгоритмами. С их помощью можно оптимизировать работу нефтяных трубопроводов; распределять инструменты в металлообрабатывающих цехах. Генетические алгоритмы имитируют процесс естественного отбора в природе. Для решения задачи, более оптимального с точки зрения некоторого критерия, все решения описываются набором чисел или величин нечисловой природы:

– отбор сильнейших наборов хромосом, которым соответствуют наиболее оптимальные решения;

– скрещивание – получение новых индивидов при помощи смешивания хромосом наборов отобранных индивидов;

– мутации – преобразование хромосомы, случайное изменение одного или несколько генов (чаще одного).

В результате смены поколений вырабатывается такое решение поставленной задачи, которое уже нельзя дальше улучшать.

Для рассмотрения данной задачи используем минимизацию себестоимости:

$$\sum_{i=1}^{S} C_i * X_i \to \min . \qquad (28)$$

Генетический алгоритм – это простая модель эволюции в природе, реализованная в виде компьютерной программы. В нем используются аналог механизма генетического наследия и аналог естественного отбора. При этом сохраняется биологическая терминология в упрощенном виде. В сущности генетические алгоритмы являются разновидностью методов поиска с элементами случайности и имеют целью нахождение лучшего, а не оптимального решения задачи. Это связано с тем, что для сложной системы часто требуется найти хотя бы удовлетворительное решение, а проблема достижения оптимума отходит на второй план.

В процессе работы генетического алгоритма все указанные выше операторы применяются многократно и ведут к изменению исходной популяции. Поскольку операторы отбора, скрещивания, мутации и редукции по своей сути направлены на улучшение отдельной особи, то результатом их работы является постоянное улучшение популяции.

Генетические алгоритмы используют аналогию между естественным отбором и процессом выбора наилучшего решения из множества возможных. Его суть состоит в том, что более приспособленные особи имеют больше возможностей.

Преимуществом генетических алгоритмов перед другими является простота их реализации, относительно высокая скорость работы, параллельный поиск решения сразу несколькими особями, позволяющий избежать попадания в “ловушку” локальных оптимумов (нахождения первого попавшегося, но не самого удачного оптимума). Недостаток — сложность выбора схемы кодирования, возможность вырождения популяции, сложность описания ограничений планирования [4].

4. Выводы

Изучена задача по оптимизации плана товарооборота в системах принятия решений. Также детально проработана типичная модель этого вида задач. Рассмотрена детерминированная задача. Построена модель оптимального плана товарооборота. Для решения применялся симплексный метод с искусственным базисом.

Линейное программирование применимо для построения математических моделей тех процессов, в основу которых может быть положена гипотеза линейного представления реального мира: экономических задач, задач управления и планирования, оптимального размещения оборудования и пр. Симплексный метод линейного программирования отлично подошел для решения задачи оптимизации товарооборота.

Научная новизна: результатом проведенных исследований является решение оптимизационной задачи в системах принятия решений при планировании товарооборота, с применением различных методов эволюционной и многокритериальной оптимизации, а также использование генетических алгоритмов в управлении запасами.

Практическая значимость: результатом применения предложенных методов является нахождение оптимальных показателей в системах принятия решений при планировании товарооборота деятельности предприятия.

Список литературы: 1. *Гвоздинский А.Н., Якимова Н.А., Губин В.А.* Методы оптимизации в системах принятия решений. Харьков: ХНУРЕ, 2006. 325 с. **2**. *Бондаренко М.Ф., Гвоздинский А.Н.* Оптимизационные задачи в системах принятия решений. Харьков: ХТУРЕ, 1998. С.179-191. **3.** *Гвоздинский А.Н., Клименко Е.Г.* Приминение гентических алгоритмов для решения оптимизационных задач. Харьков: ХНУРЭ.2001.С.390-391. **4.** *Гвоздинский А.Н., Малышкин В.А.* Применение методов эволюционной оптимизации для решения задач производственного планирования. ХНУРЕ, 2011. С.97-102. **5.** *Просвиркин Н.Ю.* Экономико-математическая многокритериальная модель управления материальными потоками в сетевых интегрированных структурах. СГАУ им.Королева, Самара, 2007. С.743-755.

Поступила в редколлегию 18.10.2012

Гвоздинский Анатолий Николаевич, канд.тех.наук, профессор кафедры искусственного интеллекта ХНУРЭ. Научные интересы: оптимизация процедур принятия решений в сложных системах управления. Адрес: Украина, 61661, Харьков, ул. Академика Ляпунова, 7, кв.9. тел. 702-38-23.

Бушнов Сергей Валерьевич, студент, бакалавр специальности интеллектуальные системы принятия решений, факультет КН ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61115, ул. 17-го Партсъезда, 34-А, кв.6, тел. 093-94-20-920, e-mail: sergii.bushnov@gmail.com