УДК 621.396

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, *О. В. СЫТНИК*, канд. техн. наук

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕРАЗРЕШЕННОГО ФЛЮКТУИРУЮЩЕГО СИГНАЛА

В задачах радиоастрономии, сейсморазведки, радиолокации' а также при радиофизических исследованиях характерна ситуация' когда принимаемый сигнал содержит информацию о совокупности физических объектов, неразрешенных в пространстве.

Например, в исследованиях ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР) сигнал, принимаемый антенной, может содержать компоненты от неоднородностей различного вида, которые являются источниками вторичного излучения радиоволн. В дальнейшем для сокращения записи такие неоднородности будем называть излучающими источниками. Их пространственное разрешение, с одной стороны, достигается формированием пространственной диаграммы направленности (ДН) системы датчиков, с другой — обработкой принимаемых сигналов по определенным алгоритмам. Системы, в которых осуществляется формирование ДН с одновременной обработкой сигнала, называют адаптивными антенными решетками (ААР) [1]. Работа их основана на использовании корреляционных связей между сигналами, принятыми отдельными элементами ААР. Алгоритм вычисления оптимального вектора весовых коэффициентов (ВВК) сводится к следующему [2]:

$$\vec{W}^{\text{opt}}(k) = \mu \vec{R}_{\text{пр}}^{-1}(k)\,\vec{T}_{\text{упр}}(k), \qquad (1)$$

где μ — константа, определяющая начальный уровень тепловых шумов в решетке; $\vec{R}_{\text{пр}}$ — пространственная корреляционная матрица, $\vec{R}_{\text{пр}} = E\{\vec{X}^*(k)\,\vec{X}^T(k)\}$; $\vec{X}(k)$ — вектор мгновенных отсчетов смеси сигнала и шумов на элементах решетки; $\vec{T}_{\text{упр}}(k)$ — вектор управления ДН ААР, определяющий начальное положение главного максимума.

В случае, когда компоненты суммарного сигнала представляют собой совокупность узкополосных случайных колебаний, распределение амплитуд которых подчиняется гауссовскому закону, матрица $\vec{R}_{\text{пр}}(k)$ является теплицевой, а соотношение (1) представляет собой уравнение Винера—Хопфа для оптимального пространственно-временного фильтра. В случае, если ААР используется в системе связи (решетки Уидроу [3]), то в (1) вместо вектора $\vec{T}_{\text{упр}}(k)$ следует подставить вектор $D(k)$ взаимно корреляционных коэффициентов между сигналами на выходе ААР и сигналом с заданного направления.

Оценку числа частично неразрешенных по пространственным координатам источников излучения при этом можно произвести по

минимуму информационного критерия Акаике [4]. Расчетная формула для определения числа сигналов по критерию Акаике для ААР согласно [4] имеет вид

$$A(n) = -2\ln\left[\frac{\prod\limits_{i=n+1}^{N} e_i}{\left[\frac{1}{N-n}\sum\limits_{i=n+1}^{N} e_i\right]^{N-n}}\right]^{M} + 2n(2N-n), \qquad (2)$$

где M — объем временной выборки, по которой вычисляется матрица $\vec{R}_{\text{пр}}(k)$; n — текущее значение аргумента критерия Акаике $A(n)$; N — ранг матрицы $\vec{R}_{\text{пр}}$; $e_1 > e_2 > \ldots > e_i > \ldots e_N$ — собственные числа матрицы $\vec{R}_{\text{пр}}$.

Число сигналов вычисляем с помощью соотношения (2)

$$\overset{*}{n}_c = \arg\min_{n \in N} A(n), \qquad (3)$$

причем обе оценки можно получить независимо друг от друга.

Однако при решении задач гидроакустики, радиоастрономии и радиолокации из-за влияния турбулентной среды и других факторов нарушаются условия гауссовости сигналов, матрица $\vec{R}_{\text{пр}}(k)$ теряет свойство теплицевости, а оценки собственных чисел этой матрицы, полученные методом максимума правдоподобия, оказываются неоптимальными. Это приводит к тому, что осуществлять пространственно-временную обработку сигналов с помощью рассмотренного подхода оказывается невозможно.

Указанные трудности определяют необходимость синтеза адаптивных алгоритмов совместного оценивания числа и координат излучающих источников с использованием моделей среды. Для задач радио- и гидролокации наиболее вероятны марковские модели среды, что обусловлено характером физических процессов, происходящих в тропосфере и турбулентной водной среде.

Рассмотрим алгоритм обработки негауссовских сигналов в ААР, основанный на марковской аппроксимации моделей сигналов и среды (рис. 1).

Работа алгоритма осуществляется следующим образом. Сигналы, излученные объектом *1* и подверженные влиянию среды *2*, воздействуют на элементы ААР *3*. Выходной сигнал каждого элемента взвешивается с помощью ВВК *4*, вычисляемого в соответствии с модифицированным корреляционным алгоритмом *5*, после чего сигналы подвергаются дополнительному взвешиванию с помощью регулируемого ВВК (РВВК) *6*, предназначенного для компенсации коллективных флюктуаций амплитуд исследуемых сигналов.

Взвешенные таким образом входные сигналы образуют случайный процесс, плотность вероятности распределения амплитуд кото-

рого при соответствии выбранной модели реальной действительности подчиняется гауссовскому закону. Проверка на гауссовость осуществляется в блоке *7*, с выхода которого управляющая информация поступает на блок обновления моделей *8*. В блоке *8* вычисляются текущие значения параметров моделей объекта *9* и среды *10*. Эти модели позволяют осуществлять регулировку РВВК *6* с использованием модели ААР *11*.

В блоке *12* вычисляется спектр собственных значений матрицы $\vec{R}_{пр}(k)$. Блоки *13*, *14* предназначены для расчета текущего значения информационного критерия Акаике, а блок *15* — для получения оценки $\hat{n}_c$ в соответствии с соотношением (3).

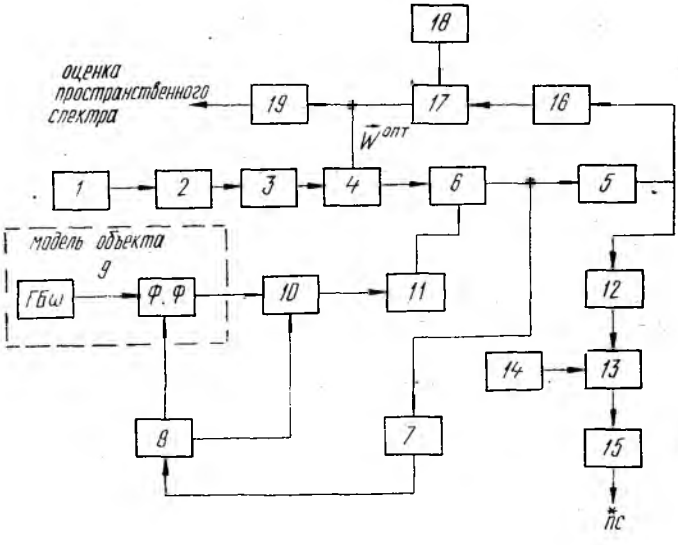

Рис. 1

Блоки 16—19 служат для определения оценки пространственного спектра в соответствии с алгоритмом (1), в блоке *16* выполняется операция обращения матрицы $\vec{R}_{пр}(k)$, в блоке *18* — вычисление текущего значения управляющего вектора. Блок *17* — матричный перемножитель. В блоке *19* формируется непосредственно оценка пространственного спектра в соответствии с алгоритмом теплового шума [1]. Возможность технической реализации такого алгоритма, очевидно, зависит от того, насколько быстро происходят групповые флюктуации амплитуд исследуемых сигналов, обусловленных влиянием среды, т. е. от соотношения интервала корреляции $\tau_k^{гр}$ групповых флюктуаций принимаемых сигналов и интервалов корреляции τ_k^i каждого из сигналов.

Теоретически удобно разделить все решаемые задачи на три класса: $\tau_k^{гр} \gg \tau_k^i$ — радиолокация, гидролокация; $\tau_k^{гр} \approx \tau_k^i$ — гидро-

локация, сейсморазведка и т. п.; $\tau_k^{гр} < \tau_k^i$ — специально организованные помехи.

Рассмотренный алгоритм (рис. 1) применим для первого класса задач. Важным этапом разработки такого алгоритма является синтез модели среды. Синтез марковской модели удобно выполнить, используя аппарат описания случайных процессов в виде стохастических дифференциальных уравнений (СДУ). Степень адекватности аппроксимации плотности вероятности распределения амплитуд негауссовского процесса оценим по критерию Кульбака

$$I_N(n) = \int\limits_{R^n} P_N(\vec{X}) \ln \frac{P_N(\vec{X})}{\sum\limits_{i=1}^{N} P_N(\vec{X})} d\vec{x}. \tag{4}$$

При синтезе оптимальных приемных систем в качестве порога $\overset{*}{I}_N(n)$ принято значение $\overset{*}{I}_N(n) \approx 10^{-2}$ [5].

Поэтому, если $\hat{I}_N(n) < \overset{*}{I}_N(n)$, то выбранную модель $\sum\limits_{i=1}^{N} \hat{P}_N(\vec{X})$ полагаем удовлетворительной аппроксимацией исходной плотности вероятности процесса.

Для одномерных гауссовских моделей, входящих в сумму знаменателя логарифма в соотношении (4), СДУ записывается в диффузионно-изотопной форме

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\frac{x(t)}{\tau_k^i} + \sqrt{2}\,\sigma(\tau_k^i)^{-1/2}\xi(t). \tag{5}$$

Коэффициенты этого уравнения определяются из одномерного нормального распределения i-й плотности

$$P_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < x < \infty,$$

входящей в сумму.

Система из M дифференциальных уравнений, где M — число слагаемых в сумме (4), определит M-мерную модель вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_1 x_1(t) + b_1 \xi(t); \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dot{x}_N(t) &= a_N x_N(t) + b_N \xi(t) \end{aligned} \tag{6}$$

или в векторно-матричном виде

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \vec{A}\vec{X}(t) + \vec{B}\xi(t). \tag{7}$$

Здесь матрицы $\vec{A}$, $\vec{B}$ образованы по известным правилам из соответствующих коэффициентов системы уравнений (6).

Известно, что однородное решение уравнения (7) есть матричная экспонента [6], т. е. для

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \vec{A}\vec{X}(t), \quad \vec{X}(0) = \vec{X}_1$$

решение имеет вид $\vec{X} = e^{\vec{A}t}\vec{X}_1$, где

$$e^{\vec{A}t} = \vec{I} + \vec{A}t + \cdots + \frac{\vec{A}^n t^n}{n!} + \cdots$$

Для уравнения (7) получим

$$e^{-\vec{A}t}\left(\frac{d\vec{X}(t)}{dt} - \vec{A}\vec{X}(t)\right) = \frac{d}{dt}\left(e^{-\vec{A}t}\vec{X}(t)\right) = e^{-\vec{A}t}\vec{B}\xi(t),$$

следовательно,

$$e^{-\vec{A}t}\vec{X}(t) = \vec{X}_1 + \int_0^t e^{-\vec{A}S}\vec{B}\xi(S)\,dS,$$

или окончательно

$$\vec{X}(t) = e^{\vec{A}t}\vec{X}_1 + \int_0^t e^{\vec{A}(t-S)}\vec{B}\xi(S)\,dS, \tag{8}$$

где интеграл в правой части уравнения (8) следует понимать в смысле интеграла Ито.

Модели сигнала, описываемой соотношением (8), соответствует матрица модели $\vec{R}_{\text{пр}}$. Спектр собственных значений ошибки между моделью и измерением

$$\vec{\varepsilon}(k) = \operatorname{mod}\{\operatorname{eigen}\vec{R}_{\text{пр}}(k) - \operatorname{eigen}\hat{\vec{R}}_{\text{пр}}(k)\}. \tag{9}$$

Здесь

$$\vec{\varepsilon}(k) = [\varepsilon_1(k), \varepsilon_2(k), \ldots, \varepsilon_N(k)]^T = [\,|e_1 - \hat{e}_1|; \ldots; |e_N - \hat{e}_N|\,]^T.$$

Текущее значение среднего квадрата суммарной ошибки вычислим следующим образом:

$$\varepsilon^2 = E\{\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i^2(k)\} = E\{\operatorname{tr}[\vec{\varepsilon}(k)\vec{\varepsilon}^T(k)]\} =$$

$$= \operatorname{tr} E\{\vec{\varepsilon}(k)\vec{\varepsilon}^T(k)\} = \operatorname{tr}\vec{R}_\varepsilon(k). \tag{10}$$

В качестве критерия оптимальности РВВК ААР примем значение среднего квадрата ошибки (10). При этом максимизация соотношения сигнал-шум на выходе ААР эквивалентна минимизации ошибки (10). Выполняя процедуру минимизации, получаем обобщенное на

случай флюктуирующих сигналов выражение для оценки числа сигналов по информационному критерию Акаике

$$n_c = \underset{n \in N}{\operatorname{argmin}} \left[-2\ln \left[\frac{\prod\limits_{i=n+1} (e_i + \operatorname{tr} \vec{R}_\varepsilon)}{\left[\frac{1}{N-n} \sum\limits_{i=n+1}^{N} (e_i + \operatorname{tr} \vec{R}_\varepsilon) \right]^{N-n}} \right] + 2n(2N-n). \right. \tag{11}$$

Оптимальное значение РВВК определим из векторно-матричного уравнения

$$\vec{R}_\varepsilon(k)\, \vec{W}_{\text{РВВК}}(k) = -\vec{T}_{\text{упр}}(k).$$

Тогда $\vec{W}_{\text{РВВК}}(k) = -\gamma \vec{R}_\varepsilon^{-1}(k)\, \vec{T}_{\text{упр}}(k)$ (12).

Согласно определению (9) матрица $\vec{R}_\varepsilon$ практически всегда невырождена и положительно определена. Следовательно, $\vec{R}_\varepsilon^{-1}(k)$ существует. Теоретически возможен случай, когда $\det \vec{R}_\varepsilon(k) = 0$, однако на практике из-за наличия в системе тепловых шумов такая ситуация невозможна.

Соответствие рассчитанной модели СДУ реальным процессам в алгоритме (рис. 1) определяется на основании теоремы Бэрри—Эссена

$$\sup_{y \in Y} \{\operatorname{mod}\{\mathcal{F}(\tilde{y}) - \Phi(\tilde{y})\}\} \leqslant \Delta, \tag{13}$$

где $\mathcal{F}(\tilde{y})$ — выборочное распределение вероятности амплитуд выходного сигнала $\tilde{y}$ ААР, полученного после взвешивания входного сигнала с помощью ВВК (1) и РВВК (12); $\Phi(\tilde{y})$ — стандартное нормальное распределение; $\Delta = 0{,}5416$. Если неравенство (13) не выполняется, то корректировка модели (8) осуществляется с помощью корректирующей матрицы $\beta\vec{G}$, определяемой как

$$\begin{aligned} &\vec{G} \geqslant 0, \ \beta \geqslant \Delta; \\ &\vec{G} = 0, \ \beta < \Delta. \end{aligned} \tag{14}$$

При этом матричная экспонента в выражении (8) имеет вид $e^{\vec{A}+\beta\vec{G}}$. Разлагая функцию $e^{\vec{A}+\beta\vec{G}}$ в ряд по степеням β с учетом (14), имеем

$$e^{\vec{A}+\beta\vec{G}} = e^{\vec{A}} + \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i Q_i(\vec{A}, \vec{G}), \tag{15}$$

где символом $Q_i(\vec{A}, \vec{G})$ обозначен i-й член ряда разложения.

Подставляя (15) в (8), получаем выражение для переходного процесса, возникающего при коррекции модели

$$\vec{X}(t) = e^{\vec{A}t}\vec{X}_1 + \int_0^t e^{\vec{A}(t-S)}\vec{B}\xi(S)\,dS + \vec{Z}(t)\vec{X}_1 +$$

$$+ \int_0^t \vec{Z}(t-S)\vec{B}\xi(S)\,dS.$$

Здесь

$$\vec{Z}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i Q_i(\vec{A}, \vec{G}).$$

Исследование рассмотренного алгоритма на ЭВМ подтвердило его эффективность при обработке флюктуирующих сигналов в ААР. Экспериментально построенная зависимость вероятности $P_{чп}$ правильного определения числа сигналов от соотношения сигнал-шум представлена на рис. 2. График получен при $N = 8$; $\tau_k^{гр} = 5$ с; $\tau_k^i = 1$ мкс.

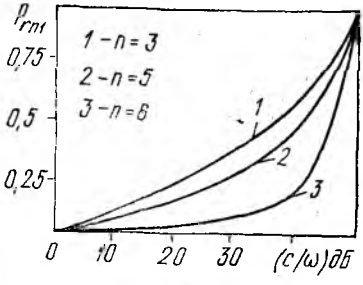

Рис. 2

Алгоритм обеспечивает высокую вероятность правильного определения числа целей $P_ч$ (рис. 2) при относительно больших соотношениях сигнал-шум (более 35—40 дБ). При более низких соотношениях сигнал-шум вероятность $P_ч$ несколько снижается, что обусловлено влиянием тепловых шумов на оценку модели и эффектами возникновения информационных ошибок в многоуровневой адаптивной структуре, а также из-за нелинейности применяемых процедур.

Список литературы: 1. *Гейбриэл У. Ф.* Спектральный анализ и методы сверхразрешения с использованием адаптивных решеток // Тр. ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике.— 1980 — 68.— № 6 — С. 19—32. 2. *Applebaum S. P.* Adaptive Arrays // IEEE Trans. on Antennas and Propag.— 1976.— 24, N 5.— 585—598. 3. *Адаптивные* антенные системы / Б. Уидроу, Р. Е. Мантей, Л. Гриффитс и др. // Тр. ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике.— 1967.— 55, № 12.— С. 78—95. 4. *Wax M., Kailath T.* Determining the Namber of Signals by Information Theoretic Criteria // Proc. ASSP Spectrum Estim.— 1983.— 2.— P. 192—196. 5. *Модели* непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений / Д. Д. Кловский, В. Я. Конторович, С. М. Широков.— М. : Радио и связь, 1984.— 248 с. 6. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц.— М. : Наука, 1969.— 368 с.

Поступила в редколлегию 03.03.86.