

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ МНОГОУРОВНЕВЫХ ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ

ТЕВЯШЕВ А.Д., ТКАЧЕНКО В.Ф., ПОПОВ А.В.

Рассматривается новый класс многокритериальных задач оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в многоуровневых газораспределительных сетях, отличающийся от известных как видом целевой функции, так и видом системы ограничений, использование которой позволяет получать планы транспорта и распределения природного газа в МГРС, оптимальные по ряду критериев, устойчивые для прогнозируемых уровней внешних и внутренних возмущений.

1. Введение

Известно [1], что проблема оперативно-диспетчерского управления режимами работы многоуровневых газораспределительных сетей (МГРС) в условиях риска и неопределённости может быть сведена к решению двухэтапной задачи нелинейного стохастического программирования. При этом на первом этапе, на основании прогнозов (условных математических ожиданий) процессов газопотребления в МГРС, решается задача оперативного планирования режимов работы МГРС на всем интервале управления $[0, T]$. На втором этапе для каждого момента времени $t \in [0, T]$, после наблюдения фактических реализаций объемов газопотребления, решается задача коррекции плана, которая сведена к задаче стабилизации режима (давления) на выходах ГРС и ГРП, либо в «диктующих точках» на каждом из $k=1,2,3$ уровней МГРС (рисунок). Существенным является то, что условия разрешимости задачи стабилизации режима индуцируют дополнительные ограничения на область допустимых режимов (ОДР) задачи первого этапа – оперативное планирование режимов.

Целью работы является формирование нового класса многокритериальных задач оперативного планирования режимов работы МГРС и его использование для повышения качества и эффективности функционирования МГРС в реальных условиях эксплуатации.

Достижение поставленной цели осуществлено путем постановки и решения следующих *задач*: формализация системы локальных критериев, включая новый критерий технической устойчивости МГРС, критериев качества функционирования МГРС, структуризация целевой функции в зависимости от технического состояния МГРС, формализация системы ограничений и разработки метода решения полученного класса задач.

На вербальном уровне проблема оперативно-диспетчерского управления режимами транспорта и распределения природного газа в МГРС на интервале времени $[0, T]$ заключается в нахождении такого управления структурой и параметрами МГРС, которое бы обеспечивало оптимальные значения показателей качества и эффективности функционирования МГРС при всех внешних и внутренних возмущениях, возникающих на рассматриваемом интервале времени $[0, T]$. Особенность данной проблемы заключается в том, что точные значения этих возмущений априорно неизвестны, а известны только вероятностные (статистические) характеристики их появления.

Все показатели качества функционирования МГРС можно разделить на две группы: внешние и внутренние.

Внешние показатели характеризуют степень удовлетворения всех групп потребителей объемом, составом и физическими параметрами поставляемого им на интервале времени $[0, T]$ природного газа. В качестве формальных внешних показателей целесообразно использовать прямые и косвенные оценки эффективности функционирования МГРС, к которым относятся:

- вероятность возникновения дефицита поставки природного газа i -му потребителю;
- математическое ожидание объема недопоставки природного газа i -му потребителю и др.

В качестве внутреннего показателя качества работы МГРС целесообразно рассматривать максимум математического ожидания технологической (режимной) устойчивости работы всех ГРП (ПРП, ГРУ) [1].

Показатели эффективности функционирования МГРС характеризуют эффективность использования всех материальных и энергетических ресурсов на обеспечение заданного качества функционирования МГРС.

В качестве формальных показателей эффективности функционирования МГРС на интервале времени $[0, T]$ целесообразно использовать минимум математического ожидания суммарных потерь природного газа в МГРС.

2. Критерий технической устойчивости режима работы МГРС

Для формализации критерия технической устойчивости МГРС рассмотрим многоуровневую газораспределительную сеть (см. рисунок) и введем ряд обозначений. Пусть L – множество регулирующих элементов (ГРС, ГРП или ПРП) МГРС. Множество L можно представить в виде объединения $k = 1, 2, \dots, K$ непересекающихся подмножеств:

$$L = L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k : \forall i, j \in K, i \neq j, L_i \cap L_j = \emptyset. \quad (1)$$

Каждому подмножеству L_i соответствует множество регулирующих элементов газораспределительной сети i -го уровня МГРС. Не нарушая общности, получим вначале критерий технической устойчивости отдель-

ного j -го ГРП i -го уровня газораспределительной сети и на его основе критерий технической устойчивости всей МГРС.

Режим работы каждого j -го ГРП характеризуется следующими основными величинами: $P_{j1}(t, \omega)$ – давление на входе ГРП; $P_{j2}(u_j, t, \omega)$ – стабилизируемое давление на выходе ГРП; $q_j(t, \omega)$ – расход газа в нагрузку (на выходе) ГРП; u_j – вектор управления j -го ГРП.

ОДР каждого j -го ГРП определяется системой двухсторонних ограничений диапазонов изменения каждой из рассмотренных величин:

$$P_{j1}^-(t, \omega) \leq P_{j1}(t, \omega) \leq P_{j1}^+(t, \omega), \quad (2)$$

$$P_{j2}^-(t, \omega) \leq P_{j2}(u_j, t, \omega) \leq P_{j2}^+(t, \omega), \quad (3)$$

$$q_j^-(t, \omega) \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+(t, \omega), \quad (4)$$

где

$$P_{j1}^-(t, \omega) = P_{j1}^-(P_{j2}(u_j, t, \omega), q_j(t, \omega)),$$

$$P_{j1}^+(t, \omega) = P_{j1}^+(P_{j2}(u_j, t, \omega), q_j(t, \omega)) \quad (5)$$

– стохастические ограничения на диапазон изменения давления на входе j -го ГРП;

$$P_{j2}^- = P_{j2}^-(P_{j1}(u, t, \omega)), P_{j2}^+ = P_{j2}^+(P_{j1}(u, t, \omega)) \quad (6)$$

– стохастические ограничения на допустимую область изменения стабилизируемого давления на выходе j -го ГРП;

$$q_j^-(t, \omega) = q_j^-(P_{j1}(t, \omega), P_{j2}(u_j, t, \omega)),$$

$$q_j^+(t, \omega) = q_j^+(P_{j1}(t, \omega), P_{j2}(u_j, t, \omega)) \quad (7)$$

– стохастические ограничения на диапазон изменения расхода природного газа в нагрузку j -го ГРП.

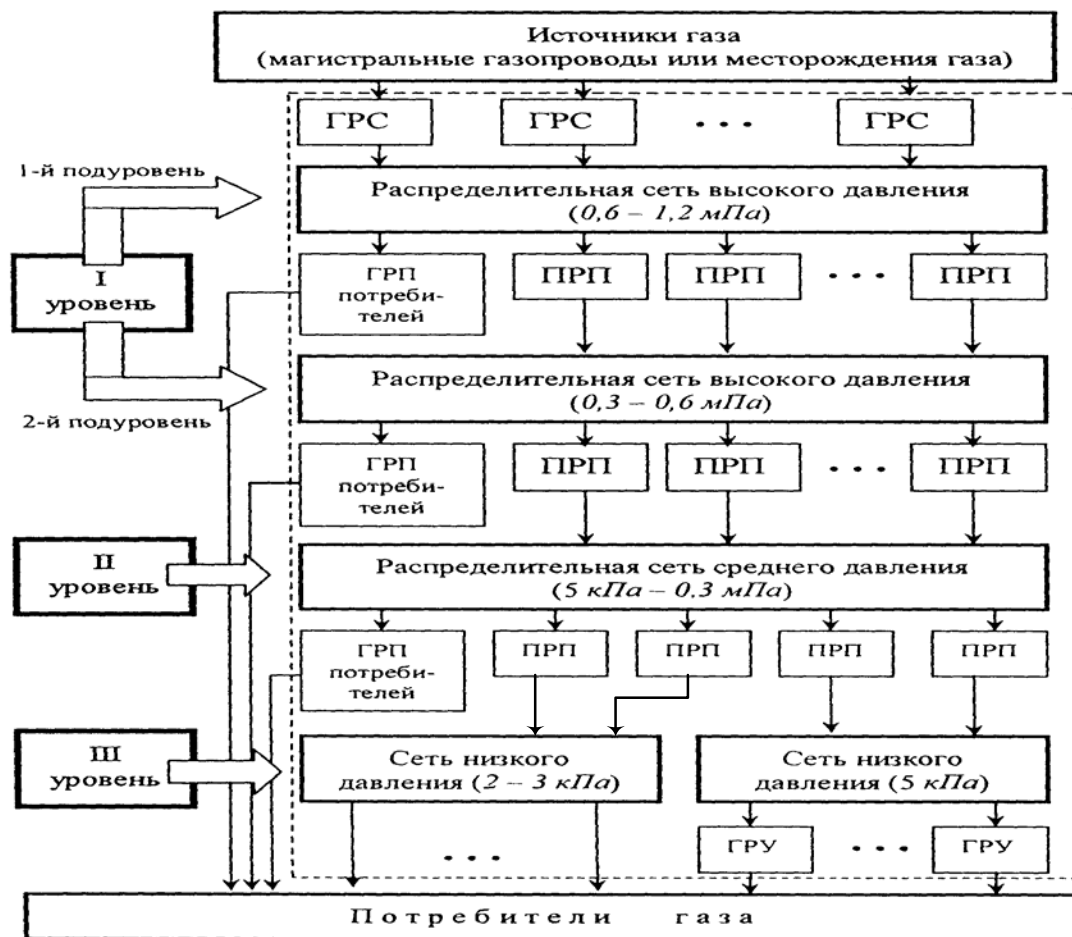
Система ограничений (2)-(4) определяет ОДР режимов работы j -го ГРП в нормальных условиях без байпасирования.

Учитывая, что основным возмущающим фактором режима работы ГРП является изменение расхода газа в его нагрузку, то критерий технической устойчивости j -го ГРП – $J_{j2}(T)$ на интервале управления $[0, T]$ предлагается формализовать как вероятность того, что траектория случайного процесса $q_j(t, \omega)$ находится внутри интервала со случайными границами:

$$J_{j2}(T) = P(q_j^-(t, \omega) \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+(t, \omega)),$$

$$\forall \omega \in \Omega \wedge \forall t \in [0, T]. \quad (8)$$

Так как информация о физических параметрах газовых потоков $\tilde{q}_j(t)$, $\tilde{P}_{j1}(t)$, $\tilde{P}_{j2}(t)$ может быть доступна только в дискретные моменты времени $k = 1, 2, \dots, K$, обозначим $f_j(q_j, q_j^-, q_j^+)$ совместную плотность распределения случайных величин



Структура многоуровневой газораспределительной сети

$$q_j(t, \omega), q_j^-(t, \omega), q_j^+(t, \omega), t = 1, 2, \dots, K. \quad (9)$$

Тогда выражение (8) с учетом введенных обозначений можно представить в виде:

$$J_{j2}(T) = P(q_j^-(t, \omega) \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+(t, \omega)) = \int_{q_j^-} \int_{q_j^+} \int_{q_j^-} f_j(q_j, q_j^-, q_j^+) dq_j dq_j^- dq_j^+. \quad (10)$$

Случайные величины (9) нельзя считать независимыми, поскольку, как следует из (6)–(7), они функционально зависят от одних и тех же случайных процессов.

Вывод явного аналитического выражения для $f_j(q_j, q_j^-, q_j^+)$ – очень сложная задача. Но даже в случае её решения использование выражения (10) в реальных расчетах будет занимать неоправданно много времени.

Поэтому предлагается перейти от стохастического описания границ интервала (4) к более простому – интервальному. Для случайных величин $q_j^-(t, \omega), q_j^+(t, \omega)$ найдем такие интервалы $[q_{j\min}^-, q_{j\max}^-]$ и $[q_{j\min}^+, q_{j\max}^+]$, в которых с заданной вероятностью $\beta \approx 1$ будут находиться все реализации случайных процессов $\tilde{q}_j^- = q_j^-(t, \tilde{\omega})$ и $\tilde{q}_j^+ = q_j^+(t, \tilde{\omega})$ соответственно:

$$P(q_{j\min}^- \leq \tilde{q}_j^- \leq q_{j\max}^-) \geq \beta, \quad (11)$$

$$P(q_{j\min}^+ \leq \tilde{q}_j^+ \leq q_{j\max}^+) \geq \beta. \quad (12)$$

С учетом введенных обозначений условие (4) можно приближенно заменить одним из условий:

$$q_{j\max}^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_{j\min}^+, \quad (13)$$

$$q_{j\min}^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_{j\max}^+. \quad (14)$$

Это позволяет достаточно просто найти оценки нижней и верхней границ критерия (10). Нижняя оценка критерия технической устойчивости в этом случае имеет вид:

$$J_{j2}^-(T) = P(q_{j\max}^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_{j\min}^+) = \int_{q_{j\max}^-}^{q_{j\min}^+} f(q_j) dq_j. \quad (15)$$

Предположив, что случайная величина $q_j(t, \omega), t = 1, 2, \dots, K$ распределена по нормальному закону $N(m_{q_j}, \sigma_{q_j}^2)$ с параметрами m_{q_j} и $\sigma_{q_j}^2$, выражение (15) можно представить в виде

$$J_{j2}^-(T) = \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{q_{j\min}^+ - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right) - \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{q_{j\max}^- - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right), \quad (16)$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция Лапласа.

Предположим, что случайные величины $q_j^-(t, \omega), q_j^+(t, \omega), t = 1, 2, \dots, K$ также распределены по нормальному закону с параметрами $m_{q_j^-}, \tau_{q_j^-}$ и $m_{q_j^+}, \tau_{q_j^+}$. Тогда для нахождения границ $q_{j\max}^-$ и $q_{j\min}^+$ можно воспользоваться правилом «трех сигм» [6]:

$$P(m_{q_j^-} - 3\sigma_{q_j^-} \leq q_j^-(t, \omega) \leq m_{q_j^-} + 3\sigma_{q_j^-}) \approx 0,997,$$

$$P(m_{q_j^+} - 3\sigma_{q_j^+} \leq q_j^+(t, \omega) \leq m_{q_j^+} + 3\sigma_{q_j^+}) \approx 0,997. \quad (17)$$

Подставляя в (15) значения $q_{j\min}^+ = m_{q_j^+} - 3\sigma_{q_j^+}$ и $q_{j\max}^- = m_{q_j^-} + 3\sigma_{q_j^-}$, окончательно получаем оценку нижней границы критерия технической устойчивости ГРП:

$$J_{j2}^-(T) = \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^+} - 3\sigma_{q_j^+} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right) - \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^-} + 3\sigma_{q_j^-} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right). \quad (18)$$

Для нахождения оценки верхней границы критерия (10) используем выражение (14). В этом случае

$$J_{j2}^+(T) = P(q_{j\min}^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_{j\max}^+) = \int_{q_{j\min}^-}^{q_{j\max}^+} f(q) dq. \quad (19)$$

Легко показать, что оценка верхней границы критерия технической устойчивости ГРП может быть представлена в виде:

$$J_{j2}^+(T) = \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^+} + 3\sigma_{q_j^+} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right) - \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^-} - 3\sigma_{q_j^-} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right). \quad (20)$$

Утверждение 1. Фактическое значение оценки технической устойчивости j -го ГРП – $J_{j2}(T)$ на интервале управления $[0, T]$ находится в интервале:

$$J_{j2}^-(T) \leq J_{j2}(T) \leq J_{j2}^+(T), \quad (21)$$

где $J_{j2}^-(T)$ и $J_{j2}^+(T)$ при сделанных ранее предположениях определяются, соответственно, выражениями (18) и (20).

При решении реальных задач оперативного планирования режимов работы МГРС в качестве критерия технической устойчивости режима работы j -го ГРП целесообразно использовать нижнюю оценку $J_{j2}^-(T)$ этого критерия, гарантирующую, что полученное решение фактически будет несколько более устойчивым, чем расчетное. Поэтому в дальнейшем вместо $J_{j2}(T)$ мы будем фактически использовать его нижнюю оценку $J_{j2}^-(T)$.

Имея оценки технической устойчивости каждого j -го ГРП k -го уровня газораспределительной сети МГРС, можно определить оценку технической устойчивости всей газораспределительной сети k -го уровня.

Пусть $|L_k| = \ell_k$ – количество ГРС, ГРП или ПРП на k -м уровне газораспределительной сети МГРС. Тогда оценку технической устойчивости газораспределительной сети k -го уровня $J_2^k(T)$ можно определить как:

$$J_2^k(T) = \min_{j \in L_k} J_{j2}^-(T). \quad (22)$$

Зная оценки технической устойчивости каждого k -го уровня газораспределительной сети $J_2^k(T)$, можно определить оценку технической устойчивости всей k -уровневой газораспределительной сети:

$$J_2(T) = \min_{j \in K} J_2^k(T). \quad (23)$$

Практическое использование выражения (22) означает, что техническая устойчивость k -го уровня газораспределительной сети определяется оценкой технической устойчивости **худшего** среди всех ГРП (ПРП) k -го уровня газораспределительной сети. Выражение (23) означает, что техническая устойчивость всей МГРС определяется оценкой технической устойчивости **худшего** среди всех ГРП (ПРП) МГРС. Из выражений (22), (23) непосредственно следует следующее утверждение.

Утверждение 2. Если оценка технической устойчивости газораспределительной сети МГРС равна a , то техническая устойчивость любого ГРП (ПРП) на любом из её k -уровней будет больше либо равна a .

Имея оценки качества и эффективности функционирования МГРС на интервале управления $[0, T]$, можно перейти к формализации оценок качества функционирования МГРС.

3. Критерии качества функционирования МГРС

Для структуризации целевой функции, задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС необходимо определить и формализовать критерии качества функционирования МГРС.

Основной (качественной) целью управления режимами функционирования МГРС является обеспечение потребителей газом в требуемых количествах и в заданном диапазоне давлений.

Известно [1], что движение материального потока природного газа по участку трубопровода осуществляется за счет создания избыточного давления на его входе.

Величина потока $q_j(t, \omega)$ на j -м участке трубопровода зависит от состояния внутренних стенок трубопровода, определяющего гидравлическое сопротивление $\beta_j(t, \omega)$, и от разности давлений на его концах:

$$q_i(t, \omega) = \varphi[\Delta P_j(t, \omega), \beta_j(t, \omega)], \quad j \in M, \quad (24)$$

где $\varphi(\cdot)$ – непрерывная, неубывающая функция соответствующих аргументов; $\Delta P_j(t, \omega) = P_{jH}(t, \omega) - P_{jK}(t, \omega)$ – перепад давления на j -м участке; $M = \{1, 2, \dots, m\}$ – как и ранее, множество реальных участков k -го уровня газораспределительной сети МГРС; $P_{jH}(t, \omega), P_{jK}(t, \omega)$ – соответственно, давление в начале и конце j -го участка сети в момент времени t ; $\beta_j(t, \omega)$ – значение гидравлического сопротивления j -го участка газораспределительной сети в момент времени t .

Пусть j -й участок МГРС соединяет j -ю вершину сети с $j \in N$ –м потребителем.

Тогда при $P_{jK}(t, \omega) = \text{const}; \beta_j(t, \omega) = \text{const}$,

$$q_j(t, \omega) = \varphi[P_{jH}(t, \omega)], \quad (25)$$

или
$$P_{jH}(t, \omega) = \varphi^{-1}[q_j(t, \omega)], \quad (26)$$

где $\varphi^{-1}[\cdot]$ – функция, обратная $\varphi[\cdot]$.

Практически это означает, что для обеспечения требуемого расхода u_j -го потребителя $q_j^*(t, \omega)$ фактическое давление $P_{jH}(t, \omega)$ в j -м узле газораспределительной сети k -го уровня должно быть не ниже минимально допустимого давления $P_j^*(t, \omega)$, т.е. $P_{jH}(t, \omega) \geq P_j^*(t, \omega) = \varphi^{-1}[q_j^*(t, \omega)]$.

Теперь качество функционирования МГРС можно оценить, анализируя соотношение фактического $P_j(t, \omega)$ и минимально допустимого $P_j^*(t, \omega)$, $j \in N$ давлений. Пусть $\Delta P_j(t, \omega) = P_j(t, \omega) - P_j^*(t, \omega)$ – избыточное давление в j -м узле МГРС в момент времени t .

Если $\Delta P_j(t, \omega) < 0$, то в момент времени t потребитель, подключенный к j -му узлу газораспределительной сети k -го уровня, либо недополучает природный газ, либо не получает его вообще.

Величина избыточного давления для каждого узла сети ограничена как сверху, так и снизу $\Delta P_j^- \leq \Delta P_j(t, \omega) \leq \Delta P_j^+$, где $\Delta P_j^+ = P_j^+ - P_j^*(t, \omega)$; P_j^+ – предельно допустимое давление в j -м узле МГРС, определяемое уровнем газораспределительной сети и пределом прочности трубопровода; $\Delta P_j^-(t, \omega) = P_j^- - P_j^*(t, \omega) < 0$; P_j^- – наименьшее технологически допустимое давление (технологическая бронь) в j -м узле МГРС. Если $q_j(t, \omega) = 0$, т.е. отбор природного газа в j -м узле МГРС равен нулю, то $P_j^*(t, \omega) = 0, \quad \forall \omega \in \Omega \wedge \forall t \in [0, T]$.

Таким образом, по величине избыточного давления в j -м узле МГРС можно дать косвенную оценку степени удовлетворения j -го потребителя в природном газе, т.е. оценку качества функционирования МГРС относительно этого потребителя.

Стохастический характер процессов подачи и потребления природного газа $q_i(t, \omega)$, $i \in V$ в региональной системе газоснабжения приводит к тому, что процессы $P_j(\omega, t), P_j^*(t, \omega)$, а следовательно, и $\Delta P_j(t, \omega)$, являются случайными.

Для оценки качества функционирования МГРС на интервале времени $[0, T]$ относительно j -го потребителя $j \in N_k$ k -го уровня газораспределительной сети введем индикаторную функцию вида:

$$\eta_{jn}^-(t, \omega) = \begin{cases} [P_j^*(t, \omega) - P_j(t, \omega)]^n, & \text{если } P_j(t, \omega) < P_j^*(t, \omega), \\ 0, & \text{если } P_j(t, \omega) \geq P_j^*(t, \omega). \end{cases} \quad (27)$$

и соответствующую ей случайную величину в виде функционала:

$$J_{1jn}^{k-}(T, \omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jn}^-(t, \omega) dt, \quad (28)$$

который для различных $n = 0, 1, \dots$ будем использовать для получения системы косвенных оценок качества функционирования МГРС относительно j -го потребителя.

При $n = 0$ математическое ожидание случайной величины (28) является косвенной оценкой вероятности возникновения дефицита в j -м узле k -го уровня газораспределительной сети на интервале $[0, T]$:

$$J_{1j0}^{k-}(T) = M \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{j0}^-(t, \omega) dt. \quad (29)$$

При $n = 1$ математическое ожидание $J_{1jl}^{k-}(T, \omega)$ дает косвенную оценку $J_{1jl}^{k-}(T)$ – среднего значения величины дефицита природного газа в j -м узле МГРС на интервале времени $[0, T]$:

$$J_{1jl}^{k-}(T) = M \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jl}^-(t, \omega) dt. \quad (30)$$

Зная оценки $J_{1j0}^{k-}(T)$ и $J_{1jl}^{k-}(T)$, можно построить оценки качества функционирования МГРС относительно всех ее потребителей. При этом критерий

$$J_{10}^-(T) = \max_{k \in K} \max_{j \in N_k} J_{1j0}^{k-}(T) \quad (31)$$

характеризует верхнюю оценку вероятности возникновения дефицита природного газа в узлах газораспределительной сети, а критерий

$$J_{11}^-(T) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1j0}^{k-}(T) \quad (32)$$

характеризует суммарное значение величины дефицита природного газа во всех узлах газораспределительной сети МГРС на интервале времени $[0, T]$.

Качество функционирования МГРС – это комплексное свойство, которое, кроме показателей степени удовлетворенности потребителей в природном газе, включает в себя и показатели непроизводительных потерь природного газа, связанных с утечками и авариями.

Известно [7], что чем выше избыточное давление в узлах сети, тем больше объемы потерь природного газа в газораспределительной сети через микротрещины, свищи и другие виды нарушений герметичности стыков и соединений участков трубопроводов.

Для формализации этого критерия, аналогично (27), введем индикаторную функцию

$$\eta_{jn}^+(t, \omega) = \begin{cases} [P_j(t, \omega) - P_j^*(t, \omega)]^n, & \text{если } P_j(t, \omega) > P_j^*(t, \omega) \\ 0, & P_j(t, \omega) \leq P_j^*(t, \omega) \end{cases} \quad (33)$$

и соответствующий ей функционал

$$J_{1jn}^{k+}(T, \omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jn}^+(t, \omega) dt. \quad (34)$$

В этом случае математическое ожидание случайной величины (34) при $n = 0$ является косвенной оценкой вероятности возникновения избыточного давления в j -м узле газораспределительной сети:

$$J_{1j0}^{k+}(T) = M \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{j0}^+(t, \omega) dt. \quad (35)$$

При $n = 1$ математическое ожидание случайной величины (34) характеризует величину среднего избыточного давления в j -м узле k -го уровня газораспределительной сети:

$$J_{1jl}^{k+}(T) = M \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jl}^+(t, \omega) dt. \quad (36)$$

Используя оценки (35), (36) аналогично (31), (32), получаем выражения для критериев

$$J_{10}^+(T) = \max_{k \in K} \max_{j \in N_k} J_{1j0}^{k+}(T) \quad (37)$$

и

$$J_{11}^+(T) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1jl}^{k+}(T), \quad (38)$$

характеризующих, соответственно, вероятность возникновения избыточного давления и суммарное избыточное давление во всех узлах газораспределительной сети. В реальных условиях численное значение критерия (37) практически равно единице и мало информативно. Численное значение критерия (38) чрезвычайно информативно и позволяет оценить потенциально возможный объем непроизводительных потерь природного газа в газораспределительной сети МГРС. Именно этот критерий будем использовать при структуризации цели задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС.

4. Определение класса задач оперативного планирования режимов работы МГРС

Введенные критерии (23), (31), (38) позволяют структурировать целевую функцию задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС следующим образом: критерий (38) выбираем в качестве основного (ведущего) и его минимизируем; критерии (23), (31) переводим в ограничения, при этом критерий технической устойчивости (23) ограничиваем снизу величиной α , близкой к единице, а критерий вероятности возникновения дефицита в узлах газораспределительной сети (31) ограничиваем сверху. Таким образом, целевая функция многокритериальной задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС принимает вид:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1j}^{k+}(T) \rightarrow \min_{u \in \Omega_0 \cap \Omega_1}, \quad (39)$$

$$\min_{j \in K} J_2^k(T) \geq \alpha, \quad (40)$$

$$\max_{k \in K} \max_{j \in N_k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta, \quad (41)$$

где $u = (P_1^*, q_j, i \in L)$ – вектор управляемых переменных; $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ – пороговые значения соответствующих критериев.

Учитывая многоуровневую иерархическую структуру МГРС, область допустимых режимов Ω_0 представим в виде:

$$\Omega_0 = \bigcup_{k \in K} \Omega_{0k}, \quad (42)$$

где Ω_{0k} – ОДР на $k \in K$ уровне газораспределительной $K = \{1, 2, 3\}$, причем $k = 1$ соответствует сети высокого давления, а $k = 3$ – сети низкого давления. Не нарушая общности и сохраняя введенные обозначения, получаем:

$$N = \bigcup_{k \in K} N^k, \quad L = \bigcup_{k \in K} L^k, \quad M = \bigcup_{k \in K} M^k. \quad (43)$$

Математическую модель стационарного режима транспорта и распределения природного газа в газораспределительной сети k -го уровня теперь можно представить в виде:

$$f_r = c_r q_r |q_r|^{\lambda_r - 1} + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in M_2^k, \quad (44)$$

$$f_r = P_1^\alpha - P_r^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in L_{22}^k, \quad (45)$$

$$f_r = P_r^\alpha - P_1^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in N_{22}^k, \quad (46)$$

$$f_r = P_1^\alpha - P_r^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in L_{21}^k, \quad (47)$$

$$f_r = P_r^\alpha - P_1^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in N_{21}^k, \quad (48)$$

$$q_i = \sum_{r \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1ri} q_r + \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1ri} q_r, \quad i \in M_1^k \cup L_2^k \quad (49)$$

при дополнительных ограничениях: на расходы газа на всех регулирующих элементах

$$q_j^- \leq q_j < q_j^+, \quad j \in L^k \quad (50)$$

и на давления на выходах газораспределительной сети

$$P_j^- \leq P_j \leq P_j^+, \quad j \in N^k. \quad (51)$$

Кроме того, необходимо учитывать связи между каждым k и $k-1$ уровнями газораспределительной сети, т.е. тот факт, что входы $k-1$ уровня являются выходами k -го уровня. Формально это записывается следующим образом:

$$L^k \subset N^{k-1}. \quad (52)$$

Проведя структуризацию функции цели и ОДР задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС, перейдем к рассмотрению конструктивных методов ее решения.

Для решения задачи (39)-(51) необходимо задать планируемые (прогнозируемые) значения объемов потребления природного газа всеми потребителями на интервале планирования. Значения расходов задаются в виде прогнозов (условных математических ожиданий) объемов потребления природного газа каждым потребителем и величиной дисперсии этого прогноза. Фактически это означает, что при планировании режимов предполагается, что фактический объем потребления природного газа $q_i(T)$ i -м потребителем на интервале планирования $[0, T]$ является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием \bar{q}_i и дисперсией $\sigma_{q_i}^2$:

$$q_i(T) \approx N(\bar{q}_i, \sigma_{q_i}^2), \quad i \in N. \quad (53)$$

Если значения расходов неизвестны или их оценить достаточно сложно, то вместо расходов можно задавать математическое ожидание и дисперсию давления на входах этих потребителей, т.е.

$$P_i(T) \approx N(\bar{P}_i, \sigma_{P_i}^2), \quad i \in N, \quad (54)$$

где $\bar{P}_i, \sigma_{P_i}^2$ – соответственно, математическое ожидание и дисперсия давления на входе i -го потребителя МГРС. Если математические ожидания граничных условий (53), (54) (независимые переменные) подставить в систему уравнений (44)–(49) и решить ее, то мы получим оценки математических ожиданий зависимых переменных $\bar{P}_j(T), \bar{q}_j(T), j \in L$.

Для вычисления значения критериев (39), (40), (41) необходимо еще вычислять и дисперсии зависимых переменных $\sigma_{P_j}^2, \sigma_{q_j}^2, j \in L^k$ в зависимости от дисперсий независимых переменных $\sigma_{q_i}^2, \sigma_{P_i}^2, i \in N^k \forall k \in [1, 2, \dots, K]$.

Для решения этой задачи воспользуемся методом статистической линеаризации [10] системы нелинейных алгебраических уравнений (44)–(49). Используя введенные ранее обозначения, будем предполагать, что нам известны:

$$\bar{P}_r(T) = M[P_r(T, \omega)], \quad \sigma_{P_r}^2, \quad r \in L_{12}^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k, \quad (55)$$

$$\bar{q}_j(T) = M[q_j(T, \omega)], \quad \sigma_{q_j}^2, \quad j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k. \quad (56)$$

Необходимо получить оценки математических ожиданий и дисперсий:

$$\bar{q}_r, \sigma_{q_r}^2, \quad r \in L_{22}^k \cup N_{22}^k, \quad (57)$$

$$\bar{P}_r, \sigma_{P_r}^2, \quad r \in L_{21}^k, N_{21}^k. \quad (58)$$

Используя систему уравнений (44)–(49), расходы $q_r, r \in L_{22}^k \cup N_{22}^k$ и давления $\bar{P}_r, r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k$ можно представить в виде неявных функций:

$$\bar{q}_r = q_r(\bar{P}_1, \bar{P}_j, j \in L_{22}^k \cup N_{22}^k; \bar{q}_j, j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k), \quad r \in L_{22}^k \cup N_{22}^k; \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_r &= P_r(\bar{P}_1, \bar{P}_j, j \in L_{22}^k \cup N_{22}^k, \bar{q}_j, \\ & j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k), \quad r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k. \end{aligned} \quad (60)$$

Применяя метод статистической линеаризации к невяно заданным функциям (59) и (60), получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{q_r}^2 &= \sum_{j \in L_{12}^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} \left[\left(\frac{\partial q_r}{\partial P_j} \right)_0 \right]^2 \sigma_{P_j}^2 + \\ &+ \sum_{j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} \left[\left(\frac{\partial q_r}{\partial q_j} \right)_0 \right]^2 \sigma_{q_j}^2, \end{aligned} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{P_r}^2 &= \sum_{j \in L_{12}^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} \left[\left(\frac{\partial P_r}{\partial P_j} \right)_0 \right]^2 \sigma_{P_j}^2 + \\ &+ \sum_{j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} \left[\left(\frac{\partial P_r}{\partial q_j} \right)_0 \right]^2 \sigma_{q_j}^2, \quad j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k. \end{aligned} \quad (62)$$

Выражения для дисперсий $\sigma_{q_r}^2$ и $\sigma_{P_r}^2$ получены в предположении, что ковариационная матрица случайных величин $P_j, j \in L_{12}^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k$ и $q_j, j \in L_{21}^k \cup N_{21}^k$ имеет диагональную структуру, т.е. случайные величины P_j, q_j не коррелированы между собой.

Таким образом, математическую постановку задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в многоуровневой газораспределительной сети можно представить:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1j}^{k+}(T) \rightarrow \min_{u \in \Omega_0 \cap \Omega_1}, \quad (63)$$

$$\min_{j \in K} J_2^k(T) \geq \alpha, \quad \max_{k \in K} \max_{j \in N_k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta, \quad (64)$$

$$\Omega_0 = \bigcup_{k \in K} \Omega_{0k}; \quad G(V, E) = \bigcup_{k \in K} G_k(E^k, V^k);$$

$$N = \bigcup_{k \in K} N^k, \quad L = \bigcup_{k \in K} L^k, \quad M = \bigcup_{k \in K} M^k, \quad (65)$$

$$\Omega_{0k} : f_r = c_r q_r |q_r|^{\beta_r - 1} + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\beta_i - 1} = 0, \quad r \in M_{22}^k, \quad (66)$$

$$f_r = P_1^\alpha - P_r^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\beta_i - 1} = 0, \quad r \in L_{22}^k, \quad (67)$$

$$f_r = P_r^\alpha - P_1^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\beta_i - 1} = 0, \quad r \in N_{22}^k, \quad (68)$$

$$f_r = P_1^\alpha - P_r^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\beta_i - 1} = 0, \quad r \in L_{21}^k, \quad (69)$$

$$f_r = P_r^\alpha - P_1^\alpha + \sum_{i \in M} b_{1ri} c_i q_i |q_i|^{\beta_i - 1} = 0, \quad r \in N_{21}^k, \quad (70)$$

$$q_i = \sum_{r \in M_{22}^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1ri} f_r q_r + \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1ri} f_r q_r, \quad i \in M_1^k \cup L_2^k, \quad (71)$$

$$q_j^- \leq q_j < q_j^+, \quad j \in L^k, \quad (72)$$

$$P_j^- \leq P_j \leq P_j^+, \quad j \in N^k. \quad (73)$$

Проведя структуризацию функции цели и ОДР задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС, перейдем к рассмотрению конструктивных методов ее решения.

5. Методы решения задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в МГРС

В результате решения задачи прогнозирования получаем прогноз расхода газа по каждому потребителю МГРС на интервале планирования $[0, T]$. В соответствии с основным функциональным назначением МГРС необходимо обеспечить каждому потребителю прогнозируемое количество газа при квазиоптимальном значении критерия (63). При этом считаются известными: структура сети, параметры магистральных участков, минимально допустимые давления и расходы в узлах сети. Расходы в узлах сети, как уже отмечалось, получаем в результате решения задачи прогнозирования изменения состояния окружающей среды. Управлять потоком распределением в сети при заданных исходных условиях можно с помощью расходов (давлений) на входах газораспределительной сети (при $\text{Card } K > 1$). Таким образом, переменными задачи являются расходы газа на входах $q_i, i \in L^1$. В случае $\text{Card } K = 1$ (для сети одного уровня) имеем единственное решение задачи.

Решение задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в многоуровневой газораспределительной сети усложняется.

Для сети одного уровня иерархии ($\text{Card } K = 1$) такая задача может быть решена методами нелинейного математического программирования [8, 9] или поисковой оптимизации на базе гидравлического расчета. Однако решение ее методами нелинейного математического программирования сопряжено с определенными трудностями при определении аналитического вида производных функций цели по переменным задачи.

Для решения задачи (63)–(73) разработана эффективная модификация дифференциального алгоритма [3] решения общей задачи математического программирования.

6. Заключение

Научная новизна работы заключается в том, что впервые:

1. Рассмотрен новый класс многокритериальных задач оперативного планирования режимов транспорта и распределения природного газа в многоуровневых газораспределительных сетях, отличаю-

щийся от известных как видом целевой функции, так и видом системы ограничений, использование которой позволяет получать планы транспорта и распределения природного газа в МГРС, оптимальные по ряду критериев.

2. Введены и формализованы критерии качества и эффективности функционирования МГРС, в том числе критерий технической (режимной) устойчивости многоуровневой газораспределительной сети, использование которого позволило минимизировать вероятность неуправляемого перехода на режимы байпасирования на регулирующих элементах многоуровневой газораспределительной сети и ограничения потребителей в природном газе, а также критерии, характеризующие, соответственно, суммарное значение величины дефицита природного газа и суммарное избыточное давление во всех узлах МГРС на интервале времени $[0, T]$.

3. Для конкретных условий функционирования МГРС проведена структуризация функций цели и ОДР задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения газа в многоуровневой газораспределительной сети.

4. Разработан и исследован алгоритм решения задачи оперативного планирования режимов транспорта и распределения газа в многоуровневой газораспределительной сети на основе модифицированного дифференциального алгоритма [5].

Практическая значимость исследования заключается в разработке инструментальных средств в виде математического, алгоритмического и программного обеспечения для практического повышения эффективности функционирования МГРС за счет оптимизации режимов их функционирования.

Литература: 1. *Трубопроводные системы энергетики: Управление развитием и функционированием* (монография) / Божинский И.А., Сеннова Е.В., Сухарев М.Г., Тевяшев А.Д. и др. Новосибирск: Наука, 2004. 461 с. 2. *Баясанов Д.Б., Ионин А.А.* Распределительные системы газоснабжения. М.: Стройиздат, 1977. 406 с. 3. *Евдокимов А.Г.* Минимизация функций и ее приложение к задачам автоматизированного управления инженерными сетями. Х.: Вища шк., 1977. 160 с. 4. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 534 с. 5. *Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д., Дубровский В.В.* Моделирование и оптимизация потокораспределения в инженерных сетях. М.: Стройиздат, 1990. 368 с.

Поступила в редколлегию 23.07.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Путятин Е.П.

Тевяшев Андрей Дмитриевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ПМ ХНУРЭ. Научные интересы: проблемы моделирования процессов в трубопроводных системах энергетики. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 70-21-436, e-mail: tevjashv@kture.kharkov.ua.

Ткаченко Владимир Филиппович, канд. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ИКГ ХНУРЭ. Научные интересы: автоматизированные системы управления, геоинформационные технологии. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел.: (057) 70-21-436, тел.: (057) 70-21-891, e-mail: tvf@gisnet.kharkov.ua.

Попов Александр Владимирович, директор коммунального предприятия «Городской информационный центр», Научные интересы: проблемы управления элементами инженерной инфраструктуры городского хозяйства. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 38, оф. 618, тел.(057)702-49-43, e-mail: Alexandr.Popov@citydesign.kharkov.ua.