

ISSN 2311-0872

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО

УНІВЕРСИТЕТУ

імені В.Н. КАРАЗІНА

№ 1067

Серія "РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА"

Випуск 22

Започаткована 1971 р.

ХАРКІВ
2013

УДК 538.574.6

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ Е-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКЕ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛА

А.В. Казанко¹, Е.Н. Одаренко², А.А. Шматько³

¹Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, 61050, Харьков, пл. Фейербаха, 7,
тел.: (057) 730-10-39 e-mail: vtisusheet@mail.ru

²Харьковский национальный университет радиоэлектроники, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14,
тел.: (057) 702-10-57, e-mail: oen@kture.kharkov.ua

³Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 61022, Харьков, пл. Свободы, 4,
тел.: (057) 707-51-33, e-mail: alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 18 апреля 2013г

В работе решена задача дифракции плоской E -поляризованной волны на решетке, состоящей из брусьев прямоугольного поперечного сечения для произвольных соотношений между длиной волны и геометрическими размерами решетки. Исследованы зависимости коэффициентов отражения и прохождения волны от волнового параметра и угла падения для случаев, когда материальные параметры элементов решетки имеют положительные и отрицательные (метаматериал) значения. Определены размеры решетки и электродинамические параметры задачи, которые соответствуют полному отражению и полному прохождению падающей волны для различных материальных параметров решеток.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: дифракционная решетка, метаматериал.

В роботі розв'язана задача дифракції плоскої E -поляризованої хвилі на решітці, що складається з брусів прямокутного перетину для довільних співвідношень між довжиною хвилі та геометричними розмірами решітки. Досліджені залежності коефіцієнтів відбиття та проходження хвилі від хвильового параметру та кута падіння для випадків, коли матеріальні параметри елементів решітки мають додатні та від'ємні (метаматеріал) значення. Визначені розміри решітки та електродинамічні параметри задачі, що відповідають повному відбиттю та повному проходженню хвилі, що падає на систему, для різних матеріальних параметрів решітки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дифракційна решітка, метаматеріал.

Problem of the E -polarized wave diffraction on the rectangular bars cross-section grating for arbitrary relationship between the wavelength and grating geometrical parameters is solved. Dependencies of the reflection and transmission factors on the wave parameter and incidence angle are investigated for cases when grating elements material parameters signs are positive and negative (metamaterial). Electrodynamical problem parameters and grating sizes that correspond to the total reflection or transmission of the incident wave are defined for different grating material parameters.

KEY WORDS: diffraction grating, metamaterial.

ВВЕДЕНИЕ

В целом ряде практических приложений (спектроскопии, антенной технике и др.) возникает необходимость решения задачи дифракции на различных периодических структурах. Дополнительные возможности по расширению функциональности этих систем появляются благодаря применению в их конструкции искусственных сред с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости – метаматериалов [1, 2]. Уникальные физические свойства таких «левосторонних» сред позволяют создавать устройства с необычными характеристиками в различных частотных диапазонах (фильтры, частотно-селективные структуры, волноводы, резонаторы, линзы).

Задачи дифракции плоской волны на решетке из брусьев прямоугольного поперечного сечения относятся к разряду классических и были решены для различных поляризаций исходной волны. В работе [3] решена задача дифракции E -поляризованной плоской электромагнитной волны на плоской решетке, состоящей из диэлектрических брусьев прямоугольного поперечного сечения. В работе [4] рассматривалась задача дифракции плоской H -поляризованной электромагнитной волны на решетке из проводящих металлических брусьев. Использование метаматериалов в конструкции дифракционных решеток приводит к изменению электродинамических свойств этих периодических систем и, соответственно, к новым закономерностям рассеяния и излучения электромагнитных волн [5, 6]. В связи с этим актуальными являются задачи исследования взаимодействия плоских волн с дифракционными решетками, содержащими элементы из метаматериалов.

В данной работе рассматривается задача дифракции плоской монохроматической E-поляризованной электромагнитной волны на решетке из метаматериала. Для формирования периодической структуры используются среды с различными знаками диэлектрической и магнитной проницаемостей.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассматривается задача о рассеянии плоской монохроматической E_x -поляризованной электромагнитной волны, падающей под углом φ , на объемную периодическую решетку из метаматериала (рис. 1).

В однородной изотропной среде расположена периодическая дифракционная решетка, состоящая из двух семейств перемежающихся брусков прямоугольного поперечного сечения с материальными параметрами (ϵ_1, μ_1) и (ϵ_2, μ_2) . Обозначим период решетки через l , глубину решетки - h . Тогда $d \times h$ – сечение брусков одного семейства в плоскости (y, z) , и $(l - d) \times h$ – сечение брусков другого семейства.

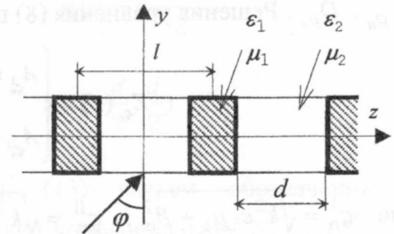


Рис. 1. Модель решетки

Для нахождения рассеянного решеткой поля необходимо решить однородное уравнение Гельмгольца относительно компоненты напряженности электрического поля E_x :

$$\Delta E_x + k^2 \epsilon \mu E_x = 0, \quad \epsilon = \epsilon_{1,2}, \quad \mu = \mu_{1,2}, \tag{1}$$

с соответствующими граничными условиями:

$$E_x|_{y=\pm \frac{h}{2}-0} = E_x|_{y=\pm \frac{h}{2}+0}, \tag{2}$$

$$H_z|_{y=\pm \frac{h}{2}-0} = H_z|_{y=\pm \frac{h}{2}+0}. \tag{3}$$

Используя теорему Флоке и метод частичных областей, E_x -компоненту поля за пределами решетки

$(|y| \geq \frac{h}{2})$ можно представить в виде:

$$E_x(z, y) = \begin{cases} e^{ik y (y + \frac{h}{2}) + ik \alpha z} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\lambda m} e^{-i \gamma_m (y + \frac{h}{2})} e^{-i(k \alpha + \lambda_m) z}; & y < \frac{h}{2} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\lambda m} e^{i \gamma_m (y + \frac{h}{2})} e^{-i(k \alpha + \lambda_m) z}; & y > \frac{h}{2} \end{cases}, \tag{4}$$

здесь $\lambda_m = \frac{2\pi}{l} m$, $\gamma_m = \sqrt{k^2 - (k \alpha + \lambda_m)^2}$, $\alpha = \sin \varphi$, $k_y = k \cos \varphi$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, $A_{\lambda m}$, $B_{\lambda m}$ – неизвестные коэффициенты разложения.

Далее определим решение уравнения Гельмгольца в области $|y| \leq \frac{h}{2}$ при следующих граничных условиях:

$$E_x|_{z=-\frac{d}{2}-0} = E_x|_{z=-\frac{d}{2}+0}, \tag{5}$$

$$H_y|_{z=-\frac{d}{2}-0} = H_y|_{z=-\frac{d}{2}+0}. \tag{6}$$

Решения уравнения (1) в этой области представимо в виде разложения в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля с граничными условиями (5), (6):

$$E_x(z, y) = \sum_n Y_{\zeta n}(y) Z_{\zeta n}(z), \quad |y| \leq \frac{h}{2}, \tag{7}$$

здесь Z_{ζ_n} – решения задачи Штурма-Лиувилля на собственные значения (и собственные функции) оператора Лапласа с граничными условиями (5),(6):

$$\ddot{Z} + \zeta^2 Z = 0. \quad (8)$$

Функции $Y_{\zeta_n}(y) = C_{\rho_n} e^{i\rho_n y} + D_{\rho_n} e^{-i\rho_n y}$ ($\rho_n = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu - \zeta_n^2}$) представляют собой общее решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка: $\ddot{Y} + \rho_n^2 Y = 0$ с неизвестными коэффициентами C_{ρ_n}, D_{ρ_n} . Решения уравнения (8) представим в виде:

$$Z_{\zeta_n}(z) = \begin{cases} A_{\zeta_n^I} \cos \zeta_n^I(z + \frac{d}{2}) + B_{\zeta_n^I} \sin \zeta_n^I(z + \frac{d}{2}), & z \in [\frac{d}{2} - l, -\frac{d}{2}] \\ A_{\zeta_n^{II}} \cos \zeta_n^{II}(z + \frac{d}{2}) + B_{\zeta_n^{II}} \sin \zeta_n^{II}(z + \frac{d}{2}), & z \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}] \end{cases}, \quad (9)$$

где $\zeta_n^I = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 \mu_1 + \beta_n^2}$, $\zeta_n^{II} = \sqrt{k^2 \varepsilon_2 \mu_2 + \beta_n^2}$. Неизвестные коэффициенты $A_{\zeta_n^I}, A_{\zeta_n^{II}}, B_{\zeta_n^I}, B_{\zeta_n^{II}}$ определяются из граничных условий (5), (6). Эти условия приводят к однородной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 4-го порядка. Для нахождения собственных значений β_n воспользуемся характеристическим уравнением, которое получается из условия равенства нулю определителя СЛАУ:

$$\begin{vmatrix} e^{-ikad} \cos \zeta^I(d-l) & e^{-ikad} \sin \zeta^I(d-l) & -\cos \zeta^{II} d & -\sin \zeta^{II} d \\ -e^{-ikad} \frac{\zeta^I}{\mu_1} \sin \zeta^I(d-l) & e^{-ikad} \frac{\zeta^I}{\mu_1} \cos \zeta^I(d-l) & \frac{\zeta^{II}}{\mu_2} \sin \zeta^{II} d & -\frac{\zeta^{II}}{\mu_2} \cos \zeta^{II} d \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\zeta^I}{\mu_2} & 0 & \frac{\zeta^{II}}{\mu_2} \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Раскрывая определитель в левой части уравнения (10), получим характеристическое уравнение относительно β :

$$\cos kad = \cos \zeta^{II} d \cos \zeta^I(d-l) + \frac{1}{2}(\eta + \frac{1}{\eta}) \sin \zeta^{II} d \sin \zeta^I(d-l) \quad (11)$$

здесь $\zeta_n^I = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 \mu_1 + \beta^2}$, $\zeta_n^{II} = \sqrt{k^2 \varepsilon_2 \mu_2 + \beta^2}$, $\eta = \frac{\zeta^I \mu_2}{\zeta^{II} \mu_1}$.

Решение характеристического уравнения (11) позволяет найти собственные значения $\beta = \beta_n$ и соответствующие им собственные функции Z_{ζ_n} .

Перейдем к определению неизвестных коэффициентов Фурье $A_{\lambda_m}, B_{\lambda_m}$ для полей в (4). Для этого в плоскостях раздела $y = \pm \frac{h}{2}$ воспользуемся граничными условиями (2), (3).

Непрерывность тангенциальных компонент полей E_x, H_z на верхней и нижней поверхностях решетки приводит к следующим функциональным уравнениям:

$$\left\{ \begin{aligned} e^{ikaz} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\lambda_m} e^{-i(k\alpha + \lambda_m)z} &= \begin{cases} \sum_n Y_{\zeta_n}(-\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [\frac{d}{2} - l, -\frac{d}{2}] \\ \sum_n Y_{\zeta_n}(-\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}] \end{cases} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\lambda_m} e^{-i(k\alpha + \lambda_m)z} &= \begin{cases} \sum_n Y_{\zeta_n}(\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [\frac{d}{2} - l, -\frac{d}{2}] \\ \sum_n Y_{\zeta_n}(\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}] \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} ik_y e^{ik\alpha z} - i \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\lambda_m} \gamma_m e^{-i(k\alpha + \lambda_m)z} &= \begin{cases} \frac{1}{\mu_1} \sum_n \dot{Y}_{\zeta_n}(-\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [\frac{d}{2} - l, -\frac{d}{2}] \\ \frac{1}{\mu_2} \sum_n \dot{Y}_{\zeta_n}(-\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}] \end{cases} \\ i \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\lambda_m} \gamma_m e^{-i(k\alpha + \lambda_m)z} &= \begin{cases} \frac{1}{\mu_1} \sum_n \dot{Y}_{\zeta_n}(\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [\frac{d}{2} - l, -\frac{d}{2}] \\ \frac{1}{\mu_2} \sum_n \dot{Y}_{\zeta_n}(\frac{h}{2}) Z_{\zeta_n}(z), & z \in [-\frac{d}{2}, \frac{d}{2}] \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Для упрощения системы функциональных уравнений (12), (13) введем обозначения: $E_{\lambda_m}^{\pm} = A_{\lambda_m} \pm B_{\lambda_m}$, $G_{\rho_n}^{\pm} = D_{\rho_n} \pm C_{\rho_n}$. Для получения СЛАУ относительно коэффициентов $E_{\lambda_m}^{\pm}$, $G_{\rho_n}^{\pm}$ первоначально воспользуемся ортогональностью системы базисных функций $e_{\lambda_m}(z) = e^{-i(k\alpha + \lambda_m)z}$ ($m = 0, \pm 1, \dots$) на интервале $[\frac{d}{2} - l, \frac{d}{2}]$. В результате преобразований получаем из (12) две связанные системы уравнений относительно коэффициентов $E_{\lambda_m}^{\pm}$, $G_{\rho_n}^{\pm}$:

$$\sum_n (G_{\rho_n}^+ U^+ + G_{\rho_n}^- U^-) L_{nm} = \Phi \delta_{0m} + \frac{1}{2} (E_{\lambda_m}^+ + E_{\lambda_m}^-), \quad (14)$$

$$\sum_n (G_{\rho_n}^+ U^+ - G_{\rho_n}^- U^-) L_{nm} = \frac{1}{2} (E_{\lambda_m}^+ - E_{\lambda_m}^-), \quad (15)$$

где $U^+ = \cos \rho_n \frac{h}{2}$, $U^- = i \sin \rho_n \frac{h}{2}$, $L_{nm} = (Z_n, e_{\lambda_m})$ – скалярное произведение.

Складывая и вычитая уравнения (14) и (15), получим две независимых системы уравнений относительно коэффициентов $E_{\lambda_m}^{\pm}$, $G_{\rho_n}^{\pm}$:

$$2 \sum_n G_{\rho_n}^{\pm} U^{\pm} L_{nm} = \delta_{0m} + E_{\lambda_m}^{\pm}, \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (16)$$

Другую систему уравнений относительно коэффициентов $E_{\lambda_m}^{\pm}$, $G_{\rho_n}^{\pm}$ получим из (13), воспользовавшись ортогональностью системы собственных функций Z_{ζ_n} на интервале $[\frac{d}{2} - l, \frac{d}{2}]$:

$$ik_y L_{n0} - i \sum_m E_{\lambda_m}^{\pm} \gamma_m L_{nm} = -2i G_{\rho_n}^{\pm} \rho_n U^{\mp}, \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (17)$$

Из уравнений (16), (17) следует две независимых СЛАУ относительно неизвестных $E_{\lambda_m}^{\pm}$ или $G_{\rho_n}^{\pm}$.
Относительно неизвестных $E_{\lambda_m}^{\pm}$ СЛАУ имеет вид:

$$\sum_n \frac{i}{i\rho_n} \frac{U^{\pm}}{U^{\mp}} \left(\sum_m E_{\lambda_m}^{\pm} \gamma_m L_{nm} - k_y L_{n0} \right) L_{nm} = \delta_{0m} + E_{\lambda_m}^{\pm}, \quad m = 0, \pm 1, \dots$$

Изменим порядок суммирования:

$$\sum_m E_{\lambda_m}^{\mp} \gamma_m \sum_n \frac{1}{\rho_n} \frac{U^{\pm}}{U^{\mp}} L_{nm} L_{nm} - k_y \sum_n \frac{1}{\rho_n} \frac{U^{\pm}}{U^{\mp}} L_{n0} L_{nm} = \delta_{0m} + E_{\lambda_m}^{\pm} \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (18)$$

Каждая СЛАУ (18) в отдельности описывает четные и нечетные колебания по глубине решетки. Коэффициенты $G_{\rho_n}^{\mp}$ определяются по найденным значениям коэффициентов $E_{\lambda_m}^{\pm}$ через формулы (17). Отметим, что в отличие от полученных СЛАУ можно получить также и другую СЛАУ относительно коэффициентов $G_{\rho_n}^{\mp}$, тогда коэффициенты $E_{\lambda_m}^{\pm}$ находятся через $G_{\rho_n}^{\mp}$ по формуле (16).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Решение СЛАУ проводилось численно для различных значений параметров задачи. Анализ постоянного распространения показывает, что, в зависимости от геометрических размеров решетки, длины волны λ , и угла падения φ , в системе возможно распространение одной или нескольких пространственных гармоник поля. Условие распространения m -ой пространственной гармоники поля: $k^2 - (k\alpha + \lambda_m)^2 \geq 0$ (см. (4)). Отсюда получаем условие существования дифракционных гармоник с индексом m :

$$-\frac{1}{2} \frac{kl}{\pi} (1 + \alpha) \leq m \leq \frac{1}{2} \frac{kl}{\pi} (1 - \alpha), \quad (19)$$

здесь $\alpha = \sin \varphi$. Из неравенства (19) следует, что пространственная гармоника с индексом $m=0$ распространяется при любых значениях волнового числа k и угла падения φ . Угол распространения ψ_m^+ (угол отражения ψ_m^-) m -ой распространяющейся гармоники выражается через угол падения φ следующим образом:

$$\psi_m^{\pm} = \pm \arctan \frac{k\alpha + \lambda_m}{\gamma_m}, \quad \varphi \neq \frac{\pi}{2}.$$

Отсюда получаем выражение для угла распространения ψ_m^+ (угла отражения ψ_m^-) нулевой (распространяющейся) гармоники:

$$\psi_0^{\pm} = \pm \arctan \frac{k\alpha}{\sqrt{k^2 - (k\alpha)^2}} = \arctan \tan \varphi = \pm \varphi. \quad (20)$$

Перейдем к обсуждению численных результатов. На рис. 2 представлена зависимость модуля коэффициента отражения $|R_0| = |A_{\lambda_0}|$ от волнового числа k при фиксированном угле падения $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Из рисунка видно, что для значения волнового числа $k=0.7$ наблюдается полное прохождение волны (коэффициент отражения $|R_0|=0$) при угле падения $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

Изолинии E_x -компоненты рассеянного поля для случая полного прохождения падающей волны через решетку изображены на рис. 3 и рис. 4 (на рис. 4 представлено увеличенное изображение области пространства в окрестности границы решетки). При полном прохождении в области вне решетки ($|y| > \frac{h}{2}$) распространяется одна дифракционная гармоника поля. Поэтому изолинии E_x -компоненты в этой области представляют собой практически прямые линии (рис. 3).

Из рис. 4 видно, что вблизи границы раздела сред ($y = \frac{h}{2}$) изолинии поля искривляются. Это связано с тем, что в этой области пространства полное поле состоит из поля плоской волны – основной гармоники, и бесконечного набора поверхностных затухающих гармоник.

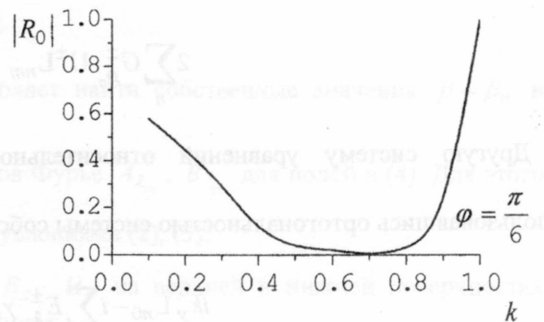


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента отражения $|R_0|$ от волнового числа k

Варьируя параметрами решетки и углом падения φ , можно обеспечить также полное отражение падающей волны ($|R_0|=1$). На рис. 5 представлена зависимость модуля коэффициента прохождения $|T_0|=|B_{\lambda_0}|$ от волнового числа k при фиксированном угле падения $\varphi = \frac{\pi}{10}$. Очевидно, что полное отражение волны от решетки наблюдается для значения $k = 0.8$.

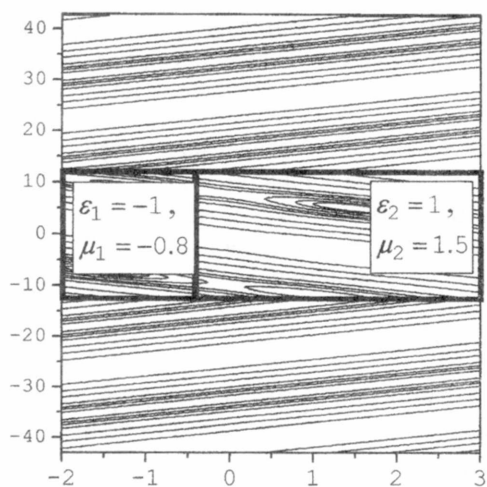


Рис. 3. Распределение E_x -компоненты электрического поля при полном прохождении ($\varphi = \frac{\pi}{6}, k = 0.7$)

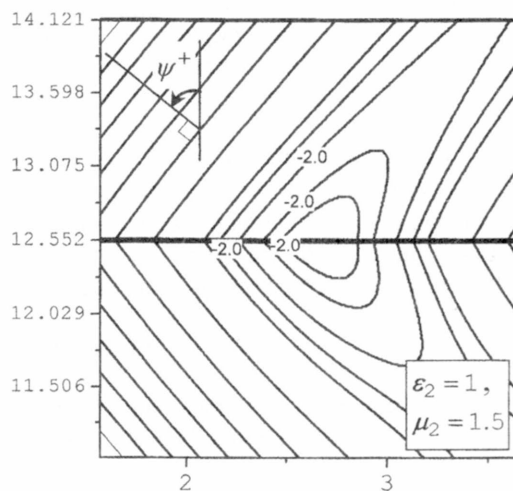


Рис. 4. Амплитудное распределение поля вблизи границы решетки

На рис. 6 представлены результаты расчета пространственного распределения электрического поля для значений параметров системы, соответствующих полному отражению падающей волны от решетки. В этом случае поле существует только внутри решетки и в области $y < -\frac{h}{2}$, где результирующее поле

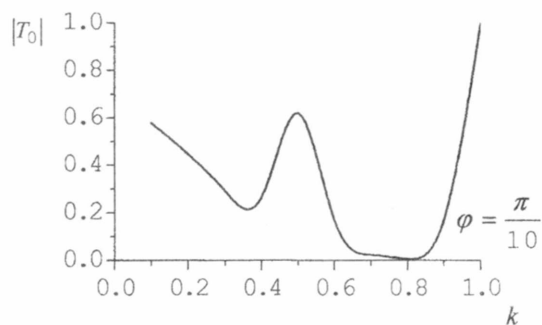


Рис. 5. Зависимость модуля коэффициента прохождения $|T_0|$ от волнового числа k .

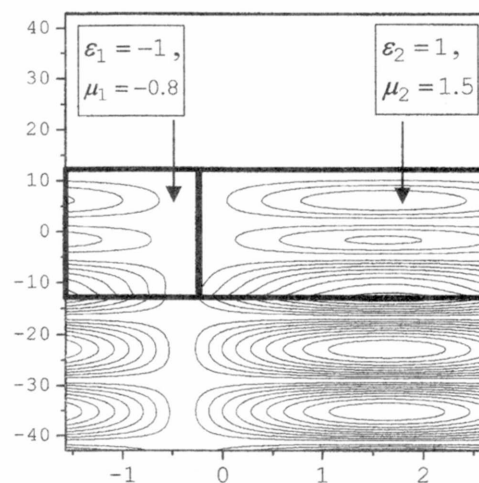


Рис. 6. Распределение электрического поля при полном отражении ($\varphi = \frac{\pi}{10}, k = 0.8$)

представляет собой результат интерференции падающей и отраженной волн.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено численно-аналитическое решение задачи дифракции плоской E_x -поляризованной волны на объемной решетке из метаматериала. Разработанный численный алгоритм позволяет рассчитывать амплитудно-частотные и амплитудно-угловые характеристики рассеянных полей для произвольных геометрических размеров решетки и значений материальных параметров сред, заполняющих решетку. Диэлектрическая и магнитная проницаемости могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Определены параметры задачи, для которых наблюдается полное прохождение и полное отражение падающей на решетку волны при распространении одной дифракционной пространственной гармоники поля.

Полученные результаты могут быть использованы в задачах исследования дифракции полей различной поляризации, для которых необходимы знания решения задач для H_x - и E_x -поляризованной падающей волны. На этой основе могут быть установлены основные закономерности преобразования поляризации падающего излучения и влияние геометрических размеров решетки и значений материальных параметров различных сред на характеристики рассеянного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Theory and Phenomena of Metamaterials / Edited by F. Capolino. – CRC Press, 2009. – 926 p.
2. Solymar L., Shamoniina E. Waves in Metamaterials. – Oxford University Press, USA, 1st edition, 2009. – 368 p.
3. Масалов С. А., Репа Ю. Т., Шестопалов В. П. Дифракция плоской электромагнитной волны на диэлектрической решетке // Республ. Межведомств. тематический научно-техн. сб. «Радиотехника». – 1969. – вып. 10. – С. 15-24.
4. Квач Н. В., Сологуб В. Г., Шестопалов В. П. Дифракция плоской H -поляризованной волны на решетке из проводящих диэлектрических брусьев прямоугольного сечения // Республ. Межведомств. тематический научно-техн. сб. «Радиотехника». – 1975. – вып. 34. – С. 3-11.
5. Кусайкин А.П., Мележик П.Н., Поединчук А.Е. Эффект резонансного излучения электромагнитных волн дифракционной решеткой с метаматериалом // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, вып. 1. – С. 26-34.
6. Казанко А.В., Одаренко Е.Н., Шматько А.А. Взаимодействие плоской электромагнитной волны с дифракционной решеткой из метаматериала // Вісник ХНУ імені Каразіна. Сер. Радіофізика та електроніка. – 2012. – № 1010. – Вип. 20. – С. 57–65.

