

4. Решение методом последовательных приближений

$$H_1 = \max |G(X, \xi)| \rightarrow U_n(X, Y) = U_0(X, Y) + \int_0^L \int_0^Y G(X, \xi) F_1(\xi, \eta, U_{n-1}(\xi, \eta)) d\eta; (X, Y) \in D_1.$$

Методом математической индукции докажем:

$$|U_n(X, Y) - U_0(X, Y)| \leq H N_1 T_1 L, n = 2, 3, \dots$$

$H N_1 T_1 L \leq a_1$, $U_1(X, Y)$ не выходит из области A_1 :

$$|U_2(X, Y) - U_1(X, Y)| \leq \int_0^L \int_0^Y |G(X, \xi)| \times |F_1(\xi, \eta, U_1(\xi, \eta)) - F_1(\xi, \eta, U_0(\xi, \eta))| d\eta \leq H L_1 T_1 \times H_1^2 L^2 Y.$$

$$|U_{n-1}(X, Y) - U_{n-2}(X, Y)| \leq \frac{H T_1 L_1^{n-2} H_1^{n-1} L^{n-1} Y^{n-2}}{(n-2)!} \rightarrow$$

$$\rightarrow |U_n(X, Y) - U_{n-1}(X, Y)| \leq H T_1 L_1^{n-1} \times \frac{H_1^n L^n Y^{n-1}}{(n-1)!}.$$

Из указанных оценок следует уравнение:

$$U_0(X, Y) + \sum_{n=1}^{\infty} (U_n(X, Y) - U_{n-1}(X, Y)), \quad (9)$$

которое равномерно сходится.

Заключение

На основании методов последовательных приближений и математической индукции программой Математика 5.0 построена компьютерная модель краевой задачи для нелинейного уравнения третьего порядка.

Научная новизна заключается в доказательстве существования и единственности решения краевых задач для нелинейного уравнения смешанного типа третьего порядка. В области, ограниченной отрезками прямых, рассмотрена задача о сопряжении двух нелинейных уравнений. Приведенная система уравнений является системой смешанного типа. Для области $D \setminus (Y=0)$ найдены решения, удовлетворяющие краевым условиям. Найдена функция $U(X, Y)$, удовлетворяющая системе, которая соответствует второму и третьему типу канонического вида. Прямая $Y=0$ является характеристикой системы уравнений.

Практическая ценность. Результаты, полученные в работе, важны для компьютерных моделей квантовой теории поля и статистической физики в двумерном пространстве времени. Современный метод решения таких задач позволяет решить задачу корреляционных функций и в явном виде получить асимптотику корреляционных функций на больших расстояниях.

Литература: 1. Гельфанд И.М. Анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1959. Т.14. С.5. 2. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. М.: Наука, 1970. 296с. 3. Трикоми Ф. О линейных уравнениях в частных производных второго порядка смешанного типа. М.-Л.: Гостехиздат, 1947. 190с. 4. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т1. М.: Наука, 1974. С.397.

Поступила в редколлегию: 30.10.2007

Рецензент: д-р техн. наук, с.н.с. Береснев В.М.

Чернышов Николай Николаевич, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Научного физико-технологического центра МОН и НАН Украины. Научные интересы: компьютерное моделирование (программы: ANSYS, FLUKA, SINTEZ, GEFEST); ядерная физика, теория поля. Адрес: Украина, 61022, Харьков, пл.Свободы, 6.

УДК004.738.52:004.031

МЕТОД ВЫБОРА МОМЕНТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ НЕПРЕРЫВНОГО МОНИТОРИНГА

САЕНКО В.И., ГРИЦЕНКО А.И.

Рассматриваются вопросы непрерывного мониторинга сложных систем. Предлагается развитие метода выбора моментов измерений и коррекции накопленных данных, основанное на пропуске плановых измерений при использовании прогнозируемых оценок измеряемых значений с адаптивной подстройкой интервала прогнозирования и последующей коррекцией пропущенных измерений. Рассматривается пример практической реализации.

1. Актуальность проблемы и обзор известных результатов исследований в области непрерывного мониторинга состояния сложных систем

Эффективность решения задачи непрерывного мониторинга состояния сложных систем, например, компьютерной сети, может рассматриваться в контексте двух показателей – достоверности получаемой информации, 2007, № 4

формации о наблюдаемом объекте и величины информационных затрат, связанных с передачей данных от наблюдаемого объекта к системе мониторинга. Требования к этим показателям зависят от типа наблюдаемого объекта, временных ограничений и среды, в которой осуществляется непрерывный мониторинг. При этом, как правило, существует обратно пропорциональная зависимость между этими показателями.

Актуальной проблемой мониторинга является нахождение оптимального соотношения значений величины информационных затрат и достоверности получаемой информации.

На сегодняшний день в области непрерывного мониторинга широко используются неадаптивные методы с систематическим, стохастическим или стратифицированным способом выбора моментов измерений [1-3]. Такие методы просты в реализации, однако эффективность их с точки зрения информационных затрат не высока.

Другой подход заключается в использовании адаптивных методов [4]. Действие таких методов основывается на изучении объекта наблюдения для выбора интервала измерений. В системах непрерывного мо-

нитинга этот подход представляется наиболее перспективным.

Целью работы является поиск путей повышения эффективности непрерывного мониторинга при наблюдении за информационными процессами в компьютерных сетях.

2. Постановка задачи и описание объекта исследования

Описание объекта. Рассматривается система непрерывного мониторинга состояния некоторой сложной системы, например, компьютерной сети. Непрерывный мониторинг предполагает реализацию процедур сбора, накопления и анализа данных, представленных изменяемыми значениями некоторых параметров. Изменяемые значения параметров представляют собой случайный процесс $x(t)$. Наблюдение осуществляется путём измерений значений через некоторые интервалы времени Δt_0 .

В зависимости от выбора Δt_0 меняется точность измерения, его стоимость, затраты на хранение данных, трудоёмкость и быстрота обработки результатов. Интервал Δt_0 может быть фиксированным и произвольным [1-3].

Будем рассматривать системы непрерывного мониторинга с фиксированным интервалом Δt_0 и пропущенными плановыми измерениями. Внутри интервала Δt_0 значения процесса $x(t)$ интерполируются. Считаем ошибку интерполяции незначимой. Контролируемые значения образуют временной ряд $\{x'[i]\}$, $i = \overline{1, k}$.

Будем различать такие последовательности: $x[i]$ – истинные значения, $x'[i]$ – накапливаемые значения, $\tilde{x}[i]$ – измеряемые значения, $\hat{x}[i]$ – оцениваемые значения.

Так как допускается наличие пропущенных плановых измерений, то на множестве $i = \overline{1, k}$ мощность множеств

$$M\{x[i]\} = M\{x'[i]\} = M\{\tilde{x}[i]\} + M\{\hat{x}[i]\}.$$

Кроме того, имеем

$$|x[i] - x'[i]| \geq 0, \quad (1)$$

$$|x'[i] - \tilde{x}[i]| \geq 0, \quad (2)$$

где (1) обусловлено наличием ошибок измерения, а (2) – наличием пропущенных значений.

В большинстве процессов мониторинга интервал измерения Δt_0 выбирается по отношению к самому быстрому процессу. В то же время для медленно изменяющихся процессов интервал слишком мал, что приводит к избыточности данных.

Следовательно, для каждого процесса мониторинга можно выбирать свой интервал $\Delta t_p \geq \Delta t_0$ при условии, что $\Delta t_p = n_p \Delta t_0$, т.е. кратен числу Δt_0 .

В случае, когда априорная информация о наблюдаемом объекте отсутствует, процесс решения задачи выбора Δt_p становится непрерывным, а процедура выбора Δt_p адаптивной.

Постановка задачи: разработать метод, который позволит определить допустимый интервал прогнозирования Δt_p (в единицах Δt_0) для наблюдаемого случайного процесса $x(t)$.

3. Краткое описание метода выбора моментов измерений для процессов непрерывного мониторинга

Предлагается развитие метода выбора моментов измерений для процессов непрерывного мониторинга, основанное на методах экстраполяции накапливаемых данных. Разработанный метод состоит из трёх шагов. Первый шаг заключается в формировании опорной выборки $\tilde{x}[i]$, $i = \overline{1, k}$, состоящей из измеренных значений наблюдаемого процесса. На втором шаге осуществляется выбор интервала прогнозирования Δt_p с помощью процедуры экстраполяции полученных измерений. На третьем шаге используется метод коррекции накопленных данных для процессов непрерывного мониторинга, описанный в п. 4.

Разработанный метод может быть представлен следующим образом:

1. Выбор Δt_p осуществляется только по истечении некоторого времени для анализа поведения наблюдаемого процесса. При этом формируется опорная выборка значений $\tilde{x}[i]$, $i = \overline{1, k}$.
2. Способ получения каждого последующего значения $\tilde{x}[i]$, $i > k$ зависит от выбранного Δt_p , т.е. значение либо измеряется, либо экстраполируется.
3. Принятие решения о выборе интервала прогнозирования осуществляется на основании процедуры экстраполяции, экстраполируемое значение рассчитывается с помощью модели метода линейной регрессии [5].

$$\hat{x}[i] = a_0 + a_1 t[i], \quad (3)$$

где $\hat{x}[i]$ – экстраполируемое значение; a_0, a_1 – коэффициенты модели, рассчитываемые по формулам (4) и (5):

$$a_0 = \frac{\sum_i x'[i] - a_1 \sum_i t[i]}{w}, \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{w \sum_i x'[i] t[i] - \sum_i x'[i] \sum_i t[i]}{w \sum_i t[i]^2 - \sum_i t[i] \sum_i t[i]}, \quad (5)$$

где w – длина окна прогнозирования.

4. Оценивание адекватности экстраполяции осуществляется на основании опорной выборки $\{\tilde{x}[i]\}$, $i = \overline{1, k}$ с помощью вычисления ошибки прогнозирования по формуле

$$e[k] = |x'[k] - \hat{x}[k]|. \quad (6)$$

5. Для накапливаемых значений $x'[i]$, $i > k$ используются либо измеренные значения ($\tilde{x}[i]$), либо прогнозируемые ($\hat{x}[i]$).

4. Краткое описание метода коррекции накопленных данных для процессов непрерывного мониторинга

Метод коррекции накопленных данных для процессов непрерывного мониторинга основан на методах интерполяции измеренных значений. Он необходим для обработки результатов наблюдения в целях увеличения их достоверности путём уточнения экстраполированных данных.

Укрупненно данный метод может быть представлен следующим образом:

1. На множестве накопленных значений $x'[i]$, $i = \overline{1, n}$ интерполируются значения, которые были экстраполированы в процессе наблюдения.

2. Интерполяция осуществляется по формуле

$$\hat{x}[i] = \tilde{x}[i-1] + \alpha (\tilde{x}[i+r] - \tilde{x}[i-1]), \quad (7)$$

где $\hat{x}[i]$ – интерполируемое значение; $\tilde{x}[i-1]$ – ближайшее к $\hat{x}[i]$ ранее измеренное значение; $\tilde{x}[i+r]$ – ближайшее к $\tilde{x}[i]$ значение, измеренное позже; α – коэффициент модели, рассчитываемый по формуле

$$\alpha = \frac{t[i] - t[i-1]}{t[i+r] - t[i-1]}. \quad (8)$$

3. В результирующей выборке экстраполированные значения заменяются уточнёнными.

5. Характеристика разработанного метода

Анализируя цели и задачи разработанного метода, особенности алгоритма его реализации и типы объектов, к которым он применяется, можно сформулировать его обобщённую характеристику.

Выделим три основных момента, характеризующих предложенный метод:

1. Информационные затраты и точность измерения зависят от интервала мониторинга Δt_0 и интервала прогнозирования Δt_p .

2. Учитывается изменчивость наблюдаемого процесса в ходе мониторинга, благодаря непрерывному решению задачи выбора интервала прогнозирования Δt_p и использованию методов экстраполяции.

3. Существует возможность оценить риск пропущенных плановых измерений, благодаря сравнению накопленных данных до и после коррекции.

Таким образом, разработанный метод обладает свойствами адаптивности, так как значение интервала прогнозирования Δt_p меняется в течение непрерывного мониторинга в зависимости от изменений наблюдаемого процесса.

6. Краткое описание алгоритма реализации метода выбора моментов измерений для процессов непрерывного мониторинга

Реализация метода состоит из следующих шагов:

1. Выбирается интервал мониторинга Δt .

2. Устанавливается длина опорной выборки k , которая необходима для модели прогнозирования, например $k = 10$.

3. Формируется выборка значений $\tilde{x}[i]$, $i = \overline{1, k}$.

4. В рамках скользящего окна $w = \{x'[i]\}$, $i = \overline{k-6, k-1}$, рассчитываются коэффициенты a_0 и a_1 по формулам (4) и (5).

5. Экстраполируется значение $\hat{x}[k]$ с помощью модели прогнозирования (3).

6. По формуле (6) рассчитывается ошибка прогнозирования.

7. Если $e[k] \leq e^*$, где e^* – допустимое значение интервала ошибки, осуществляется переход к следующему шагу, иначе прекращается выполнение алгоритма.

8. В рамках скользящего окна $w = \{x'[i]\}$, $i = \overline{k-7, k-2}$, экстраполируется значение $\hat{x}[k]$.

9. По формуле (6) рассчитывается ошибка прогнозирования.

10. Если $e[k] \leq e^*$, осуществляется переход к следующему шагу, иначе выбирается интервал прогнозирования $L = 1$ и осуществляется переход к шагу 17.

11. В рамках скользящего окна $w = \{x'[i]\}$, $i = \overline{k-8, k-3}$ экстраполируется значение $\hat{x}[k]$.

12. По формуле (6) рассчитывается ошибка прогнозирования.

13. Если $e[k] \leq e^*$, осуществляется переход к следующему шагу, иначе выбирается интервал прогнозирования $L = 2$ и осуществляется переход к шагу 17.

14. В рамках скользящего окна $w = \{x^T[i]\}$, $i = \overline{k-9, k-4}$, экстраполируется значение $\hat{x}[k]$.

15. По формуле (6) рассчитывается ошибка прогнозирования.

16. Если $e[k] \leq e^*$, выбирается интервал прогнозирования $L=3$, иначе выбирается интервал прогнозирования $L=4$, после выбора интервала прогнозирования осуществляется переход к шагу 17.

17. Экстраполируются L значений.

18. Осуществляется коррекция накопленных данных.

На рис. 1 представлена схема алгоритма, реализующего метод выбора моментов измерений для процессов непрерывного мониторинга.

7. Пример реализации методов

Пусть необходимо осуществить непрерывный мониторинг состояния некоторой сложной системы. С периодичностью Δt производятся измерения одного параметра наблюдаемой системы. Предположим, что наблюдаемый процесс описывается некоторой функцией (рис. 2).

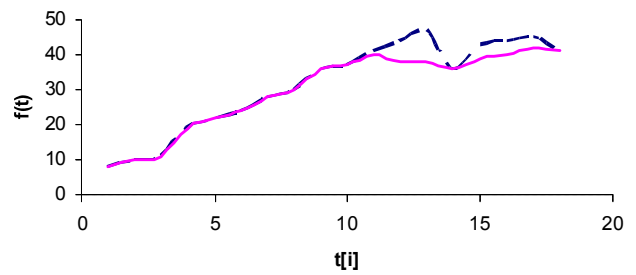


Рис. 2. Результат накопления данных без коррекции

В соответствии с методом выбора моментов измерений осуществляем накопление опорной выборки. Пусть длина выборки, на основании которой производится выбор интервала прогнозирования, равна 10 измерений $\tilde{x}[i]$, $i = \overline{1, k}$, $k = 10$. Выполняем четыре шага. С помощью метода линейной регрессии осуществляем экстраполяцию исходных значений для получения оценки прогнозирования в точке $t[i] = 10$. На каждом шаге интервал экстраполяции увеличивается на 1. Для построения экстраполируемого ряда используем плавающее окно $w[i]$, $i = \overline{k-s-5, k-s}$, где s – номер шага. В табл. 1 приведены результаты экстраполяции, где X1 – значения опорной выборки, X2 – результаты прогнозирования с интервалом экстраполяции, равным 1, X3 – результаты прогнозирования

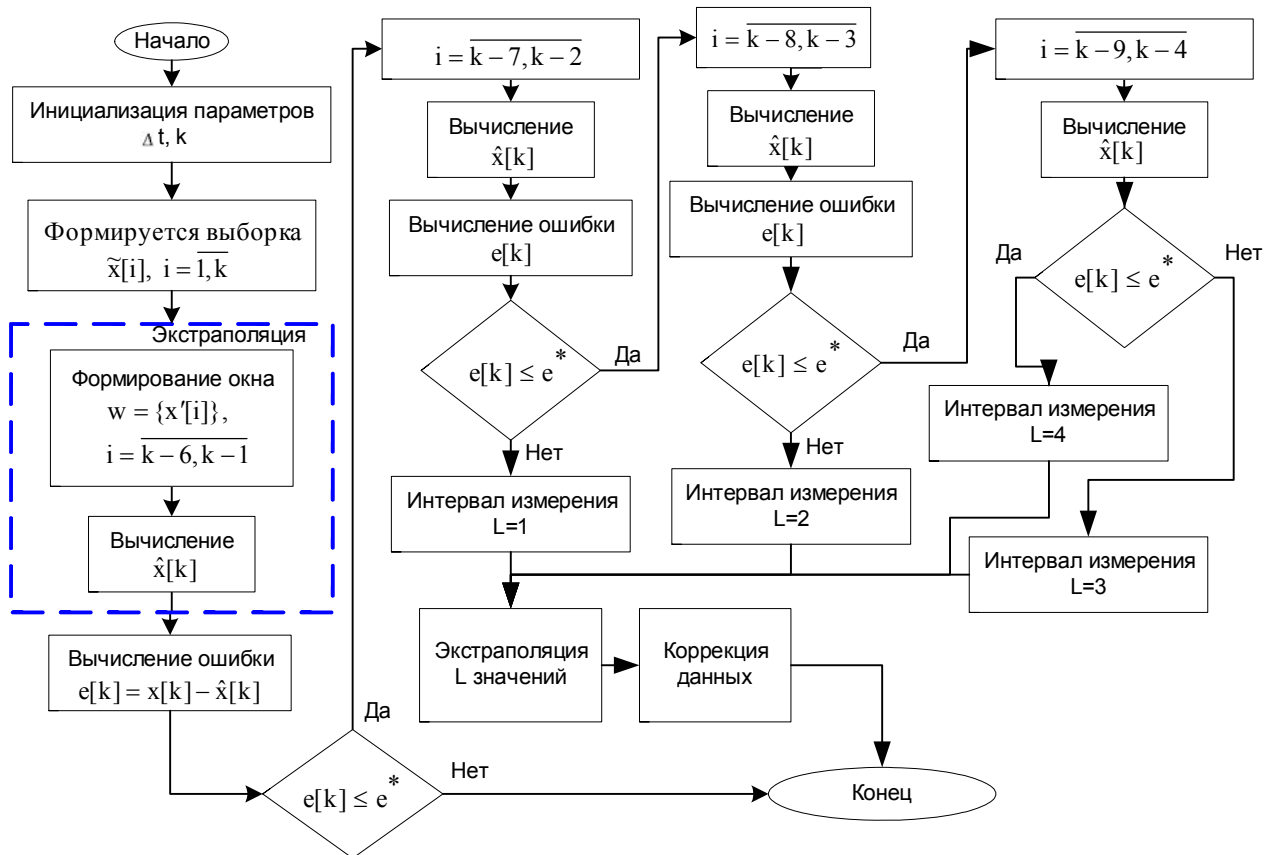


Рис. 1. Схема алгоритма разрабатываемого метода

ния с интервалом экстраполяции равным 2, X4 – результаты прогнозирования с интервалом экстраполяции, равным 3, X5 – результаты прогнозирования с интервалом экстраполяции, равным 4. В последней строке табл. 1 приведено значение ошибки прогнозирования ϵ для каждого шага.

На основании проведенных расчетов принимаем допустимый уровень ошибки, равный 3%, тогда выбираем текущий интервал прогнозирования, равный $L=3$ (X4 в табл. 1).

Таблица 1
Результаты экстраполяции

$t[i]$	X1	X2	X3	X4	X5
1	8	8	8	8	8
2	10	10	10	10	10
3	11	11	11	11	11
4	19	19	19	19	19
5	22	22	22	22	22
6	24	24	24	24	24
7	28	28	28	28	
8	30	30	30		
9	36	36			
10	37	37	37	38	39
$\epsilon, \%$	-	0	0	3	5

В табл. 2 представлены накопленные данные без коррекции и с коррекцией, а также соответствующие ошибки измерения.

Таблица 2
Результаты накопления данных до и после коррекции

Эталон		Действие	Без коррекции		После коррекции	
$[i]$	$x[i]$		$x'[i]$	$\Delta x'[i]$	$x[i]$	$\Delta x[i]$
1	2	3	4	5	6	7
1	8	Изм.	8	0	8	0
2	10		10	0	10	0
3	11		11	0	11	0
4	19		19	0	19	0
5	22		22	0	22	0
6	24		24	0	24	0
7	28		28	0	28	0
8	30		30	0	30	0
9	36		36	0	36	0
10	37		37	0	37	0
11	40	Прогн.	41	1	37	3
12	38		44	6	37	1
13	38		47	9	36	2
14	36	Изм.	36	0	36	0
15	39		Прогн.	43	4	37
16	40	44		4	39	1
17	42	45		3	40	2
18	41	Изм.	41	0	41	0
Средняя ошибка:			1,50			0,61
Максимальная ошибка:			9			3
			20 %			10 %

На рис. 3 представлена функция, отражающая истинные значения наблюдаемого процесса (сплошная линия) и накопленные значения в результате мониторинга без коррекции (пунктирная линия).

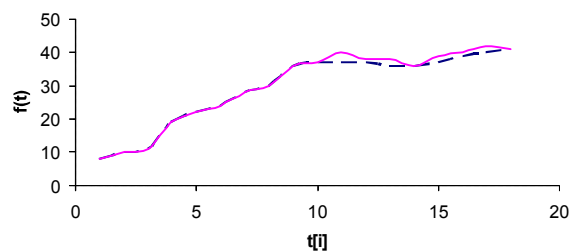


Рис. 3. Результат накопления данных с коррекцией

Итоговый результат приемлем для принятого качества измерения.

Пути дальнейших исследований. Предполагается рассмотреть вопросы особенностей применения предлагаемого метода в системах мониторинга при различных способах организации процесса мониторинга.

8. Выводы

В результате решения поставленной задачи разработан метод выбора моментов измерений в системах непрерывного мониторинга для наблюдения случайных процессов. К основным результатам можно отнести собственно метод выбора моментов измерений и метод коррекции накапливаемых данных. Результаты получены для случайных процессов путём построения временных рядов в рамках скользящего окна и использования методов экстраполяции. Адекватность оценивалась на основе опорной выборки.

Сравнительный анализ предложенного метода показал основные его преимущества по сравнению с уже существующими методами выбора моментов измерений. Как упоминалось в п. 1, все методы выбора моментов измерений можно разделить на адаптивные и неадаптивные. Среди неадаптивных методов широкое применение получили те, которые основаны на систематической, стохастической или стратифицированной процедуре выбора моментов измерений, [1-3]. Недостаток данных методов заключается в том, что для разных объектов наблюдений применяется одинаковый подход, что часто приводит к избыточному количеству измерений. В разработанном методе устраняется этот недостаток, благодаря адаптивному подходу. По сравнению с существующими адаптивными методами мониторинга [4] разработанный метод обладает следующими преимуществами: полнота информационной матрицы, возможность прогнозирования будущего состояния наблюдаемого процесса, осуществление коррекции данных.

Научная новизна состоит в том, что получил дальнейшее развитие метод выбора моментов измерений в системах непрерывного мониторинга, основанный на использовании оценок прогнозирования наблюдаемого случайного процесса. Метод отличается тем, что

обладает свойствами адаптивности и позволяет оценить риск пропущенных измерений на основании прогнозируемых значений. Это приводит к сокращению числа измерений при описании случайного процесса.

Практическая ценность метода заключается в снижении информационных затрат в процессе непрерывного мониторинга, что эквивалентно снижению стоимости мониторинга. Например, для таких систем, как компьютерная сеть, снижение информационных затрат в процессе мониторинга увеличивает полезную пропускную способность каналов связи, соответственно больше пользовательских данных может быть передано в единицу времени.

Литература: 1. *Cochran W.* Sampling Techniques, Wiley, New York, 1977. 2. *Paul D. Amer, Lillian N. Casse.* Management of Sampled Real-Time Network Measurements // 14th Conference on Local Computer Networks, October 1989, Minneapolis. P. 62-68, IEEE, 1989. 3. *Claffy K.C., George*

Polyzos C., Hans-Werner Braun. Application of Sampling Methodologies to Network Traffic Characterization // Proc. of ACM SIGCOMM'93, San Francisco, CA, USA, September 13-17, 1993. 4. *Widrow B. and Stears S.* Adaptive signal processing, Prentice Hall, USA, 1985. 5. *Draper, N.R. and Smith H.* Applied Regression Analysis Wiley Series in Probability and Statistics, 1998

Поступила в редколлегию 10.10.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Самойленко Н.И.

Саенко Владимир Иванович, канд. техн. наук, проф. каф. информационных управляющих систем ХНУРЭ. Научные интересы: менеджмент компьютерных сетей. Увлечения и хобби: садоводство. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.

Гриценко Алексей Игоревич, соискатель каф. информационных управляющих систем ХНУРЭ. Научные интересы: методы и технологии менеджмента компьютерных сетей. Увлечения и хобби: футбол, горный туризм, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.