УДК 621.396.962.25

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, *Ю. В. СТАСЕВ,* канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СОСТАВНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛЧМ-ФМ СИГНАЛОВ

При разработке систем связи с кодовым разделением каналов возрастает интерес к сигналам с комбинированными методами модуляции, которые позволяют получать большие ансамбли сигналов с заданными спектральными и корреляционными свойствами [1]. Среди них особое внимание привлекают сигналы

с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). В [2—4] предложены и исследованы свойства составных равномерных по длительности ЛЧМ сигналов к ЛЧМ сигналов с внутриимпульсной фазовой манипуляцией (ЛЧМ-ФМ). Однако полученные результаты и аналитические выражения не могут быть использованы при исследовании корреляционных свойств составных неравномерных по длительности ЛЧМ-ФМ сигналов (СНЛЧМ-ФМ).

В настоящей статье приводятся методика, основные аналитические соотношения и результаты исследований корреляционных свойств СНЛЧМ-ФМ сигналов.

СНЛЧМ-ФМ сигнал аналитически может быть представлен в виде

$$S(t)=S_0\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=1}^{Q}V_l\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-\sum\limits_{r=0}^{n-1}T_r}{T_n}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t-(l-1)\tau_э}{\tau_э}\right)\times$$

$$\times\exp j\left\{\omega_n\left(t-\sum_{r=0}^{n-1}T_r\right)+\frac{\mu_n}{2}\left(t-\sum_{r=0}^{n-1}T_r\right)^2+\varphi_n\right\}. \qquad (1)$$

Здесь N — число радиоимпульсов, образующих СНЛЧМ-ФМ сигнал; S_0 — амплитуда огибающей сложного сигнала; Q — число элементов двоичной манипулирующей последовательности, укладывающихся на составном ЛЧМ сигнале; V_l — символ манипулирующей последовательности; $V_l\in\{1;\ -1\}$; $\tau_э$ — длительность элемента манипулирующей последовательности; ω_n, φ_n — несущая частота и начальная фаза n-го ЛЧМ радиоимпульса; μ_n — коэффициент наклона модуляционной характеристики n-го ЛЧМ радиоимпульса, связанный с девиацией частоты ΔF_n и длительностью T_n-соотношением $\mu_n=\pm 2\pi\Delta F_n/T_n$; $\mathrm{rect}(x)$ — есть функция вида

$$\mathrm{rect}(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant 1;\\ 0, & x<0; x>1.\end{cases}$$

При этом

$$\sum_{n=1}^{N}T_n=Q\tau_э,\quad \sum_{r=0}^{n-1}T_r=0,\quad \text{если } n=1.$$

Функцию неопределенности найдем, используя соотношение [6]

$$\chi(\tau_з,\omega_д)=\int_{-\infty}^{\infty}S^{(p)}(t)\,S^{(q)}(t-\tau_з)\,e^{j\omega_д t}\,dt, \qquad (2)$$

где $\tau_з$ — смещение p-сигнала по времени относительно q-сигнала; $\omega_д$ — смещение сигналов по частоте.

Подставив (1) в (2), получим

$$\chi(\tau_з,\omega_д)=\int_{-\infty}^{\infty}S_0^{(p)}S_0^{(q)}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{s=1}^{Q}\sum_{l=0}^{Q}V_l^{(p)}V_s^{(q)}\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-\sum\limits_{r=0}^{n-1}T_r}{T_n}\right)\times$$

$$\times \operatorname{rect}\left\{\frac{t-\sum\limits_{k=0}^{m-1} T_k-\tau_з}{T_m}\right\} \operatorname{rect}\left\{\frac{t-(l-1)\tau_э}{\tau_э}\right\}\times$$

$$\times \operatorname{rect}\left\{\frac{t-(s-1)\tau_э-\tau_з}{\tau_э}\right\}\exp j\left\{\omega_n\left(t-\sum_{r=0}^{n-1} T_r\right)+\right.$$

$$+\frac{\mu_n}{2}\left(t-\sum_{l=0}^{n-1} T_r\right)^2+\omega_n t+\varphi_n^{(p)}-\omega_m\left(t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k-\tau_з\right)-$$

$$\left.-\frac{\mu_m}{2}\left(t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k-\tau_з\right)^2-\varphi_m\right\}dt. \qquad (3)$$

Представим задержку в виде

$$\tau_з=\sum_{z=0}^{d} T_z+b\tau_э+\theta,$$

где d — число, показывающее, на сколько ЛЧМ радиоимпульсов сигнал p задержан относительно сигнала q; b — число, показывающее, на сколько двоичных элементов в $d+1$ радиоимпульсе сигнал p задержан относительно сигнала q; $0\leqslant\theta<\tau_э$; $n=m+d$; $l=s+b$;

$$\sum_{z=0}^{d} T_z=0 \quad \text{при } d=0;$$
$$\sum_{k=0}^{m-1} T_k=0 \quad \text{при } m=1. \qquad (4)$$

С учетом (4) выражение (3) преобразуем к виду

$$X(\tau_з,\omega_n)=S_0^{(p)}S_0^{(q)}\int_{-T}^{T}\sum_{m=1}^{N}\sum_{S=1}^{Q} V_{s+b}V_s\times \operatorname{rect}\left\{t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k-\sum_{z=0}^{d} T_z\right\}\times$$

$$\times \operatorname{rect}\left\{t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k-\sum_{z=0}^{d} T_z\right\}\times$$

$$\times \operatorname{rect}\left\{\frac{t-(s+b-1)\tau_э}{\tau_э}\right\}\operatorname{rect}\left\{\frac{t-(s-1)\tau_e-b\tau_э-\theta}{\tau_e}\right\}\times$$

$$\times \exp j\left\{\omega_{m+d}\left(t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k\sum_{z=0}^{d} T_z\right)+\frac{\mu_{m+d}}{2}\left(t-\sum_{k=0}^{m-1} T_k-\sum_{z=0}^{d} T_z\right)^2+\right.$$

$$+\omega_k t-\varphi_{m+d}-\omega_m\left(t-\sum_{k=0}^{m-1}T_k-\sum_{z=0}^{d}T_z-b\tau_э-\Theta\right)-$$

$$-\frac{\mu_m}{2}\left(t-\sum_{k=0}^{m-1}T_k-\sum_{z=0}^{d}T_z-b\tau_э-\Theta\right)-\varphi_m\Bigg\}dt. \qquad (5)$$

После ряда преобразований произведем в выражении (5) замену переменных вида

$$\sqrt{\frac{1}{2}(\mu_{m+d}-\mu_m)}\left\{t-\left[\omega_m-\omega_{m+d}-\omega_д+(\mu_{m+d}-\mu_m)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\sum_{k=0}^{m-1}T_k+\sum_{z=0}^{d}T_z\right)-\mu_m(b\tau_э+\Theta)\right]\Big/(\mu_{m+d}-\mu_m)\right\}=\sqrt{\pi}x \qquad (6)$$

так, что

$$dt=\sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{2}(\mu_{m+d}-\mu_m)}}\,dx.$$

С учетом (6) выражение (5) примет вид

$$X(\tau_э,\omega_д)=S_0^{(p)}S_0^{(q)}\sum_{m=1}^{N}\sum_{s=1}^{Q}V_{s+b}^{(p)}V_b^{(q)}\exp j\left\{(\omega_m-\omega_{m+d})\times\right.$$

$$\times\left(\sum_{k=0}^{m-1}T_k+\sum_{z=0}^{d}T_k\right)+\frac{\mu_{m+d}}{2}\left(\sum_{z=0}^{m-1}T_k+\sum_{z=0}^{d}T_z\right)^2+\omega_m(b\tau_э+\Theta)-$$

$$-\frac{\mu_m}{2}\left(\sum_{k=0}^{m-1}T_k+\sum_{z=0}^{d}T_z+b\tau_э+\Theta\right)^2+(\varphi_{m+d}-\varphi_m)-$$

$$-\frac{1}{2}\left[\left[\omega_m-\omega_{m+d}-\omega_д+(\mu_{m+d}-\mu_m)\left(\sum_{k=0}^{m-1}T_k+\sum_{z=0}^{d}T_z\right)-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\mu_m(b\tau_э+\Theta)\right]^2\right]\Big/(\mu_{m+d}-\mu_m)\right\}\int_{-x_1}^{x_2}\exp\left[j\frac{\pi x^2}{2}\right]dx. \qquad (7)$$

Здесь

$$\int_{-x_1}^{x_2}\exp\left[j\frac{\pi x^2}{2}\right]dx=-\int_0^{x_1}\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)dx-j\int_0^{x_1}\sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)dx+$$

$$+\int_0^{x_1}\cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)dx+j\int_0^{x_2}\sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right)dx=$$

$= C(-x_1) + jS(-x_1) + C(x_2) + jS(x_2)$; $C(x), S(x)$ — интегралы Френеля.

Учитывая, что в n-й ЛЧМ радиоимпульс укладывается не целое число элементов модулирующей последовательности V_i, а модуляционные характеристики ЛЧМ радиоимпульсов в общем случае не равны между собой, выражение (7), как показал анализ, разбивается на одиннадцать слагаемых вида

$$X_i^{(p,q)}(\tau_э, \omega_д) = S_0^{(p)} S_0^{(q)} \sum_{m=f}^{B} \sum_{s=y}^{G} V_R^{(p)} V_r^{(q)} A \times$$
$$\times [C(x_{2_i}) + jS(x_{2_i}) - C(x_{2_{i-1}}) - jS(x_{2_{i-1}})], \qquad (8)$$

где значения величин $f, b, y, G, R, r, x_{2_{i-1}}, x_{2_i}$ и для каждого i приведены в табл. 1, а величины A и x_j определены выражениями

$$A = \sqrt{2\pi/(\mu_{m+1} - \mu_m)} \exp\left\{ j\left\{ (\omega_m - \omega_{m+d}) \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^{d} T_z \right) + \right.\right.$$
$$+ \frac{\mu_{m+d}}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-2} T_k + \sum_{z=0}^{d} T_z \right)^2 + \omega_m (b\tau_э + \Theta) -$$
$$- \frac{\mu_m}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^{d} T_z + b\tau_э + \Theta \right)^2 + (\psi_{m+d} - \varphi_m) -$$
$$- \frac{1}{2} \left\{ \left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_д + (\mu_{m+d} - \mu_m) \left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \sum_{z=0}^{d} T_z \right) - \right.\right.$$
$$\left.\left.\left. - \mu_m (b\tau_э + \Theta)^2 \right\} \right\} / (\mu_{m+d} - \mu_m) \right\};$$

$$x_j = \left\{ (\mu_{m+d} - \mu_m) E_j - \left[\omega_m - \omega_{m+d} - \omega_д + (\mu_{m+d} - \mu_m) \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \left(\sum_{k=0}^{m-2} T_k + \sum_{z=0}^{d} T_z \right) - \mu_m (b\tau_э + \Theta) \right] \right\} \Big/ \sqrt{\frac{2\pi}{(\mu_{m+d} - \mu_m)}};$$

$$a = \text{entier} \left[\left(\sum_{k=0}^{m-1} T_k + \tau_э \right) / \tau_э \right];$$

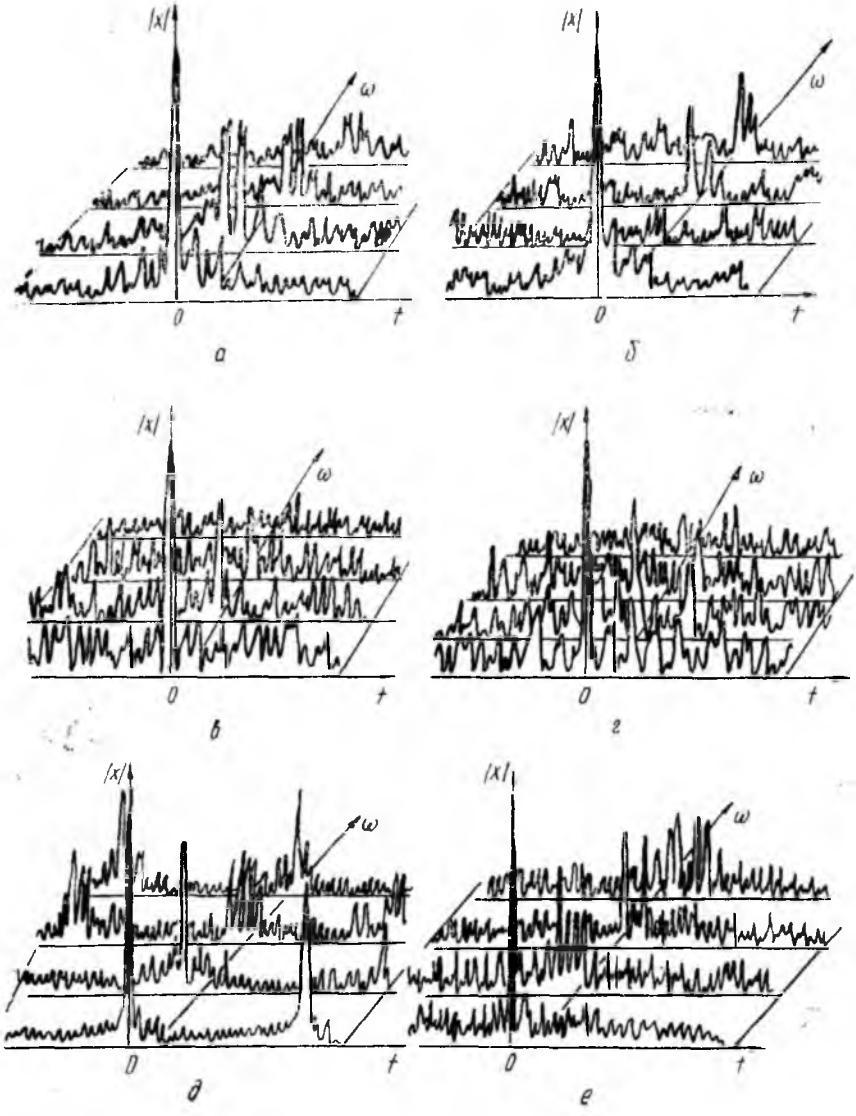
$$c = \text{entier} \left[\left(\sum_{k=0}^{m} T_k - \tau_э \right) / \tau_э \right].$$

Таблица 1

E_{2i-1}	E_{2i}
$(s-1)\tau_э$	$s\tau_э - \Theta$
$s\tau_э - \Theta$	$s\tau_э$
$s\tau_э$	$\sum_{k=0}^{m} T_k - \sum_{z=0}^{d} T_z - b\tau_э - \Theta$
$\sum_{k=0}^{m} T_k - \sum_{z=0}^{d} T_z - b\tau_э - \Theta$	$(c+1)\tau_э - \Theta$
$(c+1)\tau_э - \Theta$	$(c+1)\tau_э$
$(s-1)\tau_э$	$s\tau_э - \Theta$
$s\tau_э - \Theta$	$s\tau_э$
$Q\tau_э$	$\sum_{k=0}^{m} T_k$
$\sum_{k=0}^{m} T_k$	$(Q+1)\tau_э - \Theta$
$(\theta+1)\tau_э - \Theta$	$(Q+1)\tau_э$
0	$\tau_э - \Theta$

i	f	B	y	G	R	r
1	1	$N-d$	$a+1$	c	$c+b$	s
2	1	$N-d$	a	c	$s+b+1$	s
3	1	$N-d$	0	0	$c+b$	$c+1$
4	1	$N-1$	0	0	$c+b$	$c+1$
5	1	$N-1$	0	0	$c+b+1$	$c+1$
6	1	$N-d$	$c+2$	0	$s+b$	$c+2$
7	1	$N-d$	$c+2$	0	$s+b+1$	s
8	1	$N-d$	0	0	$Q+b+1$	$Q+1$
9	1	$N-d$	0	0	$Q+b+1$	$Q+1$
10	1	$N-d$	0	0	$Q+b+2$	$Q+1$
11	0	0	0	0	1	$b+1$

С использованием полученных соотношений проведены исследования корреляционных свойств СНЛЧМ-ФМ. В качестве манипулирующих используются хорошо изученные к настоящему времени сигналы с одноуровневой функцией автокорреляции (сигналы квадратичных вычетов, М-последовательности), двухуровневой функцией автокорреляции (характеристические последовательности), ортогональные системы сигналов (функции Уолша).



Функции неопределенности СНЛЧМ-ФМ сигналов, рассчитанных на ЭВМ с использованием выражений (7), (8), показаны на рисунке, параметры сигналов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Позиция на рисунке	N	Q	ΔF_n, МГц	T_n, мкс	Класс модулирующих сигналов
а	2	0	1 —1	30, 30	
б	7	0	—1,1—1,1 —1, 1—1;	3, 5, 7, 9, 11 13, 17;	
в	1	60	—2	60	Характеристические последовательности
г	1	7	2	60	М-последовательности
д	2	64	1, —1;	32; 32	Функции Уолша
е	2	54	1, —1;	23, 31	Квадратичных вычетов

Корреляционные свойства СНЛЧМ (позиции *а, в*) при $\omega_д=0$ почти совпадает с корреляционными свойствами ЛЧМ сигналов, однако при рассогласовании по частоте происходит раздвоение основного выброса функции неопределенности. При этом наблюдается разность амплитуд раздвоенного выброса, которая зависит от разности $\mu_{max} \dots \mu_{min}$, где μ_{max} и μ_{min} — максимальный и минимальный коэффициенты наклона модуляционной характеристики ЛЧМ радиоимпульсов соответственно.

Уровень боковых лепестков функции неопределенности СНЛЧМ-ФМ и ЛЧМ-ФМ сигналов (позиции *в, е*) при $\sum_{n=1}^{N} \frac{\Delta F_n T_n}{Q} \geqslant 1$ по сравнению с ЛЧМ сигналами несколько увеличивается. Как показало большое число расчетов функции неопределенности СНЛЧМ-ФМ сигналов, с точки зрения минимизации уровня боковых лепестков предпочтительно использовать в качестве манипулирующих при $\sum_{n=1}^{N} \frac{\Delta F_n T_n}{Q} \geqslant 1$ сигналы с одно- и двухуровневой функцией корреляции, так как при манипуляции фазы СНЛЧМ сигнала ортогональными сигналами функция неопределенности имеет характерные, очень большие боковые лепестки. При $\sum_{n=1}^{N} \frac{\Delta F_n T_n}{Q} < 1$ функция неопределенности в области начала координат имеет хаотический характер и определяется корреляционными свойствами модулирующих дискретных последовательностей.

Список литературы: 1. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 2. *Рихачек, Митчел*//Зарубеж. радиотехника. 1969. № 9. С. 30—45. 3. *Кочемасов В. Н., Кряжев В. П., Оконешников В. С.*// Радиотехника. 1980. Т. 35, № 2. С. 57—69. 4. *Долгов В. И., Белов С. Н., Горбенко И. Д.*//Радиотехника. 1981. Т. 36, № 10. С. 37—41. 5. *Кочемасов В. Н., Кряжев В. П., Оконешников В. С.*//Радиотехника. Изв. вузов СССР. 1980. № 7. С. 31—37. 6. *Кук Ч., Бернфельд М.* Радиолокационные сигналы. Теория и применение//Под ред. В. С. Кельзона. Пер. с англ. М., 1971. 576 с.

Поступила в редколлегию 16.01.87