УДК 621.396.6

В.В. ПОПОВСКИЙ, д-р техн. наук, В.С. ВОЛОТКА

МЕТОДЫ АПРИОРНОЙ ОЦЕНКИ СЕТЕВОЙ НАДЕЖНОСТИ

Введение

Надежность – одна из важных характеристик инфокоммуникационных сетей (ИКС), поскольку является составным параметром при оценке качества предоставления услуг QoS. С надежностью связывают такие свойства сетей и сетевых элементов как безотказность, долговечность, ремонтопригодность, сохраняемость. На этапе проектирования сети и ее развертывания методы оценки уровня надежности конструктивных элементов и структур сети основываются на априорных характеристиках. На этапе функционирования, в рамках выбранных структур, надежность оценивается по результатам качества работы сети. Само качество определяется по измерениям тех или иных технологических процессов и режимов сетевых элементов. Очевидно, данная характеристика надежности на этапе функционирования носит апостериорный характер. Вместе с тем, понятие надежности как свойства обеспечивать в течение времени в установленных пределах значения всех параметров, определяющих нормальную работоспособность, сохраняется как в первом, так и во втором случае [1].

Следует заметить, что кроме различий в представлении надежности ИКС на априорном (до функционирования) и апостериорном (при функционировании) этапах, имеются существенные различия в содержании и методах оценки надежности на уровне сетевых элементов, отдельных деталей, узлов и на уровне сети, и на системном уровне. При этом главным признаком системности является способность обрабатывать трафик с заданным качеством QoS. С позиций теории систем [2] данная способность интерпретируется как эмерджентность, определяемая как возможность приобретения системой *S(x)* сверхинтегральных свойств, не присущих ни одному элементу или группе элементов. Наряду с этим, все индивидуальные свойства элементов формируют общие свойства системы [2, 3].

Рассмотрим содержание задач по оценке надежности ИКС, решаемых на первом из этапов, а также соответствующие ему математические модели.

Основная часть

В качестве общего агента, характеризующего надежность анализируемого объекта, здесь выступает отказ. Причинами отказов могут быть ошибки и несовершенства конструкции отдельных деталей, сетевых элементов, погрешности их производства, нарушения правил эксплуатации, не предусмотренные внешние воздействия и др. причины [1].

Основной характеристикой, которая осуществляет оценку надежности, является вероятность безотказной работы. В зависимости от надежности и числа элементов вероятность безотказной работы

$$P(t) = \exp\left\{-\int \lambda(t)dt\right\}, \tag{1}$$

где $\lambda(t)$ – интенсивность отказов, характеризуемая обычно пуассоновским потоком:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}. \tag{2}$$

Сетевые элементы могут быть восстанавливаемые или невосстанавливаемые.

Для повышения надежности наиболее ответственные узлы и сетевые элементы резервируют вводят параллельные избыточные (дублирующие) элементы, включаемые в работу по мере выхода основных из рабочего состояния.

Резервирование бывает общим, раздельным и смешанным; однократным (дублирующим) и многократным.

При проектировании узлов и элементов ИКС добиваются того, чтобы среднее время безотказной работы

$$T_b = \int_0^{\infty} P(t)dt \qquad (3)$$

было как можно больше. С учетом этого коэффициент готовности (надежность)

$$K_r = \frac{T_b}{T_b - T_B} = T_o / (T_o + T_B), \qquad (4)$$

где T_B – среднее суммарное время восстановлений.

Отдельную роль в формировании надежности сетей играют соответствующие связи между элементами, в частности связи, образованные линиями проводной, оптической и радиосвязи.

При этом высокого качества обслуживания удается добиться, если все узлы сети связаны между собой. Часто сетевую априорную надежность полностью интерпретируют через связность [1, 3].

Общепринятой характеристикой сетевой надежности является матрица связности. Простейшей частной моделью связности является так называемая бинарная матрица, элементами которой являются величины 1 или 0. При этом с помощью такой матрицы фиксируется сам факт наличия или отсутствия связи между соответствующими узлами.

Другой распространенной также информативной характеристикой для *n*-узловой сети без петель является матрица связности

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Компоненты a_{ij} матрицы A характеризуют степень связности между *i* и *j* вершинами (узлами сети). Эти компоненты могут численно параметризовать те или иные свойства связей: длину линий, канальную емкость и др. Часто в роли компонент a_{ij} используют нормированные значения в пределах от 0 до 1, которые характеризуют относительный уровень связности. Часто точные значения элементов матрицы (5) не известны. В условиях такой априорной неопределенности a_{ij} представляют собой случайные величины, интерпретируемые как вероятности связности между *i* и *j* узлами:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & 0 & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

В матрице (6) нормировка может касаться значений P_{ij} в каждой из строк: $\sum_i P_{ij} = 1$. Вместе с тем, нормировка возможна также по отношению к вероятности максимальной связи $Đ_{ij} = \max$ в матрице. При этом очевидно, возможен случай, когда для *i*-й строки $\sum_i P_{ij} \le 1$.

При подаче на *n*-входы сети вектора потоков x_i, $i = \overline{1, n}$ на выходах данной сети с узлами матриц (5) и (6) получаем

$$z = Ax. \qquad (7)$$

Модель, определяющую надежность в виде матрицы связности $A = \{a_{ij}\}$, обычно используют на этапе проектирования или модернизации сети. Поэтому эту модель (5) – (7) следует считать априорной характеристикой в отличие от апостериорной, определяемой как процент времени, в течение которого выполняются требования критерия качества функционирования, и которые анализируются по результатам мониторинга.

При вероятностной характеристике связей элементы a_{ij} являются случайными величинами, и известными методами можно вычислить вероятность связности P_{ij} для любых узлов, особенно если их число составляет единицы. С увеличением *n* сложность вычислений возрастает пропорционально $n!$. Для получения численных результатов при больших *n* пользуются приближенными оценками. К числу таких оценок относятся оценки Эзари – Прошана, Полесского и др. [4, 5]. Вычисляемые оценки P_{ij} характеризуют состояния вероятностей связности для неподвижной (не изменяющейся во времени) случайной системы $S(x_n)$.

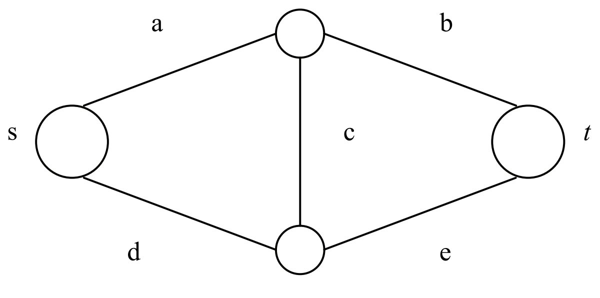
Известны [4, 5] точные методы расчетов связности сетей, представляемых случайным графом *G=(V,L,Ф)*, состоящим из *V*-вершин, *L*-ребер и *Ф*-отображений инцидентности и смежности элементов графа. Для анализа обычно выбирается двухполюсная сеть со стоком *t* и истоком *s.* В такой сети выбирается множество ПЦ-простых цепей μ как последовательность различных ребер графа без петель и параллелей, соединяющих *s* и *t* и множество ПР-простых разрезов *r*, как минимальная по включению совокупность ребер, исключения которых из графа приводит к изоляции *s* и *t*.

Далее определяются два вида событий E_μ-связности и E_r-несвязности с соответствующими вероятностями $P(E_\mu)$ и $P(E_r)$. При этом

$$\begin{cases} E_\mu + E_r = 1 \\ P(E_\mu) + P(E_r) = 1 \end{cases}. \tag{8}$$

В общем случае вычисления (8) даже для простейших структур представляются достаточно сложными, обладающими *NP*-трудностью вычислений.

Для примера рассмотрим случайный граф простейшей мостиковой сети с полюсами *s* и *t* (рисунок).



Пусть $E = \{a, b, \tilde{n}, d, e\}$ – ее множества ребер, и пусть ребра есть с одинаковой вероятностью *p.* Пусть $q = 1 - p$, и $P_{s,t}$ – вероятность существования *s,t*-пути простым вычислением. Можно проверить, что:

$$P_{s,t} = 2p^2 + 2p^3 - 5p^4 + 2p^5 = 1 - 2q^2 - 2q^3 + 2q^4 - 2q^5.$$

Пусть множества ребер *s,t*-путей и *s,t*-разрезов соответственно:

$$\mu = \{\{a,b\}, \{d,e\}, \{a,\tilde{n},e\}, \{d,\tilde{n},b\}\},\ r = \{\{a,d\}, \{b,e\}, \{a,c,e\}, \{d,c,b\}\}. \tag{9}$$

Для упрощения расчетов пользуются оценочными приближенными методами, среди которых методы Эзари – Прошана, Полесского и др. Данные методы сводятся к рассмотрению неполных событий связности $\overline{E}_\mu < E$ и несвязности $\overline{E}_r < E$ такие, что $\overline{E}_\mu + \overline{E}_r < 1$. Вероятность данных событий $\overline{P}_\mu$ и $\overline{P}_r$ определяется соответственно нижними оценками. Очевидно, из $\overline{P}_\mu < P_\mu$ и $\overline{P}_r < P_r$ следует, что $1-\overline{P}_r > \overline{P}_\mu$ и $1-\overline{P}_r > P_\mu$, то разница $1-\overline{P}_r$ может служить верхней оценкой $\overline{P}_\mu$, характеризующей вероятность связности данной двухполюсной сети, для которой справедливо $\overline{P}_\mu > P_\mu$.

В этом случае верхняя граница для сети (рис. 1) имеет вид

$$P_\mu = 1-\left(1-p^2\right)^2\left(1-p^3\right)^2 = 2p^2+2p^3-p^4-4p^5-p^6+2p^7+2p^8-p^{10}, \quad (10)$$

а нижняя граница

$$P_r = \left(1-q^2\right)^2\left(1-q^3\right)^2 = 1-2q^2-2q^3+q^4+4q^5+q^6-2q^7-2q^8+q^{10}. \quad (11)$$

Значения P_μ и P_r, полученные при $P_{s,t}=0{,}5$ и $p=0{,}5$, соответственно имеют оценки: 0,484<0,5<0,549; 0,431<0,5<0,569.

Выводы

1. Методы оценки надежности телекоммуникационных сетей до этапа функционирования основываются на априорных данных, при этом на уровне элементов в качестве критерия используется вероятность безотказной работы, время наработки на отказ и др. На уровне сети надежность характеризуют вероятностью структурной связности.

2. Методы оценки надежности на этапе функционирования основываются на мониторинге качества предоставления услуг QoS [6].

3. В качестве основной математической модели структурной надежности используется матрица связности, элементами которой характеризуют как наличие, так и степень или вероятность связности.

4. В качестве показателя структурной связности сети используют вероятность связности. С учетом того, что точное вычисление значения вероятности связности с увеличением количества связей резко возрастает, увеличивается громоздкость вычислений. На практике пользуются приближенными оценками, к числу которых относятся оценки Эзари – Прошана или более точные: оценки Полесского.

5. Представлен пример приближенного расчета оценки структуры надежности простой мостиковой схемы, где рассматривается многочлен 10-й степени.

Список литературы: 1. *Райншке К., Ушаков И.А.* Оценка надежности систем с использованием графов. – М. : Радио и связь, 1988. – 348с. 2. *Эшби Р.* Введение в кибернетику. – М. : Изд-во иностр. лит., 1969. – 369 с. 3. *Popovsij V., Barkalov A., Titarenko L.* Control and Adaptation in Telecommunication System. Springer – Verlag, 2011. – 176 p. 4. *Полесский В.П.* Нижние оценки вероятности связности для некоторых классов случайных графов // Проблемы передачи информации. – 1993. – Т. 29, № 2. – С. 85 – 99. 5. *Кривулец В.Г., Полесский В.П.* Об одном методе аппроксимации надежности монотонных систем // Передача информации в компьютерных сетях. – 2002. – Т. 2, № 1. – С. 111 – 119. 6. *Поповский В.В., Волотка В.С.* Метод диагностирования качества функционирования телекоммуникационных систем // Телекоммуникации. – 2014. – № 1. – С. 2-5.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники
Поступила в редколлегию 15.08.2014