ТЕОРИЯ СИГНАЛОВ

УДК 621.391:621.396

ШАРАФ СУФИАН, Н.С. ПАСТУШЕНКО, канд. техн. наук

ДВУХЭТАПНАЯ ИТЕРАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА ОЦЕНКИ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ СИГНАЛА ПО ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫБОРКЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Введение

В современных системах связи широко используется фазовая модуляция. При этом в многих случаях в течение одного сеанса связи меняется вид модуляции и частота несущего колебания. Более того, в настоящее время разработаны методы передачи данных, у которых частота несущего колебания периодически изменяется. Примером может служить метод множественного доступа с кодовым разделением (*code-division multiple access – CDMA*). Данный метод доступа базируется на основе методов расширения спектра (*spread - spectrum – SS*), которые можно разделить на две основные категории: расширение спектра методом прямой последовательности (*direct sequence – DS*) и расширение спектра методом скачкообразной перестройки частоты (*frequency hopping*).

При использовании расширенного спектра со скачкообразной перестройкой частоты (*frequency - hopping spread spectrum – FHSS*) передача сигнала производится с помощью определенных наборов частот, имеющих свойства случайных последовательностей. Перестройка частоты сигнала происходит через определенные интервалы времени. *FHSS* – используется при передаче сигналов с фазовой манипуляцией (*phase shift keying – PSK*). Таким образом, при решении задач демодуляции сигнала, определении вида модуляции необходимо иметь механизм оценки неизвестной начальной фазы сигнала по ограниченной выборке (на периоде или полупериоде несущего колебания).

Анализ последних достижений и публикаций

Рассматриваемая проблема сводится к задаче анализа характеристик временных рядов, которая давно исследуется научной литературе. Среди значительных работ из этой области можно выделить таких авторов *Р. Бренкмана* и *И. Тьюки* [1], *Г. Дженкинса и Г. Ваттса* [2], *Дж. Бокса и Г. Дженкинса* [3], *Дж. Бенедитти и А. Пирсола* [4], *М. Бассвиля и А. Банвениста* [5] и др.

Измерение начальной фазы, которая относится к неэнергетическим параметрам регистрируемого сигнала, является одной из наиболее важных задач. Специфичность методов определения начальной фазы обусловлена, с одной стороны, ограниченностью времени анализа и с другой – широким диапазоном изменения значений анализируемого параметра.

Традиционно способы определения фазы сигнала связаны с нелинейными процедурами оценки [6], которые не всегда удовлетворяют современным требованиям.

В то же время решение большинства задач цифровой обработки сигналов требует высокой точности оценки начальной фазы [7]. Поэтому актуальной и важной является задача синтеза процедур измерения начальной фазы фазо-манипулированного сигнала по ограниченной выборке.

Постановка задачи и изложение материалов исследований

Под временным рядом будем понимать упорядоченную во времени последовательность измерений фазо-манипулированного сигнала с известной частотой дискретизации $F_{оиск}$, у которого неизвестной является фазовая составляющая. При этом фазовая составляющая имеет два слагаемых: величину $\phi_k(t)$, которая обусловлена манипулирующей составляющей передаваемого сигнала и собственно величиной начальной фазы φ_o. Будем предполагать, что ранее получена оценка частоты несущего колебания $f_{нес}$ по измерениям дискретного равномерного временного ряда. В основу процедур оценки начальной фазы положим априорные данные о форме сигнала (например, синусоидальное колебание) и количество измерений на его полу-

периоде K_i, которое можно определить, используя соотношение $F_{диск}/f_{нес}$. Кроме этого, будем предполагать, что анализируемый фрагмент не содержит данные о неизвестном изменяемом параметре $\phi_k(t)$.

При синтезе процедур оценки φ_o будем учитывать то, что импульсы анализируемого сигнала разнесены на постоянное угловое расстояние $\Delta\omega$, которое обусловлено известной частотой дискретизации $F_{äèñê}$, а также частотой несущего колебания $f_{нес}$ и у современных средств регистрации является высокостабильной величиной.

Как известно [6], для полезного сигнала имеющего вид

$$S(t,\varphi_o) = A(t)\cos(\omega_o t - \varphi_o) \tag{1}$$

оценка максимального правдоподобия начальной фазы в явном виде

$$\varphi_o = arctg\frac{\int_0^T x(t)V(t)\sin(\omega_o t)dt}{\int_0^T x(t)V(t)\cos(\omega_o t)dt} = arctg\frac{Y}{X}, \tag{2}$$

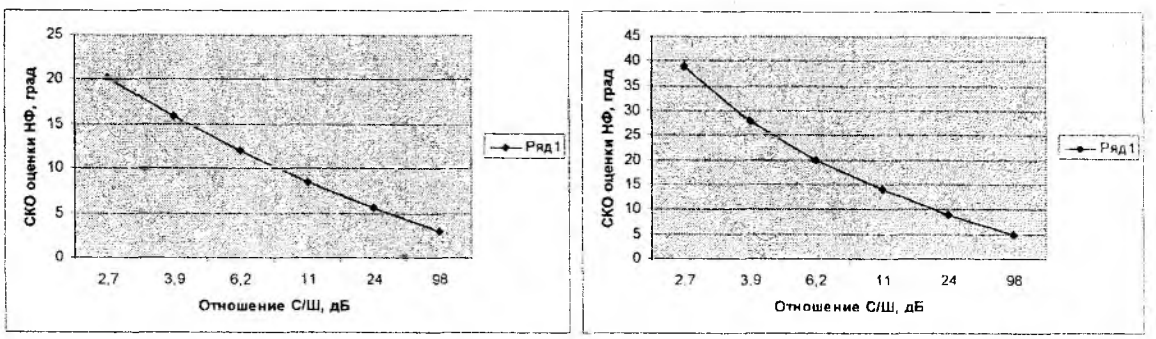
где $\omega_o = \frac{f_{нес}}{2\pi}$ – круговая частота несущего колебания; $x(t)$ – анализируемый временной ряд, включающий составляющую (1) и гауссов шум; $A(t)$ и $V(t)$ – амплитуда принятого и ожидаемого сигнала.

Проанализируем возможности этого метода оценки начальной фазы применительно к решаемой задаче. Особенностью решаемой задачи является то, что оценку необходимо проводить на полупериоде сигнала и оценка должна быть несмещенной и эффективной. Это обусловлено тем, что начальная фаза, в отличие от частоты несущего колебания, является изменяемым параметром и на следующем полупериоде, как правило, имеет другое значение [6]. В этом случае оценка должна стремиться к истинному значению и не иметь большой дисперсии при расчете по ограниченной выборке.

Кроме этого, в рассматриваемой задаче соотношение (1) должно содержать функцию синуса вместо косинуса. Поэтому оценку начальной фазы, полученную с помощью соотношения (2), необходимо подправить следующим образом:

$$\varphi_o = \pi/2 - \varphi_o. \tag{3}$$

Возможности метода исследуем с помощью статистического моделирования. Результаты модельного эксперимента приведены на рис. 1. При этом на рис. 1, *а* представлены зависимости среднеквадратического отклонения (СКО) оценки начальной фазы (НФ) на полном периоде сигнала, а на рис. 1, *б* – зависимости СКО оценки начальной фазы на половине периода сигнала.



а *б*

Рис. 1

Анализ представленных зависимостей дает возможность сделать вывод, что уменьшение выборки в два раза приводит к увеличению СКО примерно на треть. СКО в обоих случаях является достаточно большим. Более того, оценка начальной фазы имеет ошибку в несколько градусов, которая имеет место и при больших отношениях сигнал – шум (более 10 *дБ*).

Исследовано влияние точности оценки несущего колебания на результаты измерения начальной фазы. К сожалению, ошибки в определении частоты несущего колебания $\pm 10\tilde{A}\ddot{o}$, что будет иметь место в условиях априорной неопределенности, приводят к значительным ошибкам в оценке начальной фазы.

Причина такого неустойчивого поведения оценки начальной фазы, очевидно, может быть пояснена следующим образом. В случае оценки неэнергетического параметра, которым есть φ_o, уравнение, определяющее оценку (см. (2)), является нелинейным и трансцендентным. Последнее приводит к дополнительным ошибкам, особенно при наличии шумовой составляющей, которая играет роль возмущающего фактора. В этих случаях рекомендуют воспользоваться приближенными решениями [8, с.89].

Анализ соотношения (2) свидетельствует, что в числителе и знаменателе этого выражения находятся взаимные корреляционные функции принятого сигнала и функций синуса и косинуса соответственно. При переходе к дискретным значениям взаимная корреляционная функция рассчитывается как сумма произведений элементов двух временных рядов, деленная на количество обрабатываемых значений [2, 9]. Как следует из [2], корреляционные функции, как и коэффициент корреляции, можно использовать для идентификации двух временных рядов. При этом предпочтение целесообразно отдать нормированному коэффициенту корреляции, поскольку последний является безразмерной величиной и изменяется в пределах от *–1* до *1*, что позволяет обрабатывать временные ряды с разной амплитудой (энергией) и получать сравнимые результаты.

Воспользуемся определением коэффициента корреляции и на его основе синтезируем процедуры оценки начальной фазы по информации положительного или отрицательного полупериодов сигнала. Обратим внимание, что положительные и отрицательные импульсы на полупериоде сигнала можно описать с помощью выражения (1).

Изменение величины φ_o приводит к изменению количества импульсов в полупериоде сигнала. Воспользуемся широко распространенной моделью «сигнал – шум» [9], которая предполагает наличие во временном ряде правильных изменений, учитывающих наличие сигнала (составляющей $Sin\omega_0 t$), и неправильных, обусловленных наличием мешающего шума $n(t)$. Естественно предположить, что будет существовать корреляция между анализируемой выборкой и некоторым синтезированным модельным колебанием вида (1), у которого в качестве частоты несущего колебания будет использоваться оценка $\bar{f}_{iâñ}$. Более того, корреляция будет тем больше, чем ближе будет оценка начальной фазы к ее истинному значению.

Воспользуемся этим фактом и синтезируем процедуры оценки начальной фазы. С точки зрения экономии вычислительных затрат, оценку начальной фазы целесообразно проводить в два этапа. При этом на первом этапе необходимо синтезировать некоторый «эталонный» сигнал, имеющий одинаковое количество импульсов (положительных или отрицательных) на полупериоде сигнала. Исходными данными для этого являются: частота дискретизации $F_{äèñê}$, оценка частоты несущего колебания $\bar{f}_{iâñ}$, количество импульсов, содержащихся в анализируемом полупериоде сигнала K), а также некоторая оценка начальной фазы $\bar{\varphi}_o$, которая вначале будет равна нулю.

Расчеты проводятся с помощью следующего соотношения

$$\bar{S}_i = Sin\left(2\pi \frac{\bar{f}_{нес}}{F_{дискр}} i + \bar{\varphi}_o\right), \qquad i = 1 \ldots K_i. \tag{4}$$

Если у сформированного сигнала $\overline{S}_i$ количество положительных (или отрицательных) импульсов равно K_i, то расчеты в этом случае на данном этапе заканчиваются. В противном случае корректируется значение начальной фазы следующим образом:

$$\overline{\varphi}_o = \overline{\varphi}_o + \Delta\varphi, \tag{5}$$

и расчеты по соотношению (4) повторяются. Здесь $\Delta\varphi$ – шаг изменения начальной фазы, который при проведении исследований был равен 0.5^o.

На втором этапе осуществляется максимизация коэффициента корреляции между анализируемым фрагментом временного ряда X_i и сформированным на первом этапе «эталонным» сигналом $\overline{S}_i$ за счет изменения оценки начальной фазы $\overline{\varphi}_o$, что математически можно сформулировать следующим образом

$$\max_{\overline{\varphi}_o} \rho(\overline{\varphi}_o) = \max_{\overline{\varphi}_o} \frac{\sum\limits_{i=1}^{K_i} X_i \overline{S}_i}{\left[\sum\limits_{i=1}^{K_i} X_i^2 \sum\limits_{i=1}^{K_i} \overline{S}_i^2\right]^{1/2}}. \tag{6}$$

В знаменателе соотношения (6) стоят оценки энергии анализируемых сигналов. Шаг изменения начальной фазы $\Delta\varphi$ на этом этапе был равен 0.05^o. Значения «эталонного» сигнала на каждом шаге уточняется по соотношению (4). Для повышения оперативности расчетов величину шага можно немного увеличить.

Структурная схема итерационного вычисления оценки начальной фазы представлена на рис. 2.

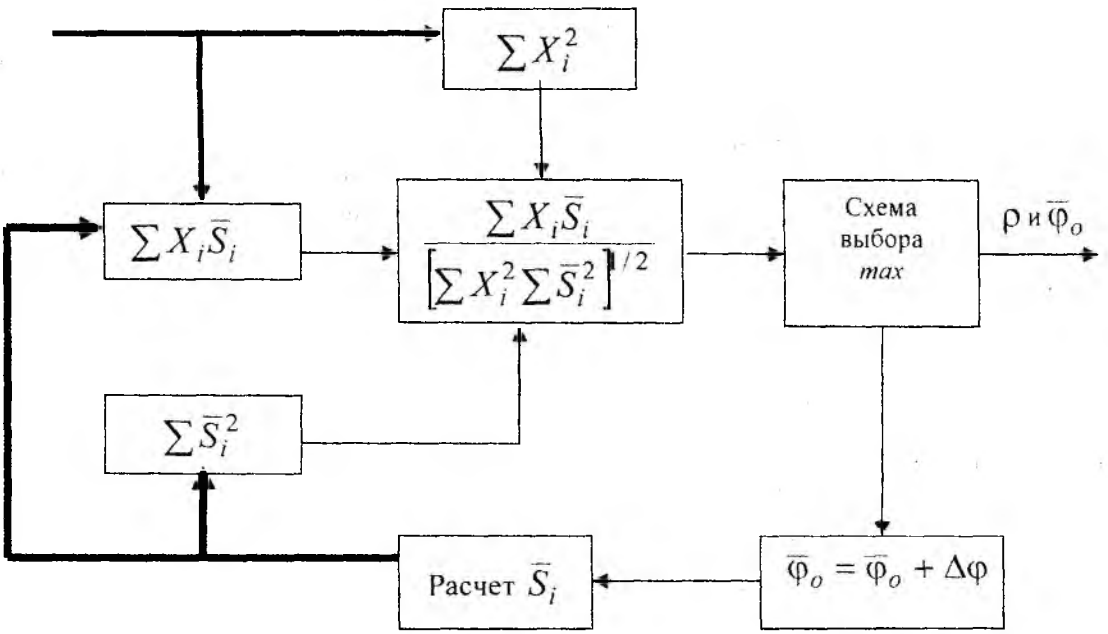
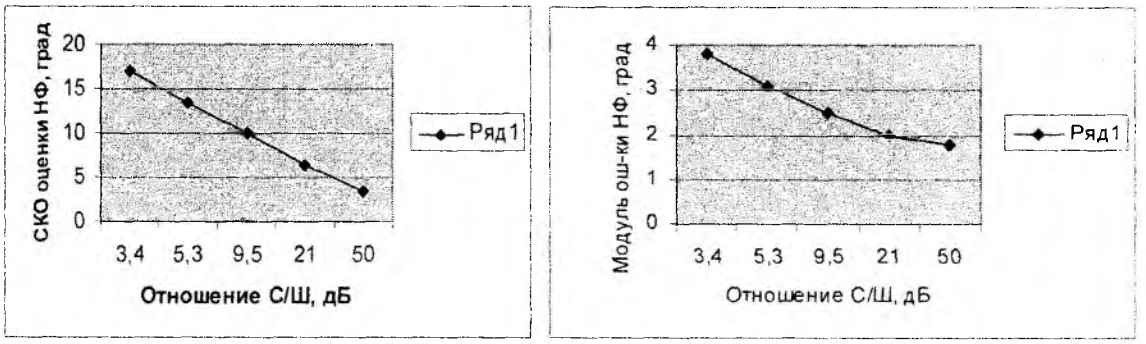


Рис. 2

По-существу, это аналог корреляционного интеграла, у которого является изменяемым ожидаемый сигнал за счет уточнения оценки начальной фазы. Последнее позволяет достичь максимума и получить требуемую оценку.

Исследование характеристик получаемой оценки начальной фазы выполним с помощью статического моделирования в тех же условиях, в которых исследовалась оценка НФ, полученная по соотношению (2). Результаты оценки начальной фазы на основе двухэтапной итерационной процедуры представлены на рис. 3.



а *б*

Рис. 3

Результаты и направления дальнейших исследований

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Среднее квадратическое отклонение при обработке импульсов от полупериода сигнала при обработке с использованием корреляционных процедур соответствует величине СКО полученного при применении трансцендентных процедур оценки НФ по количеству импульсов на полном периоде. При этом модуль ошибки НФ для отношений сигнал – шум более *9 дБ* и отклонении частоты несущей до $\pm$ *30 Гц* составляет десятые доли градуса.

Среднее квадратическое отклонение в оценке начальной фазы слабо зависит от ошибок, которые имеет оценка частоты несущего колебания. Приведенные на рис. 3 зависимости получены при отклонении частоты несущего колебания от истинного значения на *–50 Гц*. При этом величина и характер изменения СКО остаются прежними, а модульная ошибка оценки начальной фазы (см. рис. 3, *б*) составляет менее *5* градусов.

Таким образом, разработанные процедуры оценки начальной фазы, которые учитывают корреляцию анализируемого фрагмента временного ряда и формируемого «эталонного» сигнала, имеют лучшие количественные и качественные характеристики, по отношению к оценкам, полученным с помощью трансцендентным процедур. Получаемые оценки удовлетворяют предъявляемым требованиям (см. [7]) и могут использоваться для решения задачи определения вида модуляции.

Дальнейшие исследования связаны с уменьшением стандартного отклонения для полученных оценок за счет исключения аномальных измерений.

Список литературы: 1. *Blackman R.B., Tukey J.M.* The measurement of power spectra from the point of view communications enginering, Dover, New York, 1958. 360 с. 2. *Дженкинс Г., Ваттс Д.* Спектральный анализ и его применения. Вып..1. М.: Мир, 1972. 385 с. 3. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. 406 с. 4. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 542 с. 5. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / Под ред. *М. Бассвиль, А. Банвениста.* М.: Мир, 1989. 278 с. 6. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Изд. Дом «Вильямс», 2004. с.1104. 7. *Пастушенко Н.С., Пастушенко А.Н.* Оценка потенциальных характеристик фазо-манипулированных сигналов в задачах обнаружения и измерения // Радиотехника. 2007. Вып.148. С. 238-244. 8. *Обработка* сигналов в радиотехнических системах: Учеб. пособие / Под ред.. *А.П. Лукошкина.* Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. 400 с. 9. *Витязев В.В.* Анализ неравномерных временных рядов. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. 68с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 27.09.2009