

*И. Н. ПРЕСНЯКОВ*, канд. техн. наук, *М. И. КОЧКИН*, канд. техн. наук,  
*С. С. СМОЛЬЯНИНОВ*, канд. техн. наук, *В. А. БУТ*

### **НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИОНОСФЕРЕ ПО СИГНАЛАМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ**

При исследовании ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР) радиоволн принимаемый сигнал можно считать нормальным случайным процессом, полностью характеризующимся на интервале стационарности своей мощностью и автокорреляционной функцией (АКФ) или энергетическим спектром (ЭС) [1].

В связи с этим на существующих измерительных комплексах НР в качестве первичной обработки принимаемого сигнала производится измерение высотных профилей мощности АКФ или ЭС (первичная обработка). По этим данным оцениваются физические параметры ионосферы (вторичная обработка) путем сравнения по заданному критерию с теоретическими моделями.

Основной недостаток такой методики — неадекватность получаемых оценок и реальных значений ионосферных параметров в условиях динамичной ионосферы, что связано с использованием временного накопления для образования достаточной статистики НР сигнала с требуемой для оценки параметров точностью. Интервал накопления, определяемый в основном энергетическим потенциалом РЛС НР, в настоящее время составляет несколько минут. Это превышает характерное время эволюции состояния ионосферной плазмы, особенно в полярных широтах, в периоды геомагнитных бурь, солнечных вспышек, искусственных возмущений.

Для адекватного решения задачи оценивания динамических процессов в ионосфере по сигналам НР требуется существенное сокращение интервала накопления первичных характеристик наблюдаемых сигналов. Такая возможность в практике обработки НР сигналов имеется, поскольку период изменчивости динамических процессов в ионосфере почти всегда значительно превышает временной интервал выборки сигнала. Это позволяет сократить время накопления первичной обработки до интервала, на котором параметры динамики ионосферы можно считать постоянными. Однако существенным ограничением такого подхода является значительное уменьшение соотношения

сигнал-шум в первичной оценке статистических характеристик некогерентно рассеянных сигналов.

Рассматриваются возможности синтеза алгоритмов двухэтапной обработки НР сигналов. На первом этапе решается задача оценки их статистических характеристик с временным разрешением, достаточным для неискаженного оценивания изменяющихся физических параметров ионосферной плазмы. На втором этапе с учетом моделей динамических процессов синтезируются алгоритмы оптимальной фильтрации изменяющихся ионосферных параметров на фоне шумов, вызванных первичной обработкой.

В соответствии с законами сохранения для ионосферной плазмы поведение ее основных параметров можно описывать следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_m}{\partial t} &= \sum P_m - N_m \sum L_m - \vec{\nabla} \varphi_m + \xi_l^N; \\ c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} &= Q - L_{ll} - L_{ln} + \vec{\nabla} (K_l \vec{\nabla} T_l) + \xi_l^T; \\ C_l \frac{\partial T_l}{\partial t} &= L_{ll} - L_{ln} + \vec{\nabla} (K_l \vec{\nabla} T_l) + \xi_l^T; \\ C_n \frac{\partial T_n}{\partial t} &= L_{ln} + \vec{\nabla} (K_n \vec{\nabla} T_n) + \xi_n^T. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь индекс  $m$  обозначает вид частиц (электроны, ионы, нейтралы)  $N_m$ ,  $\sum P_m$ ,  $\sum L_m$ ,  $\varphi_m$ ,  $T_m$  — концентрация, сумма источников, суммарная частота потерь, поток и температура частиц данного вида;  $Q$  — приток энергии электронов;  $L_{ll}$ ,  $L_{ln}$ ,  $L_{in}$  — потери энергии при электрон-нейтральных, электрон-нейтральных, ион-нейтральных взаимодействиях;  $C_m$ ,  $K_m$  — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности соответствующих частиц;  $\vec{\nabla}$  — векторный оператор частных производных по пространственным координатам; случайные процессы  $\xi_l^N$ ,  $\xi_l^T$ ,  $\xi_n^T$  описывают флюктуационные составляющие в уравнениях поведения ионосферных параметров, которые заданы своими изменяющимися во времени корреляционными функциями  $R_l^N$ ,  $R_l^T$ ,  $R_n^T$ .

Система (1), описывающая состояние исследуемого объекта ионосферной плазмы, представляется в общем виде:

$$\frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} = \vec{F}[\vec{A}(t)] + \vec{G}(t) \vec{W}(t), \quad (2)$$

где  $\vec{F}(\cdot)$  — нелинейный векторный оператор;  $\vec{G}(t)$  — модуляционная матрица;  $\vec{W}(t)$  — реализация белого шума. Слагаемое  $\vec{G}(t) \vec{W}(t)$  описывает флюктуационную составляющую в поведении рассматриваемой динамической системы.

На входе системы обработки наблюдается сигнал  $y(t) = x(t, \vec{A}) + n(t)$  (3), где  $n(t)$  — аддитивные собственные и внешние шумы приемной системы, причем  $x(t, \vec{A})$ ,  $n(t)$  — статистически независимы и на практике соотношения сигнал-шум значительно меньше единицы.

Поскольку наблюдаемый сигнал представляет собой случайный процесс, связь его информационных параметров устанавливается через статистические характеристики. Учитывая отмеченные выше предположения относительно соотношений в динамике процессов в ионосфере и интервалов накопления первичных характеристик, уравнение наблюдения записываем как  $\vec{R}^*(t) = \vec{R}[\vec{A}(t)] + \vec{N}(t)$  (4). Здесь  $\vec{R}^*(t)$  — оценка достаточной статистики сигнала  $y(t)$ , наблюдаемого в интервале  $[t_0, t]$ ;  $\vec{R}[\vec{A}(t)]$  — модель статистики НР сигнала;  $\vec{N}(t)$  — остаточный шум, который в рассматриваемом случае можно считать белым в силу физической природы аддитивных шумов антенн и соотношения сигнал-шум на входе.

Формулу (4) представим в виде стохастического дифференциального уравнения в форме Ито [2]:

$$d\vec{R}^*(t) = \vec{R}[\vec{A}(t)] dt + d\mathbf{v}(t), \quad \vec{R}^*(t_0) = \vec{R}_0^*, \quad t > t_0, \quad (5)$$

где  $d\mathbf{v}(t) = \vec{N}(t) dt$ , причем  $M\{\vec{v}(t)\} = 0$ ;  $M\{\vec{v}(t)\vec{v}^T(t)\} = N_v$  — симметричная положительно определенная матрица. Процесс  $\vec{v}(t)$  при условии, что  $\vec{N}(t)$  — белый шум, определяет винеровский процесс, поэтому  $d\vec{R}^*(t)$  — марковский процесс с ненулевым средним.

Формула (2) определяет непрерывный векторный марковский процесс с конечными вторыми моментами. Если известна априорная плотность вероятности  $P(\vec{A}_0)$  вектора состояния в начальный момент времени  $t_0$ , то эволюция во времени плотности вероятности  $P(\vec{A}(t))$  процесса, описываемого выражением (2), удовлетворяет уравнению второго порядка в частных производных Фоккера — Планка.

На основании (2), (5) можно получить модифицированное уравнение Фоккера — Планка, описывающего эволюцию во времени апостериорного распределения  $P[\vec{A}(t)/\vec{R}^*(t)]$ , в котором заключена вся искомая информация о реализации вектора состояния  $\vec{A}(t)$  при условии, что наблюдается процесс  $\vec{R}^*(t)$ .

Решение модифицированного уравнения Фоккера — Планка в общем виде получено Стратоновичем [3]. Это решение является неявным и в рассматриваемом случае записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}(t)}{\partial t} = & M\{\vec{F}(\vec{A}(t))\} + M\{\vec{A}(t) - \hat{A}(t)\} \vec{R}[\vec{A}(t)] \times \\ & \times \vec{N}_v^{-1}\{\vec{R}^*(t) - M[\vec{R}(\vec{A}(t))]\}. \end{aligned} \quad (5a)$$

Уравнение (5a) определяет оптимальную оценку  $\hat{A}(t)$  вектора состояния, однако непосредственное его решение невозможно. На практике приходится использовать приближенные алгоритмы нелинейной фильтрации. Для их получения предположим, что  $\vec{F}[\vec{A}(t), \vec{R}[\vec{A}(t)]$  можно

разложить в ряды Тейлора относительно оптимальной оценки

$$\begin{aligned} \widehat{\vec{A}}(t) &= \| a_1, \dots, a_k \|; \\ \vec{F}[\vec{A}(t)] &= \vec{F}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \left\{ \sum_{i=1}^k (a_i - \hat{a}_i) \frac{\partial}{\partial a_i} \vec{F}[\vec{A}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (a_i - \hat{a}_i)(a_j - \hat{a}_j) \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j} \vec{F}[\vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \vec{R}[\vec{A}(t)] &= \vec{R}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \left\{ \sum_{i=1}^k (a_i - \hat{a}_i) \frac{\partial}{\partial a_i} \vec{R}[\vec{A}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (a_i - \hat{a}_i)(a_j - \hat{a}_j) \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j} \vec{R}[\vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Ограничиваясь в выражениях (6), (7) линейными или квадратичными членами, имеем уравнение фильтрации первого и второго порядков [4]. Для приближения первого порядка уравнение оценки имеет вид

$$\frac{\partial \widehat{\vec{A}}(t)}{\partial t} = \vec{F}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} [\vec{R}^* - \vec{R}(\vec{A})] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \quad (8)$$

Запишем уравнение ковариационной матрицы ошибок  $\vec{K}(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{K}(t)}{\partial t} &= \left[ \frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} - \right. \\ &- \left. \vec{K}(t) \frac{\partial}{\partial \vec{A}} \left\{ \left[ \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \right]^T N_v^{-1} \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \right\} \vec{K}(t) \right] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}} \end{aligned} \quad (9)$$

Для приближения второго порядка уравнение оценки имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \widehat{\vec{A}}(t)}{\partial t} &= \vec{F}(\widehat{\vec{A}}) + \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{F}(\vec{A})}{\partial A^2} : \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \left\{ \vec{R}^* - \vec{R}(\vec{A}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{R}(\vec{A})}{\partial A^2} : \vec{K}(t) \right\} \right] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение для вычисления ковариационной матрицы ошибок:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{K}(t)}{\partial t} &= \left\{ \frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{F}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} - \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{E}[\vec{K}(t), \vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\left\| \frac{\partial^2 (\cdot)}{\partial \vec{A}^2} : K(t) \right\| = \text{tr} \left\{ \frac{\partial^2 (\cdot)}{\partial \vec{A}^2} - \vec{K}(t) \right\}; \quad (12)$$

$$E_{k_i} = \left\{ \frac{1}{2} \sum K_{jk} K_{lk} + K_{kj} K_{lj} \frac{\partial^2 \vec{R}(\vec{A})}{\partial a_i \partial a_j} \right\} N_v \left\{ \vec{R}^* - \vec{R}(\vec{A}) - \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) \right\}. \quad (13)$$

Оптимальный фильтр, построенный в соответствии с уравнениями (8) — (11), формирует оценку компонент вектора  $\vec{A}(t)$  с минимально возможными дисперсиями и определяет структуру устройства опти-

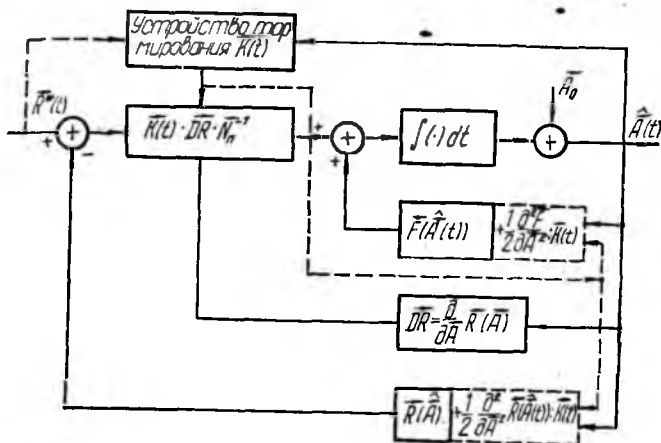


Рис. 1

мальной обработки сигнала НР (рис. 1). Пунктиром показаны дополнительные устройства и связи, необходимые для реализации оптимальной обработки во втором приближении.

Из рассмотрения рис. 1 и уравнений (10), (8) видно, что за время  $dt$  оценка вектора  $\hat{A}(t)$  изменяется на величину  $d\hat{A}$ , состоящую из двух слагаемых: собственного смещения и смещения, обусловленного наблюдением. Кроме того, из выражения (11) видно, что корреляционная матрица  $\vec{K}(t)$  в каждый момент времени зависит от наблюдения  $\vec{R}^*(t)$

и от вектора состояния  $\hat{A}(t)$  в этот момент. Подобная зависимость является спецификой задач оптимальной нелинейной фильтрации по сравнению с задачами линейной фильтрации Калмана—Бьюси. Фильтр первого порядка (8), (9) полностью совпадает с так называемым расширенным фильтром Калмана.

Реализация алгоритмов (8) — (11) на практике достаточно сложна. Вместе с тем, интервал корреляции НР сигнала значительно меньше характерного времени изменения вектора состояния  $\vec{A}(t)$ . Этим можно воспользоваться для применения более простого алгоритма нелиней-

ной фильтрации — линеаризованного фильтра Калмана [4]. Для его реализации необходимо задаться траекторией  $\widehat{A}_n$ .

Пусть отклонения  $\delta \vec{R}^*(t) = \vec{R}^*(t) - \vec{R}[\widehat{A}_n(t)]$  вдоль заданного наблюдения  $\vec{R}_n(t) = \vec{R}[\widehat{A}_n(t)]$  малы. Зададим траекторию:

$$\widehat{A}_n(t) = \vec{F}[\widehat{A}_n(t)]; \quad \widehat{A}_n(t_0) = M[\widehat{A}(t_0)]. \quad (14)$$

Линеаризованный алгоритм фильтрации Калмана имеет вид

$$\delta \widehat{A} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}} \delta \widehat{A}_n - \vec{K}(t) \left[ \delta \vec{R}^* - \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}_n} \delta \widehat{A}_n \right], \quad (15)$$

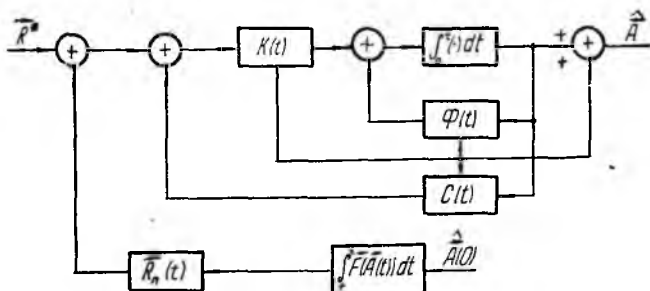


Рис. 2

где  $\vec{K}(t) = \vec{K} \rightarrow \frac{\partial \vec{R}^*}{\partial \widehat{A}_n} N_n^{-1}$ , а ковариационная матрица ошибок удовлетворяет уравнению

$$\vec{K}_{\delta A} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}_n} \vec{K}_{\delta A} + \vec{K}_{\delta A} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}_n} - \vec{K}_{\delta A} \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}_n} N_n^{-1} \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}} \vec{K}_{\delta A}. \quad (16)$$

Линеаризованная оценка вектора состояния определяется выражением  $\widehat{A}(t) = \widehat{A}(t) + \delta \widehat{A}(t)$  (17). На рис. 2 показана схема устройства, реализующего линеаризованный фильтр Калмана. Здесь

$$\Phi(t) = \frac{\partial \vec{F}[\widehat{A}_n(t)]}{\partial \widehat{A}}; \quad C(t) = \frac{\partial \vec{R}[\widehat{A}_n(t)]}{\partial \widehat{A}_n}.$$

Из сравнения с рис. 1 видно, что данная схема значительно проще. В частности, ковариационная матрица ошибок не зависит от наблюдения и, следовательно, вычисляется заранее. Однако необходимость задания априорной траектории, близкой к наблюдаемой, представляет значительные неудобства, и на практике это приводит к многоканальной структуре.

Таким образом, для решения задачи исследования динамических процессов в ионосферной плазме по НР сигналам процедуру обработки целесообразно синтезировать в два этапа. На первом может быть оптимально решена задача достижения требуемого временного разрешения изменяющихся параметров, на втором — задача достижения требуемой статистической точности оценки параметров с учетом известной априорной модели поведения параметров ионосферы во времени. Описание модели наблюдения в виде нелинейной связи достаточной статистики некогерентно рассеянного сигнала с его информационными параметрами позволяет избежать сложных вычислений при оценке ионосферных параметров по форме статистических характеристик наблюдаемых сигналов и избежать дополнительных ошибок, связанных с динамикой поведения ионосферных параметров. Получаемые на практике соотношения интервала корреляции НР сигнала и характерных периодов изменчивости ионосферных параметров позволяют линеаризовать основное уравнение фильтрации и описать поведение во времени оптимального коэффициента передачи фильтра заранее независимо от наблюдаемого сигнала.

**Список литературы:** 1. *Метод некогерентного рассеяния радиоволн* / Б. Е. Брюнелли, М. И. Кочкин, И. Н. Пресняков и др. — Л.: Наука, 1979. — 188 с. 2. *Ярлыков М. С., Миронов М. О.* О стохастических дифференциальных уравнениях в задачах оценки параметров и нелинейной фильтрации сигналов на фоне белого шума // *Радиотехника и электрон.* — 1973. — 18, № 9. — С. 1826 — 1831. 3. *Стратонович Р. Л.* К теории оптимальной нелинейной фильтрации сигналов случайных функций // *Теория вероятностей и ее применение.* — 1959. — 4, вып. 2. — С. 239 — 242. 4. *Сайдж Э. П., Мелса Дж. Л.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. — М.: Связь, 1976. — 494 с.

*Поступила в редколлегию 27.03.86*