

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Автоматики і комп'ютеризованих технологій  
(повна назва)

Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки  
(повна назва)

## КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

другий (магістерський)  
(рівень вищої освіти)

Розроблення моделі параметричної ідентифікації для оцінки  
поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації  
(тема)

Виконав:  
студент 2 курсу, групи КТРСм-23-2  
Момот В. В.  
(прізвище, ініціали)

Спеціальності 174 Автоматизація,  
комп'ютерно-інтегровані технології та  
робототехніка  
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми Освітньо-професійна  
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Комп'ютеризовані та  
робототехнічні системи  
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Ромашов Ю. В.  
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту  
Зав. кафедри КІТАР

Невлюдов І. Ш.  
(прізвище, ініціали)

2025р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет	Автоматики і комп'ютеризованих технологій
Кафедра	Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Спеціальність	174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка
Тип програми	освітньо-професійна
Освітня програма	Комп'ютеризовані та робототехнічні системи (код і повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри КІТАР \_\_\_\_\_

(підпис)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р.

**ЗАВДАННЯ  
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

Студентові \_\_\_\_\_ Момот Владиславу Володимировичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Розроблення моделі параметричної ідентифікації для оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації  
затверджена наказом по університету від “25” листопада 2024р. № 1239 Ст.
2. Термін подання студентом роботи “22” січня 2025р.
3. Вихідні дані до роботи 3.1 Лінійні об'єкти роботизації;  
3.2 Моделі параметричної ідентифікації;  
3.3 Комп'ютерна система математичних розрахунків та моделювання;  
3.4 Середовище графічного моделювання Xcos системи Scilab;  
3.5 Оформлення текстової документації згідно ДСТУ 3008-2015.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі

4.1 Вступ;

4.2 Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації;

4.3 Метод щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації

4.4 Комп'ютерне моделювання процесів щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації

4.5 Охорона праці;

4.6 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій Демонстраційний матеріал представлений у форматі презентації PowerPoint (\*.ppt) – 12 с. формату А4

6. Консультанти розділів роботи

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації	25.11 – 07.12.24	виконано
2	Метод щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації	08.12 – 20.12.24	виконано
3	Комп'ютерне моделювання процесів щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації	21.12 – 06.01.25	виконано
4	Охорона праці	07.01 – 10.01.25	виконано
5	Оформлення пояснювальної записки	11.01 – 13.01.25	виконано
6	Подання роботи на перевірку Інтернет-системою StrikePlagiarism	14.01 – 16.01.25	виконано
7	Подання роботи на рецензію	17.01 – 19.01.25	виконано
8	Подання роботи на підпис зав. кафедри	20.01 – 21.01.25	виконано
9	Подання кваліфікаційної роботи в ЕК	22.01.25	виконано

Дата видачі завдання 25 листопада 2024р.

Студент \_\_\_\_\_ Момот В. В.  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. Ромашов Ю. В.  
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

Я, як студент ХНУРЕ, розумію і підтримую політику закладу із академічної доброчесності. Я не надавав і не одержував допомогу під час підготовки кваліфікаційної роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

«22» січня 2025 р.



Момот В. В.

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 77 с., 2 табл., 11 рис., 1 дод., 20 джерел.

ОЦІНКА, ПОТОЧНИЙ ТЕХНІЧНИЙ СТАН, ЛІНІЙНІ ОБ'ЄКТИ, ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ, РОБОТОТИЗАЦІЯ, КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ.

Мета роботи – оцінка поточного технічного стану лінійних об'єктів, що досліджуються при розв'язуванні задач параметричної ідентифікації об'єктів роботизації.

Об'єкт дослідження – процес технічної діагностики.

Предмет дослідження – використання сигналів лінійних об'єктів щодо розв'язування задач параметричної ідентифікації об'єктів роботизації.

Методи дослідження – аналіз та узагальнення існуючих публікацій, комп'ютерне моделювання.

Сучасні програмно-апаратні засоби обчислювальної техніки є ядром робототехнічних систем. Висока швидкість обчислень і швидкодіючі інтелектуальні засоби контролю надають широкі можливості для реалізації адаптивного високоточного управління виконавчими пристроями з урахуванням зовнішніх впливів та інформативних факторів.

Задачі дослідження спрямовані на реалізацію мети та містять огляд базових понять про робототехнічні системи, огляд підходів щодо управління ними, а також формулювання проблем їх ідентифікації.

## **ABSTRACT**

Explanatory note: 77 pp., 2 tab., 11 fig., 1 appendices, 20 sources.

**ASSESSMENT, CURRENT TECHNICAL CONDITION, LINEAR OBJECTS, PARAMETRIC IDENTIFICATION, ROBOTIZATION, COMPUTER MODELING, AUTOMATIC CONTROL THEORY.**

Purpose – to evaluate the current technical condition of linear objects studied in solving problems of parametric identification of robotization objects.

Object of study – linear robotization objects.

The subject of research is the use of signals of linear objects to solve problems of parametric identification of robotic objects.

Research methods – analysis and generalization of existing publications, computer modeling.

Modern hardware and software of computer technology are the core of robotic systems. High computing speed and high-speed intelligent control tools provide ample opportunities for the implementation of adaptive high-precision control of actuators, taking into account external influences and informative factors.

The objectives of the study are aimed at realizing the goal and include an overview of the basic concepts of robotic systems, an overview of approaches to their management, and a formulation of the problems of their identification.

## ЗМІСТ

Перелік скорочень .....	8
Вступ .....	9
1 Проблема параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації .....	11
1.1 Оцінка поточного стану лінійних об'єктів роботизації .....	11
1.2 Математичні моделі та теорія управління.....	15
1.3 Створення математичної моделі лінійних систем, та їх класифікація .....	20
1.4 Метод найменших квадратів при оцінюванні параметрів та станів	
1.5 Висновки до першого розділу.....	31
лінійних систем .....	26
2 Метод щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації .....	30
2.1 Загальний підхід щодо оцінки технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації .....	30
2.2 Математична модель лінійного об'єкту роботизації .....	33
2.3 Ідентифікація лінійного об'єкту роботизації .....	38
2.4 Висновки по розділу .....	44
3 Комп'ютерне моделювання процесів щодо оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації .....	46
3.1 Математична модель механічного приводу систем автоматичного керування .....	46
3.2 Комп'ютерна модель механічного приводу систем автоматичного керування та процесу його параметричної ідентифікації .....	51
3.3 Результати комп'ютерного моделювання .....	57

3.4 Висновки по розділу .....	
4 Охорона праці .....	67
4.1 Аналіз умов праці на робочому місці .....	67
4.2 Промислова безпека на робочому місці .....	67
4.3 Виробнича санітарія у приміщенні .....	68
4.4 Пожежна безпека приміщення .....	70
Висновки .....	72
Перелік джерел посилання .....	75
Додаток А Публікація за тематикою роботи.....	81
Додаток Б Демонстраційний матеріал .....	93



## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АФХ – амплітудно-фазова характеристика;

АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;

КПО – коефіцієнт природної освітленості;

ОР – об'єкт регулювання;

ОУ – об'єкт управління;

ПІД – пропорційно-інтегрально-диференціальний;

ПК – персональний комп'ютер;

ТАР – теорія автоматичного регулювання;

ТАУ – теорія автоматичного управління;

ТОУ – технологічний об'єкт управління;

ФЧХ – фазо-частотна характеристика.

## ВСТУП

Щомісяця у всьому світі виходять у світ десятки робіт з автоматичного управління. Все частіше в назвах цих робіт – і теоретичних абстрактних і прикладних – зустрічається термін «ідентифікація».

Потреби практики, спочатку головним чином потреби управління технічними системами, сприяли бурхливому розвитку цієї області. Методи ідентифікації та оптимального управління впевнено зробили крок у практику, і інтерес до них продовжує зростати. З одного боку, висока вартість натурних досліджень технологічних процесів, що зрівнюються, труднощі, а часом і небажаність прозріння детальних експериментів, наявність випадкових факторів і, з іншого боку, необхідність математичного описання для побудови систем управління різного ступеня точності і складності – ось сенс виклику, що практика кинула сила теорії.

Рішення виникаючих зажадало розробки нового математичного апарату і залучення результатів на змішаних областях математики і техніки. Потреби розвитку теорії вили необхідність проведення абстрактних досліджень, результати яких несподівано швидко знайшли застосування.

Межі області додатків розсуваються дедалі ширше, захоплюючи сфери управління природними ресурсами, відбувається вторгнення точних методів управління світ, де об'єкти управління – це системи, вилучаючи людини.

Процес взаємного збагачення теорії та практики залежить від багатьох організаційних заходів. зокрема, від системи підготовки кадрів.

В даний час у багатьох вищих навчальних закладах. у країні та за кордоном читають курси ідентифікації. Пробіл у навчальній літературі з цього предмета може бути певною мірою заповнений книгою проф. Спіді та його співробітників Брауна та Гудена з Університету. Новий Південний Уольс (Аїстрадія). Дослухана студенту-старшокурснику технічного вузу, книга

вводить читача в коло ідей та методів, що використовуються при ідентифікації та побудові оптимальних управляючих пристроїв.

Мета роботи – оцінка поточного технічного стану лінійних об'єктів, що досліджуються при розв'язуванні задач параметричної ідентифікації об'єктів роботизації.

Об'єкт дослідження – процес технічної діагностики.

Предмет дослідження – використання сигналів лінійних об'єктів щодо розв'язування задач параметричної ідентифікації об'єктів роботизації.

Методи дослідження – аналіз та узагальнення існуючих публікацій, комп'ютерне моделювання.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

- проаналізувати основні засади лінійних об'єктів роботизації;
- провести оцінку поточного стану лінійних об'єктів роботизації;
- розглянути створення математичної моделі лінійних систем, та їх класифікацію;
- розробити модель параметричної ідентифікації лінійного об'єкта роботизації;
- виконати комп'ютерне моделювання параметричної ідентифікації лінійного об'єкта роботизації;
- виконати заходи та розрахунки з охорони праці для безпечної роботи в лабораторії, де виконувалась кваліфікаційна робота.

Робота виконується згідно з [1-4], як складова наукових досліджень, які здійснюються на кафедрі КІТАР Харківського національного університету радіоелектроніки, результати дослідження опубліковані у [5].

Цілі сталого розвитку – розробка моделі параметричної ідентифікації для оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації сприяє досягненню цілі 9 (Індустрія, інновації та інфраструктура), оскільки оптимізує роботу роботизованих систем, підвищуючи їх ефективність, що має важливе значення для розвитку індустрії. Крім того, це сприяє цілі 8 (Гідна праця та економічне зростання), оскільки автоматизація роботизованих технологій

знижують фізичне навантаження на працівників і створюють нові висококваліфіковані робочі місця.

# 1 ПРОБЛЕМА ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПОТОЧНОГО ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ РОБОТИЗАЦІЇ

## 1.1 Оцінка поточного стану лінійних об'єктів роботизації

Процес оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації включає комплекс методів, які можна розділити на діагностичні та аналітичні. Діагностичні методи спрямовані на виявлення фактичних дефектів та несправностей за допомогою технічних засобів контролю [5].

До них відносяться:

– візуальний контроль – це первинний метод огляду, що дозволяє оцінити зовнішній стан об'єкта, виявити механічні ушкодження, корозію, деформацію тощо;

– неруйнівний контроль – застосування методів, які впливають цілісність об'єкта. До нього входять ультразвукова дефектоскопія, рентгенографічний контроль, магнітно-порошковий метод тощо. Ці методи дозволяють виявити внутрішні дефекти, такі як тріщини, пори, розшарування, не порушуючи структури об'єкта;

– тепловізійне обстеження – використовується для виявлення аномальних зон нагріву, які можуть свідчити про порушення в ізоляції, перегрівання чи інші проблеми;

– акустична емісія – методика, застосовувана для виявлення тріщин та інших дефектів, що виникають під час роботи об'єкта під навантаженням. Акустичні сигнали свідчать про можливі ушкодження. Аналітичні методи включають збір та аналіз даних, отриманих в результаті діагностики, з метою прогнозу стану та оцінки ресурсу об'єкта, що залишився.

Найважливішими аналітичними підходами є статистичний аналіз, оцінка ймовірності відмови, а також використання математичних моделей для передбачення деградаційних процесів.

При оцінці поточного стану лінійних об'єктів необхідно враховувати комплекс факторів, що впливають на їх надійність [6]:

- експлуатаційні умови – такі як вібрація, тиск, температура, агресивні середовища. Наприклад, високі температури можуть прискорювати процеси корозії та старіння матеріалів, що призводить до скорочення терміну служби об'єкта;

- кліматичні умови – вплив природних факторів, таких як опади, коливання температур, ультрафіолетове випромінювання, що особливо актуально для об'єктів, розташованих на свіжому повітрі;

- якість матеріалів та монтажу – використання неякісних матеріалів або порушення технології монтажу можуть значно знизити експлуатаційний термін об'єктів;

- рівень навантаження – підвищені навантаження або режими роботи, що перевищують проектні значення, сприяють прискореному зносу конструктивних елементів.

Відомо, що точне управління різними системами виявилось можливим лише з появою надійних швидкодіючих обчислювальних машин [7, 8, 10]. Як і слід було очікувати, потреба у подібних системах стимулювала розвиток нових теоретичних уявлень. Саме такі ідентифікації і складають основу сучасної теорії управління. У цій роботі увага зосереджена на системах із входами та виходами, що допускають вимірювання. Входи, які можна змінювати, називаються керуваннями. Спрощено ціль роботи можна сформулювати як безперервний підбір таких управлінь, при яких виходи набувають бажаних значень [10, 11]. Системи, що становлять інтерес, мають такі динамічні характеристики, що управляючий вхід раптово діє на вихід у наступні моменти часу. У зв'язку з цим однією на основних проблем є опис систем, що забезпечують прогнозування наслідків управлінь в даний момент часу. Враховуючи цю вимогу, в наступному розділі автори розглядають побудову математичних моделей, що описують динамічні характеристики типічних систем за допомогою диференціальних рівнянь. При використанні подібного

математичного підходу для побудови реакції системи на заданий вхід потрібно вирішувати диференціальні рівняння [11, 12]. При інтегруванні диференціальних рівнянь переважно використовуються чисельні методи. Сигнали управління, які ми шукаємо, – це сигнали, що вишукають дають систему працювати в деякому періоді в майбутньому найкращим чином. Для корегування ефективності обраного управління ми вводимо скалярний критерій помилки. Таким чином, задача входить у відшукання управління, що забезпечує найменше значення критерію.

Щоб визначити управління, яке потрібно подати на систему, необхідно вміти передбачати реакцію системи на деяку кількість можливих входів. Таке передбачення може бути отримане за реакціями на раніше подавали входи або шляхом використання математичної моделі системи. Розглянуті рівні системи мають динамічний характер, і тому їх математичні моделі мають вигляд систем диференціальних рівнянь. Ці рівняння описують рухи системи за допомогою її станів та керуючого входу.

З практичних міркувань вибираються моделі можливо простішої форми залежно від необхідної точності передбачення [12, 13]. У цьому розділі розглядається структура цих моделей, зазвичай визначальна після ретельного дослідження динаміки системи. Зазвичай системи характеризуються наявністю входів і виходів, причому ті змінні, які перебувають під безпосереднім керуванням, порівнюють з вхідними, інші – з вихідними змінними. Змінні, які виникають при описі зовнішніх впливів на систему і якими ми не можемо керувати, називаються вхідними обуреннями.

При вивченні складових частин системи (що необхідно при побудові математичних моделей) різницю між компонентами – ходами і виходами – буває нечітким [10]. У таких випадках виникає необхідність приймати довільне рішення (ці питання розглядаються на початку глави). Побудова математичної моделі є процедурою, яка не слідує ніякому конкретному зразку. Істотною вимогою є близька подібність моделі в об'єкті. Необхідно враховувати такі риси того, що остаточна модель повинна мати просту форму. В процесі

створення моделі, крім наукового підходу, слід виявляти справжнє мистецтво.

Говорячи про процес синтезу перетворювача, необхідно підкреслити, що критерій якості, за яким проводиться оцінювання результатів синтезу, особливо важливий і що той критерій безпосередньо впливає на структуру процесу синтезу [13].

Внаслідок великого розмаїття систем структуру моделей необхідно запровадити певну міру спільності чи однорідності. Відомо, що цього можна досягти, використовуючи змінні стани та відповідні рівняння станів [8, 12, 14]. Останні є системою звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, які у випадку можуть бути нелінійними і нестационарними. Для деяких цілей, наприклад при обчисленнях на комп'ютері, цим рівнянням надати форму різницевих рівнянь. Типові методи перетворення рівнянь динаміки систем у канонічному виді рівнянь станів описуються на прикладах фізичних систем, розглянутих у цьому розділі.

Очевидно, що для певних систем деякі стани деякі управління можуть не впливати і деякі стану неможливо визначити безпосередньо по вимірам виходів системи. Ці ситуації призводять до поняття та керованості та спостереження. Наводиться приклад, що показує, як можуть виникати некерованість і спостереженість. Крім неспостережуваних і некерованих станів, при математичному моделюванні виникає проблема невимірюваних входів, що мають вигляд небажаних збурень або перешкод. Про цю проблему в цьому розділі є лише коротка згадка, причому розглянуто лише випадок білого туму.

Першим кроком при створенні оптимального управління є формулювання математичних рівнянь, що пов'язують змінні системи [5, 11, 14]. Рівняння є моделлю фізичної системи, що дозволяє здійснювати чисельні експерименти. Усе це дає такі очевидні переваги.

Численні експерименти, що проводяться, наприклад, за допомогою комп'ютерної техніки, точно відтворюються. Таким чином, несподівані результати можна перевірити і встановити їхню причину, повторюючи експеримент в одних і тих самих умовах.



Масштаби експериментів, що проводяться, наприклад, на промисловому об'єкті, обмежуються такими економічними факторами, як вартість вимірювальних приладів, витрати праці, ймовірність випуску продукції незадовільної якості через неправильну постановку експерименту або навіть пошкодження самого об'єкта. У той самий час гнучкість чисельних експериментів поруч із повною безпекою зазвичай цілком компенсує витрати на програмування і машинний час.

Масштаб часу в чисельних експериментах може бути на кілька порядків менше реального масштабу часу процесів у фізичній системі [15]. Це значно прискорює вивчення впливів на критерій, визначальний різні параметри, що настроюються, і стратегії управліннь. При цьому відкриваються також нескінченні можливості керування в реальному масштабі часу за допомогою аналогових чи цифрових обчислювальних машин.

## 1.2 Математичні моделі та теорія управління

Створення математичної моделі лінійної системи дозволяє передбачити її поведінку, аналізувати стійкість, керованість та спостережуваність, а також оптимізувати процеси управління [16]. У цьому розділі буде розглянуто класифікацію математичних моделей лінійних систем, основні підходи до моделювання та методи, які є найбільш ефективними для опису лінійних систем.

Спостереження та вимір є одними з основних понять, що використовуються в природничих науках та техніці. Спираючись на спостереження, учений будує фізичну модель досліджуваного явища, основі якої методом спроб і помилок створюється теорія. Ця теорія містить у собі передбачуване подання про досліджуване явище природи. Керуючись таким уявленням, вчений планує нові експерименти. Результати експериментів можуть підтвердити теорію, або вимагати її часткової або повної переробки. Хоча самі ідеї можуть бути цікавими та подобатися вченим, проте фактичні

результати порівняння теорії з експериментом є вирішальними.

З цієї точки зору можна стверджувати, що в природних науках і техніці поняття експерименту і спостереження (вимірювання) є фундаментальними. Майже рівноцінна їм ідея побудови моделі [17], котру досить важко відокремити від згаданих вище спостережень та експериментів. Розробка теорії (як імовірного уявлення про досліджуване явище природи) може бути названа побудовою моделі; тоді теорія стає словесною або математичною моделлю дійсності. Ми визначимо модель як зображення істотних сторін реальної системи (або конструйованої системи), що в зручній формі відображає інформацію про систему.

У цьому визначенні під системою можна розуміти, наприклад, сукупність упорядкованих об'єктів, у якій певним чином визначено завдання чи цілі. Все, що заходить до системи, є частиною середовища.

Система характеризується зв'язками між вхідними та вихідними сигналами, вид яких залежить від вибору кордону між системою та середовищем. Що являє собою система, залежить від погляду спостерігача. «Системою» може бути і електронний підсилювач, і контур регулювання, в якому цей підсилювач може бути одним з багатьох елементів, і хімічний процес з кількома цінами зворотного зв'язку, і промислове підприємство і кілька підприємств, які функціонують як система в середовищі, що визначається всією економікою країни.

Місткість поняття моделі можна пояснити кількома зауваженнями [3]:

– модель не повинна бути описом фактичного пристрою системи. Вона може імітувати систему або «наслідувати» її поведінку. Можна сконструювати керований протез руки, не знаючи, як людина розпоряджається своїми кінцівками. Мистецтво розробки полягає в тому, щоб приховати незрозумілі особливості поведінки системи надамо моделі таких майже алхімічних якостей, як «розщеплюваність», «сопрягаємість» тощо;

– моделі бувають концептуальні, фізичні або математичні (інші назви: феноменологічні, емпіричні та аналітичний) залежно від того, яка сторона

явища в даному випадку найбільш істотна, від методів, які можна використовувати при побудові моделі, від кількості та якості наявної інформації. Добре зрозумілі та відомі приклади різних моделей можна знайти в небесній механіці. Птолемійська модель Всесвіту була досить адекватною концептуальною моделлю для спостережень за рухом планет. Модель Коперника, в якій спостерігаються процеси пояснюються як результат складання руху Землі (спостерігача) і планети, що спостерігається, можна вважати фізичною моделлю. Закони Кеплера утворюють математичну модель, яка уможлиблює кількісне передбачення. Приклади різних моделей читач може навести сам на основі свого життєвого досвіду.

Об'єкт, для якого потрібно побудувати модель, може проектуватись або реально існувати. Немає необхідності підкреслювати, наскільки важливо для інженера мати модель системи на стадії її проектування. Для дослідника модель охоплює можливість подальшого планування експериментів.

Інформація має бути подана у зручній формі. Це суттєво, оскільки модель має створити передумови для наступних рішень. Якщо модель занадто складна, її корисність стає сумнівною. Відносна простота є головною характеристикою моделі. Модель є спрощеним відображенням дійсності. У багатьох випадках, для того, щоб модель була корисною, її складність повинна перебувати у певному співвідношенні зі складністю описуваного об'єкта (приклад: біологічні системи).

Моделі використовуються в багатьох областях досліджень, у тому числі у фізиці, біології, астрономії, економіці, соціології та фізіології.

У техніці слід розрізняти кілька цілей використання моделей [9]:

а) дослідження. Бажано дати інтерпретацію отриманої в результаті вимірювань інформації;

б) проектування. Дані, що характеризують окремі елементи або підсистеми, використовуються для того, щоб побудувати модель системи, що задовольняє критерію проектування (стійкість, дохід, надійністьтощо). З цієї точки зору адаптація реальної системи при підвищенні вимог потреби

забезпечити більш економічне функціонування може розглядатися як частина процесу;

в) проектування. Фактично проектування є процес із зворотним зв'язком, у якому проектувальник вона називається елементом замкнутого контуру;

г) управління. Методи управління системою залежить від наявної інформації. У цьому випадку слід розрізняти:

1) умови нормального функціонування, наприклад управління по каналах зворотного та прямого зв'язку, статичну та динамічну оптимізацію, адаптивне управління, грушеве управління. Очевидно, існує тісний зв'язок між придатністю «неслухняної» динамічної системи та можливостями управління нею;

2) критичні ситуації, такі, як часткова поломка, коли спосіб управління залежить від інформації про тип та глибину відмови;

3) стартові та фінішні режими, коли деякі елементи програмного управління можуть залежати від значень параметрів та стану системи.

Природа кидає виклик вченому, який намагається вивести якісь загальні заміри, пропонував йому безліч прикладів застосування систем управління. У першу чергу це широкий набір штучних систем управління в техніці від найпростіших регуляторів до новітніх обчислювальних машин, що керують технологічними процесами. Механізми управління діють також у суспільстві (наприклад, примус силою закону); є безліч контурів регулювання у біологічних системах. З часу застосування знаменитого регулятора Уата в незліченній безлічі ситуацій стало ясно, що введення зворотного зв'язку можна використовувати як ефективний засіб для боротьби з невизначеністю [14]. Ці невизначеності можуть бути результатом непередбачуваних впливів (обурень) на систему з боку середовища або можуть зароджуватися всередині системи (наприклад, знос, старіння, псування каталізатора тощо).

Звичайно зворотний зв'язок може усунути вплив невизначеності або принаймні зменшити ефект цього впливу до зневажливої величини. Звичайно, це не панацея і застосування цього рецепту має свої межі. Ці обмеження

виявляються у випадках, коли відбуваються великі зміни параметрів; у цій ситуації можливе використання принципів адаптивного керування. З іншим обмеженням можна зустрітися за такої оптимізації будь-яких вартісних критеріїв, що веде до оптимальних або субоптимальних систем.

При проектуванні звичайної системи управління необхідна інформація про поведінку об'єкта вичерпується даними (можливо, досить неточними) про стійкість та дані, необхідні для оцінки можливих поліпшень, пов'язаних із застосуванням зворотного зв'язку, тобто даними про характер навантажень і обурень, про обмеження на управління тощо. З історії теорії управління відомо, що проектувальники рідко мають у своєму розпорядженні необхідну для синтезу системи управління повною апріорною інформацією про об'єкт і навколишнє середовище. Навіть якщо в принципі відомі рівняння, що описують поведінку системи, то часто виявляється, що дані про окремі параметри і до того її нерідко наявні моделі занадто складні. Подібні ситуації природні для різних областей. Є, однак, дві ознаки, що відрізняють всі завдання ідентифікації в автоматичному управлінні: часто для того, щоб отримати недостатню інформацію, можна ставити експерименти над системою; Мета ідентифікації полягає у виробленні стратегії управління.

Для систем з великими варіаціями параметрів (що призводить до адаптивного управління) і систем, що функціонують за суто «вартісними» критеріями (що призводить до оптимальних або субоптимальних режимів), часто виявляється необхідною більш точна і своєчасна інформація про параметри та стани системи [13, 14]. Звідси очевидна необхідність ідентифікації та оцінки параметрів та станів. Подібну систему можна було б розглядати як знамениту чорну скриньку, тобто систему (підсистему) невідомої структури з одним або декількома входами та виходами. Однак для більшості технічних завдань цей підхід не надто реалістичний. У багатьох випадках експериментатор має у своєму розпорядженні певну апріорну інформацію про фізичну природу досліджуваного процесу, користуючись якою можна отримати уявлення про структуру концептуальної моделі, а можливо, і приблизні

значення її коефіцієнтів (параметрів). Тому ящик виявляється більш менш сірим або прозорим. Досить сказати, що розглядається колона ректифікації, а не місячна ракета, і це вже певна апріорна інформація.

Характеристику деяких особливостей завдання можна отримати, ставлячи такі питання:

– яку модель бажано побудувати – статичну (наприклад, для оптимізації статичного об'єкта) чи динамічну (зокрема, для оптимізації динамічного об'єкта чи управління польотом літака), нелінійну чи лінеаризовану? Відповідь це питання може визначити бажану точність і складність моделі, вибір математичних методів тощо;

– чи повинна модель будуватися поза контуром регулювання на підставі загальних законів і якихось окремих експериментів або її можна будувати в замкнутому контурі (в натуральному масштабі часу), коли дошукаються безперервні експерименти з реальним об'єктом;

– чи мають братися до уваги фінансові міркування та які? У багатьох випадках побудова моделі починається з використання основних фізичних законів (законів Ньютона, Максвелла або Кірхгофа, законів збереження маси, енергії та імпульсу, законів перерозподілу кількості тепла та ентропії) для опису досліджуваного об'єкта, що є, наприклад, механічним, електричним або термодинамічним процесом. З цих законів випливають різні співвідношення між розглянутими змінними і, зокрема, що зв'язують їх звичайні диференціальні рівняння, диференційні рівняння в приватних похідних, різницеві рівняння. Це співвідношення між «силами» (інтенсивні змінні) та «потокми» (екстенсивні змінні).

### 1.3 Створення математичної моделі лінійних систем, та їх класифікація

Математичні моделі можна класифікувати за різними ознаками, такими як уявлення часу, характер рівнянь, підходи до опису системи та тип даних:

а) за уявленням часу:

1) дискретні моделі – описують поведінку системи у певні дискретні моменти часу. Такі моделі зручні для аналізу цифрових систем, систем з імпульсними впливами та за умов оцифрованих сигналів;

2) безперервні моделі – описують систему у вигляді безперервних функцій часу, що є важливим для аналізу безперервних фізичних процесів;

б) за типом рівнянь:

1) лінійні моделі – описують системи, поведінка яких підпорядковується принципам суперпозиції та пропорційності. Лінійні рівняння використовуються для представлення таких систем і дозволяють спростити математичний апарат;

2) нелінійні моделі – описують системи, де зв'язок між змінними нелінійний. Хоча ці моделі складніші, лінійні моделі найчастіше застосовуються як наближення для них у вузьких діапазонах;

в) за структурою моделі:

1) чорний ящик – модель заснована на вхідних та вихідних даних без детального опису внутрішньої структури системи. Застосовується, коли невідомий внутрішній пристрій системи або надто складно для аналізу;

2) біла скринька – модель враховує повне знання про систему, включаючи її внутрішні характеристики. Цей підхід кращий для теоретичного аналізу та контролю системи;

3) сірий ящик – проміжний підхід, який використовує часткове знання про систему. Зазвичай застосовується, коли частина параметрів системи можна точно виміряти, а інша частина оцінюється на основі даних;

г) за кількістю змінних:

1) одномірні моделі – описують систему з одного змінного стану чи виходу;

2) багатомірні моделі – описують систему з декількома змінними станами або виходами, що дозволяє враховувати взаємозв'язки між різними частинами системи.

Для опису лінійних систем найбільш популярні два підходи: моделі у

просторі станів та передавальні функції. Ці методи часто використовуються в залежності від конкретної задачі аналізу та управління.

Простір станів дозволяє описувати лінійні системи з використанням векторних рівнянь, що зручно для багатовимірних систем. Модель у просторі станів задається системою диференціальних чи різницевих рівнянь.

Моделі у просторі станів особливо зручні для аналізу стійкості, спостережуваності та керованості системи, а також при вирішенні завдань оптимального управління.

Передатні функції Цей підхід передбачає використання перетворення Лапласа переходу від диференціальних рівнянь до алгебраїчним. Передатна функція лінійної системи в такому випадку визначається як відношення вихідного сигналу до вхідного частотної області.

Передатні функції зручні для аналізу стійкості та частотних характеристик системи, особливо при синтезі систем автоматичного керування. Вони дозволяють наочно уявити вплив різних частот на поведінку системи та застосовні для одновимірних систем або аналізу окремих каналів багатовимірних систем.

Далі розглянемо принципи подуви математичних моделей на прикладах.

Систему, схематично показану на рисунку 1.1, можна вважати пов'язаною із зовнішнім середовищем через входи (датчики та виходи (виконавчі елементи)).

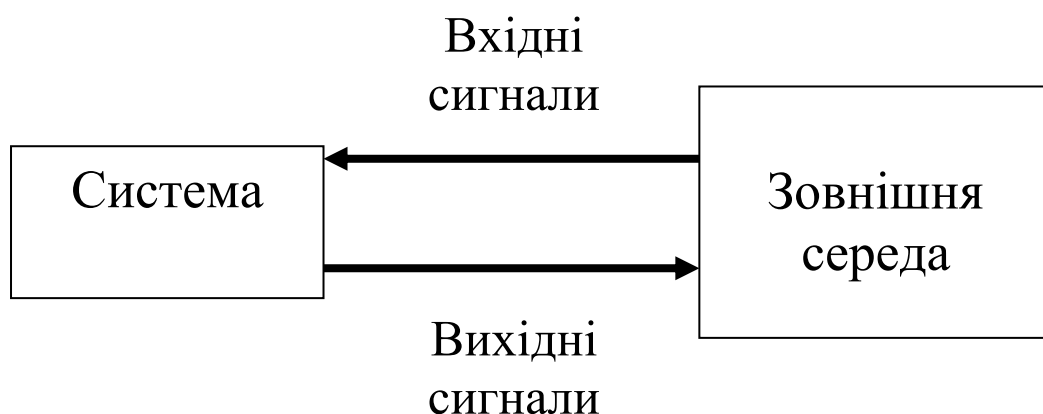


Рисунок 1.1 – Зв'язок системи із зовнішньою середою



Ми можемо вимірювати деякі входи та виходи, що описують частину зовнішнього середовища, і, очевидно, керувати деякими входами. Входи, якими ми не можемо керувати, називаються обуреннями. Завдання ідентифікації зводиться до встановлення математичних співвідношень між вимірними входами і виходами при заданих змінах у часі входів і виходів. Для такої системи, як промисловий об'єкт, блок, який називається системою, найкраще розглядати як набір взаємопов'язаних елементарних систем. Основна відмінність між елементарною системою і системою в цілому полягає в тому, що співвідношення вхід – вихід для елементарної системи можна описати, ґрунтуючись на фізичних законах чи перевірених емпіричних співвідношеннях.

Проілюструємо такий підхід на прикладі електричного ланцюга. Будь-який електричний ланцюг довільної складності можна синтезувати із чотирьох основних типів елементів: L, C, A та джерел напруги. Між елементарними системами промислового об'єкта та елементами електричного кола існує аналогія: і в тому, і в іншому випадку вони не обов'язково повинні означати фізичні компоненти.

На рисунку 1.2, а показані взаємопов'язані котушки, для яких зв'язок між напругами на контактах і контурними струмами описується матричним рівнянням (1.1).

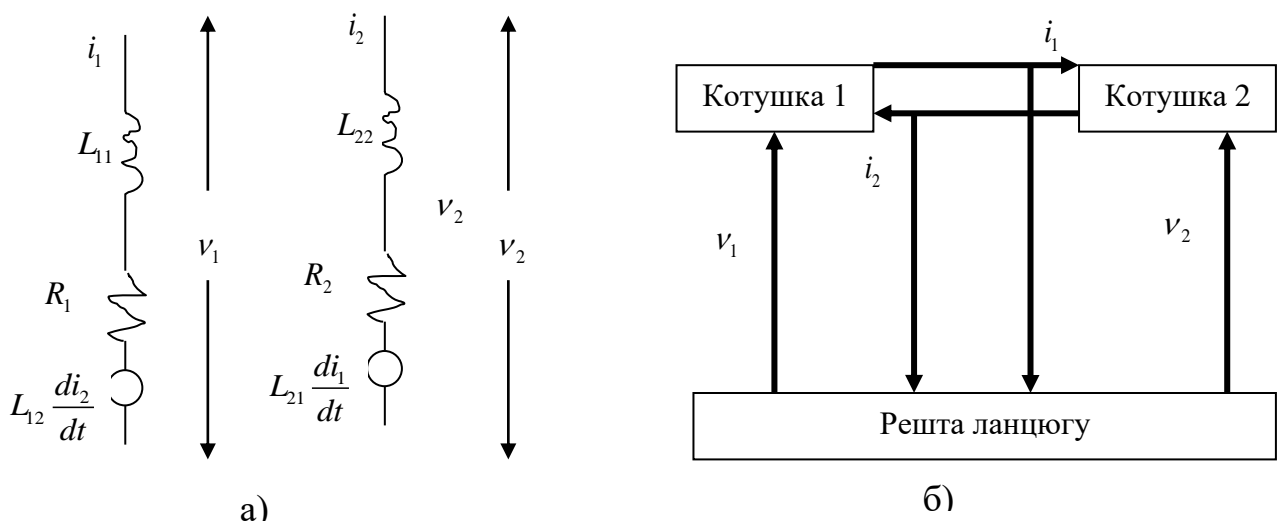


Рисунок 1.2 – Взаємозв'язані котушки

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_{11} \frac{d}{dt} & L_{12} \frac{d}{dt} \\ L_{21} \frac{d}{dt} & R_2 + L_{22} \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

Бачимо, що для опису співвідношень між напругами на котушках потрібні три елементи: наприклад, для котушки необхідні  $L_{11}$ ,  $R_1$  і джерело напруги  $L_{12} \frac{di_2}{dt}$ , що залежить від струму. Інше уявлення двох котушок, якому відповідає рисунок 1.2, показано на рисунку 1.2, б. Зауважимо, що  $v_1$  та  $v_2$  позначені для котушок як входи, а  $i_1$  та  $i_2$  як виходи. Нескладні міркування показують, що таке розбиття абсолютно довільно і що чотири змінні  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  так само можна розбити на будь-які інші групи з двох пар.

Оптимальне управління математично має багато спільного з технічним проектуванням. Розглянемо приклад розрахунку силового трансформатора. Першим кроком є вибір критерію – величини, значення якої має досягати мінімуму або максимуму в результаті проектування. Можливими критеріями є такі. Максимізація вихідної потужності з обмеженнями на обсяг заліза, обсяг міді, магнітні втрати в залізі та омичні втрати у міді. Максимізація вихідної потужності з обмеженнями на загальну вагу та загальні втрати потужності.

Мінімізація загальної ваги (або загальної вартості матеріалів) із заданими обмеженнями на вихідну потужність та втрати потужності. Мінімізація загальної вартості, що включає вартість матеріалу та вартість зменшення прибутку від капіталовкладень через можливі втрати потужності. Другим кроком є вибір моделі трансформатора, що використовується в розглянутій задачі. Зазвичай на практиці спочатку приймається рішення про величину магнітного потоку в залізі і щільності електричного струму  $J$  в міді. За законом індукції Фарадея розрахункове первинне напруження  $V_p$  пов'язані з числом первинних витків  $N_p$ , площею поперечного перерізу  $A_{FE}$  і кутовою частотою

$\omega$  співвідношенням:

$$\omega B A_{FE} N_P \geq V_P. \quad (1.2)$$

Зауважимо, що це співвідношення має вигляд нерівності, оскільки трансформатор може бути спроектований консервативно для роботи з первинною напругою, що перевищує розрахункове значення  $V_P$ . значення первинного струму  $I_P$ :

$$\frac{J \left( \frac{1}{2} A_{Cu} \right)}{N_P} \geq I_P. \quad (1.3)$$

Помножуючи ліву частину (1.2) на ліву частину (1.3), для омічного навантаження отримуємо

$$\frac{1}{2} \omega B J A_{Fe} A_{Cu} \geq P_L, \quad (1.4)$$

де  $P_L$  – потужність загрузки.

Втрата потужності у двох мідних контурах дорівнює:

$$P_u = \frac{\rho L_{Cu}}{A_{Cu}} (J A_{Cu})^2 = \rho J^2 V_{Cu}, \quad (1.5)$$

де  $\rho$  – питомий опір міді;

$L_{Cu}$  – середня довжина контуру;

$V_{Cu}$  – об'єм міді

Втрата потужності за рахунок розсіяння в залізі виражається емпіричним співвідношенням Стейнметса:

$$P_{Fe} \approx \text{const} \omega B^n V_{Fe}, \quad (1.6)$$

де  $V_{Fe}$  – об'єм заліза;

$n=3,5$  при робочому потоці  $1,6$  веб/м<sup>2</sup>.

Рівняння (1.4) – (1.6) і геометричні обмеження розмірів трансформатора – це все, що потрібно для вирішення вихідної задачі. Детально це питання викладено у книзі Даффіна, Пітерсона та Зенера [7]. Особливий інтерес є тут те, що при формулюванні математичних рівнянь одночасно використовуються фізичні закони, емпіричні співвідношення та технічні міркування.

Математичне моделювання лінійних систем дозволяє як описувати їх поведінка, а й створювати ефективні механізми їх управління. Вибір методу моделювання залежить від мети аналізу та від доступних даних про систему. Моделі у просторі станів і передавальні функції є найбільш підходящими для лінійних систем, оскільки дозволяють вирішувати широкий спектр завдань – від аналізу сталості до оптимізації управління.

#### 1.4 Метод найменших квадратів при оцінюванні параметрів та станів лінійних систем

Ми покажемо, що завдання оцінювання параметрів та станів має особливо просте рішення у разі використання методу найменших квадратів у припущенні, що система є лінійною та дискретною у часі. У методі найменших квадратів нев'язка визначається як різницю між виходом, виміряним на системі, і реакцією, обчисленою за математичною або фізичною моделлю системи. Нев'язка складається з неточностей у структурі моделі та неврахованих взаємодій середовища та системи. Незалежно від походження нев'язки метод найменших квадратів мінімізує суму квадратів дискретних значень нев'язки, причому в даному випадку вимірювання виробляються в рівновіддалені моменти на заданому інтервалі часу.

Розглянемо систему з одним входом та одним виходом, показану на блок-схемі (рис. 1.3).



Рисунок 1.3 – Позначення системи з одним виходом

Функція часу  $x(t)$  визначає зміни вхідної величини щодо середнього значення, а  $z(t)$  – зміна виходу щодо середнього значення. Для лінійної стаціонарної системи вихід можна записати в інтегральній формі:

$$z(t) = \int_0^{T_s} h(\tau)x(t-\tau)d\tau + n(t), \quad (1.7)$$

де  $h(\tau)$  – вагова функція значень входів у минулому на інтервалі, обмеженому часом встановлення системи  $T_s$ , (звичайно звана імпульсною перехідною функцією);

$n(t)$  – нев'язка (іноді звана шумом).

Нев'язка складається з реакцій на інші входи системи та помилок у лінійній моделі, що виникають через припущення (рис. 1.3), що об'єкт лінійний та стаціонарний. З математичної точки зору інтегрування в (1.7) повинне проводитися за нескінченним інтервалом значень входу. На практиці значенням входу поза кінцевим інтервалом у минулому, граничного моментом часу  $T_s$ , надається кульова вага; цей момент називається часом встановлення. Зазвичай  $T_s$  визначається як мінімальний інтервал часу, виміряний від моменту подачі імпульсного сигналу, поза яким реакція становить, наприклад, 5 % пікового

значення.

При чисельних розрахунках час має квантуватися. Для рівномірного інтервалу квантування  $\Delta$  рівняння (1.7) можна записати у вигляді:

$$z(i\Delta) = \sum_{j=0}^{N_s-i} h(j\Delta) x[(i-j)\Delta] \Delta + n_i, \quad i = 0, 1, \dots, N_m - 1, \quad (1.8)$$

де  $T_s = N_s \Delta$  – час встановлення;

$T_m = N_m \Delta$  – час вимірювання виходу.

Для спрощення наступного подання запишемо рівняння (1.7) у матричному, розгорнутому вигляді:

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ \cdot \\ z_{N_m-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & \cdots & x_{-N_s+1} \\ & \cdots & \cdot \\ x_{N_m-1} & \cdots & x_{-N_m-N_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \Delta \\ \cdot \\ h_{N_s-1} \Delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_0 \\ \cdot \\ n_{N_m-1} \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

Або в символічному вигляді:

$$z = A\beta + n. \quad (1.10)$$

За допомогою символів (1.10) досліджуване завдання зводиться до оцінювання вектора параметрів при заданій матриці  $A$  і векторі вимірювань  $z$ . Критерієм при оцінюванні є вибір вектора, що мінімізує суму квадратів нев'язок на інтервалі вимірювань.

Таким чином скажемо, що

$$J = \sum_{i=0}^{N_m-1} n_i^2. \quad (1.11)$$

У матричній формі

$$J = n^T n. \quad (1.12)$$

Підставив (1.10) в (1.12) отримаємо:

$$J = (z - A\beta)^T (z - A\beta). \quad (1.13)$$

Оцінка між найменшими квадратами  $\beta^*$  відповідає рівнянню:

$$J^* = \min_{\beta} J = J \Big|_{\beta=\beta^*} \quad (1.14)$$

Як ми побачимо, важливою властивістю оцінок найменших квадратів є те, що існує один і тільки один локальний мінімум, що збігається з глобальним мінімумом, тобто оцінка найменших квадратів  $\beta^*$  єдина.

## 1.5 Висновки по розділу

У розділі розглянуто проблему параметричної ідентифікації поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації. Проаналізовано основні методи оцінки технічного стану, що включають візуальний та неруйнівний контроль, теплове обстеження та акустичну емісію. Окреслено фактори, які впливають на надійність лінійних об'єктів роботизації, такі як експлуатаційні та кліматичні умови, якість матеріалів та монтажу, а також рівень навантаження.

Встановлено, що точне управління різними системами стало можливим завдяки появі надійних швидкодіючих обчислювальних машин. Розглянуто побудову математичних моделей, що описують динамічні характеристики типових систем за допомогою диференціальних рівнянь. Визначено, що для побудови реакції системи на заданий вхід потрібно вирішувати диференціальні рівняння, а для корегування ефективності обраного управління вводиться

скалярний критерій помилки. Задача зводиться до відшукування управління, що забезпечує найменше значення критерію.



## 2 МЕТОД ЩОДО ОЦІНКИ ПОТОЧНОГО ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ РОБОТИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ

Загальна ідея методу щодо оцінки поточного стану лінійних об'єктів роботизації полягає у зведенні такої оцінки до розв'язування відповідним чином сформульованої задачі параметричної ідентифікації.

2.1 Загальний підхід щодо оцінки технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації

Процеси в лінійних об'єктах роботизації визначаються математичною моделлю, яка представляє зв'язок між параметром керування та керованим параметром. Така математична модель у загальному випадку представляється у вигляді лінійного звичайного диференціального рівняння та необхідних початкових умов:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u, \quad (2.1)$$

$$\frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}}(t_0) = x_0^{(n-1)}, \dots, \frac{dx}{dt}(t_0) = x_0^{(1)}, x(t_0) = x_0^{(0)}, \quad (2.2)$$

де  $t$  – час;

$x = x(t)$  – керований параметр об'єкта роботизації;

$u = u(t)$  – параметр керування об'єкта роботизації;

$n$  та  $m$  – порядок диференціального рівняння та кількість похідних параметру керування, що необхідні для належного моделювання процесів в об'єкті роботизації;

$a_n, \dots, a_1, a_0$  та  $b_m, \dots, b_1, b_0$  – параметри математичної моделі об'єкта роботизації;  
 $t_0$  – заданий початковий момент часу;  
 $x_0^{(n-1)}, \dots, x_0^{(1)}, x_0^{(0)}$  – задані значення відповідних похідних та самого контрольованого параметру в початковий момент часу.

Задача параметричної ідентифікації полягає у визначенні параметрів диференціального рівняння (2.1) математичної моделі об'єкта роботизації за відомими параметром керування  $u = u(t)$  та керованим параметром  $x = x(t)$ . Це можна представити у такому вигляді:

$$u(t), x(t) \xrightarrow{I} a_n, \dots, a_1, a_0, b_m, \dots, b_1, b_0, \quad (2.3)$$

де  $I$  – метод параметричної ідентифікації.

Данні щодо параметру керування  $u = u(t)$  та керованого параметра  $x = x(t)$  для розв'язування задачі параметричної ідентифікації (2.3) слід визначати шляхом відповідних вимірювань протягом експлуатації об'єкта роботизації. В якості методу  $I$  параметричної ідентифікації можна використовувати різні відомі методи, у тому числі й метод найменших квадратів.

Технічний стан об'єктів роботизації характеризується набором певних параметрів, отже оцінка поточного технічного стану об'єктів роботизації зводиться до визначення поточних значень параметрів, які характеризують технічний стан. Зрозуміло, що параметри математичної моделі (2.1), (2.2) лінійного об'єкта роботизації визначаються будовою та характеристиками цього об'єкта роботизації. З іншого боку, будова та характеристика об'єкта роботизації характеризуються параметрами його технічного стану. Таким чином, існує суттєвий зв'язок між параметрами математичної моделі об'єкта роботизації та параметрами, що характеризують його технічний стан. Такий

зв'язок можна представити у вигляді системи співвідношень наступного вигляду:

$$\begin{aligned} a_n = a_n(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), \dots, a_1 = a_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), a_0 = a_0(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), \\ b_m = b_m(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), \dots, b_1 = b_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), b_0 = b_0(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v), \end{aligned} \quad (2.4)$$

де  $v$  – кількість параметрів, що характеризують технічний стан об'єкта роботизації;

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v$  – параметри, що характеризують технічний стан об'єкта роботизації;

$a_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v)$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$  та  $b_k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v)$ ,  $k = 0, 1, \dots, m$  – функції, що визначають зв'язок між параметрами математичної моделі та параметрами, які характеризують технічний стан, об'єкта роботизації.

Співвідношення (2.4) зазвичай отримують при побудові математичної моделі (2.1), (2.2) об'єкта роботизації. Ці співвідношення (2.4) можуть бути розв'язаними:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_1(a_n, \dots, a_1, a_0, b_n, \dots, b_1, b_0), \\ \alpha_2 &= \alpha_2(a_n, \dots, a_1, a_0, b_n, \dots, b_1, b_0), \\ &\vdots \\ \alpha_v &= \alpha_v(a_n, \dots, a_1, a_0, b_n, \dots, b_1, b_0), \end{aligned} \quad (2.5)$$

де  $\alpha_k = \alpha_k(a_n, \dots, a_1, a_0, b_n, \dots, b_1, b_0)$ ,  $k = 1, 2, \dots, v$  – функції, що визначають зв'язок між параметрами, які характеризують технічний стан, та параметрами математичної моделі об'єкта роботизації.

Таким чином, оцінка поточного технічного стану лінійного об'єкта роботизації (2.1), (2.2) зводиться до розв'язування задачі ідентифікації (2.3) за даними поточних вимірювань параметра керування та керованого параметра, а також до визначення параметрів, що характеризують технічний стан об'єкта

роботизації, за допомогою співвідношень (2.5). В той же час, слід зазначити, що розв'язування (2.5) первинно відомих співвідношень (2.4) є досить складною задачею, оскільки у загальному випадку маємо:

$$n + m \neq v. \quad (2.6)$$

Нерівність (2.6) значною мірою ускладнює розв'язування задачі оцінки поточного технічного стану об'єктів роботизації, оскільки змушує використовувати відповідні методи розв'язування первинно відомих співвідношень (2.4) до вигляду (2.5), і такими методами є метод найменших квадратів та обчислювальні методи розв'язування нелінійних рівнянь та їхніх систем. Разом із тим, наявний зв'язок між параметрами математичної моделі та параметрами, що визначають технічний стан, дозволяє оцінювати поточний технічний стан об'єктів роботизації шляхом вимірювань параметра керування та керованого параметра та розв'язування відповідної задачі параметричної ідентифікації.

## 2.2 Математична модель лінійного об'єкту роботизації

Узагальнена математична модель лінійного об'єкта роботизації у запропонованому вигляді (2.1), (2.2) лінійного звичайного диференціального рівняння  $n$ -го порядку та відповідних початкових умов є досить складною для використання щодо проектування систем роботизації. Тому в інженерній практиці зазвичай обмежуються використанням спрощених математичних моделей, які є окремими випадками загальної математичної моделі (2.1), (2.2), що відповідають таким значенням порядку диференціального рівняння та похідних параметру керування:

$$n = 1, m = 0. \quad (2.7)$$

Спрощена математична модель (2.1), (2.2), що відповідає значенням (2.7) має такий вигляд:

$$\frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 u, \quad (2.8)$$

$$x(t_0) = x_0^{(0)}, \quad (2.9)$$

де враховано, що числовий параметр математичної моделі, який є множником при першій похідній за часом керованого параметра не дорівнює нулю за визначенням.

Математична модель (2.8), (2.9) завдяки своєму спрощеному вигляду дозволяє оцінювати характеристики об'єкту роботизації в аналітичному вигляді, але при цьому досить точно відтворює властивості досить складних об'єктів роботизації. В математичній моделі (2.8), (2.9) параметр керування та керований параметр розглядаються як неперервні функції часу  $u = u(t)$  та  $x = x(t)$ . В той же час, при виконанні вимірювань маємо можливість шляхом використання відповідного аналого-цифрового перетворення отримувати значення параметра керування та керованого параметра лише в дискретні моменти часу:

$$t = t_1, t_2, \dots, t_N, \quad (2.10)$$

$$u(t) = u_1, u_2, \dots, u_N, \quad (2.11)$$

$$x(t) = x_1, x_2, \dots, x_N, \quad (2.12)$$

де  $N$  – обсяг накопичуваних даних при проведенні вимірювань;

$t_1, t_2, \dots, t_N$  – моменти часу, в які здійснюються вимірювання;

$u_1, u_2, \dots, u_N$  – виміряні значення параметра керування;

$x_1, x_2, \dots, x_N$  – виміряні значення керованого параметра.

Аналого-цифрові перетворювачі зазвичай забезпечують дискретизацію вимірювань із заданим кроком часу таким чином, що параметри (2.10)–(2.12) визначаються у наступному вигляді:

$$t_1 = t_0, t_2 = t_1 + \Delta t, \dots, t_N = t_{N-1} + \Delta t, \quad (2.13)$$

$$u_1 = u(t_1), u_2 = u(t_2), \dots, u_N = u(t_N), \quad (2.14)$$

$$x_1 = x(t_1), x_2 = x(t_2), \dots, x_N = x(t_N), \quad (2.15)$$

де  $\Delta t$  – крок дискретизації вимірювань, який забезпечується характеристиками аналого-цифрового перетворювача.

Слід зазначити, що сучасні аналого-цифрові перетворювачі забезпечують досить малий крок дискретизації. Наприклад, аналого-цифровий перетворювач в контролері Arduino Uno забезпечує такий крок дискретизації:

$$\Delta t \cong 0,0001 \text{ с.} \quad (2.16)$$

Досить малий крок дискретизації дозволяє забезпечити належне відтворення процесів, що відбуваються в об'єкті роботизації, що задовольняють умовам теореми Котельнікова, тобто мають характерний період, більший принаймні у два рази крок дискретизації  $\Delta t$ . В той же час, дискретна форма вимірюваних даних (2.10)–(2.12) не є узгодженою із математичною моделлю, що представлена у вигляді (2.8), (2.9), в якій параметр керування та керований параметр розглядаються як неперервні функції часу. Отже, диференціальне рівняння (2.8) слід представити у формі, що узгоджена із дискретними даними (2.10)–(2.12), і така форма відповідає цьому рівнянню в моменти часу (2.13) та має наступний вигляд:

$$\frac{dx(t_k)}{dt} + a_0 x(t_k) = b_0 u(t_k), k = 1, 2, \dots, N. \quad (2.17)$$

Для визначення першої похідної контрольованого параметру у моменті часу (2.13) використаємо відому в математиці формулу Тейлора, яка зв'язує між собою значення неперервної функції:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \frac{dx(t_k)}{dt}(t_{k+1} - t_k) + \frac{1}{2} \frac{d^2x(t_k)}{dt^2}(t_{k+1} - t_k)^2 + \dots, \quad (2.18)$$

де ... – доданки із множниками третього та більших ступенів  $(t_{k+1} - t_k)$ .

У формулі Тейлора (2.18) врахуємо данні (2.13) та (2.15) і в результаті цього отримаємо таке:

$$x_{k+1} = x_k + \frac{dx_k}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2x_k}{dt^2} \Delta t^2 + \dots, \quad (2.19)$$

де  $\frac{dx_k}{dt}$  – позначення першої похідної  $\frac{dx}{dt}$  контрольованого параметра, що визначена в момент часу  $t = t_k$ ;

$\frac{d^2x_k}{dt^2}$  – позначення другої похідної  $\frac{d^2x}{dt^2}$  контрольованого параметра, що визначена в момент часу  $t = t_k$ ;

... – доданки із множниками третього та більших ступенів  $\Delta t$ .

За допомогою співвідношення (2.19) можемо визначити першу похідну контрольованого параметра у такому вигляді:

$$\frac{dx_k}{dt} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} - \frac{1}{2} \frac{d^2x_k}{dt^2} \Delta t + \dots, \quad (2.20)$$

де ... – доданки із множниками другого та більших ступенів  $\Delta t$ .

У випадку досить малої величини  $\Delta t$  у співвідношенні (2.19) можемо нехтувати усіма доданками, окрім першого та мати в результаті можливість

наближеного обчислення похідної функції за її значеннями через проміжок часу  $\Delta t$ :

$$\frac{dx_k}{dt} \approx \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}, k = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2.21)$$

Наближеність формули (2.21) обумовлена нехтуванням доданків, що містять добутки першої та більш високих ступенів  $\Delta t$ , тому похибка формули буде зменшуватися при зменшенні величини  $\Delta t$ . З урахуванням значення (2.16), яке забезпечується сучасними аналого-цифровими перетворювачами, маємо можливість використовувати формулу (2.21) без внесення суттєвої похибки до результатів. Таким чином, завдяки отриманій формулі (2.21) та позначенням (2.14), (2.15) можемо представити співвідношення (2.17) у такому зручному вигляді:

$$\frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t} + a_0 x_k \approx b_0 u_k, k = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2.22)$$

Слід розуміти, що наближеність отриманого співвідношення (2.22), зрозуміло, обумовлена виключно використанням наближеної формули (2.21), тобто похибка виконання співвідношення (2.22) дорівнює похибці формули (2.21), і через означену обставину співвідношення (2.22) можна використовувати лише для досить малих величин  $\Delta t$ . Крім цього, слід розуміти також, що дискретні співвідношення (2.22) можуть бути використаними не для всіх моментів часу (2.13), а лише для моментів часу, що відповідні номерам  $k < N$ , що зрозуміло обумовлено використанням наближеної формули (2.21). Отже, за умов належного врахування означених обмежень у вигляді (2.22) маємо дискретну форму звичайного диференціального рівняння (2.8), що узгоджена із дискретними даними (2.10)–(2.12), які представляють результати вимірювань (2.13)–(2.15).



### 2.3 Ідентифікація лінійного об'єкту роботизації

Для окремого випадку лінійного об'єкту роботизації із математичною моделлю вигляду (2.8), (2.9) узагальнена задача параметричної ідентифікації (2.3) зводиться до більш простішого вигляду:

$$u(t), x(t) \xrightarrow{I_1} a_0, b_0, \quad (2.23)$$

де  $I_1$  – метод параметричної ідентифікації лінійного об'єкту роботизації (2.8), (2.9).

В якості метода  $I_1$  можна використовувати різні із великої кількості відомих методів параметричної ідентифікації, але одним із найбільш загальних та універсальних методів є метод найменших квадратів. Отже, далі в якості методу  $I_1$  розглядатимемо саме метод найменших квадратів, що має найбільш загальний підхід.

Загальна ідея метода найменших квадратів полягає у мінімізації похибки виконання співвідношення, яке є наслідком властивостей досліджуваного об'єкту роботизації, на множині наявних даних – результатів вимірювань. Оскільки результати вимірювань маємо у цифровій формі (2.10)–(2.12), що відповідає даним у задані дискретні моменти часу (2.13)–(2.15), то відповідно методу найменших квадратів щодо розв'язування задачі параметричної ідентифікації (2.23) для лінійного об'єкту роботизації (2.8), (2.9) спрощеного вигляду використовуватимемо похибку виконання співвідношень (2.22), які представляють дискретну форму диференціального рівняння (2.8) математичної моделі. Для забезпечення найбільш зручного вигляду отримуваних у подальшому результатів представимо співвідношення (2.22) у такому тотожному вигляді:

$$x_{k+1} - x_k + a_0 x_k \Delta t \approx b_0 u_k \Delta t, k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.24)$$

Приведемо подібні доданки у співвідношеннях (2.24) та перетворимо їх до такого вигляду, який є найбільш зручним для спрощення представлення подальших результатів:

$$(1 - a_0 \Delta t) x_k + b_0 \Delta t u_k - x_{k+1} \approx 0, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.25)$$

Для більш зручного використання методу найменших квадратів щодо співвідношень (2.25) введемо такі позначення:

$$A_1 = (1 - a_0 \Delta t), \quad A_2 = b_0 \Delta t, \quad (2.26)$$

де  $A_1$  та  $A_2$  нові проміжні параметри замість первинних параметрів  $a_0$  та  $b_0$  математичної моделі (2.8), (2.9).

Завдяки введенню проміжних параметрів (2.26) співвідношення (2.25) значно спростяться та набудуть такого досить компактного та зручного вигляду:

$$A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1} \approx 0, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (2.27)$$

Більш простий вигляд співвідношень (2.27) порівняно із співвідношеннями (2.25) дозволяє з урахуванням використання дискретних результатів вимірювань (2.10) – (2.12) за допомогою аналого-цифрового перетворювача (2.13) – (2.15) представити вихідну задачу параметричної ідентифікації (2.23) таким чином:

$$t_k, u_k, x_k, k = 1, 2, \dots, N \xrightarrow{L_N} A_1, A_2, \quad (2.28)$$

де  $L_N$  – метод найменших квадратів, відповідний похибкам співвідношень вигляду (2.27).

Задача параметричної ідентифікації (2.28) є першим етапом щодо розв'язування первинної задачі параметричної ідентифікації (2.23). На другому етапі слід на визначеними шляхом розв'язування задачі (2.28) проміжними параметрами  $A_1$  та  $A_2$  визначити первинні параметри  $a_0$  та  $b_0$  математичної моделі (2.8), (2.9). Для цього використаємо співвідношення (2.26), які шляхом відповідних тотожних перетворень представимо у такому вигляді:

$$a_0 = \frac{1 - A_1}{\Delta t}, \quad b_0 = \frac{A_2}{\Delta t}. \quad (2.29)$$

Отже, розглянемо далі розв'язування задачі параметричної ідентифікації (2.28) методом найменших квадратів.

Відповідно до методу найменших квадратів представимо похибку виконання співвідношень (2.27) з урахуванням загальноприйнятих позначень у такому вигляді:

$$S = \sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1})^2, \quad (2.30)$$

де  $S$  – числова оцінка похибки виконання співвідношень (2.27) на отриманих результатах вимірювань, яка представляє собою суму квадратів співвідношень (2.27) у моменти часу, відповідні виміряним даним.

Визначена у вигляді (2.30) суму квадратів похибок для заданих результатів вимірювань у дискретній формі (2.10) – (2.12), що отримана з використанням аналого-цифрового перетворювача (2.13) – (2.15) представляє собою функцію проміжних параметрів  $A_1$  та  $A_2$ , що символічно будемо записувати так:

$$S = S(A_1, A_2), \quad (2.31)$$

де  $S(A_1, A_2)$  – функція двох змінних, значення якої визначається у вигляді (2.30).

Ідея методу найменших квадратів полягає у визначенні параметрів  $A_1$  та  $A_2$  таким чином, щоб мати мінімальну суму (2.30) квадратів похибок, що можна представити як умові мінімуму функції (2.31):

$$A_1, A_2 : S(A_1, A_2) \rightarrow \min. \quad (2.32)$$

Як відомо із математики, умови мінімуму (2.32) функції двох змінних (2.31) записуються наступним чином:

$$\frac{\partial S}{\partial A_1} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial A_2} = 0. \quad (2.33)$$

Умови (2.33) дають два рівняння для визначення двох невідомих проміжних параметрів  $A_1$  та  $A_2$ , причому незалежно від обсягу  $N$  вимірних даних, що є дуже зручним та притаманно саме методу найменших квадратів. Слід підкреслити, що метод найменших квадратів має статистичну природу та істотно пов'язаний із поняттям про регресію.

Отже, метод найменших квадратів насправді приводить до результату, який є найбільш ймовірним для наявних вимірних у дискретній формі даних та прийнятого вигляду співвідношення найменших квадратів, що представляє властивості досліджуваного об'єкта роботизації. Така статистична природа методу найменших квадратів є досить важливою, оскільки при проведенні вимірювань завжди матимемо результати із певними похибками, відповідними характеристикам вимірювальних приладів.

Через такі похибки вимірювань не маємо можливості точно задовольняти співвідношенням, що представляють властивості досліджуваного об'єкта роботизації, тому мати обґрунтований найбільш ймовірний результат є досить важливим за цих обставин.

Щоб записати рівняння (2.33) для визначення проміжних параметрів  $A_1$  та  $A_2$ , визначимо відповідні частинні похідні функції (2.31), що визначається у вигляді (2.30). В результаті після виконання диференціювання матимемо такі вирази:

$$\frac{\partial S}{\partial A_1} = 2 \sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1}) x_k, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial S}{\partial A_2} = 2 \sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1}) u_k. \quad (2.35)$$

З урахуванням отриманих результатів (2.34), (2.35) для відповідних частинних похідних матимемо, що умови мінімуму (2.33) функції (2.31) двох змінних набудуть такого вигляду:

$$\sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1}) x_k = 0, \quad (2.36)$$

$$\sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k + A_2 u_k - x_{k+1}) u_k = 0. \quad (2.37)$$

Отже, у вигляді (2.36), (2.37) маємо систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення проміжних параметрів  $A_1$  та  $A_2$ , але отриманий вигляд рівнянь не є зручним щодо їхнього розв'язування. Для запису рівнянь (2.36), (2.37) у вигляді зручному щодо їхнього розв'язування спочатку виконаємо такі тотожні їхні перетворення:

$$\sum_{k=1}^{N-1} (A_1 x_k^2 + A_2 x_k u_k - x_k x_{k+1}) = 0, \quad (2.38)$$

$$\sum_{k=1}^{N-1} (A_1 u_k x_k + A_2 u_k^2 - u_k x_{k+1}) = 0. \quad (2.39)$$

Для подальшого перетворення рівнянь (2.38), (2.39) врахуємо відомі алгебраїчні властивості додавання і приведемо систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь до канонічного вигляду:

$$\left( \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 \right) A_1 + \left( \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \right) A_2 = \sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1}, \quad (2.40)$$

$$\left( \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \right) A_1 + \left( \sum_{k=1}^{N-1} u_k^2 \right) A_2 = \sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1}. \quad (2.41)$$

Для подальшого розв'язування систему двох лінійних алгебраїчних рівнянь (2.40), (2.41) представимо у вектор-матричній формі:

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 & \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \\ \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k & \sum_{k=1}^{N-1} u_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1} \\ \sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1} \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Вектор-матрична форма (2.42) дозволяє представити розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою правила Крамера:

$$A_1 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1} & \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \\ \sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1} & \sum_{k=1}^{N-1} u_k^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 & \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \\ \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k & \sum_{k=1}^{N-1} u_k^2 \end{vmatrix}}, \quad A_2 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 & \sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1} \\ \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k & \sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{k=1}^{N-1} x_k^2 & \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k \\ \sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k & \sum_{k=1}^{N-1} u_k^2 \end{vmatrix}}. \quad (2.43)$$

Обчислення визначників дозволяє значно спростити вираз (2.43) та представити їх у зручній для виконання обчислень формі

$$A_1 = \frac{\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1}\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} u_k^2\right) - \left(\sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1}\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k\right)}{\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} u_k^2\right) - \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k\right)^2}, \quad (2.44)$$

$$A_2 = \frac{\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} u_k x_{k+1}\right) - \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k x_{k+1}\right)}{\left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k^2\right)\left(\sum_{k=1}^{N-1} u_k^2\right) - \left(\sum_{k=1}^{N-1} x_k u_k\right)^2}. \quad (2.45)$$

Обчислені за допомогою формул (2.44), (2.45) проміжні параметри  $A_1$  та  $A_2$  дозволяють визначити первинні параметри  $a_0$  та  $b_0$  математичної моделі (2.8), (2.9) з використанням формул (2.29).

## 2.4 Висновки по розділу

Виконанні дослідження щодо можливостей виконання оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації за результатами вимірювань дозволяють зробити такі висновки.

Оцінка поточного стану лінійного об'єкту роботизації може бути зведеною до визначення поточних значень числових параметрів, що визначають технічний стан досліджуваного об'єкту роботизації. Вибір параметрів, що визначають технічний стан лінійного об'єкту роботизації визначається будовою цього об'єкту роботизації та процесами, що в ньому відбуваються.

Математичні моделі лінійних об'єктів роботизації визначаються за допомогою лінійного звичайного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами, яке характеризує зв'язок між параметром керування та керованим параметром досліджуваного об'єкту роботизації. Сталі коефіцієнти такого лінійного звичайного диференціального рівняння представляють собою параметри математичної моделі лінійного об'єкту роботизації. Задача параметричної ідентифікації лінійного об'єкту роботизації полягає у визначенні параметрів математичної моделі за відомими параметром керування та керованим параметром.

Можливості виконання оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації на основі параметричної ідентифікації обумовлені наявним зв'язком між параметрами математичної моделі та параметрами, що характеризують технічний стан досліджуваного об'єкту роботизації. Зазвичай первинно відомими є параметри математичної моделі як функції параметрів, що характеризують технічний стан досліджуваного об'єкту роботизації. Різна кількість параметрів математичної моделі та параметрів, що характеризують технічний стан досліджуваного об'єкту роботизації значною мірою ускладнює оцінку поточного технічного стану на основі параметричної ідентифікації.

При розв'язуванні інженерних задач роботизації властивості об'єктів роботизації визначають зазвичай наближено за допомогою лінійного звичайного диференціального рівняння першого порядку, що дозволяє при значному спрощенні математичних формулювань досить точно відтворювати властивості різноманітних об'єктів роботизації.



Параметрична ідентифікація лінійного об'єкту роботизації, що визначається звичайним диференціальним рівнянням першого порядку, зводиться до визначення двох параметрів математичної моделі за відомими результатами вимірювань параметру керування та керованого параметру. Такі результати вимірювань зазвичай представляються у дискретній формі, що вимагає відповідного перетворення диференціального рівняння математичної моделі, яке можна здійснити за допомогою формул наближеного диференціювання. Для розв'язування задачі ідентифікації можна використовувати метод найменших квадратів, який зводить задачу до розв'язування системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь та приводить до найбільш ймовірного результату узгодження із наявними результатами.

### **3 КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЩОДО ОЦІНКИ ПОТОЧНОГО ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ РОБОТИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ**

Використання комп'ютерних технологій значною мірою розширяє можливості щодо виконання досліджень процесів оцінки поточного технічного стану лінійних об'єктів роботизації взагалі та на основі параметричної ідентифікації у тому числі. Дослідження таких процесів є надважливими щодо удосконалення існуючих та створення принципово нових систем технічної діагностики.

В якості прикладу для виконання досліджень розглядається механічний привод, що широко використовується в системах роботизації, і який потребує оцінки поточного стану протягом експлуатації для уникнення аварійних ситуацій внаслідок збурення керувань через неналежний технічний стан приводів керування.

#### **3.1 Математична модель механічного приводу систем автоматичного керування**

Механічні приводи є невід'ємною частиною систем роботизації, оскільки саме вони забезпечують вплив керувань на об'єкти роботизації. Існує велике різноманіття механічних приводів, що використовуються в системах роботизації, але найбільше розповсюдження отримав механічний привод, який забезпечує потрібне обертання рушійної ланки навколо нерухомої осі у залежності від діючого обертального моменту, що утворюється відповідно до закону керування. Таке обертання рушійної ланки у свою чергу передається на засоби керування у вигляді сельсинів, вентилів, кранів, клапанів, засувів та подібних до них і інших. Зрозуміло, що математична модель механічного приводу систем роботизації має належним чином відтворювати властивості

процесів, які в ньому відбуваються протягом експлуатації на різних режимах роботи.

В основі механічного привода систем роботизації є механічні процеси, які відбуваються відповідно за законами Ньютона. Запропонована Лагранжем аналітична механіка дозволяє будувати математичні моделі складних механічних систем, що містять велику кількість складових із різноманітними рухами. У типовому механічному приводі систем роботизації маємо рушійну ланку, яка обертається навколо нерухомої осі та змушує рухатись засоби керування об'єктами роботизації, отже для типового випадку маємо таку математичну модель механічного привоу:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -b\omega + M, \quad \omega(t_0) = \omega_0, \quad (3.1)$$

де  $t$  – час;

$\omega = \omega(t)$  – кутова швидкість рушійної ланки привоу;

$J$  – момент інерції привоу відносно осі обертання рушійної ланки;

$b$  – узагальнений параметр в'язкого опору відносно осі обертання рушійної ланки;

$M$  – узагальнений момент обертання при ввоу відносно осі обертання рушійної ланки;

$t_0$  та  $\omega_0$  – заданий початковий момент часу та задана кутова швидкість в цей початковий момент часу.

Математична модель (3.1), хоча і є відносно нескладною, але вона дозволяє відтворювати перехідні процеси, що відбуваються в приводі при зміні режиму руху, і саме для цього в ній враховано в'язкий опір. Слід зазначити, що математична модель (3.1) насправді повністю узгоджена із узагальненою математичною моделлю об'єкта роботизації вигляду (2.8), (2.9). Дійсно, запишемо диференціальне рівняння математичної моделі (3.1) у такому вигляді:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{b}{J}\omega = \frac{1}{J}M. \quad (3.2)$$

Далі врахуємо ту наочну обставину, що керування рухом механічного приводу здійснюється за рахунок належного вибору величини узагальненого обертального моменту, а при цьому контрольованим параметром є кутова швидкість. Отже, з урахуванням загальноприйнятих позначень параметра керування та керованого параметра та вигляду диференціального рівняння (3.2) матимемо таке:

$$u = M, \quad x = \omega. \quad (3.3)$$

Завдяки введеним позначенням (3.3) та з урахуванням тотожного вигляду (3.2) диференціального рівняння математична модель (3.1) може бути представлена у такому вигляді:

$$\frac{dx}{dt} + \frac{b}{J}x = \frac{1}{J}u, \quad x(t_0) = \omega_0. \quad (3.4)$$

Порівняння математичної моделі (3.4) та математичної моделі узагальненого вигляду (2.8), (2.9) дозволяє ввести такі позначення:

$$a_0 = \frac{b}{J}, \quad b_0 = \frac{1}{J}, \quad (3.5)$$

де  $a_0$  та  $b_0$  – параметри математичної моделі механічного приводу системи роботизації.

Введені позначення (3.5) дозволяють представити математичну модель (3.4) у вигляді, який повністю тотожний до узагальненої математичної моделі (2.8), (2.9):

$$\frac{dx}{dt} + a_0x = b_0u, \quad x(t_0) = \omega_0. \quad (3.6)$$

Отже, у вигляді (3.6) маємо математичну модель механічного приводу системи роботизації відповідну позначенням (3.3) параметру керування та керованого параметра, а також позначенням параметрів (3.5).

Технічний стан механічного приводу автоматизованої системи має вплив на зв'язок між параметром керування – обертальним моментом та керованим параметром – кутовою швидкістю рушійної ланки. Отже, в якості параметрів, що характеризують технічний стан механічного приводу автоматизованої системи можемо розглядати момент інерції  $J$  приводу відносно осі обертання рушійної ланки та узагальнений параметр  $b$  в'язкого опору приводу відносно осі обертання рушійної ланки, оскільки саме ці параметри визначають зв'язок між параметром керування та керованим параметром. Таким чином, відповідно до узагальнених позначень (2.4) введемо параметри, що характеризують технічний стан об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації, у такому вигляді:

$$\alpha_1 = J, \quad \alpha_2 = b, \quad (3.7)$$

де  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  – параметри, що характеризують технічний стан механічного приводу системи роботизації.

Завдяки позначенням (3.7) можемо переписати співвідношення (3.5) у такому вигляді:

$$a_0 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \quad b_0 = \frac{1}{\alpha_1}. \quad (3.8)$$

Співвідношення (3.8) є окремим випадком співвідношень (2.4). Отже, оцінка поточного технічного стану механічного приводу системи роботизації,

який визначається математичною моделлю (3.6), зводиться до оцінки величин параметрів (3.7), що характеризують технічний стан. Слід зазначити, що в даному окремому випадку механічного приводу системи роботизації маємо, що кількість параметрів математичної моделі об'єкта роботизації співпадає із кількістю параметрів, які характеризують технічний стан. Це дозволяє однозначно розв'язати співвідношення (3.8) та представити їх у такому вигляді:

$$\alpha_1 = \frac{1}{b_0}, \quad \alpha_2 = \frac{a_0}{b_0}. \quad (3.9)$$

Співвідношення (3.9) свідчить, що у даному окремому випадку механічного приводу систем роботизації маємо можливість за результатами розв'язування задачі параметричної ідентифікації об'єкта роботизації (3.6) оцінити його поточний технічний стан. Для цього слід за результатами вимірювань параметру керування та керованого параметру, які визначені у вигляді (3.3), розв'язати задачу параметричної ідентифікації для об'єкта роботизації (3.6) у вигляді (2.44), (2.45), (2.29) та за допомогою співвідношень (3.9) визначити числові значення параметрів, що характеризують технічний стан об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації.

Як свідчить визначення (3.3), вимірювання параметра керування зводиться до вимірювання оберտального моменту, а вимірювання керованого параметра – до вимірювання кутової швидкості. Вимірювання оберտального моменту містить певні методологічні труднощі, оскільки його перетворення до електричного струму є досить складним та вимагає використання тензодатчиків або інших вимірювачів зсувної деформації при крученні, що мають бути розташовані на вимірювальному перетворювачі, проміж рушійною та рухомою ланками. Вимірювання кутової швидкості не містить принципових труднощів, оскільки існує велика кількість різноманітних за принципом перетворювачів кутової швидкості до електричного струму, що характеризуються лінійним зв'язком із кутовою швидкістю.

### 3.2 Комп'ютерна модель механічного приводу систем автоматичного керування та процесу його параметричної ідентифікації

Для дослідження процесів, що відбуваються при параметричній ідентифікації механічного приводу систем роботизації використовуємо комп'ютерне моделювання, яке дозволяє визначати такі параметри, що не можуть бути вимірними безпосередньо.

Зрозуміло, що однією із принципових задач щодо параметричної ідентифікації є вибір вигляду параметра керування при проведенні випробувань для накопичення результатів вимірювань. Далі розглядаємо рух механічного приводу із нерухомого стану під дією раптово прикладеного обертового моменту, тобто окремий випадок математичної моделі (3.6), в якій прийнято такі значення:

$$u(t) = \eta(t - t_R) M_R, \quad t_0 = 0, \quad \omega_0 = 0, \quad (3.9)$$

де  $\eta(t)$  – ступінчаста функція Хевісайда;

$t_R$  – заданий момент часу, в який раптово прикладено обертовий момент таким чином, що  $t_R \geq t_0$ ;

$M_s$  – задана величина раптово прикладеного обертового моменту.

Ступінчаста функція Хевісайда, що використовується в значеннях (3.9) визначається таким чином:

$$\eta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

Процес, відповідний значенням (3.9) для випадку  $M_0 = 1$  та  $t_0 = 0$ , відповідає перехідній функції механічного приводу, математична модель якого

визначається математичною моделлю (3.4). Завдяки прийнятому нульовому значенню початкової швидкості (3.9), математичну модель (3.4) відповідного процесу, що відбувається в механічному приводі системи роботизації, можна представити з використанням заміни змінних, яка здійснюється за перетворенням Лапласа:

$$U(s) = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt, \quad X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad (3.11)$$

де  $s$  – нова змінна замість часу  $t$ ;

$U(s)$  – нова змінна замість параметру керування  $u(t)$ ;

$X(s)$  – нова змінна замість керованого параметру  $x(t)$ .

Перетворення Лапласа лінійного диференціального рівняння математичної моделі (3.1) з урахуванням нульового початкового значення кутової швидкості (3.9) та з урахуванням введених позначень (3.3), (3.11) набуде такого вигляду:

$$JsX(s) + bX(s) = U(s). \quad (3.12)$$

Завдяки отриманому співвідношенню (3.12) механічний привод системи роботизації можемо уявляти у вигляді динамічної ланки (рис. 3.1) із такою передавальною функцією:

$$W(s) = \frac{1}{Js + b}, \quad (3.13)$$

де  $W(s)$  – передавальна функція, що визначає динамічну ланку, яка представляє механічний привод системи роботизації.



Передавальна функція (3.13) дозволяє представити співвідношення (3.12) у такому вигляді:

$$X(s) = W(s)U(s). \quad (3.14)$$

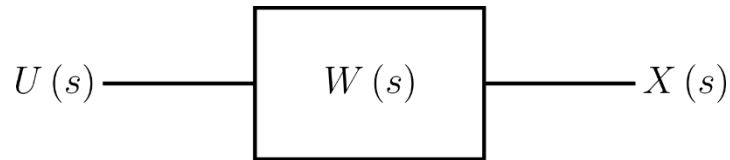


Рисунок 3.1 – Динамічна ланка, що представляє механічний привод системи роботизації

При виконанні комп'ютерного моделювання процесів в механічному приводі, що визначається математичною моделлю (3.1) при умовах (3.9) та з урахуванням позначень використовуватимемо саме передаточну функцію (3.13).

Для виконання математичного моделювання процесів щодо оцінки поточного стану механічного приводу системи роботизації використовуємо відкрите вільне програмне забезпечення у вигляді комп'ютерної системи Scilab, що розроблене та пропонується для виконання наукових та інженерних розрахунків і моделювання та розповсюджується через мережу Internet. Комп'ютерна система Scilab містить можливості виконання наукових розрахунків та має вбудовану систему графічного моделювання Xcos, яка надає великих можливостей щодо моделювання процесів, у тому числі в автоматизованих системах. Для виконання комп'ютерного моделювання використовуємо такі вихідні данні:

$$J = 1,235 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad b = 0,45 \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1}, \quad M_R = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (3.15)$$

Величину  $t_R$  будемо обирати у залежності від змісту дослідження та визначати відповідним чином у кожному окремому випадку. Дослідження процесів здійснюватимемо протягом часу:

$$0 \leq t \leq t_{fin}, \quad (3.16)$$

де  $t_{fin}$  – час завершення реєстрації вимірювань при проведенні випробувань щодо параметричної ідентифікації досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації.

При виконанні комп'ютерного моделювання величину  $t_{fin}$  приймемо у такому вигляді:

$$t_{fin} = 30 \text{ с}. \quad (3.17)$$

Фіксацію результатів комп'ютерного моделювання процесів в досліджуваному об'єкті роботизації – механічного приводу системи роботизації, здійснюватимемо таким чином, щоб отримувані данні відповідали такому кроку дискретизації:

$$\Delta t = 0,01 \text{ с}. \quad (3.18)$$

Комп'ютерна модель досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації, що виконана засобами середовища графічного моделювання Xcos комп'ютерної системи Scilab, показана на рис. 3.2. В цій комп'ютерній моделі (рис. 3.2) передбачено визначення прийнятих вихідних даних та деякого значення  $t_R$  для формування блоку, який представляє передаточну функцію (3.13) досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації. Для поточного контролю результатів розрахунків

в моделі (рис. 3.2) передбачено побудову графіків залежності від часу параметра керування та керованого параметра, а також експорт результатів розрахунків із середовища графічного моделювання Xcos до комп'ютерної системи Scilab для подальшої обробки. Розроблена модель (рис. 3.2) збережена у файлі Xcosспеціального формату під іменем model.zcos, що дозволяє багаторазово звертатись до цієї моделі.

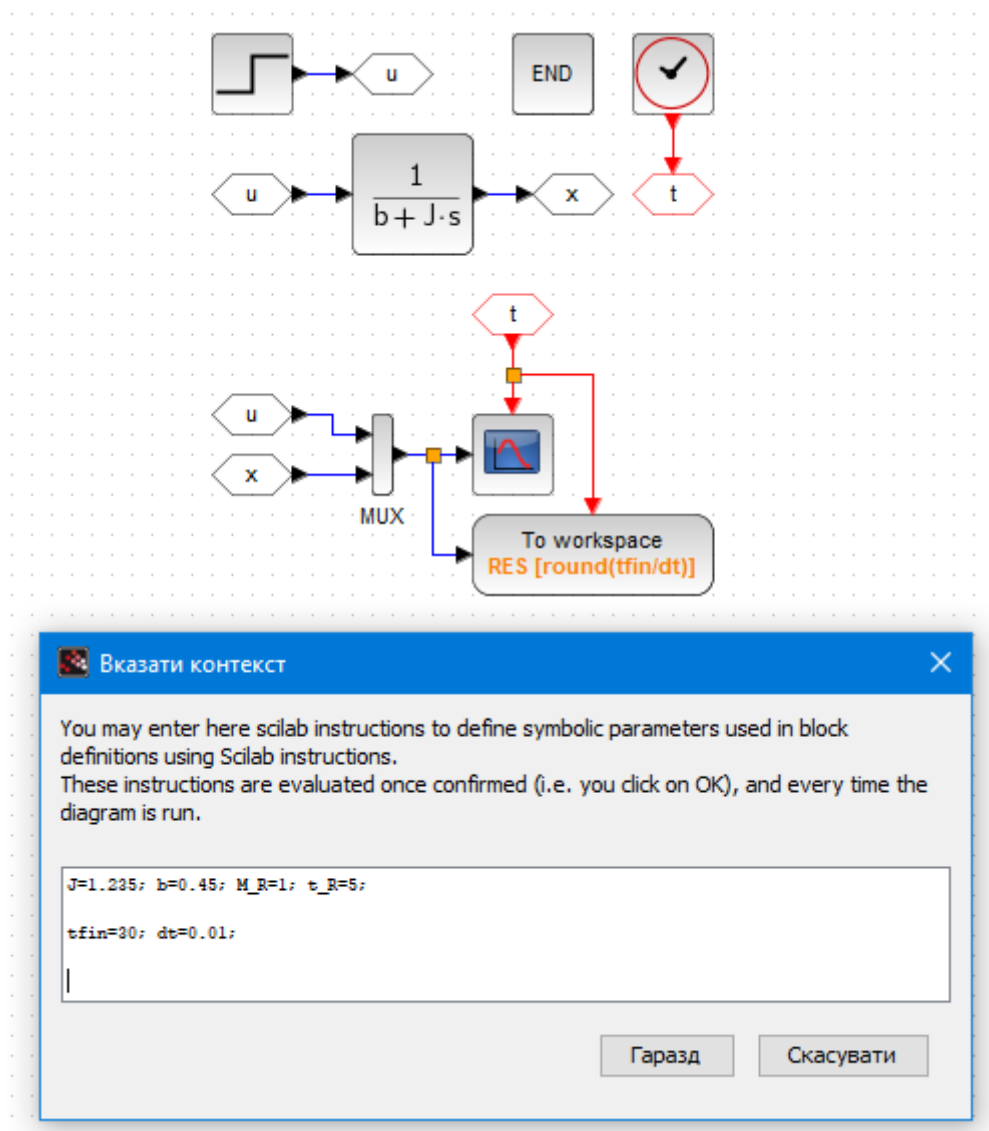
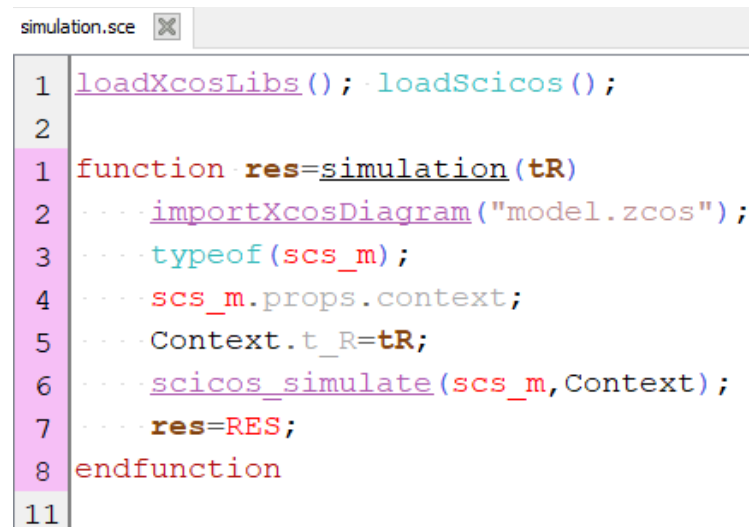


Рисунок 3.2 – Комп'ютерна модель механічного привода системи роботизації, що виконана в середовищі графічного моделювання Xcos системи Scilab

Хоча використання розробленої моделі (рис. 3.2) можливо із середовища Xcos, але більш зручним є автоматизація використання цієї моделі на основі програмного керування із середовища Scilab. Ця автоматизація забезпечується спеціально розробленою програмою-скриптом, яка збережена у файлі Scilabособливого формату з іменем `simulation.sce`, в якій звантажуються потрібні для цього бібліотеки та передбачена спеціальна функція (рис. 3.3), яка саме й здійснює комп'ютерне моделювання з використанням попередньо створеної моделі (рис. 3.2). При цьому забезпечується можливість програмного варіювання величиною  $t_R$  при виконанні досліджень, що є дуже зручним. Слід підкреслити, що для використання розробленої функції (рис. 3.3) відповідна програма-скрипт має спочатку виконати розроблену програму-скрипт `simulation.sce` щодо роботизації використання розробленої моделі (рис. 3.2) досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації.



```

simulation.sce
1 loadXcosLibs(); loadScicos();
2
1 function res=simulation(tR)
2     importXcosDiagram("model.zcos");
3     typeof(scs_m);
4     scs_m.props.context;
5     Context.t_R=tR;
6     scicos_simulate(scs_m,Context);
7     res=RES;
8 endfunction
11

```

Рисунок 3.3 – Функція виконання комп'ютерного моделювання за допомогою моделі Xcos із середовища Scilab

Розроблена комп'ютерна модель (рис. 3.2) та засоби роботизації щодо її використання (рис. 3.3) будуть у подальшому застосовані для імітації

випробувань та вимірювань щодо дослідження процесів оцінки поточного технічного стану досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації, що дозволить уникнути дуже коштовних натурних випробувань.

### 3.3 Результати комп'ютерного моделювання

За допомогою розробленої комп'ютерної моделі (рис. 3.2) та засобів її автоматизованого використання (рис. 3.3) виконаємо моделювання процесів при оцінці поточного стану досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації.

Спочатку розглянемо питання щодо обґрунтування достовірності розробленої комп'ютерної моделі (рис. 3.2). Для цього використовуватимемо властивості розв'язку лінійного звичайного диференціального рівняння (3.1), що відповідає миттєво прикладеному обертальному моменту:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dx}{dt}(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_R, \quad (3.19)$$

де  $x_R$  – деяка стала.

Щоб визначити сталу  $x_R$  із другої властивості (3.19) використовуємо першу властивість (3.19), з урахуванням яких диференціальне рівняння (3.1) зведеться до співвідношення:

$$-bx_R + M_R = 0, \quad (3.20)$$

де враховані позначення (3.3), та вихідні данні (3.9).

Із рівняння (3.20) отримаємо таке:

$$x_R = \frac{M_R}{b}. \quad (3.21)$$

Отже, встановлення достовірності розробленої комп'ютерної моделі (рис. 3.2) зводиться до порівняння отриманих з її допомогою результатів із теоретичним значенням (3.21). Для виконання такого дослідження розроблено спеціальну програму-сценарій (рис. 3.4), яка використовує попередньо створені засоби роботизації (рис. 3.3) щодо виконання досліджень. В цій програмі-сценарії (рис. 3.4), яка збережена у файлі з іменем `research1.sce`, передбачено виконання моделювання за допомогою спеціальної попередньо створеної комп'ютерної моделі (рис. 3.2) та засобів роботизації її використання (рис. 3.3), обчислення величини (3.21) за вихідними даними, та побудову графіків для належного представлення результатів розрахунків відповідно до мети дослідження. При цьому було використано створену раніше на кафедрі КІТАР програму-сценарій роботизації форматування графіків, яка міститься в окремому файлі із іменем `FormatCharts.sce`. Завдяки роботизації форматування графіків маємо графіки у вигляді як на рис. 3.5 та на рис. 3.6, який можна безпосередньо додавати до наукових звітів, що дозволяє зосередитись власне на виконанні досліджень. Зазначимо також, що у програмі-сценарії (рис. 3.4) передбачено збереження графіків, що представляють результати дослідження в окремі фаєли спеціального формату з іменами `res1A.scg` та `res1B.scg`, що дозволяє повторно проглядати ці графіки в середовищі Scilab без повторного проведення розрахунків.

Результати комп'ютерного моделювання (рис. 3.5) параметра керування (3.10) привели до очікуваного вигляду залежності від часу, відповідного ступінчастій функції Хевісайда (3.11), яка має розрив першого роду в момент часу  $t = t_R$ . Отже, одержаний результат, що наведений на рис. 3.5, свідчить про достовірність комп'ютерного моделювання параметра керування, яке може бути використаним у подальшому при виконанні досліджень.

Результати комп'ютерного моделювання (рис. 3.6) керованого параметра якісно узгоджені із теоретичними властивостями (3.19), відповідно до яких протягом часу досліджуваній об'єкт роботизації – механічний привод системи роботизації наближається до усталеного стану. При цьому маємо не тільки якісне узгодження із властивістю (3.19), але також й узгодження із теоретично встановленим кількісним значенням (3.20) керованого параметра (рис. 3.6). Таке якісне та кількісне узгодження результатів комп'ютерного моделювання (рис. 3.6) із теоретично встановленими властивостями диференціального рівняння (3.1) математичної досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації повністю підтверджує достовірність розробленої комп'ютерної моделі (рис. 3.2).

Отже, данні, що отримуватимуться за допомогою розробленої комп'ютерної моделі, можна використовувати у подальшому при проведенні досліджень процесів оцінки поточного стану механічного привода системи роботизації.

```

research1.sce
1 clear; clc;
2
3 exec('simulation.sce',-1);
4
5 exec('FormatCharts.sce',-1);
6
7 res=simulation(5); t=res.time; u=res.values(:,1); x=res.values(:,2);
8
9 b=0.45; M=1; xR=M/b; xR=ones(1,length(t))*xR;
10
11 show_window(1);
12 plot(t,u,"k-","linewidth",2);
13 titlex="$t, \mathrm{s}$"; titley="$u(t)$"; titlec="";
14 LEGEND=[]; SetYAxesBounds(-0.5,1.5);
15 FormatCharts(titlex,titley,titlec,LEGEND,4);
16 xsave("res1A.scg");
17
18 show_window(2);
19 plot(t,x,"k-","linewidth",2);
20 plot(t,xR,"k--","linewidth",2);
21 titlex="$t, \mathrm{s}$"; titley="$x(t)$"; titlec="";
22 LEGEND=["computer·simulation","theoretical·limit·value"];
23 SetYAxesBounds(-0.5,2.5);
24 FormatCharts(titlex,titley,titlec,LEGEND,4);
25 xsave("res1B.scg");
26

```

Рисунок 3.4 – Програма-сценарій виконання дослідження достовірності розробленої комп'ютерної моделі

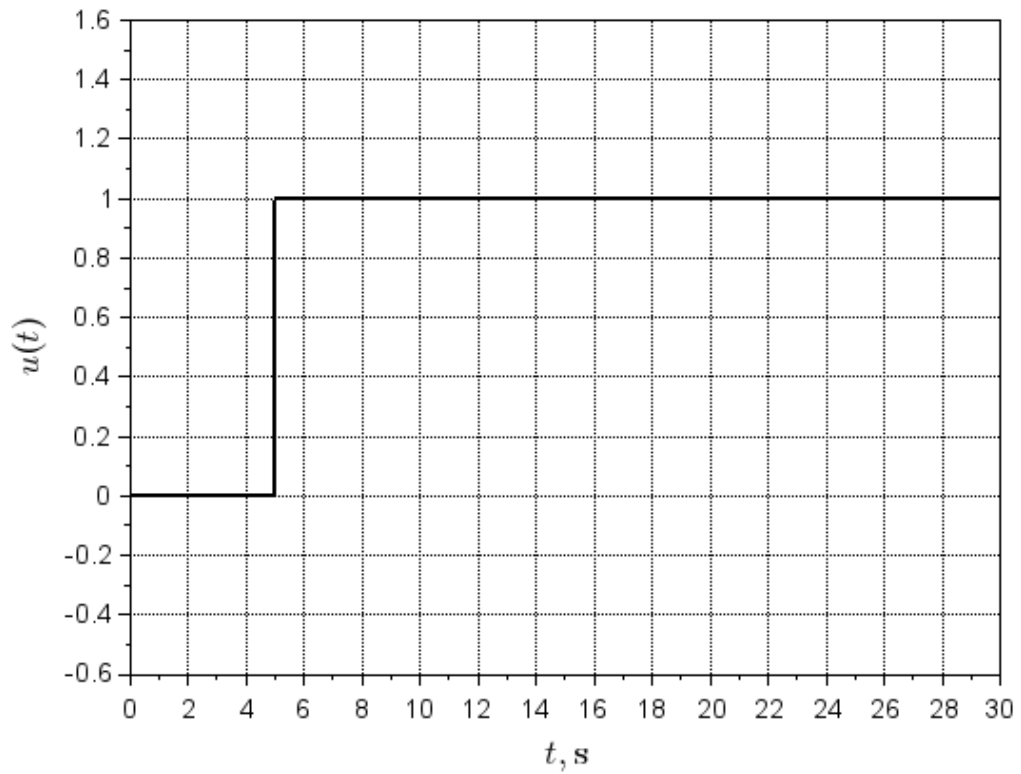


Рисунок 3.5 – Результат комп'ютерного моделювання параметра керування

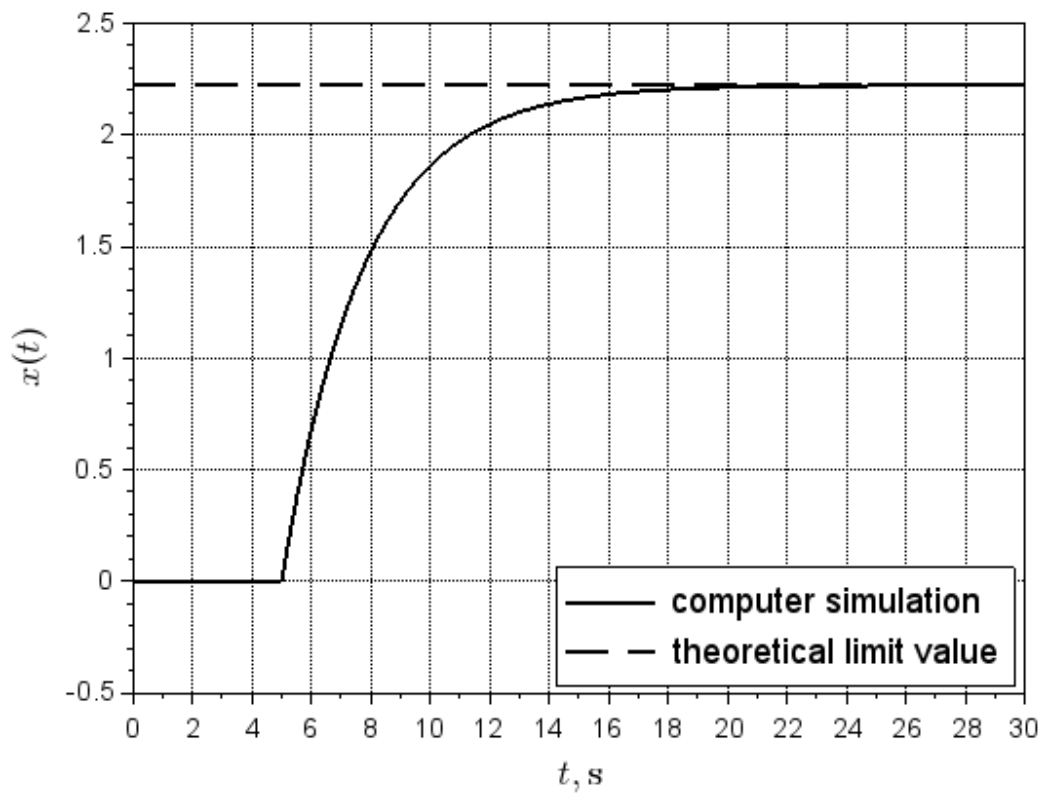


Рисунок 3.6 – Результат комп'ютерного моделювання керованого параметр



Для дослідження процесів оцінки поточного технічного стану досліджуваного об'єкта роботизації виконаємо з використанням розробленої комп'ютерної моделі (рис. 3.2), яку будемо використовувати для імітаційного моделювання випробувань та накопичення результатів вимірювання у цифровій формі. При цьому, для значення, що визначає момент часу прикладення зовнішнього навантаження – обертового моменту приймемо таке значення:

$$t_R = 0. \quad (3.22)$$

Визначення параметрів диференціального рівняння математичної моделі (3.6) здійснюватимемо за раніше отриманими формулами (2.44), (2.45) та (2.29). Оцінку параметрів технічного стану досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації виконуватимемо за визначеними параметрами диференціального рівняння математичної моделі (3.6) за допомогою формул (3.9). З урахуванням позначень (3.7) отриманий результат має збігатися із відповідними вихідним даними (3.15), які використовувались щодо комп'ютерного моделювання.

Програма-сценарій для дослідження процесів оцінки поточного технічного стану досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації показана на рис. 3.7. В цій програмі (рис. 3.7) передбачається імітаційне моделювання накопичення результатів вимірювань при проведенні випробувань за допомогою розробленої раніше комп'ютерної моделі (рис. 3.2). Після цього здійснюється побудова графіків залежності від часу параметра керування та керованого параметра з подальшим автоматизованим форматуванням для безпосереднього додавання до наукових звітів. Отримані результати (рис. 3.8) є повністю узгодженими із раніше встановленими властивостями досліджуваного об'єкта роботизації – механічного приводу системи роботизації (рис. 3.5 та рис. 3.6). Далі здійснюються підготовка необхідних даних та розрахунки за формулами (2.44), (2.45) і (2.29). Після цього передбачено розрахунок за формулами (3.9)

параметрів (3.7), які характеризують технічний стан досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації, та оцінка їхньої похибки відносно вихідних даних (3.15), що використовувались при виконанні комп'ютерного моделювання (рис. 3.8). Отримані результати оцінки поточного технічного стану наведені в табл. 3.1 та свідчать про високу точність оцінки технічного стану на основі параметричної ідентифікації. В той же час, слід розуміти, що в даному дослідженні не враховувались похибки вимірювань, що й привело до високої точності оцінки поточного технічного стану. Зрозуміло, що похибки вимірювань знижують точність оцінок технічного стану.

```

research2.sce
1 clear; clc;
2
3 exec('simulation.sce',-1); exec('FormatCharts.sce',-1);
4
5 res=simulation(0); t=res.time; u=res.values(:,1); x=res.values(:,2);
6
7 J=1.235; b=0.45;
8
9 show_window(1);
10 plot(t,u,"k--","linewidth",2); plot(t,x,"k-","linewidth",2);
11 titlex="$t, \mathrm{s}$"; titley="$x(t), u(t)$"; titlec="";
12 LEGEND=["$u(t)$", "$x(t)$"];
13 SetXAxesBounds(-2,30); SetYAxesBounds(-0.5,2.5);
14 FormatCharts(titlex,titley,titlec,LEGEND,4); xsave("res2.scg");
15
16 N=length(t); dt=t(2)-t(1);
17 a11=sum(x(1:N-1).^2); a12=sum(x(1:N-1).*u(1:N-1)); a22=sum(u(1:N-1).^2);
18 b1=sum(x(2:N).*x(1:N-1)); b2=sum(x(2:N).*u(1:N-1));
19
20 A1=(b1*a22-b2*a12)/(a11*a22-a12^2); A2=(b2*a11-b1*a12)/(a11*a22-a12^2);
21
22 a0=(1-A1)/dt; b0=A2/dt; a1=1/b0; a2=a0/b0;
23
24 disp(a1,J,abs(a1-J)/J*100); disp(a2,b,abs(a2-b)/b*100);
25

```

Рисунок 3.7 – Програма-сценарій дослідження процесів оцінки поточного стану механічного привода системи роботизації

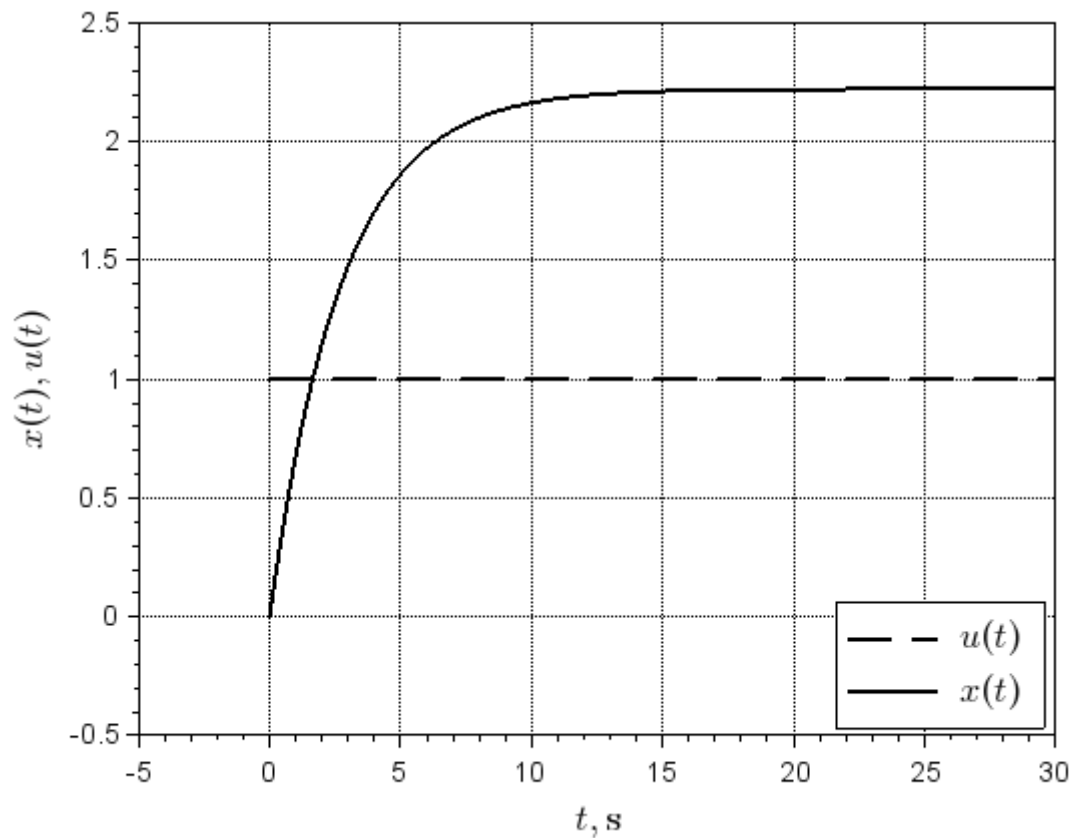


Рисунок 3.8 – Параметр керування та керований параметр при проведенні випробування щодо оцінки поточного технічного стану механічного приводу системи роботизації

Таблиця 3.1 – Результати оцінки поточного технічного стану механічного приводу системи роботизації

Позначення параметра та одиниця його вимірювання	Значення параметра		Відносна похибка оцінки параметра, %
	Точне	Оцінка	
$J$ , кг · м <sup>2</sup>	1.235	1.2375397	0.2056426
$b$ , Н · с · м <sup>-1</sup>	0.45	0.4500084	0.0018629

### 3.4 Висновки по розділу

Виконані дослідження на основі комп'ютерного моделювання процесів оцінки поточного технічного стану дозволяють зробити такі висновки.

Механічні приводи є невід'ємною частиною систем роботизації, оскільки саме вони забезпечують вплив керувань на об'єкти роботизації. Існує велике різноманіття механічних приводів, що використовуються в системах роботизації, але найбільше розповсюдження отримав механічний привод, який забезпечує потрібне обертання рушійної ланки навколо нерухомої осі у залежності від діючого обертального моменту, що утворюється відповідно до закону керування. Такий механічний привод потребує оцінки поточного стану протягом експлуатації для уникнення аварійних ситуацій внаслідок збурення керувань через неналежний технічний стан приводів керування.

Математична модель у вигляді лінійного звичайного диференціального рівняння першого порядку із сталими коефіцієнтами дозволяє досить точно представити процеси, що відбуваються у механічному приводі систем роботизації за рахунок належного вибору узагальненого параметра в'язкого опору. Параметри такої математичної моделі представляють собою відношення параметрів, що характеризують технічний стан досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації, причому кількість параметрів математичної моделі точно дорівнює кількості параметрів, що характеризують технічний стан.

Комп'ютерне моделювання процесів, оцінки технічного стану механічного привода системи роботизації зводиться до імітаційного моделювання накопичення результатів вимірювань, до параметричної ідентифікації та визначення числових значень параметрів, що характеризують технічний стан. Одержані результати імітаційного моделювання накопичення вимірюваних даних свідчать про коректність запропонованої комп'ютерної моделі завдяки узгодженість результатів із теоретично встановленими властивостями досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода

системи роботизації. Показано, що розбіжність оцінки числових значень параметрів, які характеризують технічний стан досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації, із відповідними точними значеннями є значно меншою 1%, що свідчить про високу ефективність запропонованого методу оцінки поточного технічного стану на основі параметричної ідентифікації та його коректну реалізацію при виконанні досліджень. В той же час, подальших досліджень потребує вплив похибок вимірювань на результат оцінки поточного технічного стану за допомогою запропонованого підходу на основі параметричної ідентифікації.

## 4 ОХОРОНА ПРАЦІ

### 4.1 Аналіз умов праці на робочому місці

На робочому місці оператора ПК виникають небезпечні та шкідливі фактори: підвищений рівень шуму, несприятливі мікрокліматичні умови, недостатній рівень освітленості, шкідливі речовини, підвищений рівень електромагнітних випромінювань радіочастот, висока напруга електричної мережі, статична електрика та інші. Робота з ПК супроводжується також підвищеним ступенем напруженості трудового процесу. При систематичному впливі виробничих факторів, які не відповідають нормативним показникам, зростає рівень професійно зумовленої захворюваності працюючих та можуть виникнути професійні захворювання органів зору, руху, нервової системи. Таким чином, вивчення умов праці на робочому місці програміста є необхідною умовою запобігання негативних наслідків впливу небезпечних та шкідливих факторів.

Організація робочого місця. Приміщення, в якому знаходиться робоче місце програміста, загальною площею 48 м<sup>2</sup>, і висотою стелі 3,5 м. У приміщенні знаходиться 6 робочих місць з ПК. Кожне робоче місце обладнане робочим столом, стільцем та персональним комп'ютером, що складається з монітора, системного блоку, клавіатури та миші.

### 4.2 Промислова безпека на робочому місці

Живлення ПК здійснюється від трифазної чотирьох електричної мережі змінного струму з глухо-заземленою нейтраллю і напругою 220 В, частотою 50 Гц. Згідно НПАОП 40.1-1.21-98 приміщення можна віднести до категорії без підвищеної небезпеки, так як в приміщенні відсутні чинники, які викликають підвищену або особливу небезпеку.

Для створення безпечних умов праці необхідно провести ряд організаційних і технічних заходів. Згідно НПАОП 40.1-1.32-01 для запобігання ураження людини електричним струмом в приміщенні застосовується система занулення.

#### 4.3 Виробнича санітарія у приміщенні

Робота оператора ПК за енерговитратами відноситься до категорії легких робіт. В табл. 4.1 наведені оптимальні параметри мікроклімату в приміщеннях, де виконуються роботи операторського типу [20].

Таблиця 4.1 – Параметри мікроклімату для приміщень з ПК

Період року	Параметр мікроклімату	Величина
Холодний	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	22 – 24 °С; 40 – 60 %; до 0,1 м/с
Теплий	Температура повітря в приміщенні; відносна вологість; швидкість руху повітря	23 – 25 °С; 40 – 60 %; 0,1 – 0,2 м/с

Виміряні за допомогою приладів температура та вологість у лабораторії відповідають вказаним у таблиці для теплого періоду року. Слід зазначити, що для нормалізації параметрів мікроклімату слід використовувати у приміщеннях кондиціонування повітря, або забезпечити подачу свіжого повітря системами вентиляції.

Лабораторія, де виконується робота, має наступні характеристики:

- площа приміщення – 48 м<sup>2</sup> (8 м × 6 м);
- висота – 3,5 м;
- кількість робочих місць – 6 шт;
- обладнання – стіл з ПК і периферією – 6 шт.

Приміщення, відповідно до ДНАОП 0.00-1.31-99, має забезпечувати 6 м<sup>2</sup> площі та 20 м<sup>3</sup> об'єму на одне окреме робоче місце з ПК [20]. Площа приміщення 48 м<sup>2</sup> та об'єм 168 м<sup>3</sup>, на кожне робоче місце приходиться 8 м<sup>2</sup> площі і об'єм 28 м<sup>3</sup>, тобто вимога виконана.

Приміщення з ПК повинні мати природне і штучне освітлення відповідно до ДБН В.25-28-2006 «Природне і штучне освітлення». Природне світло повинно проникати через бічні світлові прорізи, зорієнтовані, як правило, на північ або північний схід, і забезпечувати коефіцієнт природної освітленості (КПО) не нижче 1,5 %.

Рівень загального штучного освітлення приміщення можна перевірити за допомогою методу питомої потужності, викладеної в [20].

Розрахункова формула методу:

$$W = \frac{W_{\Sigma}}{S}, \quad (4.1)$$

де  $W$  – питома потужність, Вт/м<sup>2</sup>;

$S$  – площа приміщення, м<sup>2</sup>;

$W_{\Sigma}$  – загальна потужність освітлювальної установки Вт, яка розраховується за формулою:

$$W_{\Sigma} = W_{ce} \cdot n_{ce}, \quad (4.2)$$

де  $W_{ce}$  – потужність одного світильника, Вт;

$n_{ce}$  – кількість світильників в приміщенні

$$W_{\Sigma} = 100 \cdot 4 = 400 \text{ Вт}, \quad (4.3)$$



$$W = \frac{400}{48} = 8,33 \text{ Вт/м}^2. \quad (4.4)$$

Питомої потужності 8,33 Вт/м<sup>2</sup> по таблиці Б.3 із [20] відповідає освітленість в 250 лк при мінімальній допустимій освітленості 300 лк.

Отже, для створення сприятливих зорових умов в лабораторії необхідно збільшити кількість світильників або замінити лампи в світильниках на більш потужні.

#### 4.4 Пожежна безпека приміщення

Пожежна безпека – стан об'єкта, при якому виключається можливість пожежі, а у випадку його виникнення запобігає вплив на людей небезпечних факторів пожежі й забезпечується захист матеріальних цінностей.

Пожежна безпека забезпечується системою запобігання пожежі й системою пожежного захисту. У всіх службових приміщеннях обов'язково повинен бути «План евакуації людей при пожежі», що регламентує дії персоналу у випадку виникнення вогнища загоряння, що й указує місця розташування пожежної техніки.

Горючими компонентами у виробничому приміщенні є: перегородки, двері, підлоги, ізоляція кабелів і ін.

Протипожежний захист – це комплекс організаційних і технічних заходів, спрямованих на забезпечення безпеки людей, на запобігання пожежі, обмеження його поширення, а також на створення умов для успішного гасіння пожежі.

Джерелами запалювання у виробничому приміщенні можуть бути електронні схеми від ПК, прилади, застосовувані для технічного обслуговування, пристрою електроживлення, кондиціонування повітря, де в результаті різних порушень утворюються перегріті елементи, електричні іскри й дуги, здатні викликати загоряння горючих матеріалів.

У сучасних ПК дуже висока щільність розміщення елементів електронних схем. У безпосередній близькості друг від друга розташовуються сполучні проведення, кабелі. При протіканні по них електричного струму виділяється значна кількість теплоти. При цьому можливо оплавлення ізоляції. Для відводу надлишкової теплоти від ПК служать системи вентиляції й кондиціонування повітря. При постійній дії ці системи являють собою додаткову пожежну небезпеку.

Енергопостачання виробничого приміщення здійснюється за допомогою трансформаторної станції та за допомогою двигун-генераторних агрегатів. На трансформаторних підстанціях особливу небезпеку представляють трансформатори які мають масляне охолодження. У зв'язку із цим перевагу слід віддавати сухим трансформаторам.

## ВИСНОВКИ

В результаті виконання роботи за темою досліджень розглянуто підходи та методи математичного моделювання лінійних систем, включаючи їх класифікацію та найбільш відповідні способи опису.

На основі аналізу можна сказати, що простір станів і передавальні функції є основними методами моделювання лінійних систем, кожен з яких має свої переваги. Модель у просторі станів особливо ефективна для багатовимірних систем із взаємозалежними змінними, тоді як передавальні функції дають можливість легко аналізувати частотні характеристики та стійкість системи.

Проведено класифікацію математичних моделей. Застосування класифікаційного підходу дозволяє точно визначити тип моделі, що найбільше відповідає характеристикам системи. Встановлено, що вибір підходу до моделювання має ґрунтуватися на специфіці завдання та доступної інформації. Комплексне використання моделей у просторі станів та передавальних функцій дозволяє глибоко аналізувати лінійні системи, проводити їх оптимізацію та покращувати управління. Розглянуто метод найменших квадратів при оцінюванні параметрів та станів лінійних систем.

Оцінка поточного стану лінійного об'єкту роботизації може бути зведеною до визначення поточних значень числових параметрів, що визначають технічний стан досліджуваного об'єкту роботизації. Вибір параметрів, що визначають технічний стан лінійного об'єкту роботизації визначається будовою цього об'єкту роботизації та процесами, що в ньому відбуваються.

Математичні моделі лінійних об'єктів роботизації визначаються за допомогою лінійного звичайного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами, яке характеризує зв'язок між параметром керування та керованим параметром досліджуваного об'єкту роботизації. Сталі коефіцієнти

такого лінійного звичайного диференціального рівняння представляють собою параметри математичної моделі лінійного об'єкту роботизації. Задача параметричної ідентифікації лінійного об'єкту роботизації полягає у визначенні параметрів математичної моделі за відомими параметром керування та керованим параметром.

Параметрична ідентифікація лінійного об'єкту роботизації, що визначається звичайним диференціальним рівнянням першого порядку, зводиться до визначення двох параметрів математичної моделі за відомими результатами вимірювань параметру керування та керованого параметру. Такі результати вимірювань зазвичай представляються у дискретній формі, що вимагає відповідного перетворення диференціального рівняння математичної моделі, яке можна здійснити за допомогою формул наближеного диференціювання. Для розв'язування задачі ідентифікації можна використовувати метод найменших квадратів, який зводить задачу до розв'язування системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь та приводить до найбільш ймовірного результату узгодження із наявними результатами.

Математична модель у вигляді лінійного звичайного диференціального рівняння першого порядку із сталими коефіцієнтами дозволяє досить точно представити процеси, що відбуваються у механічному приводі систем роботизації за рахунок належного вибору узагальненого параметра в'язкого опору. Параметри такої математичної моделі представляють собою відношення параметрів, що характеризують технічний стан досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації, причому кількість параметрів математичної моделі точно дорівнює кількості параметрів, що характеризують технічний стан.

Комп'ютерне моделювання процесів, оцінки технічного стану механічного приводу системи роботизації зводиться до імітаційного моделювання накопичення результатів вимірювань, до параметричної ідентифікації та визначення числових значень параметрів, що характеризують технічний стан. Одержані результати імітаційного моделювання накопичення

вимірюваних даних свідчать про коректність запропонованої комп'ютерної моделі завдяки узгодженість результатів із теоретично встановленими властивостями досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації. Показано, що розбіжність оцінки числових значень параметрів, які характеризують технічний стан досліджуваного об'єкта роботизації – механічного привода системи роботизації, із відповідними точними значеннями є значно меншою 1%, що свідчить про високу ефективність запропонованого методу оцінки поточного технічного стану на основі параметричної ідентифікації та його коректну реалізацію при виконанні досліджень. В той же час, подальших досліджень потребує вплив похибок вимірювань на результат оцінки поточного технічного стану за допомогою запропонованого підходу на основі параметричної ідентифікації.

В розділі Охорона праці проведено забезпечення безпечних умов праці в лабораторії, де проводились дослідження. В результаті чого були запропоновані шляхи покращення умов праці та подолання впливу шкідливих чинників на працеспроможність та результативність роботи працівників в лабораторії, що безпосередньо впливає на кінцевий результат роботи та забезпечує безпеку життєдіяльності.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Методичні вказівки з підготовки й оформлення кваліфікаційної роботи здобувачами другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, освітньо-професійних програм: «Автоматизоване управління технологічними процесами», «Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва», «Комп'ютеризовані та робототехнічні системи» / Упоряд. І.Ш. Невлюдов, Р.В. Артюх, Н.П. Демська, В.В. Євсєєв, О.І. Филипенко, О.М. Цимбал. – Харків: ХНУРЕ, 2021. – 50 с.

2. Положення про кваліфікаційну роботу здобувача вищої освіти на другому (магістерському) рівні [Електронний ресурс] : Наказ ХНУРЕ від 06 травня 2021 р. № 143. – Режим доступу: [https://nure.ua/wpcontent/uploads/Main\\_Docs\\_NURE/143-vid-06.05.2021-pro-vvedennja-v-dijurishennja-vchenoi-radi-universitetu.pdf](https://nure.ua/wpcontent/uploads/Main_Docs_NURE/143-vid-06.05.2021-pro-vvedennja-v-dijurishennja-vchenoi-radi-universitetu.pdf).

3. Дипломне проектування для студентів усіх форм навчання спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» :навч.посіб./заред. І.Ш. Невлюдов, А.О. Андрусевич, О.В. Токарєва, Г.В. Пономарьова. Київ, 2016.– 320с.

4. ДСТУ 3008:2015 Інформація та документація «Звіти у сфері науки і техніки». Структурата правила оформлювання. / В. Земцева; Ю. Поліщук, канд. фіз.-мат. наук; Р. Санченко, канд. техн. наук; Л. Шрамко; А. Ямчук (науковий керівник) ДП «УкрНДНЦ» від 22 червня 2015р. № 61 з 2017-07-01.

5. Vladyslav Momot, Yurii Romashov. Digitalised measurements for parametric identification to estimate the current technical state of automation objects / I st International Conference “Digital innovation & sustainable development 2024” Kharkiv, November 15, 2024. pp. 60-61.

6. Kazem Meidani, Amir Barati Farimani, Identification of parametric dynamical systems using integer programming, *Expert Systems with Applications*, Volume 219, 2023, 119622, ISSN 0957-4174.

7. Mariusz Ostrowski, Grzegorz Mikułowski, Bartłomiej Blachowski, Łukasz Jankowski, Experimental assessment of Bayesian and mode matching approaches for parametric identification of bolted connections, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 201, 2023, 110652, ISSN 0888-3270.

8. Hana Baili, Parametric identification of flat stochastic systems for effective connectivity characterization, *IFAC Journal of Systems and Control*, Volume 25, 2023, 100223, ISSN 2468-6018.

9. Jianwei, Mathematical optimization strategy for online scheduling of complex manufacturing systems based on thermal energy optimization and fuzzy mathematical model, *Thermal Science and Engineering Progress*, Volume 55, 2024, 102949, ISSN 2451-9049.

10. Safiullah, Yogesh V. Hote, Robust load frequency control in interval power systems via reduced-order generalized active disturbance rejection control, *Computers and Electrical Engineering*, Volume 120, Part B, 2024, 109788, ISSN 0045-7906.

11. M. Oulghelou, A. Ammar, R. Ayoub, Greedy identification of latent dynamics from parametric flow data, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 432, Part A, 2024, 117332, ISSN 0045-7825.

12. Natham Aguirre, On the mathematical formalization of the Inhibited Elements Model, *Journal of Mathematical Psychology*, Volume 123, 2024, 102887, ISSN 0022-2496.

13. Ahmed Inayat, Pratik Tiwari, Prem Pal Bansal, Development of novel mathematical model for the analysis of FRP wrapped RC beam considering material nonlinearity, *Structures*, Volume 69, 2024, 107474, ISSN 2352-0124.

14. Mariel Symeonidou, Martin J. Doherty, Josephine Ross, Thinking about thinking: A longitudinal investigation linking developments in metacognition, inhibitory control, and theory of mind, *Journal of Experimental Child Psychology*,

Volume 249, 2025, 106103, ISSN 0022-0965.

15. Yuhong Hu, Deguang Wang, Ming Yang, Jiahan He, Integrating reinforcement learning and supervisory control theory for optimal directed control of discrete-event systems, *Neurocomputing*, Volume 613, 2025, 128720, ISSN 0925-2312.

16. Xiaodong Zhu, Xuejun Chen, Fretting fatigue life prediction of full-scale dovetail joints using the theory of critical distances with mesh control, *Tribology International*, Volume 199, 2024, 110063, ISSN 0301-679.

17. Liang Zhang, Xiao-Qiang Zhao, Linear and nonlinear minimal speed selection of traveling waves for a competitive system with nonlocal dispersal, *Applied Mathematics and Computation*, Volume 435, 2022, 127360, ISSN 0096-3003.

18. David Pozo, Linear battery models for power systems analysis, *Electric Power Systems Research*, Volume 212, 2022, 108565, ISSN 0378-7796.

19. Karam Almaghout, Andrea Cherubini, Alexandr Klimchik, Robotic co-manipulation of deformable linear objects for large deformation tasks, *Robotics and Autonomous Systems*, Volume 175, 2024, 104652, ISSN 0921-8890.

20. Комплекс навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни "Організація керування умовами праці" підготовки освітнього рівня бакалавр усіх спеціальностей та усіх напрямів університету [Електронний ресурс] / ХНУРЕ; розроб.: Т. Є. Стищенко, Г. В. Пронюк, Н. М. Сердюк. – Харків, 2017. – 108 с.