ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ 3D ОБЪЕКТОВ

Синявин В.О.
Научный руководитель – д.т.н., проф. Романова Т.Е.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина,14, каф.
Прикладной математики, тел. (057) 702-13-06
e-mail: vladislav.sinjavin@gmail.com, 050 343 00 99

The paper considers optimal clustering problem for a pair of 3*D* composed objects. We provide mathematical model of the problem and construct the solution tree based on the phi-function technique. A number of computational results are given.

Рассматривается задача включения ориентированных составных 3*D* phi-объектов A и B в контейнер Ω, при условии, что $\operatorname{int} A \bigcap \operatorname{int} B = \varnothing$, так, чтобы заданная функция цели F достигала своего минимального значения.

Пусть $\Omega \in \Im$, $A = \bigcup_{i=1}^{m} A_i$, $B = \bigcup_{j=1}^{m} B_j$, где $A_i \in \Im$, $A_j \in \Im$, $\Im$ – семейство базовых 3*D* объектов, имеющих гомотопический тип топологической точки. Обозначим $\Omega^* = R^3 \setminus \operatorname{int} \Omega$ базовый 3*D* объект, имеющий гомотопический тип топологической сферы. В качестве базовых 3*D* объектов рассматриваются следующие: шар *S*, прямой параллелепипед *P*, прямой круговой цилиндр *C*, конус *T*, выпуклый многогранник *K* [1, 2]. Положение объекта *A* (*B*) в пространстве R^3 однозначно определяет вектор трансляции u_1 (u_2), где $u_1 = (x_1, y_1, z_1)$, ($u_2 = (x_2, y_2, z_2)$).

С целью математического и компьютерного моделирования отношений геометрических объектов используется метод phi-функций [1-3].

Математическая модель оптимальной кластеризации объектов A и B в контейнере Ω имеет следующий вид:

$$F(u^*) = \min_{u \in W \subset R^{6+k}} F(u), \tag{1}$$

$$W = \{u \in R^{6+k} \mid \Phi^{AB} \geq 0, \Phi^{\Omega^* A} \geq 0, \Phi^{\Omega^* B} \geq 0\}, \tag{2}$$

где $u = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \mu_1, \mu_2, \ldots \mu_k)$ – вектор переменных, $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_k$ – переменные метрические характеристики области размещения Ω, Φ^{AB} – phi-функция *A* и *B*, описывающая условия непересечения *A* и *B*, $\Phi^{\Omega^* A}$ ($\Phi^{\Omega^* B}$) – phi-функция объекта $\Omega^* = R^3 \setminus \operatorname{int} \Omega$ и A (B), описывающая условие включения объекта A (B) в контейнер Ω.

Используя phi-функции для составных объектов [3], имеем:

$$\Phi^{AB} = \min\{\Phi^{A_i B_j}, i \in I_n, j \in I_m\},$$

$$\Phi^{\Omega^* A} = \min\{\Phi^{\Omega^* A_i}, i \in I_n\}, \ \Phi^{\Omega^* B} = \min\{\Phi^{\Omega^* B_j}, j \in I_m\},$$

где $\Phi^{A_i B_j}$, $\Phi^{\Omega^* A_i}$, $\Phi^{\Omega^* B_j}$ – phi-функции для базовых $3D$ объектов [1, 2].

В качестве функции цели $F(u)$ рассматриваются: а) объем контейнера; б) площадь поверхности контейнера; в) отклонение центра масс от заданной точки.

На основании свойств phi-функций для каждого неравенства вида $\Phi^{AB} \ge 0$, строится дерево, концевым вершинам v_λ, $\lambda = 1, 2, \ldots, \eta$, которого соответствуют системы неравенств $f_\lambda \ge 0$ с кусочно-гладкими функциями f_λ. Таким образом, пространство решений *W*, заданное соотношением (2), определяется в виде $W = \bigcup_{\lambda=1}^{\eta} W_\lambda$.

Задача (1)-(2) сводится к следующей оптимизационной задаче:

$$F(u^*) = \min\{F(u^1), F(u^2), \ldots, F(u^\eta)\}, \tag{3}$$

$$F(u^\lambda) = \min_{u \in W_\lambda \subset R^{6+k}} F(u), \ \lambda = 1, 2, \ldots, \eta. \tag{4}$$

Для реализации модели (3)-(4) используется подход, приведенный в [3]. Приводятся результаты численных экспериментов.

Список источников:

[1] Scheithauer G, Stoyan Yu and Romanova T (2005) Mathematical modeling of interactions of primary geometric 3D objects. Cyber. Systems Anal 41: 332-342.

[2] Stoyan Y, Gil M, Terno J, Romanova T, Scheithauer G (2002) Construction of a phi-function for two convex polytopes. Applicat. Mathematicae 2(29):199- 218.

[3] Chernov N, Stoyan Y, Romanova T (2010) Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. Computational Geometry: Theory and Applications 43(5): 535-553.