УДК 621.385.6

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ИЗОЛИРОВАННОМ И ПАРЕ СВЯЗАННЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ

Н.П. Стогний, Н.К. Сахненко
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, Харьков, 61166, Украина
Поступила в редакцию 2011 г.

В работе теоретически исследованы плазмонные резонансы в изолированном плазменном цилиндре и паре близко расположенных (связанных) плазменных цилиндров. Установлено, что плазмонные моды связанных цилиндров являются гибридными, т.е. представляют собой симметричные и несимметричные комбинации плазмонов изолированного цилиндра. Изучены спектральные характеристики различных типов плазмонных резонансов. Выявлено значительное усиление поля в случае удаленно расположенных друг от друга (на расстоянии 10-20 радиусов) пары связанных плазменных цилиндров по сравнению с изолированным цилиндром. Также в работе оценена погрешность в вычислениях собственной частоты плазмонов. Приведены графики, иллюстрирующие поперечное сечения рассеивания плоской волны изолированного плазменного цилиндра и пары связанных цилиндров, а также действительную часть собственной частоты плазмонов различных мод. Рассмотрены пространственные характеристики плазмонных колебаний различных типов.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плазма, поверхностные плазмоны (плазмонные резонансы), поперечное сечение рассеивания, собственные значения.

В роботі теоретично досліджені плазмонні резонанси в ізольованому плазмовому циліндрі та парі близько розташованих (зв’язаних) плазмових циліндрів. Встановлено, що плазмонні моди зв’язаних циліндрів є гібридними, тобто являють собою симетричні і несиметричні комбінації плазмонів ізольованого циліндра. Вивчено спектральні характеристики різних типів плазмонних резонансів. Виявлене значне посилення поля у випадку далеко розміщених один від одного (на відстані 10-20 радіусів) пари зв’язаних плазмових циліндрів порівняно із ізольованим циліндром. Також в роботі оцінена похибка в обчисленнях власної частоти плазмонів. Наведені графіки, що показують поперечний переріз розсіювання плоскої хвилі ізольованого плазмового циліндра та пари зв’язаних циліндрів, а також дійсну частину власної частоти плазмонів різних мод. Розглянуто просторові характеристики поверхневих плазмонів різних типів.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: плазма, поверхневі плазмони (плазмонні резонанси), поперечний переріз розсіювання, власні значення.

Plasmon resonances of an isolated plasma cylinder and if a pair of coupled plasma cylinders are theoretically investigated. Mechanism of the plasmonic modes coupling that can be considered as symmetric and antisymmetric combinations of isolated cylinders plasmons is investigated. Accurate analysis of the spectrum of different plasmon resonances is presented. Significant enhancement of the field in the case of distant cylinders in comparison to isolated one is revealed (separation distance is near 10-20 radii). The calculation accuracy is estimated. Figures show the scattering cross section of plane wave on the isolated plasma cylinder and on the pair of coupled cylinders and the real part of the eigenfrequency of the plasmon modes. Near field spatial characteristics of plasmons are presented.
KEYWORDS: plasma, surface plasmons (plasmon resonances), scattering cross section, eigenvalues.

Поверхностные плазмоны являются предметом значительного интереса в последние годы, что связано, прежде всего, с возможностью значительного усиления поля для субволновых структур [1-3]. Широко обсуждаются возможности применения плазмонов для создания оптических суперлинз [4], для повышения чувствительности биосенсоров [5], создания эффективных оптических наноантенн [6], субволновых резонаторов [7] и плазмонных волноводов [8]. Прогрессу плазмоники способствовало появление новых методов создания наноразмерных структур. Исследовалось возбуждение плазмонных резонансов в наночастицах различной формы: нанопроводах [9 - 10], наносферах [11], вытянутых и сплюснутых сфероидах [8].

Несмотря на огромное количество публикаций и множество методов предложенных для анализа плазмонных резонансов в нанопроводах [8, 12-13], в литературе строгий анализ собственных значений и классификация плазмонов, насколько нам известно, до сих пор отсутствуют. Цель данной работы – показать, что плазмоны связанных нанопроводов представляют собой симметричные и несимметричные комбинации плазмонов одиночных проводов, а также исследовать основные типы плазмонных резонансов и изучить их спектральные характеристики.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуются плазмонные резонансы в изолированном плазменном цилиндре бесконечной протяженности и в паре аналогичных связанных цилиндров. Радиус каждого цилиндра a, расстояние между ними d, окружающее пространство – вакуум, зависимость от времени $e^{i\omega t}$. Геометрия задачи представлена на Рис. 1. Диэлектрическая проницаемость плазмы ε_p описывается моделью Друде:

$$\varepsilon_p = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} . \qquad (1)$$

Здесь ω_p - плазменная частота, величина γ соответствует затуханию.

Исследуемые поля удовлетворяют уравнениям Максвелла:

$$rot\vec{E} = -i\omega\mu_0\vec{H} , \qquad (2)$$

$$rot\vec{H} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon\vec{E} . \qquad (3)$$

Здесь $\vec{E}$ и $\vec{H}$ - векторы напряженности электрического и магнитного полей, ε_0 и μ_0 - электрическая и магнитная постоянные, ω_p - плазменная частота, $\varepsilon = \varepsilon_p$ для внутренних точек, $\varepsilon = 1$ - снаружи. Возбуждение плазмонных резонансов (поверхностных плазмонов) возможно, когда $\varepsilon_p < 0$ или, что эквивалентно, $\omega_p > \omega$.

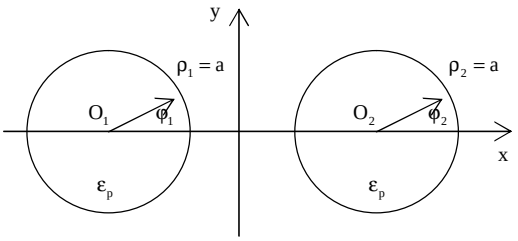


Рис. 1. Геометрия задачи

Для описания полей вводим цилиндрическую систему координат, связанную с каждым цилиндром. Предполагается, что цилиндры ориентированы вдоль оси Oz. Рассматриваются перпендикулярно поляризованные поля (H -поля), для которых отличны от нуля следующие компоненты: H_z, E_φ, E_ρ.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Уравнения Максвелла (2) – (3) приводят к уравнению Гельмгольца для z-компоненты магнитного поля, которую далее будем обозначать H:

$$\Delta H + k^2 H = 0, \ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \ . \qquad (4)$$

Здесь $k = \omega/c$ - волновое число для вакуума, c - скорость света в вакууме; для внутренних точек нужно брать $k_p = n_p\,\omega/c$ - волновое число для плазмы, $n_p = \sqrt{\varepsilon_p(\omega)}$.

1. Изолированный плазменный цилиндр

Сначала исследуем плазмоны, возбуждаемые при освещении плазменного цилиндра плоской волной $H = e^{-ikx}$ (это z-компонента падающего поля, нормирующий множитель опущен). Удобно записать разложение плоской волны в виде ряда по функциям Бесселя следующим образом:

$$e^{-ikx} = e^{-i\rho\cos\varphi} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} (-i)^s J_s(k\rho) e^{is\varphi} . \qquad (5)$$

Рассеянное и прошедшее поле при падении плоской волны на одиночный цилиндр может быть представлено в следующем виде:

$$H(\rho,\varphi) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} A_s J_s(k_p\rho) e^{is\varphi}, \ \text{если} \ (\rho < a) \qquad (6)$$

$$H(\rho,\varphi) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} B_s H_s^{(2)}(k\rho) e^{is\varphi}, \ \text{если} \ (\rho > a) \qquad (7)$$

Неизвестные коэффициенты разложений находим из граничных условий непрерывности тангенциальных компонент поля на цилиндрической границе, которые для данной поляризации имеют вид:

$$H(\rho = a+0) = H(\rho = a-0)\,, \tag{8}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \rho}(\rho = a+0) = \varepsilon_p \cdot \frac{\partial H}{\partial \rho}(\rho = a-0)\,. \tag{9}$$

Применяя граничные условия и используя представление (5) для плоской волны, получаем:

$$A_s J_s(k_p a) - B_s H_s^{(2)}(ka) = (-i)^s J_s(ka) e^{-is\alpha}\,, \tag{10}$$

$$n_p A_s J_s'(k_p a) - B_s H_s^{(2)\prime}(ka) = (-i)^s J_s'(ka) e^{-is\alpha}\,. \tag{11}$$

Здесь штрих обозначает производную по всему аргументу. Из уравнений (10)-(11) находим неизвестные коэффициенты:

$$A_s = \frac{\varepsilon_p (J_s'(ka) H_s^{(2)}(ka) - J_s(ka) H_s^{(2)\prime}(ka))}{k_p J_s'(k_p a) H_s^{(2)}(ka) - \varepsilon_p k J_s(k_p a) H_s^{(2)\prime}(ka)} k(-i)^s e^{-is\alpha}\,, \tag{12}$$

$$B_s = \frac{\varepsilon_p k J_s'(ka) J_s(k_p a) - k_p J_s(ka) J_s'(k_p a)}{k_p J_s'(k_p a) H_s^{(2)}(ka) - \varepsilon_p k J_s(k_p a) H_s^{(2)\prime}(ka)} (-i)^s e^{-is\alpha}\,. \tag{13}$$

Выражение для моды плазменного цилиндра (поле в отсутствии падающей волны) может быть записано в виде:

$$H = \begin{cases} A J_s(k_p \rho)\cos s\varphi & \rho < a; \\ B H_s^{(2)}(k\rho)\cos s\varphi & \rho > a. \end{cases} \tag{14}$$

Из граничных условий (8-9) следует:

$$A = \frac{H_s^{(2)}(ka)}{J_s(k_p a)} B\,, \tag{15}$$

$$H_s^{(2)}(ka) J_s'(k_p a) - n_p H_s^{(2)\prime}(ka) J_s(k_p a) = 0\,. \tag{16}$$

Уравнение (16) определяет собственные частоты плазменного цилиндра. Нули этого уравнения совпадают с нулями знаменателей (12) и (13). Следует подчеркнуть, что уравнение (16) не имеет решений при $s = 0$, однако, оно имеет решения при $s = 1, 2, 3...$, что определяет возможность существования различных типов плазмонов.

2. Пара связанных плазменных цилиндров

В случае падения плоской волны на пару расположенных рядом плазменных цилиндров, используем такие представления для прошедшего и отраженного полей:

$$H(\rho_1, \varphi_1) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} A_s J_s(k_p \rho_1) e^{is\varphi_1},\ \text{если}\ (\rho_1 < a)\,; \tag{17}$$

$$H(\rho_2, \varphi_2) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} B_s J_s(k_p \rho_2) e^{is\varphi_2},\ \text{если}\ (\rho_2 < a)\,; \tag{18}$$

$$H(\rho, \varphi) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{A}_s H_s^{(2)}(k\rho_1) e^{is\varphi_1} + \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \bar{B}_s H_s^{(2)}(k\rho_2) e^{is\varphi_2},\ \text{если}\ (\rho_1 > a_1) \wedge (\rho_2 > a_2)\,. \tag{19}$$

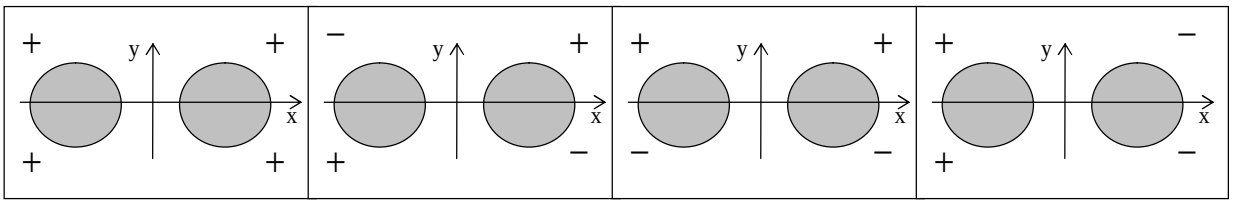
Падающее поле в данном случае – плоская волна $H = e^{-ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha)}$, где α - угол между направлением распространения плоской волны и положительным направлением оси Ox. Разложение в ряд также записывается с помощью формулы (5). Неизвестные коэффициенты находим из граничных условий (8-9) на каждой цилиндрической границе. Применяя теорему сложения для функций Бесселя, приходим к бесконечной системе линейных уравнений, которая после преобразований может быть записана в виде:

$$\begin{cases} x_m + J_m(ka) \sum_{s=-\infty}^{\infty} y_s \dfrac{V_s H_{m-s}^{(2)}(k(d+2a))}{F_s J_s(ka)} = Rs_m^{(1)} \\ y_m + J_m(ka) \sum_{s=-\infty}^{\infty} x_s \dfrac{V_s H_{s-m}^{(2)}(k(d+2a))}{F_s J_s(ka)} = Rs_m^{(2)} \end{cases}; \tag{20}$$

$$x_m = A_m F_m J_m(ka),\ \ y_m = B_m F_m J_m(ka),$$
$$Rs_m^{(1)} = \frac{2}{\pi}\frac{i}{ka} i^{-m} J_m(ka) e^{-im\alpha} e^{-ik(a+d/2)\cos\alpha},\ \ Rs_m^{(2)} = \frac{2}{\pi}\frac{i}{ka} i^{-m} J_m(ka) e^{-im\alpha} e^{ik(a+d/2)\cos\alpha}, \tag{21}$$
$$F_m = H_m^{(2)\prime}(ka) J_m(k_p a) - n_p H_m^{(2)}(ka) J_m'(k_p a),$$
$$V_m = J_m(k_p a) J_m'(ka) - n_p J_m'(k_p a) J_m(ka).$$

Матрица этой системы является матрицей Фредгольма второго рода. Это означает, что, с ростом порядка усечения матрицы, приближенное решение стремится к точному. Таким образом, неизвестные коэффициенты могут быть определены с контролируемой точностью.

Собственные колебания также находятся в предположении нулевого возбуждающего поля. Данная структура имеет две оси симметрии. Это ведет к тому, что система уравнений (20) при $Rs_m^{(1)} = Rs_m^{(2)} = 0$ распадается на четыре системы, каждая из которых учитывает симметрию или антисимметрию определенного вида. Обозначим такие классы симметрии возбуждаемых плазмонов как ЕЕ (четный относительно осей x и y), ОЕ (нечетный относительно оси x и четный относительно оси y), ЕО (четный относительно x, нечетный относительно y), ОО (нечетный относительно двух осей). На Рис. 2 приведена схема классификации симметрий полей и указаны направления осей. Подобные классы симметрии существуют также в системах связанных микрорезонаторов [14].



(а) (б) (в) (г)

Рис. 2. Четыре класса симметрии поля: (а) ЕЕ (x - четный, y - четный), (б) ОО (x - нечетный, y - нечетный), (в) ОЕ (x - нечетный, y - четный), (г) ЕО (x - четный, y - нечетный).

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Плазмонные резонансы изолированного цилиндра

На Рис. 3 (а) показана зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны от нормированной частоты (ka) для различных значений $w_p = \omega_p a c^{-1}$. Величину w_p в дальнейшем будем называть нормированной плазменной частотой. Видно, что с уменьшением w_p наблюдается смещение плазмонного резонанса в область более низких частот.

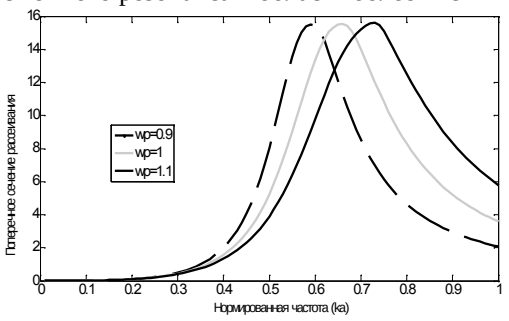


Рис. 3 (а). Зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны изолированного плазменного цилиндра от нормированной частоты (ka) для различных значений нормированной плазменной частоты.

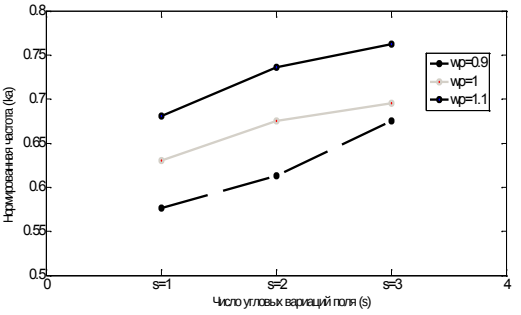
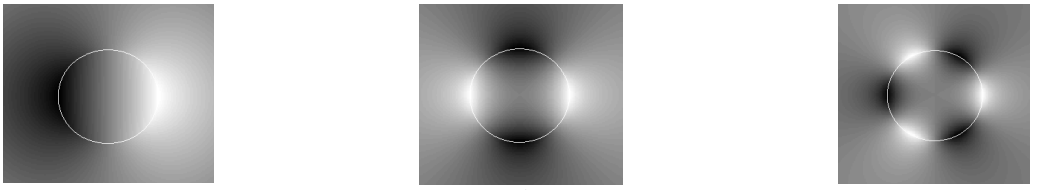


Рис. 3 (б). Зависимость собственной частоты плазмона от числа угловых вариаций поля для разных значений нормированной плазменной частоты w_p .

На Рис. 3 (б) показано значение действительной части собственной частоты плазмонов, то есть решение уравнения (16) в зависимости от числа (s) угловых вариаций поля, для тех же значений нормированной плазменной частоты, что и на Рис. 3 (а). Видно, что при одном и том же значении w_p плазмоные резонансы сильно локализованы. Сравнивая Рис. 3 (а) и Рис. 3 (б) заключаем, при освещении плазменного цилиндра плоской волной могут быть возбуждены различные типы плазмонов. Очевидно,

что основная часть энергии приходится на основной плазмон ($s=1$), но при этом возбуждение высших плазмонов также возможно. На Рис. 4 представлены пространственные распределения плазмонов в ближней зоне для $s=1,\ 2,\ 3$.



(а) (б) (в)

Рис. 4. Распределение поля в ближней зоне поверхностных плазмонов для разного числа угловых вариаций: (а) $s=1$, (б) $s=2$, (в) $s=3$.

2. Гибридизация плазмонных резонансов пары связанных цилиндров

На Рис. 5 (а) и 5 (в) изображены вещественные части собственных частот ЕЕ и ОЕ плазмонов ($s=1$), соответственно, для пары цилиндров. Рис. 5 (б) и 5 (г) иллюстрируют зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны от нормированной частоты (ka) для расстояния $d/a=2$. Направление освещения структуры показано на вставках к рисункам. Сравнивая указанные графики, приходим к выводу, что при нормальном падении плоской волны возбуждается основной ЕЕ ($s=1$) плазмон (Рис. 5 (а) и 5 (б)), когда направление падения параллельно главной оси – ОЕ ($s=1$) плазмон (Рис. 5(в) и 5 (г)).

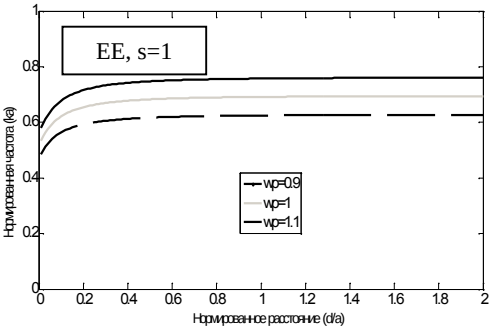


Рис. 5 (а). Зависимость нормированной частоты от нормированного расстояния между связанными плазменными цилиндрами для ЕЕ плазмонов ($s=1$) для различных значений нормированной плазменной частоты.

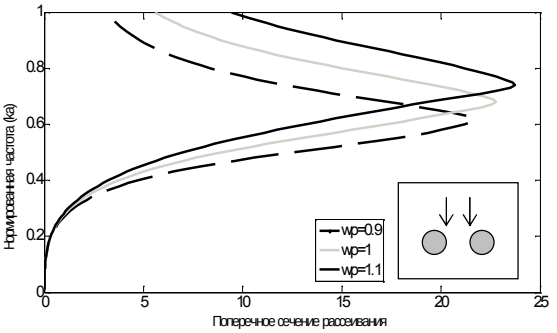


Рис. 5 (б). Зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны пары связанных плазменных цилиндров от нормированной частоты для различных значений нормированной плазменной частоты. Освещение вдоль перпендикуляра к главной оси. Нормированное расстояние $d/a=2$.

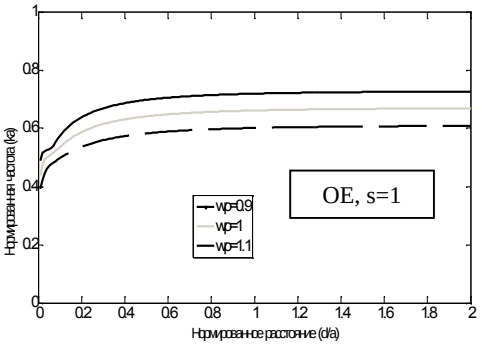


Рис. 5 (в). Зависимость нормированной частоты от нормированного расстояния между связанными плазменными цилиндрами для ОЕ плазмонов ($s=1$) для различных значений нормированной плазменной частоты.

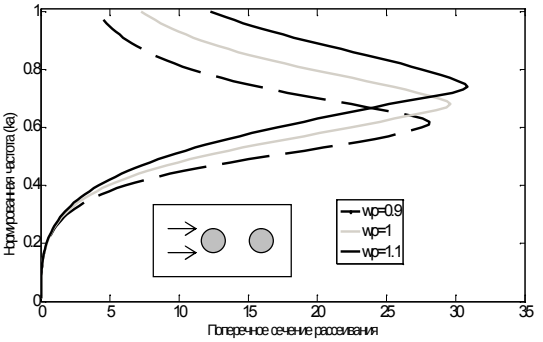


Рис. 5 (г). Зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны пары связанных плазменных цилиндров от нормированной частоты для различных значений нормированной плазменной частоты. Освещение вдоль главной оси. Нормированное расстояние $d/a=2$.

На Рис. 6 и Рис. 7 показаны действительные значения собственных частот ЕЕ, ЕО, ОЕ, ОО плазмонов для $s=1$ и $s=2$, а также соответствующих плазмонов одиночного цилиндра. Очевидно, что

плазмонные резонансы для всех четырех классов симметрии удаленных цилиндров почти одинаковы и с увеличением расстояния частоты стремятся к частоте соответствующего плазмона одиночного цилиндра. С уменьшением расстояния между цилиндрами сдвиг частоты связанных плазмонов резко увеличивается. Сравнивая графики, также можно сказать, что собственные частоты плазмонов увеличиваются с ростом числа угловых вариаций.

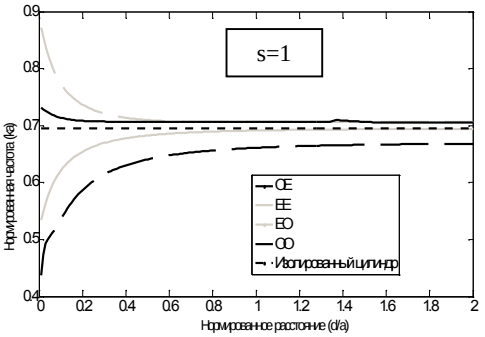


Рис. 6. Зависимость нормированной частоты от нормированного расстояния между парой связанных плазменных цилиндров для EE, EO, OE, OO плазмонов ($s=1$, $w_p=1$).

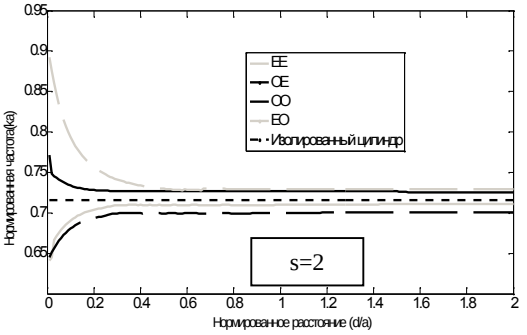
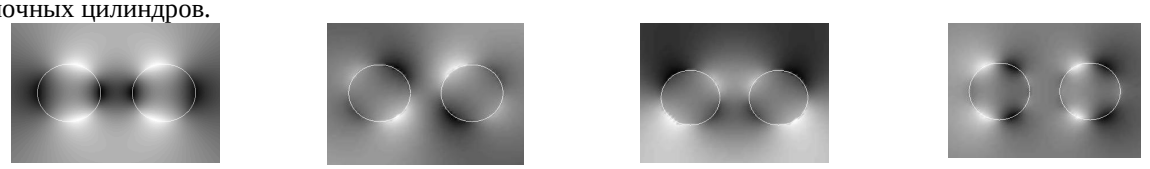


Рис. 7. Зависимость нормированной частоты от нормированного расстояния между парой связанных плазменных цилиндров для EE, EO, OE, OO плазмонов ($s=2$, $w_p=1$).

На Рис. 8 представлено распределение полей в ближней зоне EE, EO, OE, OO плазмонов ($s=2$). Из всего вышеизложенного можно сделать вывод, что плазмоны связанных цилиндров являются гибридными, то есть представляют собой симметричные и несимметричные комбинации плазмонов одиночных цилиндров.



(а) (б) (в) (г)

Рис. 8. Распределение поля в ближней зоне поверхностных плазмонов пары связанных плазменных цилиндров для $s=2$ для различных симметрий: (а) EE, (б) OO, (в) OE, (г) EO.

На Рис. 9 показан спектральный отклик пары цилиндров при различных расстояниях между ними. Направление освещения структуры показано на вставке. Видно, что при малых расстояниях в спектре видны два плазмонных резонанса, которые с увеличением расстояния сливаются в один. Частота этого резонанса соответствует плазмонному резонансу изолированного цилиндра (Рис. 3 (а)). Из сравнения Рис. 9 и 3(а) также следует значительное усиление поля в случае двух цилиндров, расположенных удаленно друг от друга (на расстоянии 10-20 радиусов), по сравнению с одним изолированным.

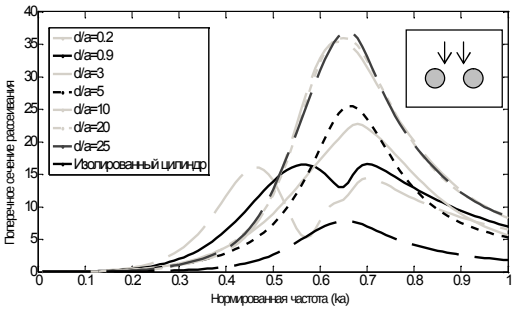


Рис. 9. Зависимость поперечного сечения рассеивания плоской волны одиночного и пары связанных плазменных цилиндров от нормированной частоты для различных значений нормированного расстояния ($w_p=1$).

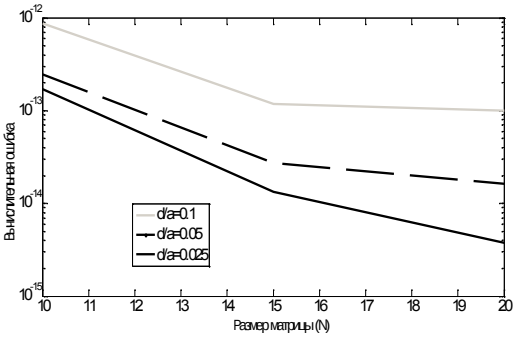


Рис. 10. Зависимость погрешности в вычислении собственной частоты EE плазмонов ($s=1$) от порядка усечения матрицы ($w_p=1$).

Рис. 10 иллюстрирует оценку погрешности в вычислении собственной частоты ЕЕ плазмонов (s =1) в зависимости от порядка усечения матрицы (20). Очевидно, что с уменьшением расстояния между цилиндрами, необходимо увеличивать порядок усечения.

ВЫВОДЫ

В данной работе проанализированы плазмонные резонансы изолированного и двух связанных плазменных цилиндров. Установлено, что плазмоны связанных цилиндров являются гибридными, то есть представляют собой симметричные и несимметричные комбинации плазмонов одиночных цилиндров. Исследованы основные типы плазмонных резонансов такой структуры, изучены их спектральные характеристики и поля в ближней зоне. Обнаружено значительное усиление поля в случае связанных цилиндров, расположенных удаленно друг от друга (на расстоянии 10-20 радиусов), по сравнению с одиночным цилиндром.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Barnes W., Dereux A., Ebbsen T. Surface plasmon subwavelength optics // Nature, - 2003. – V. 424. – P.824-830.
2. Stogniy N., Sakhnenko N., Nerukh A. Plasmon Resonances in Linear Array of Coupled Silver Nanowires // Proc. Int. Conf. Transparent Optical Networks (ICTON-11), Stockholm. – 2011. – We.P. 8.
3. Stogniy N., Sakhnenko N. Theoretical Study of Plasmon Resonances in Linear Chain of Silver Nanowires // Proc. Int. Conf. Laser and Optical Networks Modeling (LFNM-11), Kharkiv. – 2011. – 043.
4. Fang N., Lee H., Sun C., Zhang X. Sub – Diffraction – Limited Optical Imaging with a Silver Superlens // Science. – 2005. – V. 308. – P.534 – 537.
5. Kim K., Yoon S.J., Kim D. Nanowire-based enhancement of localized surface plasmon resonance for highly sensitive detection: a theoretical study // Optics Express. – 2006. - V. 14, №25. - P. 12419-12431.
6. Muhlschlegel P., Eisler H., Martin O., Hecht B., Pohl D. Resonant optical antennas // Science. – 2005. – V. 308. – P. 1607 - 1609.
7. Li J., Engheta N. Ultracompact sub-wavelength plasmonic cavity resonator on a nanowire // Phys. Rev. B. – 2006. – V. 74. – P. 115125
8. Zhao Y., Hao Y. Finite-difference time-domain study of guided modes in nano-plasmonic waveguides // IEEE Trans. Antennas Propag. – 2007. – V. 55. – P. 3070 - 3077.
9. Kottmann J., Martin O. Plasmon resonant coupling in metallic nanowires // Optics Express. – 2001. – V. 8, No. 12. – P. 655 – 663.
10. Ji X., Cai W., Zhang P. High order DGTD simulation of plasmon resonant coupling of silver nanowires // IEEE Trans. on Antennas and Propagation– 2005. – V. 21. – P. 1-19.
11. Nordlander P. and Oubre C. Plasmon Hybridization in Nanoparticle Dimers // Nano Lett. – 2004. - V. 8, No. 5. – P. 899-903.
12. Ewe W., Chu H., Li E. Volume integral equation analysis of surface plasmon resonance of nanoparticles // Optics Express. – V. 15, No. 26. – P. 18200-18208.
13. Hohenester U., Krenn J. Surface plasmon resonances of single and coupled metallic nanoparticles: A boundary integral method approach // Physical Review B 72. – 2005. – P. 195429-1-195429-9.
14. Smotrova E., Nosich A., Benson T., Sewell P. Optical Coupling of Whispering-Gallery Modes of Two Identical Microdisks and Its Effect on Photonic Molecule Lasing // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2006. – V. 12. – P. 78-85.