

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЫБОРОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО ФЛУКТУАЦИОННОГО АНАЛИЗА

Аврамова Е.В.

Научный руководитель: доц., к.т.н. Кириченко Л.О.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники  
(61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ПМ, тел. 8 (057) 702 14 36)

E-mail: aob019@gmail.com

Work is devoted to research statistic properties of method of multifractal detrended fluctuation analysis, especially in the case of slight size of time series. Also question how to discriminate between monofractals and multifractals was studied.

В настоящее время уже стало общеизвестно, что реализации многих наблюдаемых в природе и технике динамических процессов имеют фрактальную природу. Это позволяет применять методы фрактального анализа к исследованию временных рядов. Поскольку информация о поведении сложных систем обычно представлена в виде последовательностей измерения физических величин, упорядоченных по времени, т. е. временных рядов, возможность применения фрактального анализа является шагом вперед в исследовании множества различных вопросов. Мультифрактальные концепции широко используются при исследовании агрегатных свойств клеточных элементов крови в биологии, для характеристики основных этапов эволюции ансамбля дислокаций и усталостного разрушения материалов в физике металлов, при изучении распределений сбоев в компьютерных сетях и многих других областях науки и техники.

Самоподобие фрактальных объектов заключается в сохранении структуры объекта при изменении масштаба. Дадим некоторые базовые понятия, используемые в теории мультифракталов. Рассмотрим фрактальный объект, занимающий некую ограниченную область  $\mathcal{L}$  размера  $L$  в евклидовом пространстве с размерностью  $d$ . Пусть на каком-то этапе его построения он представляет собой множество из  $N \gg 1$  точек, как-то распределенных в этой области. Разобьем всю данную область  $\mathcal{L}$  на кубические ячейки со стороной  $\varepsilon \ll L$ . Далее нас будут интересовать только занятые ячейки, в которых содержится хотя бы одна точка. Пусть номер занятых ячеек  $i$  изменяется в пределах  $i=1,2,\dots,N(\varepsilon)$  – суммарное количество занятых ячеек, которое зависит от размера ячейки  $\varepsilon$ . Тогда в случае регулярного (однородного, моно) фрактала, согласно определения фрактальной размерности  $D$ , число занятых ячеек при достаточно малых  $\varepsilon$  ведет себя следующим образом:

$$N(\varepsilon) \approx \varepsilon_L^{-D} = L_\varepsilon^D.$$

где  $\varepsilon$  – размер ячейки в единицах  $L$ ,  $L_\varepsilon$  – размер фрактального объекта в

единицах  $\varepsilon$ .

В случае неоднородного фрактала (мультифрактала) одной из основных характеристик является спектр фрактальных размерностей  $f(\alpha)$ , т.е. набор вероятностей  $p_i$ , показывающих относительную заселенность ячеек  $\varepsilon$ , которыми покрывается исходное множество. Функция мультифрактального спектра  $f(\alpha)$  характеризует распределение вероятностей различных значений  $\alpha_i$ .

Одним из основных наиболее распространенных методов исследования мультифрактальных рядов является мультифрактальный детрендированный флуктуационный анализ (МФДФА) [1]. С помощью этого метода вычисляются значения таких численных характеристик фрактальных объектов, как обобщенный показатель Херста и, получаемый с его помощью, мультифрактальный спектр. Основываясь на данных характеристиках, могут быть сделаны какие-либо выводы относительно мультифрактальных свойств анализируемого процесса.

Существует множество исследований, в которых используется алгоритм МФДФА. Однако число исследований, в которых анализируется зависимость статистических свойств оценок мультифрактальных характеристик, полученных данным методом от длины исследуемого временного ряда очень мало. В большинстве работ, направленных на изучение статистических свойств данного метода (например, [2]), рассмотрены только модельные реализации больших длин – более десятка тысяч значений, и в этом случае выборочные характеристики достаточно близки к теоретическим. В то же время на практике далеко не всегда есть возможность оперировать такими объемами данными.

Целью данной работы является исследование возможностей метода мультифрактального флуктуационного анализа. Для сравнения численных значений характеристик обобщенного показателя Херста и мультифрактального спектра, полученных с помощью метода МФДФА, с теоретическими, было проведено тестирование на модельных реализациях монофрактальных и мультифрактальных процессов для временных реализаций разных длин.

1. Kantelhardt J.W. Multifractal detrended fluctuation analysis of non-stationary time series / J.W. Kantelhardt, S.A. Zschiegner, A. Bunde, S. Havlin, E. Koscielny-Bunde, H.E. Stanley // *Physica A*. – 2002. – № 316. – P. 87-114.

2. Олемской А.И. Мультифрактальный анализ временных рядов / А.И. Олемской, В.Н. Борисюк, И.А. Шуда // *Вісник СумДУ. Серія «Фізика, математика, механіка»*. – 2008. – №2. – С.70-81.