Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, №
Серія "Радіофізика та електроніка" , випуск , 2013. С.

УДК 621.385.6

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАЗМОННЫХ РЕЗОНАНСОВ НАНОПРОВОДА И НАНОТРУБКИ ИМПУЛЬСНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Н. П. Стогний[1], Н. К. Сахненко[1,2]
[1] *Харьковский национальный университет радиоэлектроники*
14, пр. Ленина, г. Харьков, 61166, Украина
[2]*Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины*
12, ул. Академика Проскуры, г. Харьков, 61085, Украина
Поступила в редакцию 2013 г.

В данной работе теоретически исследуется возбуждение плазмонных резонансов металлического нанопровода и нанотрубки внешними импульсами. Для этого использовался строгий математический метод, основанный на применении преобразования Лапласа, что позволило получить аналитическое представление решения задачи. Нахождение обратного преобразования основано на оценке вычетов в особых точках, которые соответствуют плазмонным резонансам структур.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плазмонные резонансы, импульсный комплексный точечный источник.

В даній роботі теоретично досліджується збудження плазмонних резонансів металевого нанопроводу та нанотрубки зовнішніми імпульсами. Для цього використовувався строгий математичний метод, заснований на застосуванні перетворення Лапласа, що дозволило отримати аналітичне представлення розв'язку задачі. Знаходження оберненого перетворення засноване на оцінці лишків в особливих точках, які відповідають плазмонним резонансам структур.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: плазмонні резонанси, імпульсне комплексне точкове джерело.

In this paper we theoretically investigate the excitation of plasmon resonances of metallic nanowires and nanotubes by external pulses. To solve the problem, we used a rigorous mathematical method based on the Laplace transform, which allowed us to obtain an analytic representation of the solution. Finding the inverse transformation is based on the evaluation of residues at singular points that correspond to the plasmon resonances of the structures.
KEY WORDS: plasmon resonances, complex pulse source point.

Плазмонные колебания возникают на поверхности раздела металл-диэлектрик и обусловлены коллективными осцилляциями электронов. Плазмоны могут существовать только в зоне непрозрачности металлов, когда действительная часть их диэлектрической проницаемости отрицательна. В плазмонике особенно часто используются благородные металлы (серебро, золото) в силу того, что их плазмонные резонансы лежат в видимом диапазоне.

В работах, опубликованных в последние годы, были предложены различные устройства, такие как плазмонные волноводы [1] и субволновые резонаторы [2, 3]. Поверхностные и локализованные плазмоны обладают огромным потенциалом в детектировании объектов малых размеров вплоть до одной молекулы [4, 5], передаче света через субволновые отверстия [6, 7] и получении субволновых изображений [8]. Биосенсоры на плазмонах используют факт их чрезвычайной чувствительности к изменению диэлектрической проницаемости окружающей среды вблизи поверхности металла [9, 10].

В данной статье изучается динамика возбуждения нестационарных плазмонов внешним пучком, который моделируется с помощью импульсного комплексного точечного источника (КТИ) с комплексными координатами [11, 12].

В работе используется строгий математический метод, основанный на применении преобразования Лапласа. Это позволяет для объектов с простой геометрией построить решение аналитически. Поле во временной области находится с помощью вычисления вычетов в особых точках, которые соответствуют собственным частотам структуры, а также оценкой интеграла вдоль разреза. Такой подход гарантирует высокую точность вычислений и позволяет понять и легко трактовать полученные физические результаты.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается двумерная задача возбуждения плазмонов на границе металлического нанопровода и нанотрубки нестационарным внешним пучком, который моделируется с помощью КТИ. В основе такой модели лежит идея аналитического продолжения функции поля обычного точечного источника в комплексное пространство [11]. Рассматривается случай перпендикулярной поляризации.

© Стогний Н.П., Сахненко Н.К., 2013.

Сначала предположим, что источник расположен в точке с действительными координатами, представленной радиус-вектором $\vec{\rho}_s$. Используя выражение для двумерной функции Грина во временной области

$$g(t,t',\vec{\rho},\vec{\rho}_s)=\frac{1}{2\pi}\frac{\theta(t-t'-|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|/c)}{\sqrt{(t-t')^2-|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|^2/c^2}}\,, \tag{1}$$

где $\theta(..)$ - единичная функция Хевисайда, можно записать выражение для магнитного поля в свободном пространстве

$$h_0(t,\vec{\rho})=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dt'\int_0^\infty \rho' d\rho' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\theta(t-t'-|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|/c)}{\sqrt{(t-t')^2-|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|^2/c^2}}\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t'}\hat{j}(t',\vec{\rho}')\,. \tag{2}$$

Если источник расположен в действительной точке пространства, то $\hat{j}(t,\vec{\rho})=j(t)\,\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}_s)\big/|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|$, где $\delta(..)$ - дельта функция Дирака, то

$$h_0(t,\vec{\rho})=\frac{\varepsilon_0}{2\pi}\int_0^\infty dt'\frac{\theta(t-t'-|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|/c)}{\sqrt{(t-t')^2-|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|^2/c^2}}\frac{\partial}{\partial t'}j(t'). \tag{3}$$

Преобразование Лапласа $F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$ выражения (3) имеет вид

$$H_0(p,\vec{\rho})=\frac{\varepsilon_0}{2\pi}K_0\left(\frac{p}{c}|\vec{\rho}-\vec{\rho}_s|\right)pJ(p)\,, \tag{4}$$

где $J(p)$ - изображение функции $j(t)$, $H_0(p,\vec{\rho})$ - изображение функции $h_0(t,\vec{\rho})$, $K_0(..)$ - модифицированная функция Бесселя второго рода. Предположим далее, что вектор $\vec{\rho}_s$ является комплексным $\vec{\rho}_s=\vec{\rho}_{cs}$, где $\vec{\rho}_{cs}$ определяется выражением:

$$\begin{cases} x_{cs}=x_0+ib\cos\beta \\ y_{cs}=y_0+ib\sin\beta, \end{cases} \tag{5}$$

$x_0,\ y_0,\ b,\ \beta$ - действительные числа. В этом случае расстояние между точкой источника и точкой наблюдения тоже является комплексным $|\vec{\rho}-\vec{\rho}_{cs}|=\sqrt{(x-x_{cs})^2+(y-y_{cs})^2}$.

Чтобы продемонстрировать направленный характер поля КТИ, применим асимптотические формулы для функции Бесселя при большом значении аргумента

$$K_0\left(\frac{p}{c}|\vec{\rho}-\vec{\rho}_{cs}|\right)\approx\frac{\pi}{\sqrt{2\pi\frac{p}{c}\rho}}e^{-\frac{p}{c}(\rho-\rho_0)}e^{\frac{p}{c}ib\cos(\varphi-\beta)}\,,\ \rho\to\infty\,. \tag{6}$$

Направленность излучения становится очевидной, если перейти к частотному представлению с помощью подстановки $p=i\omega$. Очевидно, что уходящая волна экспоненциально растет, когда $\cos(\varphi-\beta)=-1$, т.е. $\varphi=\pi+\beta$, и экспоненциально убывает, если $\cos(\varphi-\beta)=1,\ \varphi=\beta$. В свободном пространстве вещественных координат КТИ моделирует луч, исходящий из апертуры с центром в точке $\rho_0=(x_0,y_0)$ и шириной, определяемой величиной параметра $b\omega/c$, направление излучения луча определяется углом $\varphi=\pi+\beta$.

При вычислении функции оригинала, следует модифицировать формулу обращения Меллина следующим образом

$$f(t,\vec{\rho},\vec{\rho}_{cs})=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}F\left(p,\vec{\rho},\vec{\rho}_{cs}\right)e^{p(t-t_1)}dp\,, \tag{7}$$

где $t_1=-ib$ при $\operatorname{Im}p>0$, и $t_1=ib$ при $\operatorname{Im}p<0$ имеет смысл комплексного временного запаздывания.

Рассмотрим нестационарную динамику поверхностных плазмонов, возбуждаемых импульсным КТИ на цилиндрической границе (Рис. 1 (а)). Сначала получим нестационарные уравнения для электромагнитного поля в диспергирующей среде, которая описывается моделью Друде вида

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\gamma_e)}, \tag{8}$$

где ω_{pe} - плазменная частота, γ_e описывает поглощение. Восприимчивость такой плазмы в частотной области имеет вид

$$\chi(\omega) = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\gamma_e)}. \tag{9}$$

Восприимчивость среды во временной области может быть найдена с помощью обратного преобразования Фурье

$$\chi(t) = -\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}(1 - e^{-\gamma_e t})\Theta(t), \tag{10}$$

тогда вектор электрической индукции имеет вид

$$\vec{d}(t) = \varepsilon_0 \vec{e}(t) + \varepsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}\int_0^t \vec{e}(t')dt' - \varepsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}\int_0^t e^{-\gamma_e(t-t')}\vec{e}(t')dt'. \tag{11}$$

Возьмем ротор от уравнения Максвелла $rot\vec{h}(\vec{r},t) = \partial_t \vec{d}(\vec{r},t)$:

$$rotrot\vec{h}(t) = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} rot\vec{e}(t) + \varepsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e} rot\vec{e}(t) - \varepsilon_0 \frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^t e^{-\gamma_e(t-t')} rot\vec{e}(t')dt'. \tag{12}$$

С учетом уравнения Максвелла $rot\vec{e}(\vec{r},t) = -\partial_t \mu_0 \vec{h}(\vec{r},t)$, получим уравнения во временной области для магнитного поля в плазме с потерями

$$rotrot\vec{h}(t) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{h}(t) + \frac{1}{c^2}\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}\frac{\partial}{\partial t}\vec{h}(t) - \frac{1}{c^2}\frac{\omega_{pe}^2}{\gamma_e}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int_0^t e^{-\gamma_e(t-t')}\vec{h}(t')dt' = 0. \tag{13}$$

Операторное уравнение для функции-изображения z -координаты магнитного поля внутри плазменного цилиндра получается после применения к (13) преобразования Лапласа:

$$\Delta H(p) - \frac{n_p^2 p^2}{c^2} H(p) = 0. \tag{14}$$

Это уравнение переходит в уравнение Гельмгольца, если положить $p = i\omega$. Здесь n_p^2 имеет вид:

$$n_p^2 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{p^2 + p\gamma_e}. \tag{15}$$

Магнитное поле снаружи удовлетворяет уравнению (14), если положить $n_p^2 = 1$. Принимая во внимание теорему сложения для функций Бесселя

$$K_0\left(\frac{p}{c}|\vec{\rho} - \vec{\rho}_{cs}|\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ik(\varphi - \varphi_{cs})}\left(I_k(q\rho_{cs})K_k(q\rho)\Theta(\rho - |\rho_{cs}|) + I_k(q\rho)K_k(q\rho_{cs})\Theta(|\rho_{cs}| - \rho)\right), \; q = p/c. \tag{16}$$

где $\rho_{cs} = \sqrt{\rho_0^2 - b^2 + 2ib(x_0\cos\beta + y_0\sin\beta)}$, $\rho_0^2 = x_0^2 + y_0^2$, $\varphi_{cs} = \arccos\left((x_0 + ib\cos\beta)\rho_{cs}^{-1}\right)$ будем искать решение в виде

$$H = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m I_m\left(\bar{n}_p q\rho\right) e^{im(\varphi - \varphi_{cs})}, \; \rho < a, \tag{17}$$

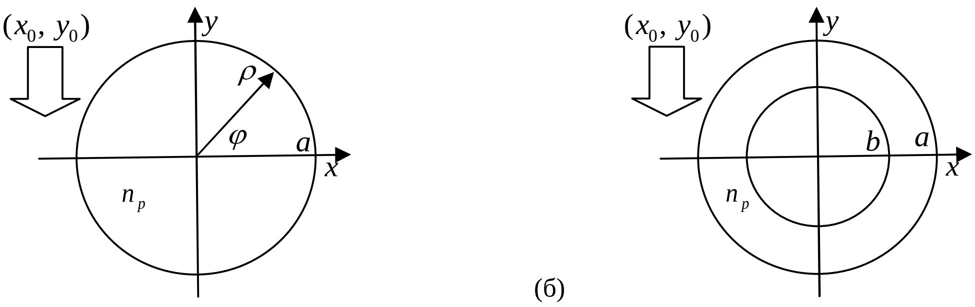
$$H = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m K_m(q\rho) e^{im(\varphi - \varphi_{cs})}, \; \rho > a,$$

здесь $I_k(..)$, $K_k(..)$ - модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно. Представление внешнего поля в виде функций $K_k(..)$ гарантирует выполнение условия излучения на бесконечности.

Применяя граничные условия, которые представляют собой непрерывность тангенциальных компонент поля на цилиндрической границе $\rho = a$, приходим к системе уравнений (при условии, что источник расположен снаружи, $\rho_0 > a$) для определения неизвестных коэффициентов A_m и B_m:

$$A_m I_m(\bar{n}_p qa) - B_m K_m(qa) = I_m(qa) K_m(q\rho_{cs}) pJ(p) \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \quad (18)$$

$$A_m I'_m(\bar{n}_p qa) - \bar{n}_p B_m K'_m(qa) = \bar{n}_p I'_m(qa) K_m(q\rho_{cs}) pJ(p) \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \quad (19)$$



(а) (б)

Рис. 1. Схематическая диаграмма исследуемого явления.

Для нанотрубки (Рис. 1 (б)) решение будем искать в виде

$$H^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{(1)} I_m(q\rho) e^{im(\varphi-\varphi_{cs})}, \ \rho < b, \quad (20)$$

$$H^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(A_m^{(2)} I_m(n_p q\rho) + B_m^{(2)} K_m(n_p q\rho) \right) e^{im(\varphi-\varphi_{cs})}, \ b < \rho < a, \quad (21)$$

$$H^{(3)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^{(3)} K_m(q\rho) e^{im(\varphi-\varphi_{cs})}, \ a < \rho \quad (22)$$

Аналогично, после применения граничных условий, неизвестные коэффициенты определяем из системы:

$$A_m^{(1)} I_k(qb) - A_m^{(2)} I_m(n_p qb) - B_m^{(2)} K_m(n_p qb) = 0 \quad (23)$$

$$n_p A_m^{(1)} I'_k(qb) - A_m^{(2)} I'_m(n_p qb) - B_m^{(2)} K'_m(n_p qb) = 0 \quad (24)$$

$$A_m^{(2)} I_m(n_p qa) + B_m^{(2)} K_m(n_p qa) - B_m^{(3)} K_m(qa) = I_m(qa) K_m(q\rho_{cs}) pJ(p) \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \quad (25)$$

$$A_m^{(2)} I'_m(n_p qa) + B_m^{(2)} K'_m(n_p qa) - n_p B_m^{(3)} K'_m(qa) = n_p I'_m(qa) K_m(q\rho_{cs}) pJ(p) \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \quad (26)$$

Коэффициенты разложений имеют полюса, соответствующие плазмонным резонансам, а также точки ветвления. Собственные частоты возбуждаемых плазмонных резонансов комплексны вида $\omega = \omega' + i\omega''$. Добротности плазмонных резонансов определялись по формуле $Q = \omega'/2\omega''$. Зависимость внешнего импульсного источника от времени рассматривается вида:

$$j(t) = e^{i\omega_0 t} \left[\Theta(t) - \Theta(t-\tau) \right]. \quad (27)$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Введем в рассмотрение нормированную величину $w_p = \omega_p a/c$. На Рис. 2 представлено сечение поперечного рассеяния для нанопровода (штриховая линия) и нанотрубки (сплошная линия). Здесь и далее использованы такие значения параметров: $w_p = 1$, $\gamma = 10^{-3} \cdot w_p$, $b/a = 0.5$. В спектре нанопровода присутствует дипольный ($\mathrm{Re}(ka) = 0.63$) и квадрупольный ($\mathrm{Re}(ka) = 0.675$) плазмоны. Их распределения полей изображены на Рис. 4 (а, б) соответственно. В спектре нанотрубки присутствуют два типа плазмонов: четные и нечетные. Нечетные плазмонные резонансы смещаются в область более низких частот ($\mathrm{Re}(ka) = 0.48$ и $\mathrm{Re}(ka) = 0.6$), а четные - в область более высоких частот ($\mathrm{Re}(ka) = 0.77$ и $\mathrm{Re}(ka) = 0.83$). Более широкие резонансные пики соответствуют дипольным плазмонам, более узкие - квадрупольным. На Рис. 4 (в, г) представлены распределения полей дипольного четного (в) и нечетного (г) плазмонов. На Рис. 3 представлены значения действительной части собственной частоты и добротности плазмонов для различных значений числа угловых вариаций поля (линии маркированы кружками для нанопровода, треугольниками и прямоугольниками для, соответственно, нечетных и четных плазмонов нанотрубки). Очевидно существенное увеличение добротностей плазмонных резонансов для нанотрубки.

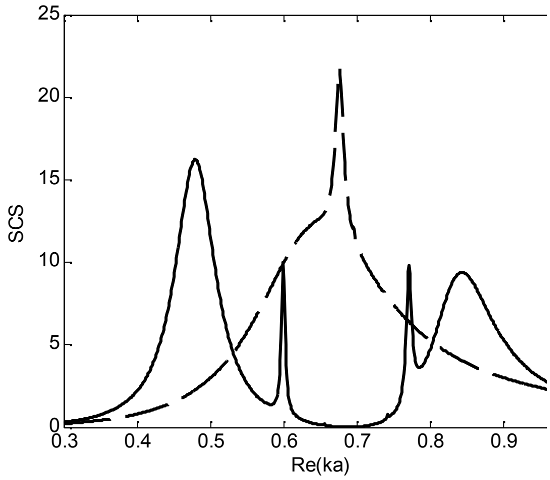


Рис. 2. Сечение поперечного рассеяния для нанопровода (штриховая линия) и нанотрубки (сплошная линия).

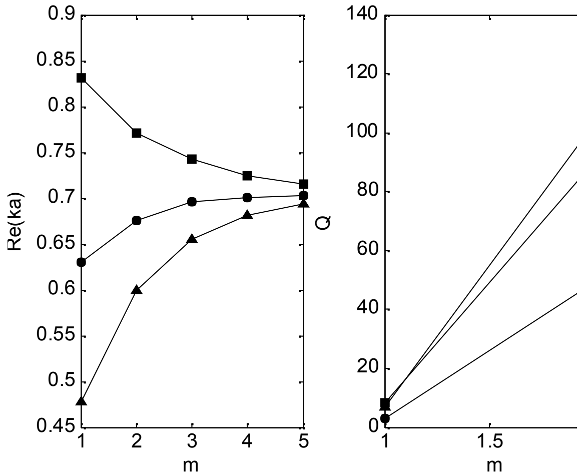
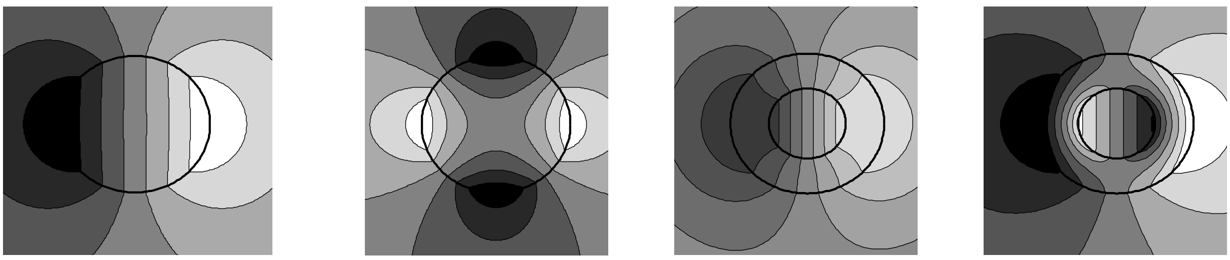


Рис. 3. Собственные частоты и добротности плазмонных резонансов провода (маркированы кружками) и трубки (маркированы квадратами и треугольниками).



(а) (б) (в) (г)

Рис. 4. Распределения полей в ближней зоне металлического нанопровода: (а) дипольный плазмон, (б) квадрупольный плазмон; и нанотрубки: (в) четный дипольный плазмон, (г) нечетный дипольный плазмон.

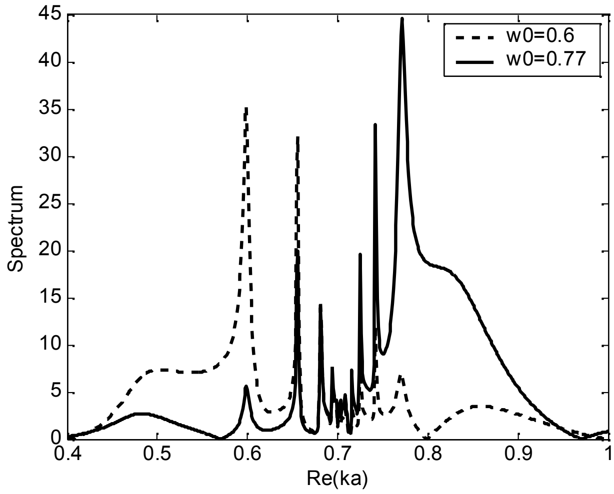


Рис. 5. Спектральная плотность поля в нанотрубке ($w_p = 1,\ \tau = 2\pi\, a/c$).

На Рис. 5 представлена спектральная плотность поля в нанотрубке при возбуждении ее импульсным источником. Введена нормированная частота источника $w_0 = \omega_0 c/a$. Сплошная линия соответствует случаю, когда частота источника совпадает с действительной частью частоты четного дипольного плазмона, а штриховая линия отвечает нечетному дипольному плазмону. Продолжительность импульса $\tau = 2\pi a/c$. В данном случае, в отличие от случая гармонической падающей волны (Рис. 2), в спектре присутствуют множественные пики, связанные с высшими плазмонами.

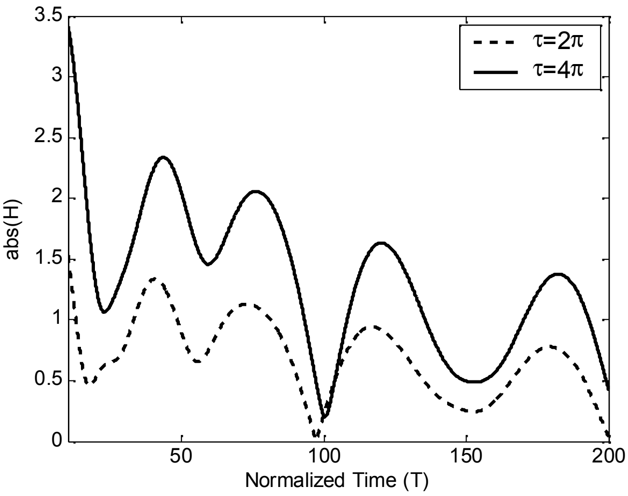
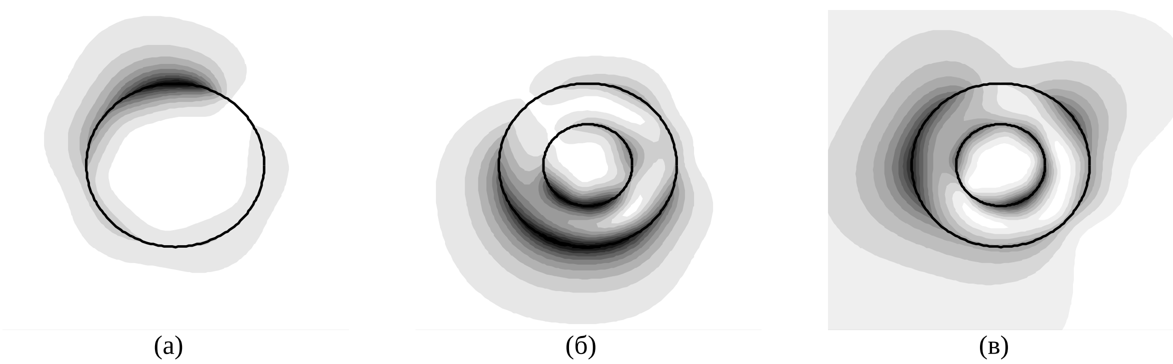


Рис. 6. Эволюция магнитного поля во времени в нанотрубке $w_0 = 0.8318$.

На Рис. 6 представлена временная динамика модуля магнитного поля для двух значений продолжительности импульса. Нормированное время здесь $T = tc/a$. В случае большей продолжительности импульса интенсивность поля увеличивается.

На Рис. 7 представлены мгновенные изображения модуля действительной части магнитного поля. Рис. 7(а) соответствует случаю нанопровода. Направление падения пучка указано стрелкой на Рис. 1(а). Такой импульс возбуждает волну, распространяющуюся против часовой стрелки. Падающий импульс возбуждает плазмоны с разными добротностями. Биение одновременно возбуждаемых плазмонов приводит к возбуждению асимметричной поверхностной волны, бегущей по поверхности провода (Рис. 7(а)). Распределение поля на поверхности нанотрубки носит более сложный характер, так как при этом возбуждаются как четные, так и нечетные плазмоны с разными добротностями и распределениями полей (Рис. 7(б, в)).



(а) (б) (в)

Рис. 7. Мгновенные изображения модуля действительной части магнитного поля: (а) $w_0 = 0.675$, $\tau = 2\pi a/c$, $T = 100\pi$; (б) $w_0 = 0.83$, $\tau = 2\pi a/c$, $T = 100\pi$; (в) $w_0 = 0.83$, $\tau = 2\pi a/c$, $T = 120\pi$.

ВЫВОДЫ

В данной работе построено аналитическое решение в виде преобразования Лапласа задачи возбуждения нестационарных плазмонов внешним импульсным источником. Для моделирования внешнего нестационарного пучка использовано понятие импульсного комплексного точечного источника. В основе такой модели лежит идея аналитического продолжения функции поля обычного точечного источника в комплексное пространство. При вычислении обратного преобразования Лапласа формула Меллина была модифицирована с учетом «комплексного временного запаздывания». Этот вид источника является очень удобной моделью для описания возбуждения бегущих волн. В качестве объекта, в котором возбуждались нестационарные поля, рассмотрены металлический провод и трубка. Показано, что в результате возбуждения импульсом нескольких плазмонных резонансов, результирующее поле имеет вид бегущей асимметричной поверхностной волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhao Y., Hao Y. Finite-difference time-domain study of guided modes in nano-plasmonic waveguides // IEEE Transactions on Antennas and Propagations. – 2007. – Vol. 55. – N. 11. – P. 3070 - 3077.
2. Stuart H. R., Pidwerbetsky A. Electrically small antenna elements using negative permittivity resonators // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2006. – Vol. 54. - P. 1644 - 1653.
3. Li J., Engheta N. Ultracompact sub-wavelength plasmonic cavity resonator on a nanowire // Physical Review B. – 2006. - Vol. 74. – P. 115125.
4. Kneipp K., Wang Y., Kneipp H., Perelman L., Itzkan I., Dasari R. Single molecule detection using surface-enhanced Raman scattering (SERS) // Physical Review Letters. – 1997. - Vol. 78. – P. 1667 – 1670.
5. Bahns J., Imre A., Vlasko-Vlasov V., Pearson J., Hiller J. M., Chen L. H., Welp U. Enhanced Raman scattering from focused surface plasmons // Applied Physics Letters. – 2007. - Vol. 91. – P. 081104.
6. Weiner J. The physics of light transmission through subwavelength apertures and aperture arrays // Reports on Progress in Physics. – 2009. - Vol. 72. – P. 064401.
7. Thio T., Pellerin K., Linke R., Lezec H., Ebbesen T. Enhanced light transmission through a single subwavelength aperture // Optics Letters. – 2001. -Vol. 26. - P.1972 - 1974.
8. Smolyaninov I., Elliott J., Zayats A., Davis C. C. Far-field optical microscopy with a nanometer-scale resolution based on the in-plane image magnification by Surface Plasmon Polaritons // Physical Review Letters. – 2005. - Vol. 94. – P. 057401.
9. Yogeswaran U., Chen S. M. A Review on the Electrochemical Sensors and Biosensors Composed of Nanowires as Sensing Material // Sensors. – 2008. – Vol. 8. – P. 290 - 313.
10. Byun K. M., Yoon S. J., Kim D., Kim S. J. Experimental study of sensitivity enhancement in surface plasmon resonance biosensors by use of periodic metallic nanowires // Optics Letters. – 2007. - Vol. 32, No. 13. – P. 1902 - 1904.
11. Sakhnenko N. K., Chipouline A., Schmidt C., Nerukh A., Pertsch T. Modeling of transient dynamics in two-dimensional circular microresonators using the pulsed complex source point beam concept // Journal Optical Society of America A. – 2012. – Vol. 29. - N. 10. – P. 2197 – 2203.
12. Sakhnenko N. K., Stognii N. P., Nerukh A. G., Chipouline A., Pertsch T. Modeling of transient plasmon dynamics in metallic cylinders // Proc. Int. Conference on Mathematical Method in Electromagnetic Theory (MMET 2012), Kharkiv, Ukraine. – 28 - 30 August 2012. – P. 35 - 38.