

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ МНОГИХ КРИТЕРИЕВ

Исследуются методы многокритериальной оценки, которые позволяют оптимизировать деятельность предприятия по нескольким критериям, где каждый критерий является составляющей технологического процесса.

Введение

В настоящее время прослеживается широкий спрос на технологии, которые позволяют решить проблему принятия решений, их интенсивное использование во всех сферах как метода автоматизации интеллектуальной деятельности человека. Результаты исследования задач планирования и управления показывают, что в реальной постановке эти задачи являются многокритериальными. Так, часто встречающееся выражение «достичь максимального эффекта при наименьших затратах» уже означает принятие решения при двух критериях. Оценка деятельности предприятий и планирования как системы принятия решений производится на основе более десятка критериев: выполнение плана производства по объему, по номенклатуре, плана реализации, прибыли по показателям рентабельности, производительности труда.

Это предоставило дополнительный импульс изучению и формализации процессов принятия решений и широкого круга задач оптимизации.

Актуальность работы. Задачи проектирования сложных систем актуальны в самых различных областях науки. Системное представление объектов и процессов используется в экономике, физике, но наиболее часто такой подход встречается в механике. При проектировании производственных процессов используется их модель, представленная в виде системы уравнений, описывающих рабочие характеристики. Математическая модель может корректироваться в процессе разработки, и для этого проектировщику необходимо производить большое количество сложных расчетов для проверки результатов изменений. Несмотря на глобальную компьютеризацию и высокий уровень информационных технологий, на данный момент большинство расчетов инженеры производят практически вручную. Компьютерные же технологии применяются только для создания чертежей уже спроектированной системы. Поэтому создание программного комплекса, позволяющего упростить расчеты на этапе проектирования системы и оптимизировать параметры уже готовой системы, является актуальным. Возникающие при этом научные и практические задачи требуют широкого применения методов теории оптимизации, ориентированных на определение и идентификацию наилучших вариантов решения, не прибегая к проверке всех возможных решений путем реализации их на практике.

Состояние проблемы. Среди многочисленных проблем, возникновение которых обусловлено бурно развивающимся научно-техническим прогрессом, наиболее важной является проблема совершенствования управления во всех звеньях народного хозяйства. Современные промышленные предприятия и научно-производственные комплексы, научно-исследовательские и опытно-конструкторские центры, комбинаты бытового обслуживания, т. е. самые разнообразные по характеру своей деятельности организации представляют собой сложные системы «человек - машина», эффективность функционирования которых существенно зависит от качества организационного управления этими системами. При формировании как стратегических, так и многих тактических решений руководителю далеко не всегда бывает достаточно личного опыта, интуиции и организаторских способностей в их традиционном понимании. В этих случаях на помощь приходит теория оптимизации, а именно многокритериальные задачи, ведь руководитель вынужден учитывать многочисленные, нередко взаимно противоречивые соображения и опираться на сложные критерии эффективности путей достижения целей.

Целью работы является оптимизация функционирования предприятия путем создания подсистемы поддержки принятия решений с использованием информационных технологий, ЭВМ, системного программного обеспечения и математических моделей. Создать систему, которая поможет определить наилучший (оптимальный) вариант действий при наличии ограничений технико-экономического или любого другого характера. При условиях неполноты нужного количества ресурсов необходимо их распределить таким образом, чтобы наиболее лучше удовлетворить всех потребителей и при этом получить максимальный эффект (максимальная прибыль или минимальный убыток).

В данной работе проведена оценка классических и современных методологий решения многокритериальных задач, выявление их достоинств и недостатков, разработка и исследование математической модели, разработка методов и алгоритмов, позволяющих найти решение указанной выше математической модели, создание программного продукта, спроектированного как полноценная система, способная решать любые оптимизационные задачи, разрешимые разработанными методами и алгоритмами.

Задачей исследования является нахождение оптимального плана действий, того или иного технологического процесса предприятия, который оценивается по нескольким критериям: максимизация прибыли и качества выпускаемой продукции, минимизация загрязнения окружающей среды.

1. Постановка задачи

Анализ предметной области, представление ее с помощью методов теории принятия решений, методов математического программирования.

К основным особенностям этого класса задач можно отнести следующее:

Многокритериальность – это главное свойство. Большинство авторов старается свести многокритериальные задачи к однокритериальным. Например, производство – безусловно, важный показатель. Но всегда ли нужно требовать его максимального значения? Самое главное, что при однокритериальной постановке задачи без ответа остаются важные вопросы: какой ценой это достигается, в какой мере ухудшаются при этом другие критерии и почему мы отдаем предпочтение этому, а не другому критерию? Стараясь свести многокритериальную задачу к однокритериальной, авторы заменяют одну задачу другой, которая очень отличается от начальной. Хорошо известен тот факт, что при оптимизации по одному критерию получаем одни результаты, по другому – другие, сразу по двум – третьи и т.д.

Построение допустимого множества – основной этап в постановке и решении задачи оптимального производства. Его неформальный анализ является неотъемлемой частью решения задачи.

Обычным есть то, что человек ставит задачу, а ЭВМ используется для ее решения. В этом случае такая система не работает, так как в очень редких случаях возможно априори, до принятия решения, поставить задачу производства. Постановка и решение – единый процесс. Определить допустимое множество возможно лишь в процессе решения задачи.

В ряде задач заказчик по тем или другим причинам не может формализовать основные критерии производства. Как правило, лишь после построения допустимого (или значительно большего) множества решений и его анализа с учетом критериев, которые нельзя формализовать, он отбирает наиболее оптимальное решение.

Математические модели – это сложные системы: линейные и нелинейные, детерминированные и стохастические, с распределенными и сосредоточенными параметрами. Параметры модели в большинстве случаев непрерывные. Область поиска может быть несвязной, отсутствует информация о гладкости функций цели, последние могут быть недифференцируемыми, хотя по обыкновению они непрерывные, размерность векторов параметров и критериев достигает иногда многих десятков. Основным преимуществом метода является то, что в ходе анализа пространства параметров поступает ценная информация о качестве математической модели. Ее корректируют, а при необходимости строят новую. В этом случае метод выступает в роли индикатора достоверности модели из позиций исследуемых показателей. Этот фактор не менее важный, чем сами результаты оптимизации, так как мы получаем ответы на ключевые вопросы: насколько содержательная модель по тем или другим критериям, какая значимость полученных результатов и т.п.

2. Математическая модель

Главная цель деятельности каждого предприятия в условиях рыночной экономики – максимизация прибыли или минимизация затрат. Эффективность работы предприятия в значительной мере зависит от информации о формировании себестоимости. Затраты на производство продукции являются базой для установления цены. Информация о себестоимости лежит в основе прогнозирования и управления производством.

Большинство задач, решаемых методами оптимизации, может быть сформулировано так: максимизировать или минимизировать $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при ограничениях

$$\begin{aligned} g_1(x_1, \dots, x_n) &\leq b_1; \\ g_2(x_1, \dots, x_n) &\leq b_2; \\ &\dots\dots\dots \\ g_m(x_1, \dots, x_n) &\leq b_m; \end{aligned}$$

где $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – целевая функция, или критерий эффективности (например, прибыль от производства каких-либо видов продукции, стоимость перевозок и т.п.); $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ – варьируемые параметры; $g_1(x), \dots, g_m(x)$ – функции, которые задают ограничения на имеющиеся ресурсы. Именно при таких условиях и был промоделирован критерий максимизации прибыли для поставленной задачи.

Прибыль предприятия: с формально-математической точки зрения задача линейного программирования может быть описана таким образом: найти неизвестные величины, удовлетворяющие

$$F_1(x) = \sum_{j=1}^n C_j x_j \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$x_j \in Q = \{1, 2, \dots, n\}; \quad (2)$$

где Q – множество видов продукции, выпускаемых предприятием.

При условии выполнения системы неравенств

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2; \\ &\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m; \quad x \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение (1) описывает функцию цели: максимизация прибыли при технико-экономических ограничениях неравенства (3).

Качество выпускаемой продукции: модель задачи квадратичного программирования имеет следующую структуру: найти максимальное значение функции (4) показателя качества продукта при линейных ограничениях (5):

$$F_2(x) = C^t X + 1/2 X^t D X = \sum_{j=1}^n C_j x_j + 1/2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j \rightarrow \max; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2; \\ &\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m. \end{aligned} \quad (5)$$

Уровень загрязнения окружающей среды: в связи с хозяйственной деятельностью объекта любой области в конкретном регионе непременно возникает определения природно-техническая система, которая включает как влияние объекта на окружающую среду, так и изменение состояние последнего. Задача минимизации загрязнения на производстве попадает под задачу минимизации функции (7) $F_3(X)$ при ограничениях:

$$AX \leq B, X \geq 0; \quad (6)$$

$$F_3(X) = \sum_{j=1}^n C_j x_j \rightarrow \min. \quad (7)$$

Параметры $C_j^{(3)}$ этой функции не известны и зависят от характеристик оборудования и материальных ресурсов. Модель объекта представляется в виде $F_3 = X_3 C^3 + E$, где $F_3^t = \{F_{31}, F_{32}, \dots, F_{3s}\}$ – вектор наблюдений; $C^{(3)} = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ – вектор параметров, подлежащих оцениванию; $X_3 = X_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s}$ – матрица экспериментальных значений независимых переменных; $E^t = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n\}$ – вектор ошибок.

Ограничением на выпуск продукции различных типов служат продовольственные ресурсы $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\}$. С учетом норм затрат ресурсов на единицу каждого вида продукции указанные ограничения можно записать в виде: выражение (6) описывает условия, которые необходимо учесть в годовой производственной программе, строкам матрицы A соответствуют все виды ресурсов, рассматриваемые в задачах. Соответствующие строкам матрицы A компоненты вектора B указывают ограничения видов ресурсов или объемов производства, которые установлены для годовой производственной программы предприятия. Эти неравенства представляют собой обычные условия неотрицательности, вытекающие из физического смысла задач.

$A = \{a_{ij}\}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ – матрица норм затрат ресурсов на единицу каждого вида продукции.

Общая постановка задачи состоит в следующем: определить вектор $X^{(0)}$, обеспечивающий компромисс между величиной прибыли (1), качеством выпускаемой продукции (4) и уровнем загрязнения окружающей среды (7), а также удовлетворяющий ограничениям (3), (5), (6).

Один из возможных методов решения состоит в том, что вначале находятся три оптимальных вектора производства $X^{(i)}, i = \overline{1, 3}$, каждый из которых соответствует одному из локальных критериев. Затем определяется выпуклая линейная комбинация $X^{(0)}$, представляющая собой оптимальную (компромиссную) программу относительно указанных критериев:

$$X^{(0)} = v_1 x^{(1)} + v_2 x^{(2)} + v_3 x^{(3)}, \sum_{i=1}^3 v_i = 1, v_i \geq 0. \quad (8)$$

Для нахождения v_1, v_2, v_3 используется игровая модель, для решения которой был выбран матричный метод:

$$g_{kl} = \left| \frac{F_1(X^{(1)}) - F_1(X^{(k)})}{F_1(X^{(1)})} \right|, (k, l). \quad (9)$$

Для программной реализации разработанной математической модели была написана программа, которая позволяет решать любые уравнения. Данное приложение позволяет выбрать тип поставленной задачи – максимизация или минимизация, задать количество переменных в целевой функции и ввести их коэффициенты. Также приложение позволяет добавлять уравнения в систему ограничений. В основе программы лежит симплекс-метод, он основан на расчете симплекс-таблиц. Его идея заключается в последовательном продвижении по базисам опорных планов вплоть до получения оптимального решения или доказательства неразрешимости задачи. При этом значение целевой функции должно увеличиваться. Система ограничений приводится к каноническому виду. По найденной системе ограничений и целевой функции строится симплекс-таблица. Программа работает с предварительно обработанными данными, т.е. при разработке прикладной программы предполагалось, что данные по каждому из критериев подаются на вход, нормализованные и приведенные к каноническому виду. Это объясняется тем, что целью данной работы было экспериментальное моделирование оптимизационной модели, а также тем, что критерии оценки в реальном технологическом процессе можно разложить на сложные математические модели. Поэтому во время исследования и разработки оптимизационной модели этот факт был отброшен, т.е. считается, что данные на входе – это готовые результаты работы каждой такой модели.

Программа загружает данные и пошагово ищет оптимальное решение для заданного критерия.

3. Выводы

При разработке проектов сложных систем, в частности автоматических систем управления АСУ, перед проектировщиком возникает проблема принятия решений при наличии одновременно нескольких показателей качества. Поэтому разработка методов принятия решений при нескольких критериях оптимальности и в условиях неопределенности по-прежнему остается одной из главных задач исследования операций.

В результате данного исследования были построены математические модели производственных процессов с их технико-экономическими ограничениями, выбраны методы решения этих моделей, разработано программное приложение

Научной новизной результатов исследований, приведенных в работе, является метод решения полученной математической модели, наиболее полностью охватывающий ее на базе теории оптимизации. Также избранный метод легко реализуется на вычислительной машине и при всем это разрешает найти оптимальное решение. Под оптимальным решением понимается один из возможных вариантов решения данной проблемы такой, что будет иметь наивысшую оценку.

Практическим значением является информационная подсистема, которая позволяет найти оптимальный план деятельности предприятия, которое оценивается по нескольким критериям.

Список литературы: 1. Уланов Г.М. и др. Методы разработки интегрированных АСУ промышленными предприятиями. М.: Энергоатомиздат, 1983. 320с. 2. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций-М.: Мир, 2001. 903с. 3. Вагнер Г. Основы исследования операций. М.: Мир, 1972. 329с. 4. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования. М.: Радио и связь, 1984. 246 с. 5. Понов И.Г. Математические методы в планировании отраслей. М., 1981. С. 54-83.

Поступила в редколлегию 05.03.2010

Гвоздинский Анатолий Николаевич, канд. техн. наук, профессор кафедры искусственного интеллекта ХНУРЭ. Научные интересы: оптимизация процедур принятия решений в сложных системах управления. Адрес: Украина, 61166, Харьков, ул. Акад. Ляпунова, 7, кв. 9, тел. 32-69-08.

Назаренко Роман Геннадиевич, студент группы ИСПР-06-1 ХНУРЭ. Научные интересы: методы принятия решений в системах искусственного интеллекта. Адрес: Украина, 61118, пр. 50 лет ВЛКСМ, 68, кв. 206, тел. 710-55-94.