УДК 621.396

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, *О. Г. РУДЕНКО*, канд. техн. наук, *О. В. СЫТНИК*, канд. техн. наук

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ПОМЕХ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

При исследовании различных радиотехнических систем обработки сигналов в условиях отсутствия достаточно полной априорной информации о корреляционных свойствах помех все более широкое распространение получают адаптивные методы. Весьма перспективно применение данных методов при анализе устройств обработки сигналов в антенных решетках (АР). Такой подход позволяет не только оценивать вектор весовых коэффициентов решетки в условиях априорной неопределенности, но и формировать диаграмму направленности антенны с заданными свойствами.

Однако в связи с тем, что при сканировании луча антенны и действии различного рода помех накладываются жесткие требования к быстродействию алгоритмов обработки сигналов в АР, возникает задача выбора алгоритма оценки, с одной стороны, достаточно простого в вычислительном отношении, а с другой — обеспечивающего получение приемлемой оценки вектора весовых коэффициентов решетки.

Ряд задач радио- и гидролокации характеризуется относительно высоким соотношением сигнал-шум и отсутствием априорного описания входных сигналов. В этих условиях алгоритм вычисления оценки вектора весовых коэффициентов, предложенный в работе [1], не удовлетворяет критерию оптимальности одновременно по двум параметрам — величине дисперсии оценки вектора весовых коэффициентов и показателю скорости адаптации. Кроме того, эффективность алгоритма, рассмотренного ранее [1], резко падает при наличии корреляции между сигналами источников по-

мех. Основное достоинство данного алгоритма, обеспечившее широкое применение его при решении подобных задач,— вычислительная простота, обусловленная минимумом используемой информации. Этот алгоритм относится к одношаговым, т. е. использующим при построении очередной оценки информацию только об одном последнем шаге.

Поэтому целесообразно рассмотреть одношаговые алгоритмы, обладающие более высокой скоростью сходимости по отношению к известному алгоритму Уидроу [1].

Пусть прием ведется на эквидистантную АР, содержащую N изотропных элементов. В зоне обзора решетки действует M узкополосных источников сигналов $s_i(t)$. ЭДС в элементах решетки, наведенную полем источников, можно представить вектором размера N

$$\tilde{X}(t) = \sum_{i=1}^{M} s_i(t) S_i + \xi^X(t) = X(t) + \xi^X(t),$$

где $$S_i^T = (1,\ e^{-j\omega_i\tau_i},\ e^{-j\omega_i 2\tau_i},\ \ldots,\ e^{-j\omega_i(N-1)\tau_i}).$$

Выходной сигнал антенны в векторной форме имеет вид

$$\tilde{y}(t) = \bar{X}^T(t) W^* + \xi^y(t) = y(t) + \xi^y(t).$$

Здесь W^{*T} — вектор весовых коэффициентов решетки, $W^{*T} = (W_1^*, \ldots, W_M^*)$; „—“ — знак комплексного сопряжения; $\xi^X(t)$, $\xi^y(t)$ — помехи, относительно которых сделаем следующие предположения.

1. $\xi^X(t)$ — реализация N-мерного случайного процесса с нулевым средним и ковариационной матрицей вида $E\{\xi^X(t)\bar{\xi}^{XT}(t)\} = \sigma_1^2 I$, где $E\{\cdot\}$ — оператор усреднения, I — единичная матрица; $\xi^y(t)$ — реализация скалярного случайного процесса с нулевым средним $E\{\xi^y(t)\} = 0$ и дисперсией $E\{(\xi^y(t))^2\} = \sigma_2^2$.

2. $\xi^X(t)$, $\xi^y(t)$ некоррелированы с сигналами $X(t)$, $y(t)$.

Задача подавления помех заключается в определении вектора W, минимизирующего среднюю мощность выходного сигнала

$$E\{y^2(t)\} = \bar{W}^T R W. \tag{1}$$

Здесь R — пространственная корреляционная матрица поля, падающего на решетку, $R = E\{\tilde{X}(t)\bar{\tilde{X}}^T(t)\}$.

Представим R как $R = FP\bar{F}^T + \sigma_1^2 I$, где F — $(N \times M)$-матрица, столбцами которой являются векторы фазовых задержек сигналов, содержащие информацию об угле наклона фронта волны, падающей на решетку от соответствующего источника; P — матрица коэффициентов взаимной корреляции между сигналами источников, $P = E\{s_i(t) s_i^T(t)\}$. Если число источников в зоне обзора антен-

ны $M \leqslant N-1$, то согласно известной [2] теореме оптимальным весовым вектором решетки является собственный вектор V матрицы R, соответствующий наименьшему собственному числу, даже если сигналы источников коррелированны. При этом весовой вектор W, соответствующий V, может быть определен из рекуррентного соотношения, базирующегося на градиентном алгоритме Уидроу [1] при $\|W\|^2=1$, где $\|\cdot\|^2$ — евклидова норма вектора

$$W_n = W_{n-1} - \gamma X_n \overline{X}_n^T W_{n-1} = W_{n-1} - \gamma y_n X_n. \qquad (2)$$

Здесь γ — некоторый параметр.

Очевидно, что и скорость сходимости, и состоятельность этого алгоритма в значительной степени зависят от значения параметра γ. Рекомендации по выбору γ [1] не удобны для практической реализации, поскольку задают только пределы, в которых обеспечивается сходимость алгоритма, описанного в работе [1]. Вычисление этих пределов — трудоемкая задача, которую невозможно решить по одному измерению.

Поскольку число источников, их мощность и положение в пространстве изменяются с течением времени, выбор оптимального значения γ, обеспечивающего максимальную скорость сходимости алгоритма в реальном масштабе времени, не представляется возможным.

Более простым, с нашей точки зрения, является подход, основанный на минимизации функционала, отличного от (1).

Если в качестве минимизируемого функционала выбрать величину $(y_n - W^T X_n)^2$ (3), то градиентный алгоритм минимизации (3) будет иметь вид

$$W_n = W_{n-1} - \gamma_n (y_n - W_{n-1}^T X_n) X_n, \qquad (4)$$

где γ_n — некоторый параметр.

Очевидно, что свойства алгоритма (4), как и (2), в значительной степени определяются выбором параметра γ. Вычислительная простота и универсальность градиентного метода, реализованного в алгоритме (4), обеспечили ему широкое применение при минимизации (3) в условиях недостаточной априорной информации о полезных сигналах и действующих в системе помехах. Сходимость процедур типа (4) доказывается при довольно широких предположениях относительно параметра γ_n (требуется лишь сходимость и расходимость соответствующих рядов). При практической реализации подобных алгоритмов важнейшим показателем их работоспособности является скорость сходимости. Поэтому параметр γ_n должен выбираться не только из условий сходимости (4), но и из условий его наиболее быстрой сходимости.

В качестве критерия сходимости используем евклидову норму параметра рассогласования $\psi_n = \|\theta_n\|^2$ (5), где $\theta_n = W_n - W^*$; $\|\theta_n\|^2 = \sum_{j=1}^{N} \theta_{nj}^2$. Далее вычитаем оптимальное значение вектора

весовых коэффициентов W^* из обеих частей соотношения (4). Полученное выражение умножим слева на θ_n^T, подставим его в (5) и, дифференцируя (5) по γ, получим линейное относительно γ алгебраическое уравнение, решение которого имеет вид $\gamma_n^{\text{opt}} = 1/\|X_n\|^2$ (6). Подставляя (6) в соотношение (4), получаем алгоритм Качмажа [3]

$$W_n = W_{n-1} + \frac{y_n - W_{n-1}^T X_n}{\|X_n\|^2} X_n. \tag{7}$$

Этот алгоритм, как и алгоритм (2), относится к наиболее простым, требует при своей реализации минимальных вычислительных затрат и среди подобных алгоритмов наиболее быстродействующий. Важной особенностью данного алгоритма является изменение параметра γ_n в соответствии с текущими измерениями, что постоянно обеспечивает максимальную скорость адаптации даже при движущихся источниках.

Записав (7) относительно θ_n, имеем

$$\theta_n = (I - X_n X_n^T/\|X_n\|^2)\theta_{n-1}.$$

Стоящая в круглых скобках матрица является проектирующей, т. е. (7) является одношаговым проекционным алгоритмом. Легко показать, что этот алгоритм сходится за N шагов. Однако все это справедливо при отсутствии помех $\xi_n^x(t)$, $\xi_n^y(t)$. Наличие помех изменяет свойства алгоритма (7). Действие помех приводит к тому, что настройка вектора W осуществляется не по проекционному алгоритму (7), а по алгоритму

$$W_n = W_{n-1} + \frac{\tilde{y}_n - W_{n-1}^T \tilde{X}_n}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n, \tag{8}$$

т. е.

$$\theta_n = (I - \tilde{X}_n \tilde{X}_n^T/\|\tilde{X}_n\|^2)\theta_{n-1} + \frac{W^{*T}\xi_n^X - \xi_n^y}{\|\tilde{X}_n\|^2}\tilde{X}_n. \tag{9}$$

Введя обозначение $E\{\tilde{X}\tilde{X}^T/\|\tilde{X}_n\|^2\} = N^{-1}R$, после усреднения и итерирования (9) с учетом предположений 1, 2, получаем

$$E\{\theta_n\} = (I - N^{-1}R)^n \theta_0 - \sum_{i=1}^{n} (I - N^{-1}R)^{n-i} E\left\{\frac{W^{*T}\xi_i^X}{\|\tilde{X}_i\|^2}\tilde{X}_i\right\}, \tag{10}$$

где θ_0 — начальное рассогласование.

При выполнении условия $\|I - N^{-1}R\| < 1$ итеративная процедура (10) сходится и для $n \to \infty$. Используя приближенную формулу $E\{f(X)\} \approx f(E\{X\})$, можно записать $\lim\limits_{n\to\infty} E\{\theta_n\} \approx$

$$\approx -NR^{-1}\frac{\sigma_1^2}{\sigma_X^2 + \sigma_1^2} W^*.$$

Следовательно,

$$\lim_{n\to\infty} E\{W_n\} = \left(I - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_X^2 + \sigma_1^2} R^{-1}\right) W^*, \tag{11}$$

где σ_X^2 — средняя мощность процесса X.

Из соотношения (11) видно, что наличие помехи ξ_n^X приводит к смещению оценки W_n, причем величина смещения зависит от соотношения шум-сигнал.

При отсутствии помех для проекционного алгоритма (7) легко получить

$$E\{\|\theta_n\|^2\} = E\left\{\theta_{n-1}^T\left(I - \frac{X_n X_n^T}{\|\tilde{X}_n\|^2}\right)\theta_{n-1}\right\}.$$

Тогда с ростом n

$$\lim_{n\to\infty} E\{\|\theta_n\|^2\} = 0, \quad \text{т. е.}$$

при отсутствии помех, оценка, находимая с помощью (7), является несмещенной и с минимальной дисперсией, равной нулю. Для определения математического ожидания $E\{\|\theta_n\|^2\}$ оценки вектора W_n, реализованной по алгоритму (8), умножим обе части (9) слева на θ_n^T. После усреднения и итерирования полученного выражения имеем

$$\lim_{n\to\infty} E\{\|\theta_n\|^2\} = E\{G'\} + E\{G''\}, \tag{12}$$

где

$$E\{G'\} = E\left\{\sum_{l=1}^{n} \frac{\theta_{l-1}^T \xi_l^X \xi_l^{XT} W^*}{\|\tilde{X}_l\|^4} \tilde{X}_l^T (I - N^{-1}R)^{n-l} \tilde{X}_l\right\};$$

$$E\{G''\} = E\left\{\frac{(\xi^Y)^2}{\|\tilde{X}_n\|^4} \sum_{l=1}^{n} \tilde{X}_l^T (I - N^{-1}R)^{n-l} \tilde{X}_l\right\}.$$

Таким образом, значение величины $E\{\|\theta_n\|^2\}$ определяется статистическими свойствами полезных сигналов и помех. Уменьшить $E\{\|\theta_n\|^2\}$ можно, модифицируя алгоритм (8) следующим образом:

$$W_n = W_{n-1} + p\,\frac{y_n - W_{n-1}^T \tilde{X}_n}{\|\tilde{X}_n\|^2}\,\tilde{X}_n, \tag{13}$$

где p — некоторый параметр.

Сходимость (13) наблюдается при $0<p<2$. После несложных преобразований получим для выражения (13)

$$\lim_{n\to\infty} E\{\|\theta_n\|^2\} = E\{G'\} + \frac{p}{2-p} E\{G''\}. \tag{14}$$

Из (14) следует, что введение параметра p, не уменьшая составляющую $E\{G'\}$, обусловленную помехой ξ_n^X, позволяет уменьшить $E\{G''\}$, вызванную шумами ξ_n^y. Для этого необходимо взять $p \to 0$, например вида $p = p_0 n^{-\alpha}$, где $0{,}5 < \alpha \leqslant 1$.

Необходимо отметить, что уменьшить влияние помехи можно с использованием еще одной модификации (8):

$$W_n = W_{n-1} \frac{q\tilde{y}_n - W_{n-1}^T X_n}{\|\tilde{X}_n\|^2} \tilde{X}_n. \tag{15}$$

Здесь q — некоторый параметр, $q<1$.

Однако такая модификация, позволяющая получить меньшее значение $E\{\|\theta_n\|^2\}$, вносит дополнительное смещение в $E\{\theta_n\}$.

Таким образом, устранить смещение, вызываемое наличием ξ_n^X, не удается. Для компенсации влияния этой помехи необходимо полученную на n-й итерации оценку W_n скорректировать умножением на величину $(\sigma_X^2 + \sigma_1^2)/\sigma_X^2$.

Анализ полученных формул свидетельствует о том, что наличие помех не позволяет найти W^*, а алгоритм сходится в область, определяемую статистическими свойствами помех. Поэтому целесообразно найти такие значения параметра p, которые бы обеспечили наиболее быструю сходимость оценки вектора W_n в эту область.

Если в качестве критерия скорости сходимости использовать величину

$$\psi_n' = E\{\|\theta_n\|^2\} \to \min_p,$$

то параметр p будет переменным и приобретет следующий вид:

$$p_n^{\text{opt}} = (M_1/M_2) \leqslant 1 \quad (16),$$

где

$$M_1 = E\left\{\frac{(\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n) - (W^{*T}\xi_n^X)}{\|\tilde{X}_n\|^2} (\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n)\right\};$$

$$M_2 = E\left\{\frac{(\theta_{n-1}^T \tilde{X}_n)^2 + (W^{*T}\xi_n^X)^2 + (\xi_n^y)^2}{\|\tilde{X}_n\|^2}\right\}.$$

Следует отметить, что на практике воспользоваться значением p_n^{opt} вида (16) зачастую не представляется возможным, так как характеристики помех неизвестны. Однако при практическом использовании алгоритма (15) следует учесть, что $p_n^{\text{opt}} < 1$, если помехи присутствуют, и $p_n^{\text{opt}} = 1$, если их нет (последнее следует из соотношения (16)). Другой возможностью использова-

ния (16) является получение оценок характеристик помех в ходе эксперимента и подстановка этих оценок в соотношение (16).

Экспериментальное исследование алгоритма (15) было проведено на ЭВМ. Параллельно для сравнения моделировался алгоритм Уидроу [1]. В качестве приемной антенны использовалась восьмиэлементная эквидистантная антенная решетка. Источники сигналов представлялись двумя узкополосными случайными процессами с нулевым средним и дисперсиями 10 и 20, приходящих с направлений —15° и 50° относительно направления главного максимума антенны. Тепловой шум в решетке моделировался в виде дискретных отсчетов стационарного случайного процесса с нулевым матожиданием. Исследование работоспособности алгоритма было проведено при различных соотношениях сигнал-шум. Дисперсия шума в эксперименте составляла 0,01; 0,1 и 10, что соответственно соотношениям сигнал-шум — 33, 23, 13 и 3 дБ.

В качестве оценки скорости сходимости алгоритмов принималось необходимое число итераций для формирования глубины провалов — 30 дБ в диаграмме направленности антенны. Оптимальные значения констант сходимости алгоритмов (15) и Уидроу [1], подобранные экспериментально, составляли 0,75; 0,0005. При этом скорость сходимости (15) для соотношения сигнал-шум, большего 20 дБ, составляла 50—60 итераций. При соотношении сигнал-шум, меньшем 10 дБ, скорость сходимости обоих алгоритмов была одинакова и составляла 170 и 300 итераций для соотношений сигнал-шум 10 и 3 дБ соответственно. Для соотношений сигнал-шум 13 дБ и 3 дБ оценки углового положения источников, полученные при помощи алгоритма (15), имели смещение 6° и 10°, в то время как алгоритм Уидроу [1] обеспечивал смещение 3° и 8°. Введенные в (15) константы сходимости вида $p_n^{opt}\ n^{-1}$ уменьшили смещенность этих оценок до 2° и 7°.

Таким образом, применение алгоритма (15) в АР для формирования диаграммы направленности с заданными свойствами позволяет получить выигрыш в быстродействии в сравнении с алгоритмом Уидроу примерно в 1,5—2 раза при отношениях сигнал-шум больше 20 дБ практически без увеличения аппаратурных затрат. Это достигается путем адаптивной корректировки константы сходимости γ_n для каждого измерения. Введение коэффициента $p_n^{opt}\ n^{-1}$ значительно улучшает характеристики алгоритма, так как при этом сочетаются свойства градиентного алгоритма и алгоритмов стохастической аппроксимации.

Список литературы: 1. *Уидроу, Мантей, Гриффитс, Гуд.* Адаптивные антенные системы//Тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. — 1967.— **55**, № 12.— С. 78—95. 2. *Cantoni A., Godara L. C.* Resolving the Directions of Sources in a Correlated Field Incident on an Array//IEEE T. Acoust. Soc. Amer.— 1980.— **67**, N 4. — P. 1247—1255. 3. *Поляк Б. Т.* Введение в оптимизацию.—М.: Наука, 1983. — 383 с.

Поступила в редколлегию 15.03.85