

Метод Решения Задачи Балансной Компоновки

Игорь Гребенник
кафедра системотехники
Харьковский национальный
университет радиоэлектроники
Харьков, Украина
igor.grebennik@nure.ua

Анна Коваленко
кафедра системотехники
Харьковский национальный
университет радиоэлектроники
Харьков, Украина
hanna.kovalenko@nure.ua

Татьяна Романова
Институт проблем машиностроения
им. А.Н. Подгорного Национальной
академии наук Украины
Харьков, Украина
tetiana.romanova@nure.ua

Инна Урняева
кафедра системотехники
Харьковский национальный университет
радиоэлектроники
Харьков, Украина
inna.urniaieva@nure.ua

Сергей Шеховцов
кафедра системотехники
Харьковский национальный университет
радиоэлектроники
Харьков, Украина
serhii.shekhovtsov@nure.ua

Solution Algorithm for Balance Layout Problem

Igor Grebennik
Department of System Engineering
Kharkiv National University of
Radio Electronics
Kharkiv, Ukraine
igor.grebennik@nure.ua

Hanna Kovalenko
Department of System Engineering
Kharkiv National University of
Radio Electronics
Kharkiv, Ukraine
hanna.kovalenko@nure.ua

Tetiana Romanova
A.N. Podgorny Institute for
Mechanical Engineering Problems
of the NAS of Ukraine
Kharkiv, Ukraine
tetiana.romanova@nure.ua

Inna Urniaieva
Department of System Engineering
Kharkiv National University of Radio Electronics
Kharkiv, Ukraine
inna.urniaieva@nure.ua

Serhii Shekhovtsov
Department of System Engineering
Kharkiv National University of Radio Electronics
Kharkiv, Ukraine
serhii.shekhovtsov@nure.ua

Аннотация—Рассматривается задача балансной компоновки заданного множества 3D-объектов в контейнере, разделенном горизонтальными стеллажами на подконтейнеры. Строится математическая модель с использованием метода ϕ -функций. Предлагается эффективный метод решения.

Abstract—The problem of the balanced layout of a given set of 3D objects in a container divided by horizontal shelves into subcontainers is considered. A mathematical model is constructed, using the ϕ -function technique. An efficient solution algorithm is proposed.

Ключевые слова—балансная компоновка, 3D-объекты, метод ϕ -функций, математическая модель, метод оптимизации

Keywords—balance layout, 3D-objects, ϕ -function method, mathematical model, optimization algorithm

I. ВВЕДЕНИЕ

Задачи балансной компоновки принадлежат классу NP -сложных задач размещения. Суть задачи заключается в поиске оптимального размещения заданного набора 3D-объектов в некоторой ограниченной области (контейнере) с учетом ограничений поведения (behavior constraints), которые обеспечивают баланс рассматриваемой системы.

Необходимость учета ограничений поведения в оптимизационных задачах размещения возникает, например, в задачах логистики (при упаковке грузов для транспортировки или хранения), в машиностроении (при компоновке летательных аппаратов, судов, подводных лодок, компоновке оборудования, приборов и устройств, деталей изделия). Особый интерес к этому классу задач возникает при проектировании ракетно-космической техники, где необходимо учитывать ограничения на статические и динамические характеристики системы.



В работах [2–4] рассматриваются задачи компоновки цилиндров в цилиндрическом контейнере с ограничениями поведения, учет которых необходим для соблюдения уравновешенности спутниковой системы. В данных публикациях приводятся математические модели с различными функциями цели. Для решения данных задач предлагаются эвристические алгоритмы, учитывающие особенности каждой из задач.

В данной работе рассматривается задача балансной компоновки 3D-объектов (шар, цилиндр, тор, сфероцилиндр, параллелепипед, призма) в контейнере (формы параллелепипеда, цилиндра, параболоида вращения или усеченного конуса), разделенном горизонтальными стеллажами на подконтейнеры.

Целью данного исследования является разработка метода решения задачи оптимальной балансной компоновки множества 3D-объектов, в которой учитываются ограничения размещения и механические свойства системы.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть Ω – контейнер высоты H , имеющий форму параллелепипеда, цилиндра, параболоида вращения или усеченного конуса. Контейнер Ω задан в собственной неподвижной системе координат $Oxyz$, где Oz – продольная ось симметрии. Полагаем, что Ω разделен горизонтальными стеллажами S_j на подконтейнеры Ω^j , $j \in J_m = \{1, \dots, m\}$. Расстояния между стеллажами S_j и

S_{j+1} обозначим через t_j , $j \in J_m$, $\sum_{j=1}^m t_j = H$. Начало собственной системы координат $Oxyz$ расположено в центре нижнего основания контейнера.

Имеется $A = \{\bar{i}, i = 1, \dots, n\}$ – множество однородных 3D-объектов с заданными метрическими характеристиками. Каждый объект имеет высоту h_i и массу m_i , $i \in J_n = \{1, \dots, n\}$.

Объект \bar{i} задан в собственной системе координат $O_i x_i y_i z_i$. Расположение объекта \bar{i} внутри контейнера Ω определяется вектором $u_i = (v_i, z_i, \theta_i)$, (v_i, z_i) – вектор трансляции объекта в неподвижной системе координат $Oxyz$, θ_i – угол поворота объекта \bar{i} в плоскости $O_i x_i y_i$, где $v_i = (x_i, y_i)$, при этом значение z_i , $i \in J_n$, однозначно определяется подконтейнером Ω^j , $j \in J_m$, в котором размещается объект \bar{i} :

$$z_i = \sum_{l=1}^j t_{l-1} + h_i, \quad (1)$$

где $j \in J_m$. При $t_0 = 0$ для $\forall i \in J_n \exists j^* \in J_m: h_i \leq t_{j^*}$.

В данном исследовании формулируется задача балансной компоновки объектов [5], которая предполагает генерацию и выбор разбиения множества A на непустые подмножества A^j , $j \in J_m$, используя алгоритм, приведенный в [7]. Здесь A^j – подмножество объектов, которые должны быть размещены на стеллаже S_j внутри подконтейнера Ω^j . Пусть $J_n^j \subseteq J_n$ – множество индексов объектов, размещаемых в Ω^j , $j \in J_m$, $\bigcup_{j=1}^m J_n^j = J_n$, $J_n^i \cap J_n^j = \emptyset$, $i \neq j \in J_m$; $k_j = |A^j|$ – количество объектов, размещаемых в Ω^j , $k_j > 0$, $j \in J_m$, при этом,

$$\sum_{j=1}^m k_j = n. \quad (2)$$

Кроме того, должны выполняться следующие ограничения размещения:

$$\text{int } \bar{i}_1 \cap \text{int } \bar{i}_2 = \emptyset, i_1 < i_2 \in J_n^j, j \in J_m, \quad (3)$$

$$\bar{i} \subset \Omega^j, i \in J_n^j, j \in J_m, \quad (4)$$

$$h^j \leq t_j, h^j = \max\{h_i^j, i \in J_n^j\}, j \in J_m. \quad (5)$$

Обозначим через Ω_A систему, образованную в результате размещения объектов \bar{i} семейства A в контейнере Ω , а через $O_s XYZ$ – систему координат Ω_A , где $O_s = (x_s(v), y_s(v), z_s(v))$ – центр масс Ω_A , а оси $O_s X \parallel Ox$, $O_s Y \parallel Oy$, $O_s Z \parallel Oz$,

$$x_s(v) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{M}, y_s(v) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{M}, z_s(v) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{M}, \quad (6)$$

где $M = \sum_{i=1}^n m_i$ – масса системы Ω_A .

В качестве функции цели рассматривается отклонение центра масс O_s от заданной точки (x_0, y_0, z_0) .

Задача балансной компоновки (Balance Layout Problem, BLP). Определить такой вариант размещения подмножеств A^j , $j \in J_m$ с учетом ограничений (2)–(6) и параметры размещения (x_i^*, y_i^*, z_i^*) объектов \bar{i} , $i \in J_n$, при котором функция цели достигала бы своего минимального значения.

Полагаем, что задача имеет хотя бы одно допустимое решение.



III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическую модель задачи BLP можно представить в виде следующей задачи нелинейного программирования:

$$F(u^*) = \min F(u) \text{ s.t. } (u, \tau) \in W, \quad (7)$$

$$W = \{(u, \tau) \in \mathbf{R}^\sigma : Y_1(u, \tau) \geq 0, Y_2^*(u) \geq 0, \mu(u) \geq 0\}, \quad (8)$$

где

$$F(u) = d = (x_s(v, z))^2 + (y_s(v, z))^2 + (z_s - z_0)^2$$

$$u = (v, z, \theta), \quad v = (v_1, \dots, v_n), \quad \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n),$$

$v_i = (x_i, y_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad z = (z_1, \dots, z_n),$ неравенство $Y_1(u, \tau) \geq 0$ описывает условие непересечения объектов

$$\text{при } \Xi = \prod_{j=1}^m \Xi^j, \quad \Xi^j = \{(q_1, q_2) : q_1 < q_2 \in J_n^j\},$$

$\tau = (\tau_1, \dots, \tau_s)$ – вектор вспомогательных переменных,

$s = |\Xi|$, неравенство $Y_2^*(u) \geq 0$ описывает условие

включения объектов в контейнер, функции $Y_1(u, \tau)$,

$Y_2^*(u)$ определяются как минимум соответствующих псевдонормализованных *phi*-функций (квази-*phi*-функций) [1, 6] для всех пар объектов, формирующих ограничения (3), (4). $\mu(u) \geq 0$ – ограничения поведения.

IV. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для решения задач BLP используется следующая стратегия:

1. Строится множество допустимых стартовых точек $\{u'_0\}$.

2. Реализуется поиск локального экстремума задачи (13)-(14) для каждой стартовой точки $u'_0 \in W$.

3. Лучший из полученных локальных экстремумов выбирается в качестве локально-оптимального решения задачи BLP вида (7)-(8).

Приведенная стратегия использует разумный выбор допустимых стартовых точек и *NLP-solver* для поиска локально-оптимальных решений NP-сложной задачи нелинейной оптимизации (7)-(8). Для построения стартовых точек из области допустимых решений предлагается быстрый алгоритм.

Для улучшения вычислительных затрат (времени и памяти) используется модификация *LOFRT* алгоритма, предложенного в [6]. Данный алгоритм позволяет свести задачу (7)-(8) большой размерности с большим числом неравенств к последовательности подзадач со значительно меньшим числом переменных и неравенств.

Алгоритм поиска допустимых стартовых точек. Алгоритм включает следующие шаги.

Шаг 1. Генерируем случайным образом множество точек $v_i^0 = (x_i^0, y_i^0), \quad i \in I_n,$ принадлежащих

соответствующим подконтейнерам. Формируем вектор $v^0 = (x_1^0, y_1^0, \dots, x_n^0, y_n^0)$. Полагаем $\theta_i = \theta_i^0 = 0, \quad i \in I_n$.

Шаг 2. Пусть $\lambda = \lambda_i$ – коэффициент гомотетии для объектов $A_i, \quad i \in I_n$. Определяем вектор u'^0 размерности τ такой, что каждая *phi*-функция или квази-*phi*-функция в (8) достигает своего максимального значения по дополнительным переменным u'^0 в точке (u_λ^0, u'^0) , где $u_\lambda^0 = (v^0, \theta^0, \lambda^0 = 0), \quad v^0 = (v_1^0, \dots, v_n^0), \quad \theta^0 = (\theta_1^0, \dots, \theta_n^0)$.

Шаг 3. Вычисляем $\alpha^0 = \min\{Y_1(u_\lambda^0, u'^0), Y_2(u_\lambda^0)\}$. Если $\alpha^0 < 0$, то переходим к Шагу 4, иначе формируем точку $u_\alpha^* = (u_\lambda^0, u'^0, \alpha^0)$ и переходим к Шагу 5.

Шаг 4. Задаем $\lambda = 0, \quad \theta_i = \theta_i^0 = 0, \quad i \in I_n,$ и используем $u_\alpha^0 = (u_\lambda^0, u'^0, \alpha^0)$ в качестве стартовой точки для решения следующей вспомогательной задачи нелинейного программирования:

$$\alpha^* = \max \alpha, \text{ s.t. } u_\alpha \in W_\alpha, \quad (9)$$

$$W_\alpha = \{u_\alpha \in \mathbf{R}^{3n+\tau+1} : Y_1(u_\lambda, u') - \alpha \geq 0, \quad Y_2(u_\lambda) - \alpha \geq 0, -\alpha \geq 0\}, \quad (10)$$

где $u_\alpha = (u_\lambda, u', \alpha)$.

Если $\alpha^* = 0$, тогда $u_\alpha^* = (u_\lambda^*, u'^*, \alpha^*)$ – точка глобального максимума задачи (9)-(10), переходим к шагу 5. Если $\alpha^* < 0$, то допустимая стартовая точка для задачи (9)-(10) не может быть найдена при $\lambda = 0$. В этом случае возвращаемся к Шагу 1.

Шаг 5. Полагаем, что параметры $\theta_i, \quad i \in I_n,$ – переменные. Генерируем случайным образом стартовые значения углов поворота $\theta_i^* \in [0, 2\pi), \quad i \in I_n$.

Шаг 6. Формируем допустимую стартовую точку (u_λ^*, u'^*) , используя u_α^* , и решаем следующую вспомогательную задачу нелинейного программирования:

$$\lambda^* = \max \lambda, \text{ s.t. } (u_\lambda, u') \in W_\lambda, \quad (11)$$

$$W_\lambda = \{(u_\lambda, u') \in \mathbf{R}^{3n+\tau+1} : Y_1(u_\lambda, u') \geq 0, \quad Y_2(u_\lambda) \geq 0, 1 - \lambda \geq 0, \lambda \geq 0\}. \quad (12)$$

Если $\lambda^* = 1$, тогда $(u_\lambda^*, u'^*) = (v^*, \theta^*, \lambda^*, u'^*)$ – точка глобального максимума задачи (11)-(12), переходим к Шагу 7. Если $\lambda^* < 1$, то возвращаемся к Шагу 1.

Шаг 7. Вычисляем значение $\mu(v^*, \theta^*)$. Если $\mu(v^*, \theta^*) < 0$, то переходим к Шагу 8, иначе – к Шагу 9.

Шаг 8. Стартуя из точки $u_\beta^0 = (v^*, \theta^*, u'^*, \beta^0 = \mu(u^*))$, решаем вспомогательную задачу:

$$\beta^* = \max \beta, \text{ s.t. } u_\beta \in W_\beta, \quad (13)$$



$$W_{\beta} = \{u_{\beta} \in \mathbb{R}^{3n+1} : \Upsilon_1(u, u') \geq 0, \Upsilon_2(u) \geq 0, \mu(u) - \beta \geq 0, -\beta \geq 0\}, \quad (14)$$

где $u_{\beta} = (u, u', \beta)$, $u = (v, \theta)$.

Если $\beta^* = 0$, тогда $u_{\beta}^* = (v^*, \theta^*, u'^*, \beta^*)$ – точка глобального максимума задачи (13)-(14), переходим к Шагу 9. Если $\beta^* < 0$, то возвращаемся к Шагу 1.

Шаг 9. Формируем допустимую стартовую точку $u^0 = (v^*, \theta^*, u'^*) \in W$ для задачи (7)-(8).

На Рис. 1 приведено локально оптимальное размещение 3D-объектов (шаров, торов, прямых круговых цилиндров, сфероцилиндров, прямых прямоугольных параллелепипедов и правильных призм) в трех подконтейнерах цилиндрического контейнера с учетом ограничений поведения (ограничения на осевые и центробежные моменты системы) с целью минимизации отклонения центра масс системы Ω_A от заданной точки.

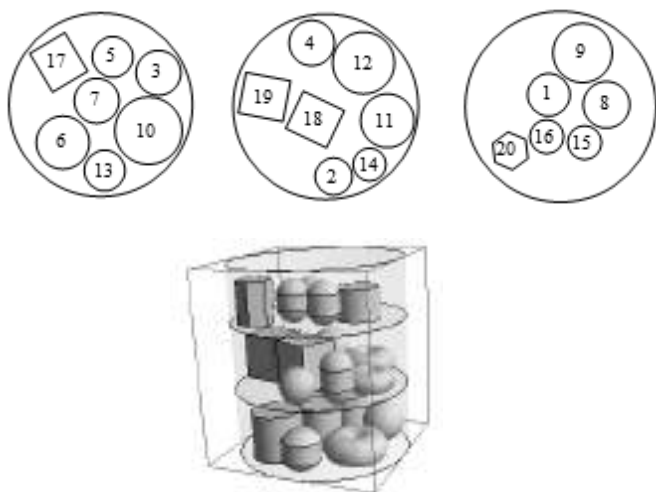


Рис. 1 – Локально-оптимальное размещение объектов

V. ВЫВОДЫ

Рассматривается задача балансной компоновки 3D-объектов в контейнере, разделенном горизонтальными слеллажами на подконтейнеры. Построена математическая модель, учитывающая не только ограничения размещения, но и ограничения поведения. Предложена стратегия решения, которая включает алгоритмы построения стартовых точек из области допустимых решений и локальной оптимизации. Данный подход использует принцип «мультистарта» для поиска «хороших» допустимых решений.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Chernov N, Stoyan Y, Romanova T (2010). Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. Computational Geometry: Theory and Applications. 43(5): 535–553.
- [2] G. Fasano and J.Pintér (2016) Space Engineering. Modeling and Optimization with Case Studies/ Springer Optimization and its Applications, New York, Vol. 114, XV.– 487 p.
- [3] Sun Z., Teng H. Optimal layout design of a satellite module. – Engineering optimization. – 2003. – Vol. 35, № 5. – P. 513-530.
- [4] Lei K. Constrained Layout Optimization Based on Adaptive Particle Swarm Optimizer. – Advances in Computation and Intelligence. Series: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Zhihua C., Zhenhua L., Zhuo K., Yong L. (Eds.). – 2009. – № 1. – P. 434-442.
- [5] Stoyan Yu., Romanova T., Pankratov A., Kovalenko A., Stetsyuk P. (2016) Modeling and Optimization of Balance Layout Problems. Chapter (pp. 177-208) in contributed book Space Engineering. Modeling and Optimization with Case Studies/ Springer Optimization and its Applications, Editors G. Fasano and J.Pintér, New York, Vol. 114, XV, 487 p.
- [6] Stoyan Y, Pankratov A, Romanova T (2015). Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. Journal of Global Optimization. 65(2):283–307.
- [7] I. V. Grebennik, A. A. Kovalenko, T. E. Romanova, I. A. Urniaieva, S. B. Shekhovtsov. Combinatorial Configurations in Balance Layout Optimization Problems // Cybernetics and Systems Analysis – 54 (2), pp 55-67, 2018.

