УДК 621.391.268

С.А. ЕПИШКИН, канд. техн. наук, И.В.ТЕРЕЩЕНКО, канд. техн. наук

К ВОПРОСУ О ЧАСТОТНОЙ СЕЛЕКЦИИ ИСТОЧНИКОВ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Анализ известных методов синтеза и алгоритмов обработки сигналов различных типов (детерминированных, квазидетерминированных, стохастических) на фоне помех показывает, что область их применения часто ограничена. Это связано с тем, что при синтезе обнаружителей (измерителей) либо неполностью учитываются факторы, имеющие место в реальных системах, либо затруднено строгое математическое решение поставленной задачи. Одним из таких факторов является различие сигнальных и помеховых колебаний в пунктах приема (ПП) многопозиционных систем (МПС).

Тем не менее, независимо от конкретного типа полезного сигнала, алгоритмы обработки включают и ряд общих процедур, связанных с необходимостью компенсации мешающих сигналов [1]. Для анализа названных операций рассмотрим задачу измерения угловой координаты движущегося источника излучения в двухпозиционной пассивной системе (ДПС) на фоне действующей по главному лепестку диаграммы направленности (ДН) активной шумовой помехи (АШП), создаваемой движущимся источником. Полагаем, что в ДПС возможна амплитудная пеленгация с суммарно-разностной обработкой [2], поэтому антенна центрального пункта (ЦП) ДПС формирует ДН двух типов.

Модель подлежащих дальнейшей обработке колебаний на выходе антенны ПП описывается следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{Y}_i(t) = {} & g_{Ci}\cdot\sqrt{P_{Ci}}\cdot\dot{y}_o(t-t_{3Ci})\cdot e^{j\cdot[(\omega_o+\Omega_{Ci})\cdot(t-t_{3Ci})-\varphi_{Ci}]}+\\ & g_{\Pi i}\cdot\sqrt{P_{\Pi i}}\cdot\dot{n}_o(t-t_{3\Pi i})\cdot e^{j\cdot[(\omega_o+\Omega_{\Pi i})\cdot(t-t_{3\Pi i})-\varphi_{\Pi i}]}+\dot{\eta}_i(t),\ i=\overline{1,3},\end{aligned} \qquad (1)$$

где $g_{C(\Pi)i}$ – значение ДН i-го измерительного канала (1 – разностного (Δ), 2 – суммарного (Σ), 3 – вынесенного пункта приема (ВП) в направлении на пеленгуемый источник (с) или мешающий (помеху – п)); $P_{C(\Pi)i}$ – мощность пеленгуемого (мешающего) источников в i-м канале; $\dot{y}_o(t)(\dot{n}_o(t))$ – нормированная комплексная огибающая сигнала (помехи) без учета амплитудного множителя ДН; $t_{3C(\Pi)i}$ – запаздывание сигнала (помехи) в i-м канале; ω_o – центральная частота энергетического спектра; $\Omega_{C(\Pi)i}$ – абсолютный допплеровский сдвиг частоты энергетического спектра сигнала (помехи) в i-ом канале; $\varphi_{C(\Pi)i}$ – начальная фаза сигнала (помехи); $\dot{\eta}_i$ – внутренний шум в i-м канале.

В (1) в качестве полезного выступает стохастический сигнал движущегося источника АШП, аналогичный по структуре мешающему (помехе), причем оба источника расположены в области пересечения главных лепестков ДН ПП (ЦП и ВП) и разрешаются по допплеровской частоте. Полезный сигнал, помеха и внутренние шумы считаем независимыми между собой (а $\dot{\eta}_i$ – и между каналами) гауссовыми процессами с нулевым средним. В дальнейшем полагаем, что антенна ВП – слабонаправлена, т.е. $q_{C(\Pi)3}=1{,}0$.

Модель (1) можно рассматривать как описание совокупности сигналов в системе из трех ПП при условии, что между двумя из них (в данном случае – суммарным и разностным измерительными каналами) отсутствуют различия по времени запаздывания – $t_{3C(\Pi)}$, допплеровской частоте – $\Omega_{C(\Pi)}$ и фазе – $\varphi_{C(\Pi)}$. При непрерывном наблюдении на интервале $(0,T)$ функционал правдоподобия совокупности процессов на выходе антенн ПП имеет вид [1, 3]:

$$W = K_1 \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \int_0^T \int_0^T \dot{Y}_i^*(t_1) \cdot \dot{Y}_k(t_2) \cdot B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2) \cdot dt_1 \cdot dt_2 \right\}, \quad (2)$$

где K_1 – коэффициент не зависящий от принятых в ПП реализаций [1,3]; * – знак комплексного сопряжения. В (2) $B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2)$ – функция, определяемая системой интегральных уравнений [1, 3]:

$$\sum_{k=1}^{3} \int_0^T R_{ik}(\alpha, t) \cdot B_{kl}(t, \beta) \cdot dt = \delta_{il} \cdot \delta(\alpha - \beta), \quad (3)$$

$$0 \le \alpha, \beta \le T, i, l = \overline{1,3}.$$

где δ_{il} – дельта Кронекера; $\delta(\alpha - \beta)$ – дельта-функция Дирака; $R_{ik}(t_1, t_2)$ – комплексная взаимная корреляционная функция процессов $\dot{Y}_i(t)$, принятых в ПП.

Известно, что для избежания трудностей математического характера в процессе синтеза измерителей на основе метода максимума правдоподобия при обработке непрерывных реализаций, целесообразно пользоваться функционалом отношения правдоподобия [3], который может быть получен из (2). Используя в качестве достаточной статистики измерения логарифм названного функционала L, можем получить:

$$L = C + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \int_0^T \int_0^T \dot{Y}_i^*(t_1) \cdot \dot{Y}_k(t_2) \cdot \left[B_{ik}^{ПШ}(t_1, t_2) - B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2) \right] dt_1 dt_2, \quad (4)$$

где $C = const$ не зависящая от принятых реализаций.

Верхние индексы у функций $B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2)$ и $B_{ik}^{ПШ}(t_1, t_2)$ в (2) и (4) означают, что решение уравнения (3) должно быть получено при наличии соответственно полезного стохастического сигнала, помехи и шумов или только помехи и шумов.

Уравнение правдоподобия, позволяющее отыскать оптимальную оценку угловой координаты Q_C, запишется следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial Q_C} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \int_0^T \int_0^T \dot{Y}_i^*(t_1) \cdot \dot{Y}_k(t_2) \cdot \left[B_{ik}^{ПШ}(t_1, t_2) - B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2) \right] dt_1 dt_2 - \\ - \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \int_0^T \int_0^T 2 \cdot \frac{\partial R_{ik}^{*(СПШ)}(t_1, t_2)}{\partial Q_C} \cdot B_{ik}^{СПШ}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 \end{array} \right\} = 0. \quad (5)$$

Заметим, что в (5) слагаемые с положительным знаком определяют характер операций, выполняемых над процессами $\dot{Y}_i(t)$, а независящие от принятых реализаций отрицательные слагаемые позволяют устранить возможное смещение получаемой оценки [1]. Поэтому для анализа основных процедур, выполняемых при компенсации АШП, достаточно ограничиться исследованием выражения, стоящего под знаком производной в первом слагаемом (5) и представляющего собой достаточную статистику обнаружения. Анализ удобнее проводить в спектральной форме. Для этого из (4) можно получить

$$L_0 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \frac{1}{4\pi^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{Y}_i^*(\omega_1) \cdot \dot{Y}_k(\omega_2) \cdot \left[\Psi_{ik}^{ПШ}(\omega_1, \omega_2) - \Psi_{ik}^{СПШ}(\omega_1, \omega_2) \right] d\omega_1 d\omega_2, \quad (6)$$

где $\dot{Y}_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{Y}_i(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$ – трансформанты Фурье существующих на интервале $(0, T)$ принимаемых реализаций,

$$\Psi_{ik}(\omega_1,\omega_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}B_{ik}(t_1,t_2)\cdot e^{-j(\omega_1 t_1-\omega_2 t_2)}dt_1dt_2 .$$

Для нахождения $\Psi_{ik}^{СПШ}(\omega_1,\omega_2)$ и $\Psi_{ik}^{ПШ}(\omega_1,\omega_2)$ необходимо задаться видом матрицы мгновенных энергетических спектров $\Phi(\omega,t)$ суммы полезного стохастического сигнала, помехи и внутренних шумов либо только помехи и шумов.

Для решения (3) допустим, что интервалы наблюдения $(0,T)$ намного больше интервала корреляции $\tau_к$ полезного случайного сигнала и помехи, а внутренние шумы $\dot{\eta}_i$ – δ-коррелированы по времени. Кроме того, полагаем, что процессы $\dot{Y}_i(t)$ можно считать стационарными на $(0,T)$ (но не стационарно связанными между измерительными каналами) и интенсивность внутреннего шума в основном определяется частью приемного тракта после суммарно-разностного преобразования. В этом случае, используя (1), элемент $R_{ik}^{СПШ}(t_1,t_2)$ в предположении идентичности приемных каналов можно записать:

$$\begin{aligned}R_{ik}^{СПШ}(t_1,t_2)&=R_{ik}^{Ш}(t_1,t_2)+R_{ik}^{П}(t_1,t_2)+R_{ik}^{С}(t_1,t_2)=\frac{1}{2}\left\langle\dot{Y}_i(t_1)\dot{Y}_k^*(t_2)\right\rangle=\sigma_{Ш}^2\cdot\delta_{ik}\cdot\delta(t_1-t_2)+\\&+g_{Пi}g_{Пk}\sqrt{P_{Пi}P_{Пk}}\cdot\rho_П(t_1-t_2+t_{3Пik})\exp\{j[(\omega_o+\Omega_{Пi})(t_1-t_2+t_{3Пik})+\Delta\varphi_{Пik}+\Delta\Omega_{Пik}(t_{3Пk}-t_2)]\}+,\\&+g_{Ci}g_{Ck}\sqrt{P_{Ci}P_{Ck}}\cdot\rho_C(t_1-t_2+t_{3Cik})\exp\{j[(\omega_o+\Omega_{Ci})(t_1-t_2+t_{3Cik})+\Delta\varphi_{Cik}+\Delta\Omega_{Cik}(t_{3Ck}-t_2)]\}\end{aligned}\quad(7)$$

где $\langle\cdot\rangle$ – знак математического ожидания, $\rho_C(t_1-t_2)=\frac{1}{2}\left\langle\dot{y}_o(t_1)\dot{y}_o^*(t_2)\right\rangle$, $\rho_П(t_1-t_2)=\frac{1}{2}\left\langle\dot{n}_o(t_1)\dot{n}_o^*(t_2)\right\rangle$ – корреляционные функции нормированных комплексных огибающих сигнала (помехи); $\Delta\Omega_{C(П)ik}=\Omega_{C(П)k}-\Omega_{C(П)i}$ – разность допплеровских частот одноименных колебаний в ПП; $t_{3C(П)ik}=t_{3C(П)k}-t_{3C(П)i}$; $\Delta\varphi_{C(П)ik}=\varphi_{C(П)k}-\varphi_{C(П)i}$; $\sigma_{Ш}^2$ – дисперсия внутренних шумов, одинаковая во всех каналах. Заметим, что для суммарного и разностного каналов $(i,k=1,2)$ $\Delta\Omega_{C(П)ik}$, $t_{3C(П)ik}$, $\Delta\varphi_{C(П)ik}$ равны нулю, $P_{C(П)1}=P_{C(П)2}$.

Выражения для корреляционной функции $R_{ik}^{ПШ}(t_1,t_2)$ получаются из (7) подстановкой $P_{Ci}=0$. Элементы матриц мгновенных энергетических спектров $\Phi_{ik}^{СПШ}(\omega,t)$ и $\Phi_{ik}^{ПШ}(\omega,t)$ определяются преобразованием Фурье от $R_{ik}^{СПШ}(t_1,t_2)$ и $R_{ik}^{ПШ}(t_1,t_2)$:

$$\Phi_{ik}^{СПШ}(\omega,t)=N_o\left\{\begin{matrix}\delta_{ik}+q_{Пi}q_{Пk}\Xi_П(\omega-\omega_o-\Omega_{Пk})\cdot e^{j(\Delta\varphi_{Пik}+\Delta\Omega_{Пik}(t_{3Пk}-t)+(\omega-\Delta\Omega_{Пik})t_{3Пik})}+\\+q_{Ci}q_{Ck}\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{Ck})e^{j(\Delta\varphi_{Cik}+\Delta\Omega_{Cik}(t_{3Ck}-t)+(\omega-\Delta\Omega_{Cik})t_{3Cik})}\end{matrix}\right\},\quad(8)$$

$$\Phi_{ik}^{ПШ}(\omega,t)=N_o\left\{\delta_{ik}+q_{Пi}q_{Пk}\Xi_П(\omega-\omega_o-\Omega_{Пk})\cdot e^{j(\Delta\varphi_{Пik}+\Delta\Omega_{Пik}(t_{3Пk}-t)+(\omega-\Delta\Omega_{Пik})t_{3Пik})}\right\},\quad(9)$$

где $N_o=\sigma_{Ш}^2/\Delta f$ – односторонняя спектральная плотность мощности собственных шумов в каналах; $\Xi_{C(П)}(\omega)$ – безразмерный нормированный энергетический спектр комплексной огибающей сигнала (помехи); $\Delta f_{C(П)}$ – ширина спектра колебаний – в дальнейшем одинаковая у полезного и мешающего сигналов; $q_{C(П)i}=g_{C(П)i}\sqrt{\frac{P_{C(П)i}}{\Delta f N_o}}=g_{C(П)i}\sqrt{\frac{P_{C(П)i}}{\sigma_{Ш}^2}}$ – отношение сигнал (помеха)/шум в соответствующем измерительном канале.

При сделанных ранее допущениях пределы интегрирования и области определения функций в системе уравнений (3) можно расширить до бесконечности и применить трансформацию Фурье [1], в результате систему (3) можно представить в виде

$$\sum_{k=1}^{3} N_o e^{j\omega t}\left\{\begin{array}{l}\left[\delta_{ik}+q_{\Pi i}q_{\Pi k}\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})\cdot e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik}+\Delta\Omega_{\Pi ik}t_{3\Pi k}+\omega t_{3\Pi ik})}\right]\times\\ \times F_{kl}^{СПШ}(\omega+\Delta\Omega_{\Pi ik},t)+q_{Ci}q_{Ck}\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{Ci})e^{j(\Delta\varphi_{Cik}+\Delta\Omega_{Cik}t_{3Ck}+\omega t_{3Cik})}\times\\ \times F_{kl}^{СПШ}(\omega+\Delta\Omega_{Cik},t)\end{array}\right\}=\delta_{il}\,. \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^{3} N_o e^{j\omega t}\left\{\delta_{ik}+q_{\Pi i}q_{\Pi k}\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})\cdot e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik}+\Delta\Omega_{\Pi ik}t_{3\Pi k}+\omega t_{3\Pi ik})}\right\}F_{kl}^{ПШ}(\omega+\Delta\Omega_{\Pi ik},t)=\delta_{il}\,, \quad (11)$$

где $F_{kl}(\omega+\Delta\Omega_{C(\Pi)},t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}B_{kl}(t_1,t)e^{-j\omega t_1}dt_1$.

Решение системы уравнений (11), независимо от значения $\Delta\Omega_{\Pi ik}$ трудностей не вызывает и может быть представлено в виде

$$F_{ik}^{ПШ}(\omega,t)=\frac{e^{-j(\omega+\Delta\Omega_{\Pi ik})t}}{N_o}\cdot\left\{\delta_{ik}-\frac{q_{\Pi i}q_{\Pi k}\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})}{1+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{\Pi j}^2\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi j})}e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik}+\Delta\Omega_{\Pi ik}t_{3\Pi k}+\omega t_{3\Pi ik})}\right\}. \quad (12)$$

Относительно системы (10) необходимо отметить следующее. Решение в общем случае произвольного числа ПП и нестационарных помех с различными значениями $\Delta\Omega_{ik}$ получить не удается. В явной форме указанное решение получается лишь в ситуации, когда полезные и мешающие колебания имеют одинаковую разностную доплеровскую частоту $\Delta\Omega_{ik}$.

Допустим, что $\Delta\Omega_{Cik}=\Delta\Omega_{\Pi ik}=\Delta\Omega_{ik}$. Данное условие, однако, не означает равенства абсолютных значений доплеровских частот, т.е. $\Omega_{Cik}\neq\Omega_{\Pi ik}$. Решение системы уравнений (10) в этом случае может быть представлено в виде:

$$F_{ik}^{СПШ}(\omega,t)=\frac{e^{-j(\omega+\Delta\Omega_{ik})t}}{N_o G(\Omega_i)}\left\{\begin{array}{l}\delta_{ik}\left[1+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{\Pi j}^2\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{Cj}^2\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{Ci})\right]-\\ -q_{\Pi i}q_{\Pi k}\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik}+\Delta\Omega_{ik}t_{3\Pi k}+\omega t_{3\Pi ik})}-\\ -q_{Ci}q_{Ck}\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{Ci})e^{j(\Delta\varphi_{Cik}+\Delta\Omega_{ik}t_{3Ck}+\omega t_{3Cik})}+\\ +\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{Ci})\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi i})\Delta F_{ik}\end{array}\right\}, \quad (13)$$

где

$$G(\Omega_1)=G(\Omega_2)=\left\{\begin{array}{l}1+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{\Pi j}^2\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi 1})+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{Cj}^2\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{C1})+\\ +\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{C1})\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi 1})\times\\ \times\sum\limits_{l=1}^{3}\sum\limits_{m=l+1}^{3}\left[q_{\Pi l}^2q_{Cm}^2+q_{\Pi m}^2q_{Cl}^2-2q_{\Pi l}q_{Cl}q_{\Pi m}q_{Cm}\cos(\delta\varphi_{C\Pi}+\Delta\Omega_{lm}\Delta t_{C\Pi 3}+\omega\delta\tau_{C\Pi})\right]\end{array}\right\},$$

$$G(\Omega_3)=\left\{\begin{array}{l}1+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{\Pi j}^2\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi 3})+\sum\limits_{j=1}^{3}q_{Cj}^2\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{C3})+\\ +\Xi_C(\omega-\omega_o-\Omega_{C3})\Xi_{\Pi}(\omega-\omega_o-\Omega_{\Pi 3})\times\\ \times\sum\limits_{l=1}^{3}\sum\limits_{m=l+1}^{3}\left[q_{\Pi l}^2q_{Cm}^2+q_{\Pi m}^2q_{Cl}^2-2q_{\Pi l}q_{Cl}q_{\Pi m}q_{Cm}\cos(\delta\varphi_{C\Pi}+\Delta\Omega_{lm}\Delta t_{C\Pi 1}+\omega\delta\tau_{C\Pi})\right]\end{array}\right\},$$

$$\delta\varphi_{C\Pi}=\Delta\varphi_{Clm}-\Delta\varphi_{\Pi lm},\ \delta\tau_{C\Pi}=t_{3Clm}-t_{3\Pi lm},\ \Delta t_{C\Pi i}=t_{3Ci}-t_{3\Pi i}.$$

$$\Delta F_{11} = \left| q_{\Pi\Sigma} q_{C3} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi 3} q_{C\Sigma} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right|^2;$$

$$\Delta F_{12} = \left[q_{\Pi\Delta} q_{C3} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} - q_{\Pi 3} q_{C\Delta} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} \right] \times$$
$$\times \left[q_{\Pi 3} q_{C\Sigma} e^{-j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi\Sigma} q_{C3} e^{-j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right],$$

$$\Delta F_{13} = (q_{\Pi\Delta} q_{C\Sigma} - q_{\Pi\Sigma} q_{C\Delta}) \left[q_{\Pi\Sigma} q_{C\Sigma} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi 3} q_{C\Sigma} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right];$$

$$\Delta F_{21} = \left[q_{\Pi\Delta} q_{C3} e^{-j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} - q_{\Pi 3} q_{C\Delta} e^{-j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} \right] \times$$
$$\times \left[q_{\Pi 3} q_{C\Sigma} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi\Sigma} q_{C3} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right];$$

$$\Delta F_{22} = \left| q_{\Pi\Delta} q_{C3} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi 3} q_{C\Delta} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right|^2;$$

$$\Delta F_{23} = (q_{\Pi\Sigma} q_{C\Delta} - q_{\Pi\Delta} q_{C\Sigma}) \left[q_{\Pi\Delta} q_{C3} e^{j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C3} + \omega t_{3C})} - q_{\Pi 3} q_{C\Delta} e^{j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega_\Pi t_{3\Pi 3} + \omega t_{3\Pi})} \right];$$

$$\Delta F_{31} = (q_{\Pi\Delta} q_{C\Sigma} - q_{\Pi\Sigma} q_{C\Delta}) \begin{bmatrix} q_{\Pi\Sigma} q_{C3} e^{-j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C1} + \omega t_{3C})} - \\ - q_{\Pi 3} q_{C\Sigma} e^{-j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega_\Pi t_{3\Pi 1} + \omega t_{3\Pi})} \end{bmatrix};$$

$$\Delta F_{32} = (q_{\Pi\Sigma} q_{C\Delta} - q_{\Pi\Delta} q_{C\Sigma}) \begin{bmatrix} q_{\Pi\Delta} q_{C3} e^{-j(\Delta\varphi_C + \Delta\Omega t_{3C1} + \omega t_{3C})} - \\ - q_{\Pi 3} q_{C\Delta} e^{-j(\Delta\varphi_\Pi + \Delta\Omega_\Pi t_{3\Pi 1} + \omega t_{3\Pi})} \end{bmatrix};$$

$$\Delta F_{33} = (q_{\Pi\Delta} q_{C\Sigma} - q_{\Pi\Sigma} q_{C\Delta})^2.$$

Для большей наглядности введены обозначения:

$t_{3C(\Pi)} = t_{3C(\Pi)3} - t_{3C(\Pi)1(2)}$; $\Delta\varphi_{C(\Pi)} = \varphi_{C(\Pi)3} - \varphi_{C(\Pi)1(2)}$, $\Delta\Omega = \Omega_{C(\Pi)3} - \Omega_{C(\Pi)1(2)}$,

$q_{C(\Pi)1} = q_{C(\Pi)\Delta}$, $q_{C(\Pi)2} = q_{C(\Pi)\Sigma}$.

Учитывая, что в общем случае

$$\Psi'_{ik}(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{ik}(\omega_1, t) \cdot e^{j(\omega_2 t)} dt, \tag{14}$$

и подставляя (10) и (11) в (14) получим

$$\Psi_{ik}^{\Pi Ш}(\omega_1, \omega_2) = \frac{2\pi}{N_o} \left\{ \delta_{ik} - \frac{q_{\Pi i} q_{\Pi k} \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik} + \Delta\Omega_{\Pi ik} t_{3\Pi k} + \omega_1 t_{3\Pi ik})}}{1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i})} \right\} \delta(\omega_2 - \omega_1 - \Delta\Omega_{\Pi ik}), \tag{15}$$

$$\Psi_{ik}^{СПШ}(\omega_1, \omega_2) = \frac{2\pi}{N_o G(\Omega_i)} \left\{ \begin{array}{l} \delta_{ik} \left[1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) + \sum_{j=1}^{3} q_{Cj}^2 \Xi_C(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{Ci}) \right] - \\ - q_{\Pi i} q_{\Pi k} \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) e^{j(\Delta\varphi_{\Pi ik} + \Delta\Omega_{ik} t_{3\Pi k} + \omega_1 t_{3\Pi ik})} - \\ - q_{Ci} q_{Ck} \Xi_C(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{Ci}) e^{j(\Delta\varphi_{Cik} + \Delta\Omega_{ik} t_{3Ck} + \omega_1 t_{3Cik})} + \\ + \Xi_C(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{Ci}) \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \Delta F_{ik} \end{array} \right\} \times \tag{16}$$
$$\times \delta(\omega_2 - \omega_1 - \Delta\Omega_{\Pi ik})$$

Подставляя (15) и (16) в (6), можно определить операции, выполняемые над входными реализациями при формировании достаточной статистики, которая принимает вид

$$L_o = \frac{1}{2\pi \cdot N_o} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{3} \dot{Y}_i^*(\omega) \left| H_C(\omega, \Omega_i) \right|^2 \left\{ \begin{array}{l} D_o(\omega, \Omega_i) \dot{Y}_i(\omega) + q_{Ci} \left[1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \right] \times \\ \times \sum_{k=1}^{3} q_{Ck} \dot{Y}_k(\omega + \Delta\Omega_{ik}) e^{j(\omega t_{3Ck} + \Delta\Omega_{ik} t_{3Ck} + \Delta\varphi_{Cik})} - \\ - q_{\Pi i} D_\Pi(\omega, \Omega_i) \times \\ \times \sum_{k=1}^{3} q_{\Pi k} \dot{Y}_k(\omega + \Delta\Omega_{ik}) e^{j(\omega t_{3\Pi k} + \Delta\Omega_{ik} t_{3\Pi k} + \Delta\varphi_{\Pi ik})} - \\ - \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \left[1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \right] \times \\ \times \sum_{k=1}^{3} \Delta F_{ik} \dot{Y}_k(\omega + \Delta\Omega_{ik}) \end{array} \right\} d\omega, \qquad (17)$$

где

$$\left| H_C(\omega_1, \Omega_i) \right|^2 = \frac{\Xi_C(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{Ci})}{G(\Omega_i) \left[1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega_1 - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \right]},$$

$$D_o(\omega_1, \Omega_i) = \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \left[1 + \sum_{j=1}^{3} q_{\Pi j}^2 \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \right] \times$$

$$\times \{ \sum_{l=1}^{3} \sum_{m=l+1}^{3} \left[q_{\Pi l}^2 q_{Cm}^2 + q_{\Pi m}^2 q_{Cl}^2 - 2 q_{\Pi l} q_{Cl} q_{\Pi m} q_{Cm} \cos(\delta\varphi_{C\Pi} + \Delta\Omega_{lm} \Delta t_{C\Pi 1(3)} + \omega \delta\tau_{C\Pi}) \right] \}$$

$$D_\Pi(\omega_1, \Omega_i) = \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{3} q_{Cj}^2 + \\ + \Xi_\Pi(\omega - \omega_o - \Omega_{\Pi i}) \sum_{l=1}^{3} \sum_{m=l+1}^{3} \left[\begin{array}{l} q_{\Pi l}^2 q_{Cm}^2 + q_{\Pi m}^2 q_{Cl}^2 - 2 q_{\Pi l} q_{Cl} q_{\Pi m} q_{Cm} \times \\ \times \cos(\delta\varphi_{C\Pi} + \Delta\Omega_{lm} \Delta t_{C\Pi 1(3)} + \omega \delta\tau_{C\Pi}) \end{array} \right] \end{array} \right\}.$$

Статистика (17) допускает несколько вариантов технической реализации. Однако в любом случае до измерения суммарной мощности из реализации, принятой i-м каналом $\dot{y}_i(\omega)$, осуществляется когерентное вычитание отфильтрованных и выровненных по запаздыванию, фазе и частоте помеховых составляющих, принятых во всех каналах. Весовой множитель (частотная характеристика) в этом случае определяется спектральными параметрами помехи и пространственным положением источников полезного и мешающего колебаний. Предварительная компенсация разности хода огибающих и разностной доплеровской частоты помеховых колебаний позволяет использовать для реализации вычитания автокомпенсаторы с корреляционной обратной связью. В ряде работ высказывалось интуитивное предположение о том, что выявленные при равных значениях $\Delta\Omega_{\Pi ik} = \Delta\Omega_{Cik}$ операции обработки реализаций $\dot{y}_i(\omega)$ сохраняются и при отличии полезного и мешающего колебаний по разностной доплеровской частоте. В этом случае вычитание помехи должно осуществляться с учетом конкретного значения $\Delta\Omega_{\Pi ik}$. Тем не менее, задача строгого математического синтеза алгоритмов обработки стохастического сигнала, излучаемого движущимся источником, на фоне аналогичного ему мешающего, отличающегося $\Delta\Omega_{ik}$, остается открытой.

Список литературы: 1. *Черняк В.С.* Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 416 с. 2. *Леонов А.И., Фомичёв К.И.* Моноимпульсная радиолокация. М.: Радио и связь, 1984. 312 с. 3. *Куликов Е.И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 25.09.2009