МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МНОГОСВЯЗНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ЛОКАЛЬНОЙ НЕРЕГУЛЯРНОСТЬЮ

Тевяшев А.Д., Щелкалин В.Н.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В [1] была предложена математическая модель многосвязных нестационарных случайных процессов, позволяющая описывать широкий класс регулярных случайных процессов, содержащих полиномиальные, полигармонические и стохастические тренды и аддитивный цветной шум:

$$y_t = \sum_{i=1}^{N} \frac{\omega_{c_i}^i(B)}{\delta_{r_i}^i(B)} x_{t-b_i}^i + \frac{\theta_{q^*}^*(B)}{\Phi_{p^+}^+(B)} a_t , \qquad (1)$$

где y_t, $t=\overline{1,n}$ – исходный или преобразованный (нормированный или прологарифмированный) временной ряд (в.р.); n – объём выборки; x_t^i, $t=\overline{1,n}$, $i=\overline{1,N}$ – исходные или преобразованные (нормированные или прологарифмированные) в.р. изменения значений внешних (экзогенных) факторов; N – количество экзогенных факторов; B – оператор сдвига по времени на одну единицу назад, такой что $B^i x_t = x_{t-i}$; b_i – величина задержки i-го экзогенного в.р. по времени относительно прогнозируемого в.р. y_t; $\delta_{r_i}^i(B)$ и $\omega_{c_i}^i(B)$ – полиномы передаточных функций от B степеней r_i и c_i соответственно; $\delta_{r_i}^i(B) = 1 - \delta_1^i B - \delta_2^i B^2 - \ldots - \delta_{r_i}^i B^{r_i}$; $\omega_{c_i}^i(B) = \omega_0^i - \omega_1^i B - \omega_2^i B^2 - \ldots - \omega_{c_i}^i B^{c_i}$; $\Phi_{p^+}^+(B)$ – обобщенный оператор авторегрессии (АР) порядка $p^+ = p^* + \sum_{i=1}^{n_s} D_i S_i$, $p^* = \sum_{i=1}^{n_s} p_i S_i$; $\Phi_{p^+}^+(B) = \Phi_{p^*}^*(B) \nabla_{S_1}^{D_1} \nabla_{S_2}^{D_2} \ldots \nabla_{S_{n_s}}^{D_{n_s}}$; D_i, $i=\overline{1,n_s}$ – порядок взятия разности S_i; S_i, $i=\overline{1,n_s}$ – период i-й периодической компоненты, причем $S_1 = 1$; n_s – количество периодических компонент; ∇_{S_i} и B^{S_i} – упрощающие операторы такие, что $\nabla_{S_i} x_t = \left(1 - B^{S_i}\right) \cdot x_t = x_t - x_{t-S_i}$; $\Phi_{p^*}^*(B)$ – обобщенный оператор АР порядка p^* вида $\Phi_{p^*}^*(B) = \prod_{i=1}^{n_s} \Phi_{p_i}^i\left(B^{S_i}\right)$; $\Phi_{p_i}^i\left(B^{S_i}\right)$, $i=\overline{1,n_s}$ – полиномы от B^{S_i} степеней p_i соответственно, определяющие составляющие АР периодических компонент с периодами S_i соответственно; $\theta_{q^*}^*(B)$ – обобщенный оператор скользящего среднего (СС) порядка $q^* = \sum_{i=1}^{n_s} q_i S_i$ вида $\theta_{q^*}^*(B) = \prod_{i=0}^{n_s} \theta_{q_i}^i\left(B^{S_i}\right)$; $\theta_{q_i}^i\left(B^{S_i}\right)$, $i=\overline{1,n_s}$ – полиномы от B^{S_i} степеней q_i

соответственно, определяющие составляющие СС периодических компонент с периодами S_i соответственно; a_t – остаточные ошибки модели (1).

Необходимость выполнения предположений о стационарности модели АР и обратимости модели СС приводит к тому, что корни соответствующих характеристических полиномов должны быть вещественными и лежать вне или на единичной окружности, а соответствующие параметры моделей должны находится в диапазоне от -1 до +1 [2]. Процессы, удовлетворяющие этим условиям будем называть регулярными. В докладе рассматривается более широкий класс взаимосвязанных случайных процессов, как с локальной временной нерегулярностью воздействия внешних факторов, так и с локальной нерегулярностью по частоте, амплитуде и фазе для полигармонических трендов. Показано, что построение адекватных математических моделей таких процессов возможно в классе моделей вида (2) с дополнительным полиномом $g^{*a}(B)=1-g^{a}(B)$ от оператора задержки *B*, коэффициенты которого определяются как коэффициенты линейной рекуррентной формулы $g^{a}(B)a_t=\sum_{i=1}^{L-1} g_i^a a_{t-i}$ метода «Гусеница»-SSA [3], применяемого к остаточным ошибкам a_t модели (1). Предложенная модель имеет следующий вид:

$$y_t=\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_{c_i}^{i}(B)}{\delta_{r_i}^{i}(B)}x_{t-b_i}^{i}+\frac{\theta_{q^*}^{*}(B)}{\Phi_{p^+}^{+}(B)}\times\frac{1}{g^{*a}(B)}e_t, \qquad (2)$$

где e_t – остаточные ошибки модели (2), *L* – параметр, называемый шириной окна метода «Гусеница»-SSA. При этом корни характеристического полинома $g^{*a}(B)$=0 могут быть как вещественными так и комплексными и лежать как снаружи так и внутри единичной окружности [3].

Приведен двухэтапный метод построения модели многосвязных нестационарных случайных процессов с локальной нерегулярностью. На первом этапе идентифицируется модель (1) с регулярными полиномиальными, полигармоническими и стохастическими трендами. На втором этапе методом «Гусеница»-SSA идентифицируются компоненты локальной нерегулярности содержащихся в остаточных ошибках a_t. Приводятся алгоритмы решение задач структурной идентификации и оценивания параметров моделей вида (2), алгоритмы вычисления прогнозов с заданным упреждением и доверительных границ прогнозов.

1. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. – Х.: Вища школа, 1980. – 144 с.

2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Пер. с англ. – М.: Мир, 1974. Вып. II. – 197 с.

3. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: прогноз временных рядов: Учеб. пособие. – СПб., 2004. – 52 с.