

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ АНТЕНН С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ УПРАВЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

### Введение

В современных системах беспроводной связи наблюдается все больший интерес к реконфигурируемым антеннам (РА) [1, 2]. Под реконфигурируемой антенной понимается устройство, в состав которого входят излучающая структура (ИС) и сосредоточенные элементы с управляемыми характеристиками, наличие которых позволяет изменять распределение тока в ИС и, как результат, характеристики антенны (входной импеданс, характеристику направленности, рабочую полосу частот и т.п.) [3]. Применение РА предоставляет возможность существенно увеличить емкость сети связи, снизить межканальную интерференцию из-за уменьшения излучаемой мощности, улучшить прохождение сигналов в каналах с замираниями. В результате, при разработке новых стандартов связи (например, IEEE 802.16-2004) предусматривается наличие встроенных средств поддержки таких антенн. РА также могут использоваться в качестве элементов адаптивных антенных решеток (ААР). На практике характеристики различных элементов ААР могут отличаться даже тогда, когда все антенные элементы идентичны и одинаково ориентированы в пространстве, например при размещении ААР на подвижном объекте [4]. В данном случае различие характеристик направленности отдельных антенных элементов обусловлено разным влиянием поверхности объекта на различные антенные элементы, что приводит к ухудшению параметров антенной системы. Одним из возможных способов устранения данного эффекта является применение в качестве элементов ААР реконфигурируемых антенн.

Разработанные модели реконфигурируемых антенных элементов (РАЭ) в большинстве своем представляют собой линейные модели, не учитывающие нелинейные свойства переключающих элементов, которые существенно влияют на функционирование современных средств связи [5, 6]. В данной работе предложена нелинейная модель РАЭ, которая позволяет анализировать характеристики таких антенн с учетом возникающих в них нелинейных эффектов. Она основана на модели антенны с нелинейными элементами (АНЭ), предложенной в [7 - 9]. Показано, что учет специфики РАЭ, в частности непосредственное включение переключающих элементов в излучающую структуру, приводит к более простым моделям компонентов антенного элемента и, как результат, к более простой модели РА в сравнении с общей моделью АНЭ. Приведены уравнения состояния РАЭ, позволяющие определить его нелинейный режим, и соотношения для определения параметров многополюсников, входящих в его схему, а также выходные уравнения РАЭ, т.е. соотношения для вычисления его параметров и характеристик.

### Обобщенная схема РАЭ. Описание его компонентов

Для анализа нелинейных эффектов в антеннах необходимо применять комплексный подход, учитывающий особенности схемы антенны с нелинейными элементами, параметры всех ее элементов, условия возбуждения, т.е. антенна должна моделироваться совместно с нелинейными элементами (НЭ) как единое устройство с нелинейными характеристиками [8]. Целью анализа является определение спектрального состава отклика исследуемого устройства в зависимости от характера и уровня внешнего воздействия, характеризуемого вектором входных воздействий, компоненты которого в общем случае описывают возбуждение антенны как электромагнитным полем со стороны внешнего пространства, так и другими источниками (внешними генераторами). Отклик антенны характеризуют вектором выходных параметров, компонентами которого являются величины, описывающие связь антенны с пространством и внешними устройствами (приемниками, генераторами).

Примером реконфигурируемой антенны является предложенная в [10] микрополосковая спиральная антенна с MEMS-переключателями, содержащая в своей структуре согласующие элементы (рис. 1, а) Каждый переключающий элемент в ней можно представить в виде соединения согласующего элемента (СЭ), ключа и нелинейных элементов (НЭ1 и НЭ2), каждый из которых характеризует нелинейные свойства переключающего элемента в двух состояниях – «включено» и «выключено» (положения ключа 1 и 2 на рис. 1, б).

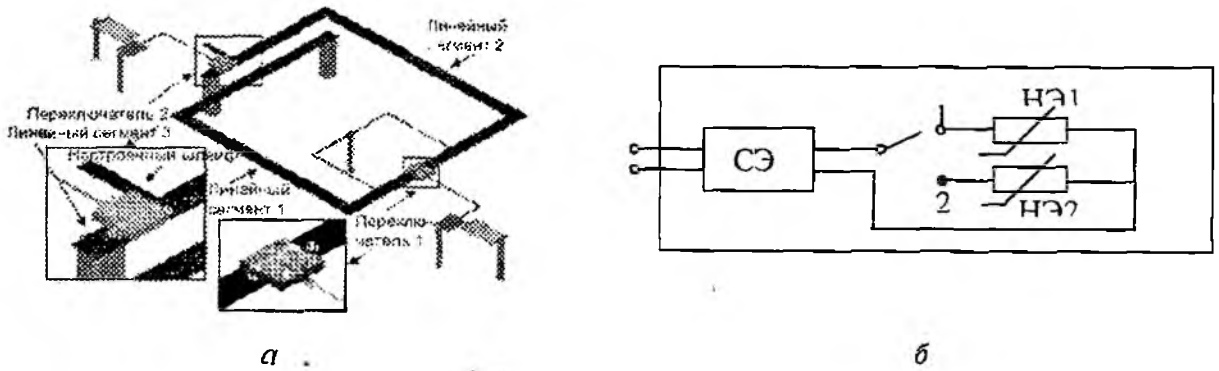


Рис 1

Общий подход к формированию математической модели РАЭ описан в [8]. Первым шагом при построении математической модели РАЭ является выбор его схемы, которая была бы пригодна для описания широкого круга реконфигурируемых антенн и возникающих в них нелинейных эффектов.

Обобщенная схема приемного РАЭ (рис. 2) учитывает свойства нелинейных элементов, которыми в данном случае являются переключающие элементы. В ней присутствуют линейная и нелинейная подсхемы. Линейная подсхема представлена в виде соединения трех блоков. В качестве первого блока выступает излучающая система. Во втором блоке объединены линейные элементы переключающих элементов, входящих в нелинейную подсхему, и линейные элементы согласующих цепей, входящих в состав РАЭ. Третий блок представляет собой полезную нагрузку. Нелинейной подсхеме и линейным блокам поставлены в соответствие некоторые многополюсники нелинейной подсхеме – нелинейный многополюсник НМ, а излучающей системе, блоку линейных элементов РАЭ и полезной нагрузке – линейные многополюсники ЛМ-1, ЛМ-2 и ЛМ-3 соответственно.

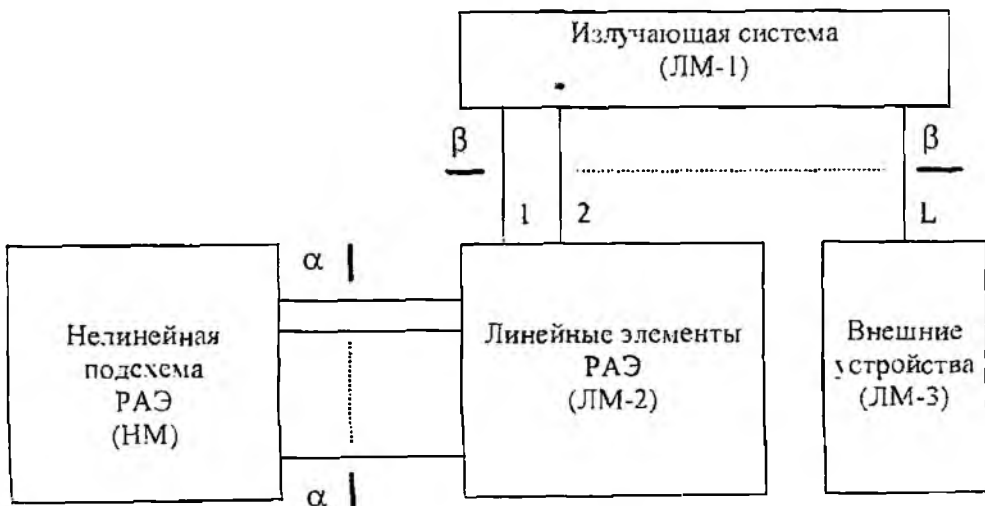


Рис 2

Количество входов ЛМ-3 зависит от числа линий, соединяющих выходы РАЭ с ЛМ-3. В рассматриваемой системе ЛМ-3 имеет один вход. Он описывается коэффициентом отражения  $\rho_L(\omega)$  ( $0 < \omega < \infty$ ), который связывает комплексные амплитуды падающих  $a_L(\omega)$  и отраженных  $b_L(\omega)$  волн на его входе на частоте  $\omega$ :

$$b_L(\omega) = \rho_L(\omega)a_L(\omega) \quad (1)$$

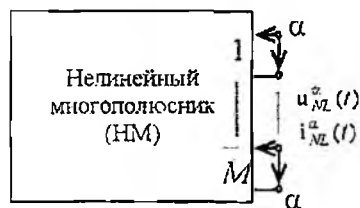


Рис 3

**Нелинейный многополюсник.** Детальное описание нелинейного многополюсника (рис 3) изложено в [8]. В дальнейшем полагаем, что многополюсник нелинейных элементов представляет собой  $2M$ -полюсник, имеющий в сечении  $\alpha - \alpha$  ( $M$  – число переключающих элементов в излучающей системе). Режимы входов нелинейного многополюсника описываются во временной области векторами токов  $i_{NL}(t)$  и напряжений  $u_{NL}(t)$ .

Внешние параметры НМ связаны между собой системой компонентных уравнений, которые описывают связь между ними в момент времени  $t$  и имеют вид

$$i_{NL}(t) = \mathfrak{R}\{u_{NL}(t)\} \quad (2)$$

Здесь  $\mathfrak{R}$  – отображение, характеризующее НМ и переводящее воздействия на него (вектор  $u_{NL}(t)$ ) в отклик (вектор  $i_{NL}(t)$ ).

Перейдем к описанию линейных многополюсников.

**Излучающая система РАЭ.** Выбор и описание математической модели излучающей системы подробно рассмотрены в [8]. В соответствии с излучающей системой поставлен многополюсник с  $2L$  входами (рис 4). В качестве одной группы входов многополюсника (сечения  $\beta - \beta$ ) рассматриваются конкретные сечения линий передачи, соединяющие излучатель с остальной схемой РАЭ (многополюсниками ЛМ-2 и ЛМ-3). В качестве независимых переменных, характеризующих электрический режим на этих входах многополюсника, выбраны векторы комплексных амплитуд нормированных падающих  $a(\omega)$  и отраженных  $b(\omega)$  волн в линиях передачи

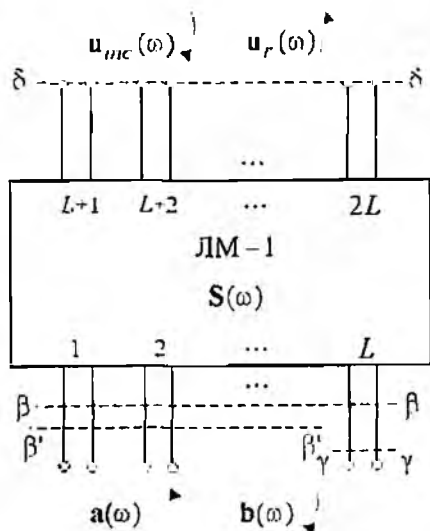


Рис 4

Другая группа входов многополюсника (сечения  $\delta - \delta$ ) характеризует связь излучателя со свободным пространством, которое представлено в виде некоторого радиально-сферического волновода. В качестве независимых переменных, характеризующих электрический режим на этих входах, выбраны векторы комплексных амплитуд падающих  $u_{inc}(\omega)$  и отраженных  $u_r(\omega)$  волн в радиально-сферическом волноводе. Введенный таким образом многополюсник эквивалентен излучающей системе РАЭ и описывается матрицей рассеяния  $S(\omega)$ , связывающей векторы  $b(\omega)$  и  $u_r(\omega)$  с одной стороны с векторами  $a(\omega)$  и  $u_{inc}(\omega)$  – с другой. В матричной форме соотношение, описывающее эту связь, имеет вид.

$$\begin{pmatrix} b(\omega) \\ u_r(\omega) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\beta\beta}(\omega) & S_{\beta\delta}(\omega) \\ S_{\delta\beta}(\omega) & S_{\delta\delta}(\omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a(\omega) \\ u_{inc}(\omega) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для упрощения общей модели РАЭ удобно объединить многополюсник ЛМ-1 с многополюсником нагрузок ЛМ-3. Для этого следует сечение  $\beta - \beta$  разделить на два сечения.

$\beta' - \beta'$  и  $\gamma - \gamma$  (рис. 4). Сечение  $\beta' - \beta'$  содержит  $L - 1$  входов, соединяющих ЛМ-1 с ЛМ-2, а сечение  $\gamma - \gamma$  — содержит один вход, соединяющий ЛМ-1 с ЛМ-3. Условиями соединения ЛМ-1 с ЛМ-3 в сечении  $\gamma - \gamma$  являются равенства  $a_l(\omega) = b_l$  и  $b_l(\omega) = a_l$  (здесь и далее для удобства последующих выкладок опустим  $\omega$ , подразумевая, что все соотношения справедливы для любой частоты  $\omega$ ). Это позволяет в исходной матрице излучающей системы (3) выделить блоки, относящиеся к нагрузке:

$$S = \begin{bmatrix} S_{\beta\beta'} & s_{\beta\gamma} & S_{\beta\delta} \\ s'_{\gamma\beta} & s_{\gamma\gamma} & s'_{\gamma\delta} \\ S_{\delta\beta} & s_{\delta\gamma} & S_{\delta\delta} \end{bmatrix}.$$

Тогда, с учетом приведенных выше условий соединения, можно записать:

$$b^{\beta'} = S_{\beta\beta'} a^{\beta} + s_{\beta\gamma} a_{\gamma} + S_{\beta\delta} u_{inc} \quad (4)$$

$$b_{\gamma} = s'_{\gamma\beta} a^{\beta'} - s_{\gamma\gamma} a_{\gamma} + s'_{\gamma\delta} u_{inc} \quad (5)$$

$$u_l = S_{\delta\beta} a^{\beta} + s_{\delta\gamma} a_{\gamma} + S_{\delta\delta} u_{inc} \quad (6)$$

Исключив  $b_{\gamma}$  из (5), используя (1) и условия соединения, получим

$$a_{\gamma} = (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\beta} a^{\beta} + (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\delta} u_{inc}. \quad (7)$$

После подстановки (7) в (4) и (6) и ряда преобразований получим компонентные уравнения, описывающие объединенные многополюсники ЛМ-1 и ЛМ-3, которые имеют вид

$$\begin{pmatrix} b^{\beta'} \\ u_l \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{\beta\beta'} & \bar{S}_{\beta\delta} \\ \bar{S}_{\delta\beta'} & \bar{S}_{\delta\delta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a^{\beta} \\ u_{inc} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где:  $\bar{S}_{\beta\beta'} = S_{\beta\beta'} + s_{\beta\gamma} (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\beta}$ ;  $\bar{S}_{\beta\delta} = S_{\beta\delta} + s_{\beta\gamma} (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\delta}$ ;  
 $\bar{S}_{\delta\beta'} = S_{\delta\beta} + s_{\delta\gamma} (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\beta}$ ;  $\bar{S}_{\delta\delta} = S_{\delta\delta} + s_{\delta\gamma} (1 - \rho_l s_{\gamma\gamma})^{-1} \rho_l s'_{\gamma\delta}$ .

*Линейный многополюсник ЛМ-2.* Линейный многополюсник ЛМ-2 соединяется с нелинейным многополюсником в сечении  $\alpha - \alpha$ . Режимы групп входов многополюсника ЛМ-2 целесообразно характеризовать векторами нормированных токов и напряжений. Чтобы перейти от векторов комплексных амплитуд нормированных падающих и отраженных волн к векторам нормированных токов и напряжений вводится в рассмотрение многополюсник, представляющий собой набор отрезков линий передачи нулевой длины, который включается в сечении  $\beta' - \beta'$  и имеет группу входов в сечении  $\beta'' - \beta''$ , характеризующихся токами  $i^{\beta''}$  и напряжениями  $u^{\beta''}$ , к которым подключается ЛМ-2. Этот многополюсник описывается смешанной матрицей  $Q_0(\omega)$ :

$$\begin{pmatrix} u^{\beta''} \\ a^{\beta} \end{pmatrix} = (Q_0) \cdot \begin{pmatrix} i^{\beta''} \\ b^{\beta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E & 2E \\ E & E \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i^{\beta''} \\ b^{\beta} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Это позволяет определить смешанную матрицу соединения модифицированного многополюсника излучающей системы, описываемого матрицей  $\bar{S}(\omega)$ , и многополюсника, состоящего из отрезков линий передачи нулевой длины. Подробно методика определения такой матрицы описана в [8].

Из (9) можно определить соотношения для падающих и отраженных волн в виде

$$b^{\beta} = \frac{u^{\beta''} - i^{\beta''}}{2}, \quad (10)$$

$$\mathbf{a}^{\beta} = \frac{\mathbf{u}^{\beta^*} + \mathbf{i}^{\beta^*}}{2}. \quad (11)$$

Исключив из (8)  $\mathbf{a}^{\beta}$  и  $\mathbf{b}^{\beta^*}$ , используя (10) и (11), получим:

$$\mathbf{u}^{\beta^*} = \overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} \cdot \mathbf{i}^{\beta^*} + \boldsymbol{\psi}, \quad (12)$$

где  $\overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} = (\mathbf{E} - \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta^*\beta^*})^{-1} \cdot (\mathbf{E} + \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta^*\beta^*})$ ;  $\boldsymbol{\psi} = (\mathbf{E} - \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta^*\beta^*})^{-1} \cdot 2\overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta^*\beta^*} \mathbf{u}_{m\alpha}$ .

Соотношение (12) представляет собой полный закон Ома в матричной форме, из чего следует, что в данном случае  $\overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*}$  – матрица собственных и взаимных сопротивлений линейной подсхемы со стороны сечений  $\beta^* - \beta^*$ , а  $\boldsymbol{\psi}$  – вектор, описывающий источники ЭДС, пересчитанные к этим сечениям.

Теперь можно получить выражения, описывающие связь токов  $\mathbf{i}^{\alpha}(\omega)$  и напряжений  $\mathbf{u}^{\alpha}(\omega)$  в сечении  $\alpha - \alpha$ . ЛМ-2 состоит из идентичных четырехполюсников и описывается матрицей импедансов  $\mathbf{Z}^S$ :

$$\mathbf{Z}^S = \begin{bmatrix} \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} & \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \} \\ \{ \mathbf{Z}_{\alpha\beta^*}^S \} & \{ \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^S \} \end{bmatrix},$$

где  $\{ \mathbf{Z}_{ij}^S \}$  ( $i, j = \alpha, \beta^*$ ) – диагональные матрицы, составленные из элементов матриц четырехполюсников, описывающих переключающие элементы.

В соответствии с условиями соединения токи и напряжения для многополюсника  $\mathbf{Z}^S$  определяются как  $\mathbf{u}^S = \mathbf{u}^{\beta^*}$ ,  $\mathbf{i}^S = -\mathbf{i}^{\beta^*}$ , и выражение (12) принимает вид

$$\mathbf{u}^S = -\overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} \cdot \mathbf{i}^S + \boldsymbol{\psi}. \quad (13)$$

Связь между токами и напряжениями на входах ЛМ-2 можно записать как

$$\mathbf{u}^S = \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \cdot \mathbf{i}^S + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \} \cdot \mathbf{i}^{\alpha}, \quad (14)$$

$$\mathbf{u}^{\alpha} = \{ \mathbf{Z}_{\alpha\beta^*}^S \} \cdot \mathbf{i}^S + \{ \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^S \} \cdot \mathbf{i}^{\alpha}. \quad (15)$$

Ток  $\mathbf{i}^S$  определяется выражением, полученным в результате подстановки (13) в (14):

$$\mathbf{i}^S = -\left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \left( \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \} \cdot \mathbf{i}^{\alpha} - \boldsymbol{\psi} \right). \quad (16)$$

Подставив (16) в (15) можно записать выражение, связывающее напряжения и токи в сечении  $\alpha - \alpha$  (на входах всей линейной подсхемы) в таком виде:

$$\mathbf{u}^{\alpha} = \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^{\Sigma} \cdot \mathbf{i}^{\alpha} + \boldsymbol{\psi}^{\Sigma}, \quad (17)$$

где:  $\mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^{\Sigma} = \{ \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^S \} - \{ \mathbf{Z}_{\alpha\beta^*}^S \} \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \}$ ;  $\boldsymbol{\psi}^{\Sigma} = \{ \mathbf{Z}_{\alpha\beta^*}^S \} \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}}_{\beta^*\beta^*} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \boldsymbol{\psi}$ .

Полученные выше выражения позволяют перейти к составлению уравнений состояния. В дальнейшем они также могут быть использованы для расчета параметров РАЭ.

### Система уравнений состояния

Для получения уравнений состояния системы, представленной на рис. 2, следует воспользоваться методикой, предложенной в [8]. В качестве вектора переменных состояния выбирается  $\mathbf{i}^{\alpha}(\omega)$ . Для вывода уравнений состояния исходными условиями являются условия соединения нелинейной и линейной подсхем в сечении  $\alpha - \alpha$ :

$$\mathbf{i}_{NI}^{\alpha}(t) = -\mathbf{i}^{\alpha}(t); \quad \mathbf{u}_{NI}^{\alpha}(t) = \mathbf{u}^{\alpha}(t). \quad (18)$$

Связь между векторами  $\mathbf{u}_{NI}^{\alpha}(t)$  и  $\mathbf{i}_{NI}^{\alpha}(t)$  можно записать в виде

$$\mathbf{i}_{NI}^{\alpha}(t) = \Re \{ \mathbf{u}_{NI}^{\alpha}(t) \}. \quad (19)$$

Воспользовавшись условиями соединения (18) и соотношением (19), выразим связь между векторами  $\mathbf{i}^\alpha(t)$  и  $\mathbf{u}^\alpha(t)$ :

$$\mathbf{i}^\alpha(t) + \Re \{ \mathbf{u}^\alpha(t) \} = 0. \quad (20)$$

Приведенное соотношение является уравнением состояния РАЭ во временной области. В дальнейшем, по аналогии с [8], рассматривается только периодический или почти-периодический установившийся режим. В этом случае на антенну со стороны внешнего пространства воздействует несколько сигналов с различными (в общем случае не кратными) частотами  $\omega_k$  ( $k = 0, q, q+1$  – общее число различных частот внешних сигналов). Для этого случая анализ РАЭ целесообразно проводить в частотной области. Для получения уравнений состояния необходимо определить связь между векторами  $\mathbf{i}^\alpha(t)$ ,  $\mathbf{u}^\alpha(t)$  и  $\mathbf{i}^\alpha(\omega)$ ,  $\mathbf{u}^\alpha(\omega)$ .

Для установившегося режима вектор  $\mathbf{i}^\alpha(t)$  можно представить в виде

$$\mathbf{i}^\alpha(t) = \sum_{n=-N}^N \delta_n \mathbf{I}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} = \sum_{n=-N}^N \delta_n \{ \mathbf{r}_0 \}^{-1} \mathbf{i}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t}, \quad (21)$$

где  $\mathbf{I}^\alpha(\nu_n) = \{ \mathbf{r}_0 \}^{-1} \mathbf{i}^\alpha(\nu_n)$  – комплексная амплитуда тока в сечении  $\alpha$ – $\alpha$  на частоте  $\nu_n$ ;  $\{ \mathbf{r}_0 \}$  – диагональная матрица размерностью  $M$ , элементами которой являются числа  $\sqrt{2 \cdot r_{0p}}$ ;  $r_{0p}$  – волновое сопротивление подводящей линии передачи  $p$ -го входа НМ.

Суммирование в (21) ведется по всем возможным комбинациям частот внешних сигналов  $\omega_k$ :  $\nu_n = m_{0n} \omega_0 + m_{1n} \omega_1 + \dots + m_{qn} \omega_q$ ;  $m_{in} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Соответственно, для  $\mathbf{u}^\alpha(t)$ , т.к.  $\mathbf{U}^\alpha(\nu_n) = \{ \mathbf{r}_0 \} \mathbf{u}^\alpha(\nu_n)$ :

$$\mathbf{u}^\alpha(t) = \sum_{n=-N}^N \delta_n \mathbf{U}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} = \sum_{n=-N}^N \delta_n \{ \mathbf{r}_0 \} \mathbf{u}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t}, \quad (22)$$

где  $\mathbf{U}^\alpha(\nu_n)$  – это комплексная амплитуда напряжения в сечении  $\alpha$ – $\alpha$  на частоте  $\nu_n$ .

После подстановки (17) в (22), а результата этого и выражения для  $\mathbf{I}^\alpha(\nu_n)$  – в (20) уравнение состояния относительно вектора  $\mathbf{i}^\alpha(\nu_n)$  запишется в виде

$$\mathbf{F}(\mathbf{i}^\alpha(\nu_n), t) = \sum_{n=-N}^N \delta_n \{ \mathbf{r}_0 \}^{-1} \mathbf{i}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} + \Re \left\{ \sum_{n=-N}^N \delta_n \{ \mathbf{r}_0 \} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^\Sigma \mathbf{i}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} + \Psi^\Sigma(t) \right\} = 0, \quad (23)$$

где  $\Psi^\Sigma(t) = \sum_{n=-N}^N \delta_n \{ \mathbf{r}_0 \} \Psi^\Sigma(\omega_n) e^{j\nu_n t}$ .

Соотношение (23) является уравнением относительно вектора  $\mathbf{i}^\alpha(\nu_n)$ . Оно принимает более простой вид, если в качестве переменных состояния выбрать вектор  $\mathbf{I}^\alpha(\nu_n)$ :

$$\mathbf{F}(\mathbf{I}^\alpha(\nu_n), t) = \sum_{n=-N}^N \delta_n \mathbf{I}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} + \Re \left\{ \sum_{n=-N}^N \delta_n \bar{\mathbf{Z}}_{\alpha\alpha}^\Sigma \mathbf{I}^\alpha(\nu_n) e^{j\nu_n t} + \Psi^\Sigma(t) \right\} = 0, \quad (24)$$

где  $\bar{\mathbf{Z}}_{\alpha\alpha}^\Sigma = \{ \mathbf{r}_0 \} \mathbf{Z}_{\alpha\alpha}^\Sigma \{ \mathbf{r}_0 \}$ .

Таким образом, получено уравнение состояния реконфигурируемого антенного элемента. Решение его позволяет найти переменные состояния и определить вектор выходных параметров РАЭ.

### Выходные уравнения реконфигурируемых антенных элементов

Отклик РАЭ зависит от уровня входного воздействия, а также в нем могут содержаться новые спектральные составляющие, отсутствовавшие во входном воздействии, т.к. в составе антенны присутствуют нелинейные элементы. Это приводит к необходимости описания РАЭ большим числом параметров, чем традиционные антенны, которые являются линейными

устройствами. Параметры рассматриваемого РАЭ можно определить, вычислив вектор  $\mathbf{u}_r(v_n)$  и  $b_\gamma(v_n)$ , которые характеризуют связь антенны с нагрузкой ( $b_\gamma(v_n)$ ) и свободным пространством (вектор  $\mathbf{u}_r(v_n)$ ), при заданном входном воздействии  $\mathbf{u}_{mc}(\omega_k)$  и найденном из решения системы уравнений состояния векторе  $\mathbf{i}^\alpha(v_n)$ . Соотношения, связывающие вектор  $\mathbf{u}_r(v_n)$  и  $b_\gamma(v_n)$  с векторами  $\mathbf{i}^\alpha(v_n)$  и  $\mathbf{u}_{mc}(\omega_k)$ , являются системой выходных уравнений РАЭ. Вектор  $\{b_\gamma(v_n), \mathbf{u}_r(v_n)\}_l$  – это вектор выходных параметров. Под  $v_n$  понимаются частоты, на которых нужно определить вектор выходных параметров РАЭ и, следовательно, его характеристики, а под  $\omega_k$  – частоты входных воздействий.

Для получения системы выходных уравнений РАЭ вычислим  $\mathbf{a}^\beta$  из соотношения (11). Для этого сначала определим  $\mathbf{i}^{\beta*}$ . Подставив (17) в (15) с учетом условий соединения ( $\mathbf{u}^\alpha = \mathbf{u}^{\beta*}$ ,  $\mathbf{i}^\alpha = -\mathbf{i}^{\beta*}$ ), получим

$$\mathbf{i}^{\beta*} = \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \} \cdot \mathbf{i}^\alpha - \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \Psi. \quad (25)$$

Теперь определим  $\mathbf{u}^{\beta*}$ . Подставив (25) в (14), с учетом условий соединения получим

$$\mathbf{u}^{\beta*} = \left[ 1 - \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \right] \cdot \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \} \cdot \mathbf{i}^\alpha + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \Psi. \quad (26)$$

Затем, подставив (25) и (26) в (11), получим

$$\mathbf{a}^\beta = \frac{1}{2} (\mathbf{Z}' \cdot \mathbf{i}^\alpha + \mathbf{Z}'' \cdot \Psi), \quad (27)$$

где  $\mathbf{Z}' = \left( 1 + [1 - \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \}] \right) \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1} \cdot \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\alpha}^S \}$ ;  $\mathbf{Z}'' = \left( \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} - 1 \right) \cdot \left( \overline{\overline{\mathbf{Z}}_{\beta^*\beta^*}} + \{ \mathbf{Z}_{\beta^*\beta^*}^S \} \right)^{-1}$ .

Первое уравнение системы выходных уравнений РАЭ получено преобразованием (5) и подстановкой в него (27). В результате для любой из частот  $v_n$  или  $\omega_k$ :

$$b_l = \mathbf{z}_{\beta^*\alpha}^l \cdot \mathbf{i}^\alpha + \mathbf{z}_{\beta^*\delta}^l \cdot \mathbf{u}_{mc}, \quad (28)$$

где  $\mathbf{z}_{\beta^*\alpha}^l = \frac{1}{2} (1 - s_{\alpha\alpha} \rho_l)^{-1} s_{\gamma\beta}^l \cdot \mathbf{Z}'$ ;  $\mathbf{z}_{\beta^*\delta}^l = (1 - s_{\alpha\alpha} \rho_l)^{-1} \left( s_{\gamma\beta}^l \cdot \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\beta} \cdot \mathbf{Z}'' \cdot (\mathbf{E} - \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\beta})^{-1} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\delta} + s_{\gamma\delta}^l \right)$ .

Второе уравнение – соотношение для  $\mathbf{u}_r(v_n)$  – получено из (8) подстановкой в него (27). В результате, после выполнения необходимых преобразований, для любой из частот  $v_n$  или  $\omega_k$  справедливо выражение

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{Z}_{\delta\alpha}^\Sigma \cdot \mathbf{i}^\alpha + \mathbf{Z}_{\delta\delta}^\Sigma \cdot \mathbf{u}_{mc}, \quad (29)$$

где  $\mathbf{Z}_{\delta\alpha}^\Sigma = \frac{1}{2} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\beta} \cdot \mathbf{Z}'$ ;  $\mathbf{Z}_{\delta\delta}^\Sigma = \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\delta\delta} + \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\delta\beta} \cdot \mathbf{Z}'' \cdot 2 \left( \mathbf{E} - \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\beta} \right)^{-1} \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{\beta\delta}$ .

Выражения (28) и (29) удобно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} b_\gamma(v_n) \\ \mathbf{u}_r(v_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{z}_{\beta^*\alpha}^l & \mathbf{z}_{\beta^*\delta}^l \\ \mathbf{Z}_{\delta\alpha}^\Sigma & \mathbf{Z}_{\delta\delta}^\Sigma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{i}^\alpha(v_n) \\ \mathbf{u}_{mc}(\omega_k) \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Это соотношение является матричной записью системы выходных уравнений и описывает реакцию РАЭ в сечениях  $\gamma - \gamma$  и  $\delta - \delta$  на заданные входные воздействия. Далее зная  $b_\gamma$  и  $\mathbf{u}_r$  можно вычислить параметры конкретных типов РАЭ, определяющие его связь с нагрузкой и внешним пространством, такие как характеристика направленности, коэффициент направленного действия, коэффициент полезного действия.

## Заключение

Для предложенной нелинейной математической модели реконфигурируемой антенны, учитывающей свойства переключающих элементов, получены уравнения состояния, позволяющие определить её нелинейный режим, соотношения для определения параметров многополюсников, входящих в её схему, а также выходные уравнения, используя которые можно определить характеристику направленности, коэффициент направленного действия, коэффициент полезного действия для реконфигурируемых антенн конкретных типов.

**Список литературы:** 1. Ягофаров Т. IDF Spring 2007: репортаж из столицы Поднебесной // Компьютерное обозрение. 2007. № 17-18 (586). С. 24-39. 2. Сидоров Я. Г., Лучанинов А.И. Современное состояние техники реконфигурируемых антенн // Прикладная радиоэлектроника. 2008. Т. 7, №1. С. 2-10. 3. Huff G. H., Feng J., Zhang S. et al. Directional Reconfigurable Antennas on Laptop Computers: Simulation, Measurement and Evaluation of Candidate Integration Positions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2004. Vol. 52, N 12. P. 3220-3227. 4. Марчук Л.А. Пространственно-временная обработка сигналов в линиях радиосвязи. ВАС, 1991. 136 с. 5. De Flaviis F., Coccioli R., Itoh T. Non Linear Analysis and Evaluation of Distortion Introduced by Micro Electromechanical Switches in Reconfigurable Antenna Systems // Proc. IEEE AP-S IEEE AP-S International Symposium. Davos, Switzerland. 2000. 6. *RF Technologies for Low Power Wireless Communications* / Ed. by T.Itoh, G.Haddad, J.Harvey. N.Y.: J. Willey & Sons, 2001. 468 p. 7. Шифрин Я.С., Лучанинов А.И. Антенны с нелинейными элементами. – Глава 10 в кн. Справочник по антенной технике / Под ред. Л.Д.Бахраха и Е.Г. Зелкина. М.; ИПРЖР, 1997. С. 207-234. 8. Лучанинов А. И., Шифрин Я. С. Математическая модель антенны с сосредоточенными нелинейными элементами // Успехи современной радиоэлектроники. 2007. № 9. С. 3-21. 9. Шифрин Я. С., Лучанинов А. И., Посохов А. С. Структурная модель антенны с нелинейными элементами // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2001. N 122. С. 22-34. 10. Huff G. H., Bernhard J. T. Integration of packaged RF MEMS switches with radiation pattern reconfigurable square spiral microstrip antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2006. Vol.54, N. 2. P. 464-469.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 08.10.2008