УДК 621.375

Л. И. БИБЕРМАН, канд. техн. наук,
В. В. ЦАРЕВ, канд. техн. наук, *Л. П. ЗАХАРОВ*

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМА ВОЗБУЖДЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА НА НЕГАТРОНЕ ТИПА *S*

Исследуются стационарные режимы генератора на негатроне с вольт-амперной характеристикой (ВАХ) типа *S*, отличительной

особенностью которых является индуктивный характер отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС), что обеспечивает возможность миниатюризации генераторных датчиков (ГД). Достаточная гибкость и универсальность таких генераторов позволяет с минимальным числом дополнительных элементов создавать простые и удобные в настройке и эксплуатации ГД с требуемыми параметрами.

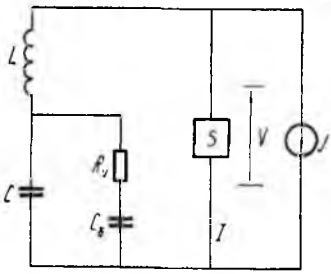

Рис. 1

Эквивалентная высокочастотная идеализированная схема ГД на негатроне типа S показана на рис. 1. Включение резистивного измерительного преобразователя (ИП) $R_и$ в LC-колебательный контур через разделительный конденсатор с емкостью $C_б$ обеспечивает устранение влияния вариаций сопротивления $R_и$ под воздействием контролируемого параметра на режим питания негатрона.

Нелинейное дифференциальное уравнение ГД на негатроне, полученное аналогично методике [1], имеет вид

$$L\ddot{I} + \frac{df(I)}{dI}\dot{I} + \frac{L}{CR_и}\dot{I} - \frac{1}{C}I + \frac{1}{C}I_J + \frac{1}{CR_и}f(I) = 0, \qquad (1)$$

где $f(I)$ — статическая ВАХ негатрона. Учитывая, что при исследовании автоколебательных процессов в системах с негатронами рабочая точка активного элемента помещается в середину падающего участка, ВАХ негатрона типа S (рис. 2) достаточно точно [2] можно аппроксимировать укороченным полиномом третьей степени

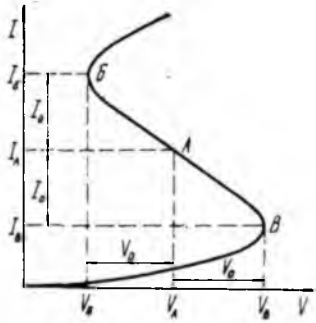

Рис. 2

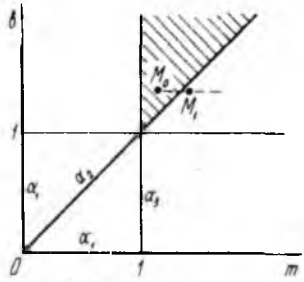

Рис. 3

$$f(I) = U_А - |R|(I - I_А) + \frac{R}{3I_0^2}(I - I_А)^3. \qquad (2)$$

Здесь $|R|$ — модуль ОДС в точке перегиба ВАХ негатрона; I_0 — единица измерения тока, $I_0 = I_А - I_В$.

Подставим (2) в (1) и произведем преобразования. С целью перехода к безразмерным параметрам выполним замену переменных по формулам

$$\frac{di}{dt}=\frac{I}{I_0};\quad \frac{d^2i}{dt^2}=\frac{\ddot{I}}{I_0};\quad i=\frac{I-I_A}{I_0};\quad b=\frac{L}{C|R|^2};\quad m=\frac{R_и}{|R|}. \tag{3}$$

Выделяя из полученного выражения линейный член, записываем

$$\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{di}{dt}\frac{i^2}{b|R|C}+\frac{di}{dt}\frac{(b-m)}{mb|R|C}+\frac{(m-1)i}{mb|R|^2C^2}+\frac{1}{3mb|R|^2C^2}=0. \tag{4}$$

Используя в (4) новые безразмерные переменные

$$\tau=\frac{t}{\sqrt{\dfrac{mb|R|^2C^2}{(m-1)}}};\quad x=\frac{i}{\sqrt{\varepsilon}}, \tag{5}$$

умножая каждое слагаемое (4) на $\dfrac{mb|R|^2C^2}{\sqrt{\varepsilon}\,(m-1)}$ и вводя безразмерный малый параметр $\varepsilon(b,\ m)=b-m$ (6), который определяет близость рассматриваемой системы к линейной, имеем нелинейное дифференциальное уравнение генератора на негатроне с малым параметром ε. Приведем его к виду

$$\frac{d^2x}{d\tau^2}+\omega_0x+\varepsilon F\left(x,\frac{dx}{d\tau}\right)=0, \tag{7}$$

где ω_0 — собственная резонансная частота контура, $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$,

$$F\left(x,\frac{dx}{d\tau}\right)=\frac{dx}{d\tau}\frac{(mx^2-1)}{\sqrt{bm(m-1)}}+\frac{x^3}{3(m-1)}. \tag{8}$$

Решение (7) методом медленно меняющихся амплитуд позволяет найти в первом приближении значения амплитуды A и фазы φ исследуемого автоколебательного процесса. С помощью указанного метода получены укороченные уравнения, аппроксимирующие с точностью до порядка ε решения исходного соотношения (7),

$$\frac{dA}{d\tau}=-\frac{\varepsilon A}{2\sqrt{bm(m-1)}}\left(\frac{m}{4}A^2-1\right);\quad \frac{d\varphi}{d\tau}=-\frac{\varepsilon A^2}{8(m-1)}. \tag{9}$$

Положив в (9) $\dfrac{dA}{d\tau}=0$ и $\dfrac{d\varphi}{d\tau}=\omega_п$, представим формулы стационарного режима генератора, из которых найдены выражения

для амплитуды колебаний и первой поправки $\omega_п = \varepsilon h$ к частоте $\Omega = 1 + \varepsilon h$:

$$A_1 = 0; \quad A_2 = \sqrt{\frac{4}{m}}; \tag{10}$$

$$h = -\frac{A^2}{8(m-1)}. \tag{11}$$

Первое решение (10) соответствует состоянию равновесия автоколебательной системы (колебания отсутствуют). Второе — определяет стационарную амплитуду автоколебаний. Далее с использованием (10), (11) и с учетом (3), (5), (6) имеем окончательные выражения для квадрата относительной амплитуды

$$\varepsilon A^2 = \frac{4(b-m)}{m} \tag{12}$$

и для относительной поправки к частоте из-за нелинейности ВАХ негатрона

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \varepsilon h = -\frac{(b-m)}{2m(m-1)}. \tag{13}$$

Специфика анализа стационарных режимов генератора на негатроне состоит в выделении границы, разделяющей в плоскости параметров схемы области устойчивости и возбуждения, выяснении ее поведения при изменении переменных параметров, а также определении и анализе частотной характеристики устройства. Работа генератора на негатроне вблизи границы области устойчивости, т. е. в режиме колебаний с малой амплитудой, позволяет при решении поставленной задачи воспользоваться аппаратом общей теории линейных систем [3], адекватность которого обоснована возможностью линейной аппроксимации ВАХ негатрона на рабочем участке Б—А—В (рис. 2). С этой целью по методике [1] получено характеристическое уравнение

$$p^2 + \frac{(b-m)}{bm}p + \frac{(m-1)}{bm}\omega_0 = 0. \tag{14}$$

С использованием критерия Рауса—Гурвица и графоаналитического метода выполнено исследование границы области устойчивости идеализированной схемы ГД (без учета разделительного конденсатора $C_б$) в плоскости относительных параметров b, m. Искомая граница, как следует из выражения (14), задается системой уравнений

$$\alpha_1 = bm = 0; \quad \alpha_2 = b - m = 0; \quad \alpha_3 = m - 1 = 0 \tag{15}$$

и состоит из трех участков, при переходе через которые соответствующий коэффициент меняет знак (рис. 3). Проверка знаков коэффициентов в различных точках плоскости позволила опреде-

лить область устойчивости исследуемой схемы (заштрихованная часть). Зависимость частоты колебаний генератора от переменного активного сопротивления потерь контура имеет вид

$$\omega = \omega_0 \sqrt{\frac{m-1}{m}}. \qquad (16)$$

В результате анализа идеализированной схемы получены следующие данные. При минимальных значениях вносимого активного сопротивления изображающая точка (ИТ) системы расположена в области устойчивости (точка M_0 на рис. 3), т. е. схема находится в статическом режиме. Плавное увеличение активного сопротивления вызывает перемещение ИТ вправо вдоль оси абсцисс и при пересечении ею колебательной границы (точка M_1) в схеме возникают колебания частотой ω, определяемой по формуле (16). С уменьшением активного сопротивления колебания вновь сорвутся. Следовательно, схема может находиться либо в статическом режиме, либо в режиме генерации, т. е. обладать выраженными пороговыми свойствами. Пороговые значения возникновения или срыва колебаний, а также частота генерации легко регулируются выбором значений параметров схемы в соответствии с полученными зависимостями (3), (15) и (16).

Очевидно, что работа схемы в пороговых режимах предполагает анализ поведения колебательной системы в момент перехода через границу области устойчивости, а также исследование характера («опасная» либо «безопасная») границы, что дает возможность судить о типе (мягком или жестком) режима возникновения автоколебаний. Как показано в работе [4], решение поставленной задачи сводится к вычислению некоторых постоянных величин, носящих название ляпуновских коэффициентов l_i, при следующих условиях: характеристическое уравнение системы (14) имеет пару чисто мнимых корней, т. е. у указанной схемы устойчивое состояние равновесия типа фокус; предполагается, что когда $m=m_0$, в (15) выполняется условие $\alpha_i(m_0)=0$; первый ляпуновский коэффициент $l_1(m_0)\neq 0$; параметр m изменяется на достаточно малом интервале $m_0-\eta \leqslant m \leqslant m_0+\eta$.

Рассмотрим нелинейное уравнение генератора на негатроне (7), переписав его с учетом (5) в виде

$$\frac{dx}{dt} = ax + gy + P(x, y); \qquad \frac{dy}{dt} = kx + ny + Q(x, y), \qquad (17)$$

где $$a = 0;\ g = 1;\ P(x, y) = 0;\ k = -\frac{(m-1)}{bm|R|^2C^2};$$

$$n = -\frac{\varepsilon}{bm|R|C};\quad Q(x, y) = -\frac{\varepsilon}{b|R|C}x^2y - \frac{\varepsilon}{3bm|R|^2C^2}x^3.$$

В начале координат будет устойчивое состояние равновесия типа фокус, если соблюдены неравенства

$$z = an - gk = \frac{(m-1)}{bm|R|^2C^2} > 0; \quad \rho = -(a+g) = \frac{\varepsilon}{bm|R|C} > 0;$$

$$\rho^2 - 4z = \frac{\varepsilon^2 - 4(m-1)bm}{b^2m^2|R|^2C^2} < 0.$$

Они очевидны, если учесть, что $m > 1$ и $\varepsilon \ll 1$. Первая ляпуновская величина $l_1(m_0)$ вычисляется по формуле [4]

$$l_1(m_0) = -\frac{\pi}{4gz\sqrt{z}}\{[ak(a_{11}^2 + a_{11}k_{02} + a_{02}k_{11}) +$$

$$+ ag(k_{11}^2 + a_{20}k_{11} + a_{11}k_{20}) + k^2(a_{11}a_{02} + 2a_{02}k_{02}) - 2ak(k_{02}^2 - a_{20}a_{02}) -$$

$$- 2ag(a_{20}^2 - k_{20}k_{02}) - g^2(2a_{20}k_{20} + k_{11}k_{20}) + (gk - 2a^2) \times$$

$$\times (k_{11}k_{02} - a_{11}a_{20})] - (a^2 + gk)[3(kk_{03} - ga_{30}) +$$

$$+ 2a(a_{21} + k_{12}) + (ka_{12} - gk_{21})]\}, \qquad (18)$$

где коэффициенты a_{ij}, k_{ij} находятся из разложения функций $P(x, y)$, $Q(x, y)$ (17) в ряды по целым положительным степеням x, y.

Подставляя в выражение (18) с учетом (3), (17) численные значения параметров реальной схемы генератора на составном негатроне типа S [5] $L = 4{,}35 \cdot 10^{-3}$ Гн; $C = 5{,}8 \cdot 10^{-10}$ ф; $|R| = 2{,}5 \cdot 10^3$ Ом; $R_и = 3{,}0 \cdot 10^3$ Ом, вычисляем значение первого ляпуновского коэффициента $l_1(m_0) \simeq -785 \cdot 10^6$. Отрицательный знак коэффициента показывает, что граница области устойчивости, разделяющая статический и динамический режимы работы ГД, является «безопасной», и при пересечении ее ИТ в системе возникает устойчивый колебательный процесс достаточно малой амплитуды, который плавно нарастает, начиная с нулевого значения. Полученные данные хорошо согласуются с экспериментальными исследованиями генераторов на негатронах в динамическом и статическом режимах [1; 5].

Отметим, что особенности в поведении автоколебательной системы вблизи тех точек пороговой границы, где при соответствующих значениях параметров схемы $l_1(m_0) = 0$, определяются знаком второй ляпуновской величины $l_2(m_0)$, для вычисления которой необходимо учесть в разложениях правых частей системы (16) члены до пятого порядка включительно.

Таким образом, нелинейное уравнение генератора на негатроне (7) в окрестности границы области устойчивости имеет вид классического уравнения с малым параметром ε, откуда следует, что генерируемые колебания близки к гармоническим, степень близости возрастает с уменьшением величины ε; влияние нелинейности ВАХ негатрона усиливается по мере увеличения амплитуды колебаний, при непрерывном уменьшении A поправка на коэффи-

циент h к частоте нулевого приближения непрерывно уменьшается, что позволяет во время исследования режимов функционирования устройства использовать выводы линейной теории; полученные результаты относительно амплитуды и частоты генератора с учетом нелинейности ВАХ негатрона справедливы в режиме малого выходного сигнала, типичном для большинства генераторов гармонических колебаний на негатронах; рассматриваемая идеализированная автоколебательная система ведет себя обратимо, т. е. пороговая граница ГД является «безопасной», режим возбуждения автоколебаний — мягкий.

Список литературы: 1. *Биберман Л. И.* Широкодиапазонные генераторы на негатронах. М., 1982. 88 с. 2. *Андреев В. С.* Теория нелинейных электрических цепей. М., 1982. 280 с. 3. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М., 1975. 768 с. 4. *Баутин Н. Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М., 1949. 164 с. 5. *Царев В. В.* Автогенераторы с дискретной перестройкой частоты в системах порогового контроля//Стабилизация частоты и прецизионная радиотехника. Ч. 2. Тез. докл. межотраслевых науч. конф., совещ. семинаров. М., 1983. С. 25—27.

Поступила в редколлегию 31.07.86