

УДК 681.513.7

Е. В. БОДЯНСКИЙ

## АВТОМАТИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ РАЗЛАДКОВ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ МЕТАСЕТИ

Эта статья является развитием результатов работы [1]. Предлагаются процедура автоматического обнаружения разладков, основанная на вычислении вероятностей гипотез в выходном нейроне, и архитектура диагностирующей метасети, обладающей более широкими возможностями по сравнению с сетью, описанной в работе [1].

Выходной слой диагностирующей сети образован одним нейроном  $T_3$ , в котором производится объединение выходов второго скрытого слоя  $\hat{y}(t) = (\hat{y}_1(t), \hat{y}_2(t), \dots, \hat{y}_{d-1}(t))^T$  в форме

$$\hat{z}(t) = \sum_{j=1}^{d-1} p_j(t) \hat{y}_j(t) = P^T(t) \hat{y}(t). \quad (1)$$

Если на элементы вектора  $P(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_{d-1}(t))^T$  наложить ограничения

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{d-1} p_j(t) = P^T(t) I = 1; \\ p_j(t) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, d-1, \end{cases} \quad (2)$$

где  $I = (d-1) \times 1$  — вектор, образованный единицами, то этим ограничениям можно придать смысл вероятностей определенных гипотез, одна из которых состоит в том, что истинная структура процесса наиболее близка к структуре прогноза  $\hat{y}_j(t)$ , чья вероятность  $p_j(t)$  максимальна.

Для определения диагностического вектора вероятностей  $P(t)$  введем в рассмотрение лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(P, \lambda, \mu) &= \sum_{i=1}^t \left( x(i) - \sum_{j=1}^{d-1} p_j \hat{y}_j(t) \right)^2 + \lambda \left( \sum_{j=1}^{d-1} p_j - 1 \right) - \sum_{j=1}^{d-1} \mu_j p_j = \\ &= (X(t) - \hat{Y}(t) P)^T (X(t) - \hat{Y}(t) P) + \lambda (P^T I - 1) - \mu^T P. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\hat{Y}(t) = (\hat{Y}_1(t), \hat{Y}_2(t), \dots, \hat{Y}_{d-1}(t)) - t \times (d-1)$  - матрица;  $\lambda$  - неопределенный множитель Лагранжа;  $\mu - (d-1) \times 1$  - вектор неотрицательных неопределенных множителей Лагранжа, отвечающих условиям дополнительной жесткости.

Вектор  $P(t)$  может быть найден либо путем решения системы Куна-Таккера

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla_P L(P, \lambda, \mu) &= -2 \sum_{i=1}^t x(i) \hat{y}(i) + 2 \left( \sum_{i=1}^t \hat{y}(i) \hat{y}^T(i) \right) P + \lambda I - \mu = \\ &= -2 \hat{Y}(t) X(t) + 2 \hat{Y}^T(t) \hat{Y}(t) P + \lambda I - \mu = 0; \\ \frac{\partial L(P, \lambda, \mu)}{\partial \lambda} &= \sum_{j=1}^{d-1} p_j - 1 = P^T I - 1 = 0; \\ \frac{\partial L(P, \lambda, \mu)}{\partial \mu_j} &= -p_j \leq 0, \quad \mu_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, d-1, \end{aligned} \right. \quad (4)$$

либо, что более удобно при работе в реальном масштабе времени, с помощью процедуры Эрроу-Гурвица, которая в общем случае имеет вид

$$\left\{ \begin{aligned} P(t+1) &= P(t) - \gamma_P(t) \nabla_P L(P, \lambda, \mu, t); \\ \lambda(t+1) &= \lambda(t) + \gamma_\lambda(t) \partial L(P, \lambda, \mu, t) / \partial \lambda; \\ \mu(t+1) &= Pr_+(\mu(t) + \gamma_\mu(t) \nabla_\mu L(P, \lambda, \mu, t)), \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где  $\gamma_P(t), \gamma_\lambda(t), \gamma_\mu(t)$  - параметры шага поиска;  $Pr_+(\bullet)$  - проектор на положительный ортант. Данная процедура, в сущности, является алгоритмом настройки весов выходного нейрона  $T_3$ .

С учетом (4) система (5) может быть переписана в виде

$$\left\{ \begin{aligned} P(t+1) &= P(t) - \gamma_P(t) (2\xi(t) \hat{y}(t) - \lambda(t) I + \mu(t)); \\ \lambda(t+1) &= \lambda(t) + \gamma_\lambda(t) (P^T(t) I - 1); \\ \mu(t+1) &= Pr_+(\mu(t) - \gamma_\mu(t) P(t)). \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Здесь  $\xi(t) = x(t) - P^T(t) \hat{y}(t) = x(t) - \hat{z}(t)$  - ошибка прогнозирования выходного слоя сети.

Чтобы оптимизировать скорость процесса настройки выходного слоя, домножим первое соотношение (6) слева на  $\hat{y}^T(t)$  и обе части полученного уравнения вычтем из  $x(t)$ :

$$x(t) - \hat{y}^T(t)P(t+1) = x(t) - \hat{y}^T(t)P(t) - \gamma_P(t)(2\xi(t)\|\hat{y}(t)\|^2 - \lambda(t)\hat{y}^T(t)I + \hat{y}^T(t)\mu(t)). \quad (7)$$

Выражение в левой части (7) представляет собой апостериорную ошибку  $\bar{\xi}(t)$  после одного такта настройки:

$$\bar{\xi}(t) = \xi(t) - \gamma_P(t)(2\xi(t)\|\hat{y}(t)\|^2 - \lambda(t)\hat{y}^T(t)I + \hat{y}^T(t)\mu(t)). \quad (8)$$

Решив уравнение

$$\frac{\partial \bar{\xi}^2(t)}{\partial \gamma_P(t)} = 0, \quad (9)$$

несложно получить оптимальное значение параметра шага поиска

$$\gamma_P(t) = \frac{\xi(t)}{2\xi(t)\|\hat{y}(t)\|^2 - \lambda(t)\hat{y}^T(t)I + \hat{y}^T(t)\mu(t)}. \quad (10)$$

После этого можно записать алгоритм настройки выходного слоя в окончательном виде:

$$\begin{cases} P(t+1) = P(t) + \frac{\xi(t)(2\xi(t)\hat{y}(t) - \lambda(t)I + \mu(t))}{2\xi(t)\|\hat{y}(t)\|^2 - \lambda(t)\hat{y}^T(t)I + \hat{y}^T(t)\mu(t)}; \\ \lambda(t+1) = \lambda(t) + \gamma_\lambda(t)(P^T(t)I - 1); \\ \mu(t+1) = Pr_+(\mu(t) - \gamma_\mu(t)P(t)). \end{cases} \quad (11)$$

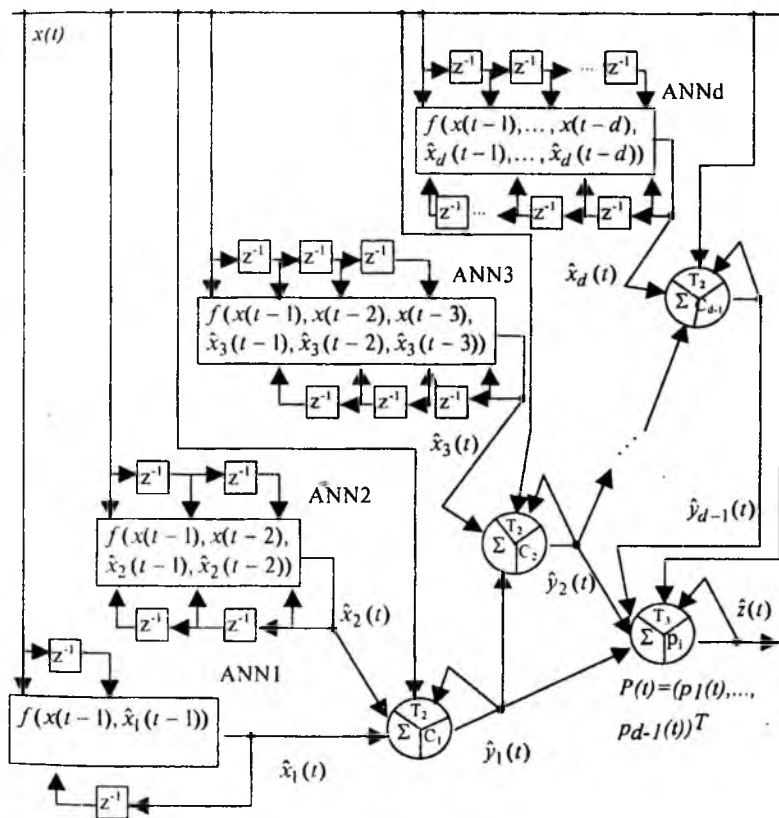
Если в процессе обучения будут выполнены условия (2), алгоритм (11) автоматически приобретет форму

$$P(t+1) = P(t) + \frac{x(t) - P^T(t)\hat{y}(t)}{\|\hat{y}(t)\|^2} \hat{y}(t), \quad (12)$$

которая представляет собой алгоритм Уидроу–Хоффа, широко применяемый в теории искусственных нейронных сетей [2].

Диагностические и прогностические свойства рассмотренной нейронной сети можно существенно улучшить, если первый скрытый слой сети реализовать не на отдельных нейронах типа  $T_1$ , а на нейронных сетях типа многослойного перцептрона, охваченного через элементы чистого запазды-

вания обратными связями. На возможность и перспективность использования одновременно набора нейронных сетей указывалось и в [3], однако принцип организации взаимодействия сетей не был предложен. На рисунке показана архитектура нейронной метасети, в которой первый скрытый слой сформирован нейронными сетями ANN1, ANN2, ..., ANNd, а взаимодействие между ними организовано через второй скрытый слой. В такой сети высокое качество прогнозирования достигается уже на уровне первого слоя; второй и третий слои служат для определения истинного порядка последовательности  $x(t)$  и для установления момента его изменения. С вычислительной точки зрения предлагаемая метасеть не намного сложнее рассмотренной выше, поскольку программы, реализующие многослойный перцептрон, входят в состав многих некоммерческих пакетов прикладных программ [4].



Таким образом, нами предложено решение задачи обнаружения свойств стохастических последовательностей, описываемых нелинейными уравнениями авторегрессии – скользящего среднего на основе применения рекуррентных искусственных нейронных сетей. Предложены архитектуры диагностирующих сетей и алгоритмы настройки нейронов, характеризующиеся высоким быстродействием. Описанные сети просты в реализации и обеспечивают высокую скорость обнаружения разладок и точность прогнозирования.

**Список литературы:** 1. *Бодянский Е. В.* Обнаружение разладок в нелинейных стохастических последовательностях с помощью рекуррентных искусственных нейронных сетей. – См. статью в настоящем сборнике. 2. *Rojas R.* *Neural Networks. A Systematic Introduction.* Berlin: Springer – Verlag, 1996. 502 p. 3. *Pham D. T., Liu X.* *Neural Networks for Identification, Prediction and Control.* London: Springer – Verlag, 1995. 238 p. 4. *Braun H., Feulner J., Malaka R.* *Practicum Neuronale Netze.* Berlin: Springer – Verlag, 1996. 242 S.

*Поступила в редколлегию 20.03.98*