УДК 621.396.96'06

*В. М. КАРТАШОВ, канд. техн. наук*

# ФЛУКТУАЦИИ ЭФФЕКТИВНЫХ ЦЕНТРОВ РАССЕИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ АКУСТИЧЕСКИХ И РАДИОАКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Рассеивающие объекты акустических (АС) и радиоакустических систем (РАС) зондирования атмосферы относятся к объемно-распределенным протяженным целям. Протяженные цели характеризуются флуктуациями положения эффективного центра рассеяния, что приводит к существенным ошибкам в определении их координат и параметров движения [1, 2]. Рассмотрим модели, описывающие блуждание эффективного центра рассеяния ограниченного объема поля естественных неоднородностей атмосферы, рассеивающих акустический сигнал, а также центра акустического волнового пакета (АВП), рассеивающего радиоволну.

Фазовый фронт волны, переизлученной точечной целью, является сферой. Для протяженной (многоточечной) цели переизлученная волна в каждой точке пространства является суммой элементарных волн, рассеянных отдельными участками (точками) цели, и фазовый фронт ее уже не будет сферическим. Нормаль к фронту такой волны укажет направление не на действительный центр цели, а на так называемый эффективный, или кажущийся центр (КЦ), положение которого зависит от соотношения амплитуд и фаз элементарных волн. Если это соотношение меняется случайным образом, то центр рассеяния блуждает, вызывая флуктуации пеленга (угловой шум), амплитуды суммарной волны (амплитудный шум), а также времени прихода сигнала (дальномерный шум). Наличие рассмотренных видов шумов цели приводит к дополнительным ошибкам в определении соответствующих координат. Блуждание кажущегося центра приводит также к появлению ошибок при определении радиальной и угловых скоростей движения цели.

Физическая природа возникновения всех указанных видов шумов протяженных объектов является общей, и это позволяет использовать при анализе статистических характеристик различных видов шумов схожие подходы и результаты анализа, полученные для другого вида шума.

Поле неоднородностей атмосферы, рассеивающих акустический сигнал, в соответствии с разработанной структурно-физической моделью [3] представляет собой совокупность квазисинусоидальных линейных решеток, оси которых ориентированы вдоль вектора рассеяния $\vec{b}$ (направлен вдоль оси $x$ ), а пространственный период при обратном рассеянии соответствует половине длины волны $\lambda$ зондирующего сигнала. Амплитуды и начальные фазы решеток случайны и зависят только от структуры реальной среды. Каждую из решеток можно рассматривать как выборку узкополосного случайного процесса $\varepsilon_i(x)$. Радиус поперечной корреляции решеток в плоскости $y, z$ – $\rho_k = \lambda/4$, число их $J$ в рассеивающем объеме с поперечным размером $L_1 : J \approx (2L_1/\lambda)^2$. Закон распределения огибающей суммарного сигнала, как показано в [3], является релеевским, а закон распределения фазы-равномерным в интервале [0, 2 $\pi$ ].

При радиоакустическом зондировании атмосферы, особенно на малых дальностях, статистические свойства сигнала будут иными. На небольших дальностях, когда АВП представляет собой единую когерентную структуру, рассеянный сигнал можно описать квазидетерминированной моделью с неопределенными параметрами. Далее по высоте, когда происходят изменения структуры АВП, вызванные турбулентностью, поле звуковой волны представим в виде суммы среднего (когерентного) $\langle\varepsilon(\vec{r},t)\rangle$ поля и флуктуационного (некогерентного) поля $\varepsilon_f(\vec{r},t)$: $\varepsilon(\vec{r},t) = \langle\varepsilon(\vec{r},t)\rangle + \varepsilon_f(\vec{r},t)$, где $\vec{r}$ – радиус вектор точки пространства; $t$ – время. $\varepsilon(\vec{r},t)$ удобно записать в виде $\varepsilon = \varepsilon_0 \exp(\chi_1 + iS_1)$, где $\varepsilon_0$ – невозмущенное турбулентностью поле; $\chi_1, S_1$ – флуктуации логарифма амплитуды (уровня) и фазы волны, вызванные турбулентностью. Учитывая, что дисперсия флуктуаций уровня $\sigma_\chi^2$ значительно меньше дисперсии флуктуаций фазы $\sigma_S^2$, имеем $\varepsilon = \varepsilon_0 \exp(iS_1)$.

Флуктуации уровня и фазы являются следствием прохождения волной большого числа неоднородностей, в результате чего $\chi_1$, $S_1$ нормализуются. Значения $\varepsilon$, следовательно, распределены по логарифмически нормальному закону. Воспользовавшись соотношением

$$\langle \exp(iS_1) \rangle = \exp\left(-1/2 \langle S_1^2 \rangle\right),$$

справедливым для нормально распределенной случайной величины с нулевым математическим ожиданием [4], когерентное поле запишем как $\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 \langle \exp iS_1 \rangle = \varepsilon_0 \exp\left(-\sigma_s^2/2\right)$.

Интенсивность когерентного звукового поля определяется выражением $I_c = |\langle \varepsilon \rangle|^2 = \varepsilon_0^2 \exp\left(-\sigma_s^2\right)$, интенсивность флуктуационного поля - $I_f = \langle |\varepsilon_f|^2 \rangle$, а их сумма составляет среднюю интенсивность звуковой волны $\langle I \rangle = I_c + I_f$. С увеличением пройденного волной расстояния относительный вес составляющей $I_c$ в звуке уменьшается, а вес составляющей $I_f$ увеличивается, так как последняя «подпитывается» из $I_c$. Когерентная и флуктуационая компоненты акустического поля формируют соответствующие компоненты радиосигнала, рассеянного на звуке.

Таким образом, структуру АВП можно представить в виде комбинации когерентной решетки с детерминированными параметрами и множества линейных решеток со случайными параметрами, порождаемых флуктуационным полем. Когерентная решетка представляет собой стабильно отражающий объект, формирующий рассеянный сигнал с постоянной амплитудой. Решетки со случайными параметрами создают рассеянное поле, распределение амплитуды которого характеризуется законом Релея. Распределение огибающей суммарного радиосигнала при заданных условиях, как известно [1, 2], характеризуется обобщенным законом Релея.

В силу физической общности процессов рассеяния в объектах АС и РАС зондирования атмосферы анализ свойств шумов объектов осуществим в рамках общей математической модели, с учетом необходимые замечания. Анализ выполним относительно некоторого обобщенного параметра $\upsilon$, под которым будем понимать относительную ошибку определения дальности (абсолютная ошибка нормируется на половину продольного размера цели) либо относительную ошибку одного из углов, определяющих направление (угол места, азимут), нормирование в этом случае выполняется на половину соответствующего углового размера цели. Основанием для такого обобщенного рассмотрения является то, что дальномерная и линейная погрешности пеленга представляют собой проекции отклонения КЦ цели соответственно на линию визирования и нормаль к ней, а формулы для относительных дальномерной и угловой погрешностей, полученные во [2] для протяженных целей, по виду совпадают.

При анализе шумов объектов АС под $\upsilon$ понимаем угловые или дальномерную ошибки, применительно к РАС – только дальномерную погрешность, что связано с узконаправленным угловым переизлучением АВП.

Как следует из анализа особенностей рассеяния объектов АС и РАС зондирования атмосферы, источниками вторичного излучения сигнала являются некоторые структурные образования- решетки, находящиеся в рассеивающем объеме, каждая из которых создает рассеянный сигнал вида $u_{ijk}(t) = U_{ijk}(t)\cos\left[\omega t - \varphi_{ijk}(t)\right]$, где $i$, $j$, $k$ – индексы отсчета эффективных центров решеток в направлении осей $x, y, z$; $\omega$ – частота монохроматического зондирующего сигнала; $U_{ijk}, \varphi_{ijk}$ – огибающая и фаза. Квадратурные составляющие сигнала решетки $s_{ijk}(t) = U_{ijk}(t)\cos\varphi_{ijk}(t)$, $e_{ijk}(t) = U_{ijk}(t)\sin\varphi_{ijk}(t)$.

Квадратурные составляющие результирующего рассеянного сигнала, определяющие дальномерную и угловые ошибки цели $\upsilon$, составляют нормальный четырехмерный вектор $\bar{S} = |s_1, e_1, s_2, e_2|^T$.

Компоненты вектора $\bar{S}$ определяются следующим образом:

$$s_1 = U_1 \cos \Psi_1 = \sum_i \sum_j \sum_k s_{ijk}, \quad e_1 = U_1 \sin \Psi_1 = \sum_i \sum_j \sum_k e_{ijk},$$

где $U_1, \psi_1$ - огибающая и фаза процесса;

$$s_2 = U_2 \cos \Psi_2 = \sum_i \sum_j \sum_k \nu_i s_{ijk}, \quad e_2 = U_2 \sin \Psi_2 = \sum_i \sum_j \sum_k \nu_i e_{ijk},$$

где $\nu_i$ – относительная (безразмерная) координата центра $ijk$-ой решетки вдоль анализируемого направления; при анализе ошибок дальности $\nu_i = x_i/X_0$, при анализе ошибок пеленга $\nu_i = y_i/Y_0$ или $\nu_i = z_i/Z_0$, здесь $X_0, Y_0, Z_0$ – продольный и поперечные размеры рассеивающего объема соответственно; $U_2, \Psi_2$ - амплитуда и фаза процесса.

Далее будем использовать также непрерывную функцию $E(x,y,z)$, характеризующую усредненную по ансамблю плотность интенсивности сигналов решеток по рассеивающему объему. Использование непрерывной функции $E(x,y,z)$ в ряде случаев упрощает запись, но не является ограничивающим фактором, позволяя при необходимости вводить в рассеивающий объем дискретные элементы.

Компоненты вектора $\vec{S}$ образуют симметричную корреляционную матрицу

$$B = \begin{Vmatrix} \sigma_1^2 & 0 & k_{13}\sigma_1\sigma_2 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & 0 & k_{24}\sigma_1\sigma_2 \\ k_{31}\sigma_1\sigma_2 & 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & k_{42}\sigma_1\sigma_2 & 0 & \sigma_2^2 \end{Vmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\sigma_1^2 = L\iiint E(\nu,y,z)dydzd\nu, \; \sigma_2^2 = L\iiint \nu^2 E(\nu,y,z)dydzd\nu, \; k = \frac{L}{\sigma_1\sigma_2}\iiint \nu E(\nu,y,z)dydzd\nu, \quad (2)$$

$L$ – общее обозначение размера цели; $k = k_{13} = k_{31} = k_{24} = k_{42}$ – коэффициент корреляции составляющих вектора, характеризующий асимметричность объекта в анализируемом направлении. Компоненты вектора $\vec{S}$ имеют нулевые математические ожидания, кроме первого $\langle s_1 \rangle = U_0$, где $U_0$ – амплитуда детерминированного сигнала, полученного от когерентной решетки. Выражения (2) записаны для анализа ошибок вдоль оси $X$ и легко видоизменяются для выполнения анализа в других направлениях.

Используя четырехмерное нормальное распределение составляющих вектора $\vec{S}$, можно получить общее выражение [2], характеризующее распределения дальномерного и углового шумов объектов произвольной формы с любым видом функции $E(x,y,z)$, описывающей плотность источников элементарных волн по объему,

$$P(\upsilon) = \frac{q(1-k^2)}{2(1-2kq\upsilon+q^2\upsilon^2)^{3/2}} \exp\left(-l^2+\frac{h}{2}\right)\left\{(1+h)I_0\left(\frac{h}{2}\right)+hI_1\left(\frac{h}{2}\right)+\frac{(lk)^2}{1-k^2}\left[I_0\left(\frac{h}{2}\right)+I_1\left(\frac{h}{2}\right)\right]\right\}, \quad (3)$$

где $I_0(h/2), I_1(h/2)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядков;

$$l = \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma_1}; \; q = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \; h = \frac{(1-2kq\upsilon)l^2}{1-2kq\upsilon+q^2\upsilon^2}.$$

Из равенства (3) при $U_0 = 0$ получим выражение для дальномерного и углового шумов рассеивающих объектов АС относительно произвольного центра координат

$$P(\upsilon) = \frac{q(1-k^2)}{2(1-kq\upsilon+q^2\upsilon^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

Совмещением центра системы координат $xyz$ со среднестатистическим центром рассеяния объекта можно обеспечить диагональность корреляционной матрицы (1), что соответствует условию

$k = 0$. Такую систему координат называют центрированной. Приняв в выражении (4) $k = 0$, получим выражение для распределения дальномерного и углового шумов симметричного объема рассеяния, содержащего естественные неоднородности:

$$P(\upsilon) = \frac{q}{2\left(1 + q^2\upsilon^2\right)^{3/2}}. \qquad (5)$$

Выражение (5) представляет собой закон Стьюдента с двумя степенями свободы, который симметричен относительно точки $\langle\upsilon\rangle = 0$, при этом эффективная ширина его зависит от параметра $q$. Дисперсии отклонения $\upsilon$ не существует, а среднее значение модуля $\langle|\upsilon|\rangle = 1/q$ Наибольшее значение $\langle|\upsilon|\rangle$ соответствует $q = 1$.

Из соотношения (3) при $k = 0$ получим выражение для дальномерного шума АВП относительно среднестатистического центра рассеяния

$$P(\upsilon) = \frac{q}{2\left(1 + q^2\upsilon^2\right)^{3/2}} \exp\left(-l^2 + \frac{h_1}{2}\right)\left[(1 + h_1)I_0\left(\frac{h_1}{2}\right) + h_1 I_1\left(\frac{h_1}{2}\right)\right], \qquad (6)$$

где $h_1 = l^2 \big/ \left(1 + q^2\upsilon^2\right)$.

Анализ выражений (4), (5), (6) показывает следующее. При большом $l$, т. е. при значительном превышении сигнала когерентной решетки АВП над суммарным сигналом случайных решеток, что соответствует малым дальностям, область флуктуаций $\upsilon$ невелика, а при $l \to \infty$ сужается до $\delta$-функции. С уменьшением $l$ (при увеличении дальности до пакета) диапазон флуктуаций эффективного центра расширяется и при $l \to 0$ выражение (6) превращается в (5). Следовательно, рассеивающий объем, содержащий естественные турбулентные неоднородности, характеризуется большими значениями ошибок оценки координат, порождаемых блужданием КЦ, по сравнению с АВП.

Если выбранный центр рассеивающих объектов АС и РАС (точка, где $\upsilon = 0$) не совпадает со статистическим центром рассеяния, то происходит смещение моды и значения математического ожидания распределения $\upsilon$: сторона смещения определяется знаком коэффициента корреляции $k$, а величина смещения – значением его модуля. Смещение уменьшается с увеличением интенсивности сигнала когерентной решетки АВП. Вероятность превышения измеренным значением $\upsilon$ некоторого предварительно заданного значения $\upsilon_0$ (в том числе размера цели) определяется выражением

$$P_0\left(|\upsilon| \ge \upsilon_0\right) = 2\int_{\upsilon_0}^{\infty} P(\upsilon)d\upsilon. \qquad (7)$$

Анализ свойств амплитудных шумов рассеянных сигналов АС и РАС зондирования атмосферы в рамках рассматриваемой модели естественным образом приводит к релеевскому закону распределения с параметром $\sigma_1^2$ (АС) и обобщенному распределению Релея с параметрами $U_0$ и $\sigma_1^2$ (РАС).

Как нетрудно заметить, параметры распределений (4), (5), (6) определяются видом и параметрами функции $E(x, y, z)$. Функцию $E(x, y, z)$ в соответствии с равенствами (2) можно свести к функции одной переменной $E(\nu)$, которая по физическому смыслу представляет собой форму диаграммы направленности антенны либо временную огибающую зондирующего акустического сигнала. Представим результаты расчетов по формулам (2), (3) для наиболее распространенных в АС и РАС видов функции $E(\nu)$, результаты расчетов для равномерной функции представлены также в [2].

1. Объект характеризуется равномерной функцией $E(\nu)$ в анализируемом направлении: $E(\nu) = \alpha^2$, $-1 \le \nu \le 1$. Тогда $\sigma_1^2 = 2L\alpha^2$, $\sigma_2^2 = (2/3)L\alpha^2$, $\langle\upsilon\rangle = 0$, $q = \sqrt{3}$, $l = 0$.

2. Объект характеризуется гауссовской функцией $E(\nu) = \alpha^2 e^{-\nu^2}$ в диапазоне значений $\nu[-\infty, \infty]$: $\sigma_1^2 = \sqrt{\pi}L\alpha^2$ (где $L$ – длина (угол), на которой функция $E(\nu)$ уменьшается до значения

$\alpha^2/e$ ), $\sigma_2^2 = \sqrt{\pi}/2 \, L\alpha^2$, $\langle\upsilon\rangle = 0$, $q = \sqrt{2}$, $l = 0$.

3. Функция $E(\nu)$ равномерна в интервале $-1 \le \nu \le 1$, но объект содержит также когерентную решетку $E_1(\nu) = \alpha_0^2\delta(0)$, (где $\delta(\cdot)$ – дельта-функция), формирующую детерминированный сигнал, с эффективным центром в точке $\nu = 0$. В этом случае $\sigma_1^2 = 2L\alpha^2$, $\sigma_2^2 = (2/3)L\alpha^2$, $\langle\upsilon\rangle = 0$, $q = \sqrt{3}$, $l = \dfrac{1}{\sqrt{4L}}\dfrac{\alpha_0}{\alpha}$.

4. Функция $E(\nu)$ – гауссовская $E(\nu) = \alpha^2 e^{-\nu^2}$, но присутствует когерентная решетка $E_1(\nu) = \alpha_0^2\delta(0)$ с центром в начале координат. При этом $\sigma_1^2 = \sqrt{\pi}L\alpha^2$, $\sigma_2^2 = \sqrt{\pi}/2(L\alpha^2)$, $\langle\upsilon\rangle = 0$, $q = \sqrt{2}$, $l = \left(1/(2L\sqrt{\pi})\right)^{1/2}\alpha_0/\alpha$.

Совместные многомерные распределения угловых и дальномерной ошибок, а также амплитуды $A$ суммарного рассеянного сигнала протяженных целей не представляются в виде одномерных законов [1, 2]. Следовательно, имеется статистическая взаимосвязь различных видов шумов объекта, обусловленная общей физической природой их появления.

Запишем выражение [2], определяющее совместное распределение обобщенного параметра $\upsilon$ и амплитуды $A$ рассеянного сигнала, справедливое для объектов РАС:

$$P(\upsilon, A) = \frac{qA^2}{(2\pi)^{1/2}\sigma_1^3}\exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma_1^2}\left(l + q^2\upsilon^2\right) - l^2\right] I_0\left(\frac{\sqrt{2}lA}{\sigma_1}\right). \tag{8}$$

Получим из данного равенства (8) условное распределение $P(\upsilon/A) = P(\upsilon, A)/P(A)$, используя в качестве $P(A)$ обобщенный закон Релея:

$$P(\upsilon/A) = \frac{qA}{(2\pi)^{1/2}\sigma_1}\exp\left[-\frac{(qA\upsilon)^2}{2\sigma_1^2}\right]. \tag{9}$$

Выражение для объектов АС полностью совпадает с равенством (9), из которого следует, что при заданной амплитуде рассеянного сигнала параметр $\upsilon$ в АС и РАС распределен по нормальному закону с дисперсией

$$\sigma_\upsilon^2 = \sigma_1^2/(qA)^2 . \tag{10}$$

Дисперсия $\sigma_\upsilon^2$ зависит от амплитуды $A$, параметра $\sigma_1^2$, определяющего уровень флуктуационной составляющей в сигнале, а также параметра объекта $q$. Формально выражение (10) выглядит одинаково для объектов АС и РАС, но в РАС при заданном А уровень $\sigma_1^2$ меньше, если сигнал $U_0$ от когерентной решетки отличен от нуля, а, следовательно, значение $\sigma_\upsilon^2$ при заданном $q$ также меньше. При выполнении измерений в АС и РАС необходимо иметь в виду, что с уменьшением амплитуды А сигнала существенно возрастает дисперсия флуктуаций самих информативных параметров, порождаемых шумами объекта (не следует путать с ошибкой оценки параметров вследствие действия помех).

Получим из выражения (10) равенства, определяющие средние значения дисперсии для объектов АС и РАС. В АС огибающая распределена по закону Релея, следовательно, $\langle A^2\rangle = 2\sigma_1^2$. Применительно к РАС для обобщенного распределения Релея $\langle A^2\rangle = 2\sigma_1^2 + U_0^2$. Тогда

$$\langle\sigma_{\upsilon AC}^2\rangle = \frac{1}{2q^2}, \quad \langle\sigma_{\upsilon PAC}^2\rangle = \frac{\sigma_1^2}{q^2\left(2\sigma_1^2 + U_0^2\right)} = \frac{1}{2q^2\left(1 + l^2\right)}. \tag{11}$$

Как видно из соотношения (11), средняя дисперсия флуктуаций измеряемого параметра и КЦ рассеяния объектов АС не зависит от амплитуды $A$ сигнала и не зависит, следовательно, от расстояния до объекта. $\langle\sigma^2_{\upsilon AC}\rangle$ зависит только от параметра объекта $q$, определяемого его формой. $\langle\sigma^2_{\upsilon PAC}\rangle$ является функцией отношения амплитуд когерентной и флуктуационной составляющих сигнала, а также функцией $q$.

Среднеквадратическое отклонение $\left(\langle\sigma^2_{\upsilon}\rangle\right)^{1/2}$ для объектов АС с прямоугольной функцией $E(\nu)$ составляет $\left(\langle\sigma^2_{\upsilon}\rangle\right)^{1/2} = 0{,}41$, с гауссовской функцией – $\left(\langle\sigma^2_{\upsilon}\rangle\right)^{1/2} = 0{,}5$, для объектов РАС с соответствующими функциями $\left(\langle\sigma^2_{\upsilon}\rangle\right)^{1/2} \le 0{,}41$, $\left(\langle\sigma^2_{\upsilon}\rangle\right)^{1/2} \le 0{,}5$ в зависимости от дальности.

Параметры $\sigma^2_{\upsilon}$ широко используются в радиолокации для распознавания целей [2]. Оценим также возможность использования параметров $\langle\sigma^2_{\upsilon AC}\rangle$ и $\langle\sigma^2_{\upsilon PAC}\rangle$ для определения характеристик рассеивающих объектов и атмосферы.

В АС значения дисперсии флуктуаций угловых и дальномерных шумов не могут использоваться в качестве информативных характеристик, поскольку не зависят от метеорологических параметров, а определяются функцией $E(\nu)$. В АС информативна только дисперсия амплитудного шума $\sigma^2_1$, определяемая характеристиками турбулентности. В РАС информативной является дисперсия флуктуаций дальномерного шума, поскольку соотношение $l$ когерентной и флуктуационной составляющих сигнала определяется характеристиками турбулентности атмосферы. Информативны, естественно, и параметры амплитудного шума $\sigma^2_1$ и $U_0$.

При определении вероятности выхода параметра $\upsilon$ за пределы рассеивающего объема в соответствии с формулой (7) может быть применен нормальный закон с дисперсией (11), тогда задача решается с помощью табулированной функции Крампа.

Представленные соотношения позволяют оценивать характеристики угловых и дальномерных шумов рассеивающих объектов АС и РАС зондирования атмосферы и могут использоваться при определении интегральной погрешности результатов измерений, а также при интерпретации экспериментальных данных. Результаты исследований позволят также грамотно проектировать системы автосопровождения рассматриваемых объектов по координатам, правильно выбирая ширину дискриминационной характеристики и параметры сглаживающих фильтров.

**Список литературы:** **1.** *Штагер Е.А.* Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М.: Радио и связь, 1986. 184 с. **2.** *Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.* Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982. 232 с. **3.** *Петров В.А., Карташов В.М.* Анализ структурно-физической модели рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2000. Вып. 114. С. 181-184. **4.** *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.

*Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 23.06.2000*