УДК 621.396.67.01

В.В. ДОЛЖИКОВ, канд. физ.-мат. наук, В.Г. ЛИХОГРАЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАКТА ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ СВЧ-ЛУЧОМ ПРИ НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК ПОЛЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЕРЕДАЮЩЕЙ АНТЕННЫ

Введение

Важнейшей составной частью космической энергосистемы является тракт передачи энергии (ТПЭ) СВЧ-лучом, состоящий из передающей антенны, пространства и приемной антенны-ректенны [1-3]. Ректенна представляет собой решетку излучателей, к выходам которых подключены выпрямительные элементы. Сбор энергии по цепи постоянного тока осуществляется на общую нагрузку с помощью линейной схемы сбора в виде комбинации параллельного и последовательного соединений.

Эффективность ТПЭ с энергетической точки зрения оценивается коэффициентом полезного действия (КПД), который зависит от размеров апертур передающей и приемной антенн, расстояния между ними, взаимной их ориентации, характера распределения поля возбуждения на апертуре передающей антенны и параметров выпрямительных элементов.

Влияние перечисленных факторов на эффективность передачи энергии исследовано достаточно полно. Показано, что для передачи энергии с большим КПД ректенна должна находиться в зоне Френеля передающей антенны, амплитудное распределение на ее апертуре должно быть близко к усеченному гауссову распределению, а фазовое – к квадратичному с радиусом кривизны фазового фронта, равным расстоянию между антеннами [4; 5]. Исследовано также влияние флуктуаций амплитуды, фазы и поляризации по поперечному сечению луча, возникающих при прохождении его в околоземном пространстве [6]. Предложен метод синтеза амплитудного распределения сфокусированной передающей антенны, обеспечивающей максимальный КПД ТПЭ при учете КПД приемно-выпрямительных элементов [7].

В силу ряда причин технологического и эксплуатационного характера имеется еще ряд факторов, которые могут существенно повлиять на значение КПД ТПЭ, а именно: флуктуации амплитуды и фазы поля на апертуре передающей антенны. В данной работе описана оптимизация ТПЭ по критерию максимума среднего КПД. Определяется номинальное распределение возбуждающего поля передающей

антенны, которое при заданных параметрах флуктуаций амплитуды и его фазы обеспечивает максимум среднего КПД.

Исходные соотношения

Рассмотрим ТПЭ с передающей антенной и ректенной, разнесенными на расстояние L и имеющими плоские параллельные друг другу круглые апертуры, площади которых равны S_1 и S_2 (рис. 1). Будем считать, что ректенна представляет собой систему непрерывно распределенных приемно-выпрямительных элементов, согласованных по поляризации с передающей антенной.

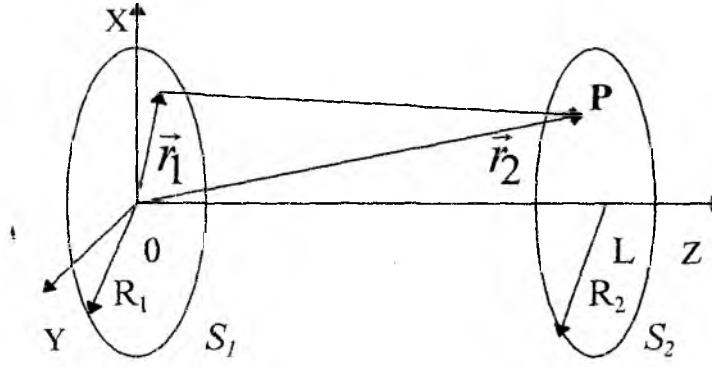

Рис. 1

КПД перехвата и выпрямления (далее просто КПД) тракта определяется выражением

$$\eta = \frac{P_R}{P_\Sigma}, \tag{1}$$

где P_R – суммарная мощность постоянного тока, выделяемая на ректенне,

$$P_R = \frac{1}{2Z_0}\int \eta_0\left(\left|\bar{E}(\vec{r}_2)\right|^2\right)\left|\bar{E}(\vec{r}_2)\right|^2 ds; \tag{2}$$

P_Σ – мощность излучения передающей антенны,

$$P_\Sigma = \frac{1}{2Z_0}\int_{S_1}\left|\bar{E}(\vec{r}_1)\right|^2 ds. \tag{3}$$

В (2) и (3) $Z_0 = 120\pi$ – волновое сопротивление свободного пространства, Ом; $\eta_0(\vec{r}_2)$ – КПД элементарного участка апертуры ректенны; $\vec{E}(\vec{r}_1) = \vec{E}(\rho_1, \varphi_1, 0)$, $\vec{E}(\vec{r}_2) = \vec{E}(\rho_2, \varphi_2, L)$ – векторы напряженности электрического поля в точках возбуждения и приема соответственно.

В реальных условиях возбуждающее поле в силу тех или иных причин всегда реализуется с некоторыми флуктуациями амплитуды и фазы. Напряженность его является случайной величиной и может быть записана в виде [8]

$$\vec{E}(\vec{r}_1) = \vec{e}_E E_0(\vec{r}_1) e^{B(r_1) + i\Psi(r_1)} = \vec{e}_E E_0(\vec{r}_1) q(\vec{r}_1),$$

где $\vec{e}_E$ – единичный вектор; $E_0(\vec{r}_1)$ – комплексная амплитуда возбуждающего поля в отсутствие флуктуаций; $B(\vec{r}_1), \Psi(\vec{r}_1)$ – случайные функции, описывающие флуктуации уровня амплитуды и фазы соответственно.

Поскольку $\vec{E}(\vec{r}_1), \vec{E}(\vec{r}_2)$ – случайные величины, эффективность ТПЭ можно оценить с помощью среднего КПД — $\eta_{ср}$, определяемого следующим образом:

$$\eta_{ср} = \frac{\int\limits_{S_2} \eta_0\left(\overline{\left|\vec{E}(\vec{r}_2)\right|^2}\right) \overline{\left|\vec{E}(\vec{r}_2)\right|^2} ds}{\int\limits_{S_1} \overline{\left|\vec{E}(\vec{r}_1)\right|^2} ds} = \frac{\overline{P_R}}{\overline{P_\Sigma}}. \qquad (4)$$

Здесь черта означает усреднение.

Введем безразмерные радиальные координаты

$$u = \frac{\rho_1}{R_1}\delta; \qquad v = \frac{\rho_2}{R_2}\delta, \qquad u, v \in [0, \delta],$$

где $\delta = \sqrt{kR_1R_2 / L}$: R_1, R_2 – радиусы апертур S_1, S_2 соответственно;

$k = 2\pi / \lambda$.

Для напряженности случайного электрического поля, создаваемого апертурой S_1 в точке P апертуры S_2 (см. рис. 1), в соответствии с дифракционной формулой Кирхгофа в приближении зоны Френеля имеем

$$\vec{E}(\vec{r}_2) = V_0 \left(\frac{R_1}{\delta}\right)^2 e^{-ibv^2} \int\limits_{S_1} \vec{e}_E E_0(\vec{r}_1) q(\vec{r}_1) e^{-iau^2} e^{iuv\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} ds, \qquad (5)$$

где

$$a = \frac{1}{2}\frac{R_1}{R_2}; \quad b = \frac{1}{2}\frac{R_2}{R_1}; \quad V_0 = \frac{ik}{2\pi L}\exp[-ikL], \quad ds = u\,du\,d\varphi_1.$$

Тогда из (2), (3) и (5) для $\overline{P_R}$ и $\overline{P_\Sigma}$ получим

$$\overline{P_\Sigma} = \frac{1}{2Z_0}\left(\frac{R_1}{\delta}\right)^2 \int\limits_{S_1} \left[1 + T(r_1, r_1')\right] \left|\overline{\vec{E}(\vec{r}_1)}\right|^2 ds_1; \qquad (6)$$

$$\overline{P_R} = \frac{1}{2Z_0}|V_0|^2 \frac{R_1^4 R_2^2}{\delta^6} \int\limits_{S_2} \eta_0(\vec{r}_2) \int\limits_{S_1}\int\limits_{S_1} \left[1 + T(\vec{r}_1, \vec{r}_1')\right] \vec{E}(\vec{r}_1)\vec{E}^*(\vec{r}_1') \times$$
$$\times e^{-ia(u^2 - u'^2)} e^{iv\left[u\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - u'\cos(\varphi_2 - \varphi_1')\right]} ds_1\, ds_1'\, ds_2. \qquad (7)$$

Здесь $T(\vec{r}_1', \vec{r}_1) = \overline{q(\vec{r}_1) q^*(\vec{r}_1')} / \overline{q(\vec{r}_1)} \cdot \overline{q^*(\vec{r}_1')}$, где * – знак комплексного сопряжения.

Постановка задачи и общее решение

Предположим, что передающая антенна в отсутствие флуктуаций сфокусирована в центр ректенны, возбуждающее поле каждой реализации линейно поляризовано и его амплитудно-фазовое распределение имеет осевую симметрию.

Относительно статистики флуктуаций считаем, что случайные функции $B(\vec{r}_1)$ и $\Psi(\vec{r}_1)$ подчиняются нормальному закону, однородны и статистически взаимно независимы. Средние их значения $\overline{B(\vec{r}_1)} = B_0$, $\overline{\Psi(\vec{r}_1)} = 0$. Коэффициенты корреляции для флуктуаций

амплитуды и фазы одинаковы и имеют гауссову форму

$$r(r_1, r_1') = \exp\left\{-\left[\frac{u^2 + u'^2 - 2uu'\cos(\varphi_1 - \varphi_1')}{c^2}\right]\right\}. \qquad (8)$$

Здесь $c = c_0\,\delta / R_1$, где c_0 – радиус корреляции в абсолютных единицах.

В случае малых флуктуаций (т.е. когда их дисперсии α_B, α_Ψ малы) для среднего КПД тракта из (4), (6), (7) с точностью до членов первого порядка малости по α получим

$$\eta_{\text{ср}} = \frac{\int_0^\delta\int_0^\delta \overline{E(u)}\cdot\overline{E^*(u')}\,K(u,u')\,u\,u'\,du\,du'}{\int_0^\delta \left|\overline{E(u)}\right|^2 u\,du}. \qquad (9)$$

Здесь

$$K(u,u') = (1-\alpha_\Sigma)K_0(u,u') + \\ + \alpha_\Sigma e^{-\frac{u^2+u'^2}{c^2}} \sum_{m=0}^{\infty}(2-\delta_{0m})I_m\left(2\frac{uu'}{c^2}\right)K_m(u,u'); \qquad (10)$$

$$K_m(u,u') = \int_0^\delta \eta_0(v)\,J_m(uv)\,J_m(u'v)\,v\,dv, \qquad (11)$$

где $\alpha_\Sigma = \alpha_B + \alpha_\Psi$ – суммарная дисперсия амплитудных и фазовых флуктуаций; $J_m(x)$, $I_m(x)$ – функции Бесселя первого рода, от вещественного и мнимого аргументов соответственно.

Полученные соотношения позволяют сформулировать следующую задачу оптимизации: определить номинальное распределение возбуждающего поля на апертуре передающей антенны, которое при заданной статистике флуктуаций амплитуды и фазы обеспечивает максимум среднего КПД тракта передачи энергии СВЧ-лучом.

Эта задача сводится к нахождению амплитудного распределения

ния среднего возбуждающего поля $\overline{E_{opt}(u)}$, доставляющего максимум среднего КПД (9) при заданных дисперсии и радиусе корреляции флуктуаций. Искомое номинальное распределение находится затем с помощью соотношения

$$E_{opt}(u) = \frac{1}{\overline{q(u)}} e^{iau^2} \overline{E_{opt}(u)} \quad . \tag{12}$$

Сформулированная экстремальная задача нелинейна, так как ядро $K(u,u')$ в (9) зависит от модуля искомой функции. Поэтому для ее решения воспользуемся приближенным методом. Суть последнего заключается в замене решения нелинейной задачи решением последовательности линейных задач, каждая из которых представляет собой экстремальную задачу максимизации отношения двух квадратичных функционалов (9) с известным ядром $K(u,u')$. Полагаем, что $\overline{E(u)}$ является элементом пространства $L_2[0,\delta]$ со скалярным произведением

$$\left(\overline{E_1(u)}, \overline{E_2(u)}\right) = \int_0^\delta \overline{E_1(u)}\, \overline{E_2^*(u)} u\, du ,$$

и учитываем, что ядро $K(u,u')$ вещественно, симметрично и удовлетворяет условию

$$\int_0^\delta \int_0^\delta \left|K(u,u')\right|^2 u u'\, du\, du' < \infty .$$

Тогда можно показать, что решаемая на каждом шаге такая экстремальная задача имеет решение и оно единственно. Получаемое на n-м шаге максимальное значение $\eta_{ср.max}^{(n)}$ равно максимальному собственному значению $\mu_{max}^{(n)}$ линейного интегрального оператора D, определяемого следующим образом:

$$D\overline{E(u)}^{(n)} = \int_0^{\delta} \overline{E^{*(n)}(u')} K^{(n-1)}(u,u') u' du' . \qquad (13)$$

Оно достигается на функции $\overline{E^{(n)}(u)}$, равной с точностью до постоянного коэффициента собственной функции этого оператора, соответствующей $\mu_{\max}^{(n)}$. Ядро интегрального оператора на каждом шаге вычисляется по (10), где

$$\eta_0^{(n-1)}(v) = \eta\left(\overline{\left|E^{(n-1)}(v)\right|^2}\right) \qquad (14)$$

и

$$\eta_0^{(0)} = 1 . \qquad (15)$$

Описанный процесс прерывается на $(m+1)$- м шаге, если

$$\left|\eta_{\text{ср.max}}^{(m+1)} - \eta_{\text{ср.max}}^{(n)}\right| \le \varepsilon_1 ; \qquad (16)$$

$$\left\|\overline{E^{(m+1)}} - \overline{E^{(m)}}\right\|_{L_2} \le \varepsilon_2 , \qquad (17)$$

где ε_1, ε_2 – заданные значения.

Значения $\overline{E^{(m)}(u)}$, $\eta_{\text{ср.max}}^{(m)}$ принимаются за искомое решение.

Из (10), (11) и (13) нетрудно увидеть, что $\overline{E(u)}$ должна быть четной функцией. Поэтому при практической реализации описанного выше итерационного процесса искомое на m-м шаге решение представим в виде разложения

$$\overline{E^{(m)}(u)} = \sum_{k=0}^{K_0} e_k^{(m)} u^{2k} , \qquad (18)$$

и соответственно

$$\eta_0^{(m)}(v) = \sum_{n=0}^{N} b_n^{(m)} v^{2n} . \qquad (19)$$

Подставив (18) в (9), после ряда преобразований получим

$$\eta_{\text{ср}}^{(m)} = \frac{\langle e \left(\left(1-\alpha_{\Sigma}\right)\hat{F}^{(0)} + \alpha_{\Sigma}\hat{F}^{(1)} \right) e \rangle}{\langle e \hat{S} e \rangle}. \tag{20}$$

Здесь $e\rangle$ – матрица-столбец неизвестных коэффициентов разложения искомого распределения поля; $F^{(0)}$, $F^{(1)}$, $\hat{S}$ – квадратные симметрические матрицы размера $N \times N$ с элементами

$$F_{kl}^{(0)} = \sum_{n=0}^{N} b_n \left\{ \int_0^{\delta} v^{2n+1} \int_0^{\delta} u^{2k+1} J_0(uv)\,du \int_0^{\delta} y^{2l+1} J_0(yv)\,dy\,dv \right\}; \tag{21}$$

$$F_{kl}^{(1)} = \sum_{n=0}^{N} b_n \left\{ \int_0^{\delta} v^{2n+1} \sum_{m=0}^{M} \left(2-\delta_{0m}\right) \left[\int_0^{\delta} u^{2k+1} e^{-\frac{u^2}{c^2}} J_m(uv) \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \int_0^{\delta} y^{2l+1} e^{-\frac{y^2}{c^2}} I_m\left(2\frac{yu}{c^2}\right) J_m(yv)\,dy\,du \right] dv \right\}; \tag{22}$$

$$S_{kl} = \frac{\delta^{2(k+l+1)}}{2(k+l+1)}. \tag{23}$$

Таким образом, на каждом m-м шаге необходимо решать задачу максимизации по вектору $e\rangle$ отношения двух квадратичных форм

$$\eta = \frac{\langle e \hat{F} e \rangle}{\langle e \hat{S} e \rangle}, \tag{24}$$

где $\hat{F} = (1-\alpha_\Sigma)\hat{F}^{(0)} + \alpha_\Sigma \hat{F}^{(1)}$, $\hat{S}$ – положительно определенные матрицы, элементы которых рассчитываются по (21) – (23).

Известно [9], что максимум η равен максимальному собственному значению λ_m регулярного пучка форм $\left(\hat{F} - \lambda\hat{S}\right)$, которое равно наибольшему корню характеристического уравнения пучка

$$\det\left(\hat{F} - \lambda\hat{S}\right) = 0 . \qquad (25)$$

Соответствующий этому λ_m вектор $e_m\rangle$ является собственным вектором, на котором этот максимум достигается.

Можно показать, что упомянутые собственные значения и собственные векторы удовлетворяют уравнению

$$\left(\hat{F}_0 - \lambda E\right)e\rangle = 0 , \qquad (26)$$

где $\hat{F}_0 = \hat{S}^{-1}\hat{F}$; E – единичная матрица.

Тогда для решения экстремальной задачи достаточно определить максимальное собственное значение матрицы $\hat{F}_0 = \hat{S}^{-1}\hat{F}$ и соответствующий ему собственный вектор.

Для численного определения максимального собственного числа матрицы можно воспользоваться, например, модификацией степенного метода [10].

Численные результаты

Проведена численная оптимизация ТПЭ, у которого передающая антенна и ректенна имели плоские круглые апертуры. Предполагалось, что поле в апертуре передающей антенны реализуется с фазовыми флуктуациями, статистика которых описана выше. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

При наличии фазовых флуктуаций поля на апертуре передающей антенны характер зависимости $\eta_{\text{ср.max}}$ от δ остается таким же, как и у КПД в отсутствие флуктуаций (рис. 2), однако $\eta_{\text{ср.max}}(\alpha, c, \delta)$ при этом всегда меньше, чем $\eta_{\max}(\delta) = \eta_{\text{ср.max}}(\alpha = 0, c, \delta)$.

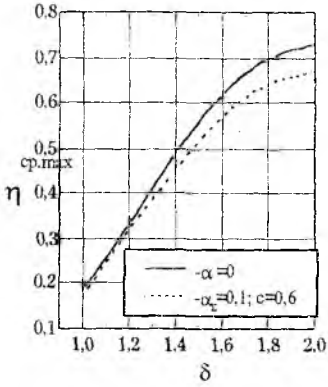

Рис. 2

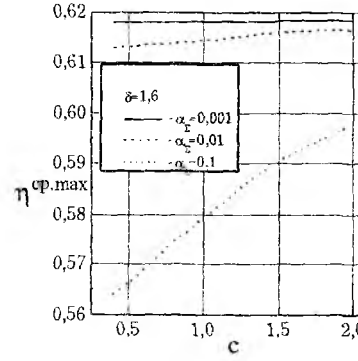

Рис. 3

Влияние флуктуаций возрастает с уменьшением расстояния L между антенной и ректенной. Так, из рис. 2 видно, что при изменении δ от 1 до 2, что соответствует уменьшению L в 4 раза при R_1 = const и R_2 = const, относительное уменьшение среднего максимального КПД (далее просто снижение максимального КПД), определяемого как

$$\Delta = \frac{\eta_{\max}(\delta) - \eta_{\text{ср.max}}(\alpha, c, \delta)}{\eta_{\max}(\delta)}, \qquad (27)$$

возрастает от 2 до 5 %.

Уменьшение η ср.max происходит монотонно с ростом дисперсии.

Согласно рис. 3 при c = 0,6 значения Δ, равные 0,1; 0,4; 5 %, имеют место при α, равном 0,001; 0,01; 0,1 соответственно. С ростом радиуса корреляции c влияние флуктуаций на $\eta_{\text{ср.max}}$ ослабевает (рис. 3). Так, для $\alpha = 0{,}1$ при $c = 0{,}2$ имеем $\Delta = 6$ %, а при $c = 2{,}0$ — всего 1,8 %.

Таким образом, наиболее сильно отрицательное влияние флуктуаций проявляется при малых, но в пределах зоны Френеля, расстояниях L и малых $(c < 1)$ радиусах корреляции. При этом уменьшение $\eta_{ср.max}$ становится заметным уже при дисперсиях $\alpha \approx 0{,}1$.

Список литературы: 1. *Brown W.C.* The History of Power Transmission by Radio Waves // IEEE Trans. MTT.1984. MTT- 32, N 9. P. 1230 – 1242. 2. *Glaser P.E.* An Owervier of the Solar Power Satellite Option // IEEE Trans. MTT. 1992. MTT-40, N 6. P. 1251 – 1258. 3. *Brown W.C., Eves E.E.* Beamed Microvawe Power Transmission and its Application to Space // IEEE Trans. MTT. 1992. MTT-40, N 6. P. 1240 – 1250. 4. *СВЧ-энергетика:* Пер. с англ. / Под ред. Э.Т. Окресса. М.: Мир, 1971. 431 с. 5. *Арманд Н.А., Ломакин А.И., Парамонов Б.М.* Некоторые аспекты выбора и построения антенных систем солнечных космических электростанций // Радиотехника и электрон. 1981. Т. 26, № 7. С. 1479 – 1487. 6. *Боях-чан Б.П., Ванке В.А., Лесота В.К.* О влиянии флуктуаций фазы в падающем луче на характеристики ректенной системы // Радиотехника. М., 1984. № 9. С. 74 – 76. 7. *Егоров А.Н.* Об эффективности передачи энергии электромагнитным пучком и преобразования ее в ректенне // Радиотехника и электрон. 1985. Т. 30, № 4. С. 805 – 811. 8. *Шифрин Я.С.* Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 384 с. 9. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с. 10. *Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1963. 713 с.

Поступила в редколлегию 21.04.97