

---

УДК 621.396

*В. И. АЛЕХИН*, канд. техн. наук, *В. М. КАРТАШОВ*, *И. В. КОРЫТЦЕВ*, -  
канд. техн. наук, *Г. И. СИДОРОВ*, канд. техн. наук

### **АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ОЦЕНОК ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ В РАДИОАКУСТИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ**

---

Задача нахождения точного профиля температуры в приземном слое атмосферы методом радиоакустического зондирования включает в себя выполнение в каждой точке по высоте значительного числа измерений, достигающего нескольких десятков, с последующим их усреднением [1]. Это вызвано ошибками определения доплеровской частоты отраженных радиолокационных сигналов, зависящими в основном от способа измерения и соотношения сигнал-шум на входе измерителя, а также от нестабильности частоты передатчика.

Такой подход к обработке результатов измерений не позволяет учесть коррелированность соседних по высоте оценок доплеровской частоты, и каждая последующая оценка получается независимо от предыдущих. Для обработки первичных оценок доплеровской частоты предлагаем использовать методы оптимальной фильтрации. При этом

точность единичного измерения повышается и количество измерений в каждой точке по высоте значительно уменьшается.

В данном случае суммарный сигнал на входе устройства вторичной обработки представим в виде аддитивной смеси полезного сигнала и помехи:  $\vec{Y} = \vec{F}(\vec{A}, h) + \Delta\vec{F}$  (1), где  $\vec{F}(\vec{A}, h)$  — выборка истинных значений доплеровской частоты;  $\vec{A} = \|A_j\|$ ,  $j = \overline{0, s}$  — вектор искомых параметров;  $\Delta\vec{F} = \|\Delta f_i\|$ ,  $i = \overline{1, n}$  — ошибки измерений;  $n$  — число высотных точек профиля. Математическая модель  $\vec{F}(\vec{A}, h)$  должна быть адекватна исследуемому процессу и задается на основе различных предположений.

В радиолокации широко используется полиномиальная модель, основанная на представлении изучаемого процесса на ограниченном интервале наблюдения как полинома степени  $s$  [2; 3]:

$$\vec{F}(\vec{A}, h) = \sum_{j=0}^s A_j \frac{h^j}{j!} = A_0 + A_1 h + A_2 h^2/2! + \dots + A_s h^s/s! \quad (2)$$

Коэффициенты полинома выбираются в виде детерминированных чисел или случайных величин. В таком полиноме коэффициенты имеют очевидную физическую сущность: основной параметр, скорость его изменения, ускорение и т. д. Представление коэффициентов случайными или детерминированными числами не влияет на алгоритм их оценки. Изменяется только интерпретация полученных оценок: в результате оценки случайного параметра получается оценка его математического ожидания, а при оценке неслучайного параметра — его приближенное значение. Рассматриваемые коэффициенты представлены в виде случайных величин с гауссовым законом распределения. Ошибки определения доплеровской частоты  $\Delta f_i$  вызваны значительным числом мешающих воздействий и на основании центральной предельной теоремы могут считаться распределенными по закону Гаусса:

$$P(f_i/\vec{A}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{f_i}} \exp \left[ -\frac{(f_i - f(\vec{A}, h_i))^2}{2\sigma_{f_i}^2} \right], \quad (3)$$

здесь  $\sigma_{f_i}^2$  — дисперсия  $i$ -го измерения доплеровской частоты;  $f_i$  — измеренное значение доплеровской частоты;  $f(\vec{A}, h_i)$  — истинное значение доплеровской частоты в  $i$ -й точке.

Совокупность ошибок  $\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n$  измерения доплеровской частоты на высотах  $h_1, h_2, \dots, h_n$  представим как  $n$ -мерную систему коррелированных, нормально распределенных случайных величин. Полную характеристику ошибок измерения дает корреляционная матрица ошибок  $N$ .

Оптимальное решение задачи последовательного сглаживания состоит в формировании апостериорной вероятности фильтруемых параметров математической модели исследуемого процесса и в установлении их оценок, соответствующих максимуму функции апостериорной

плотности вероятности [3], поскольку она содержит всю информацию, полученную из априорных источников и предшествующих результатов измерений. Определим основные выражения для фильтрации последовательно поступающих результатов измерений доплеровской частоты отраженных радиолокационных сигналов, пришедших с определенных высот.

Вначале произведем оценку вектора параметров  $\vec{A}$  по первым  $n$  измерениям методом максимального правдоподобия. Запишем плотность вероятности  $n$ -мерной выборки [4]:

$$P\left(\frac{\vec{Y}}{\vec{A}}\right) = \frac{(2\pi)^{-n/2}}{|N|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{K_{ij}}{|N|} \Delta f_i \Delta f_j\right]. \quad (4)$$

Здесь  $|N|$  — определитель корреляционной матрицы ошибок измерения;  $|K_{ij}|$  — алгебраическое дополнение элемента  $N_{ij}$  в определителе  $|N|$ . Квадратичную форму в выражении (4) представим в виде векторно-матричного произведения:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{K_{ij}}{|N|} \Delta f_i \Delta f_j = \Delta \vec{F}^T N^{-1} \Delta \vec{F}, \quad (5)$$

где  $\Delta \vec{F}^T = |\Delta f_1, \Delta f_2 \dots \Delta f_n|$ . Тогда функция правдоподобия  $\ln L(\vec{A}) = -\frac{1}{2} (\Delta \vec{F}^T N^{-1} \Delta \vec{F})$  (6). После ее дифференцирования по вектору параметров  $\vec{A}$  и некоторых преобразований уравнение правдоподобия можно записать так:

$$C^T N^{-1} (\vec{Y} - \vec{F}(\vec{A}, h)) = 0, \quad (7)$$

где  $C^T = \frac{d}{d\vec{A}} [F(\vec{A}, h)]^T = \left\| \frac{df(\vec{A}, h_1)}{d\vec{A}} \quad \frac{df(\vec{A}, h_2)}{d\vec{A}} \quad \dots \quad \frac{df(\vec{A}, h_n)}{d\vec{A}} \right\|$ ;  $\vec{A}$  —

оценка вектора параметров. Решение уравнения правдоподобия относительно  $\vec{A}$  имеет вид  $\vec{A} = B^{-1} C^T N^{-1} \vec{Y}$  (8), где  $B = C^T N^{-1} C$ . Если ошибки измерения доплеровской частоты не коррелированы, то

$$N^{-1} \vec{Y} = \vec{Y}^1 = \left\| \begin{array}{c} f_1 \\ \sigma_{f_1} \\ \vdots \\ f_n \\ \sigma_{f_n} \end{array} \right\| \quad (9)$$

и выражение (8) примет форму  $\vec{A} = B^{-1} C^T \vec{Y}^1$  (10). Найдем корреляционную матрицу ошибок оценки параметров. Для этого разложим

функцию  $\vec{F}(\vec{A}, h)$  в ряд Тейлора в окрестности истинного векторного параметра. Учитывая только линейный член, имеем

$$\vec{F}(\widehat{\vec{A}}, h) \approx \vec{F}(\vec{A}, h) + \frac{d\vec{F}(\vec{A}, h)}{d\vec{A}} \Delta\widehat{\vec{A}}, \quad (11)$$

где  $\Delta\widehat{\vec{A}} = \widehat{\vec{A}} - \vec{A}$  — вектор ошибок. Подставив (11) в уравнение правдоподобия (7) и решив его относительно  $\Delta\widehat{\vec{A}}$ , получим  $\Delta\widehat{\vec{A}} = B^{-1}C^T N^{-1} \Delta\vec{F}$  (12). По определению, корреляционная матрица ошибок оценки параметров

$Z = M[\Delta\widehat{\vec{A}}\Delta\widehat{\vec{A}}^T]$  (13),  $M$  — оператор математического ожидания.

Запишем окончательно матрицу ошибок:  $Z = B^{-1} = (C^T N^{-1} C)^{-1}$  (14).

При последовательной обработке результатов измерений вектор параметров экстраполируется на момент следующего  $(n+1)$  измерения:

$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} = \Phi_n \widehat{\vec{A}}_n$  (15). Здесь  $\Phi_n$  — оператор экстраполяции, определенный математической моделью профиля. Корреляционная матрица  $Z_n$  ошибок

оценки параметров  $\vec{A}_n$  по результатам  $n$  измерений также экстраполируется в следующую высотную точку профиля:  $Z_{(n+1)\varepsilon} = \Phi_n Z_n \Phi_n^T$  (16). Тогда априорную плотность вероятности для вектора оцениваемых параметров перед очередным  $(n+1)$  измерением представим так:

$$P(\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon}) = C_1 \exp \left[ -\frac{1}{2} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} - \vec{A}_{(n+1)})^T Z_{(n+1)\varepsilon}^{-1} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} - \vec{A}_{(n+1)}) \right], \quad (17)$$

где  $\vec{A}_{(n+1)}$  — вектор истинных значений параметров на высоте  $h(n+1)$ .

После получения  $(n+1)$  измерения выражение для условной плотности вероятности измеренного значения доплеровской частоты примет вид

$$P\left(\frac{f_{(n+1)}}{\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}}\right) = C_2 \exp \left[ -\frac{1}{2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)})^T \frac{1}{\sigma_{f_{(n+1)}}^2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)}) \right], \quad (18)$$

$P$  — оператор соответствия доплеровской частоты и оцениваемых параметров.

Апостериорное распределение записывается следующим образом:

$$P(\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}) = C_3 \exp \left[ -\frac{1}{2} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} - \vec{A}_{(n+1)})^T Z_{(n+1)}^{-1} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} - \vec{A}_{(n+1)}) \right]. \quad (19)$$

В рассматриваемом случае задача оценки параметров по максимуму апостериорной плотности вероятности сводится к нахождению параметров

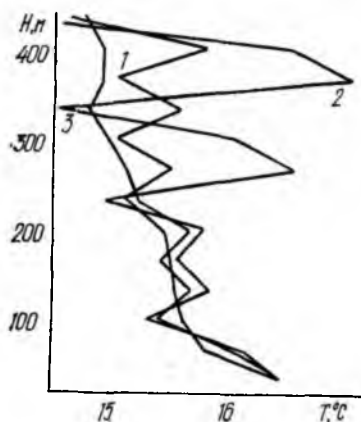
$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}$  и  $Z_{(n+1)}$  в выражении (19):

$$Z_{(n+1)} = Z_{(n+1)\varepsilon} - Z_{(n+1)\varepsilon} P^T (P Z_{(n+1)\varepsilon} P^T + \sigma_{f_{(n+1)}}^2)^{-1} P Z_{(n+1)\varepsilon}; \quad (20)$$

$$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} = \vec{A}_{(n+1)\varepsilon} + Z_{(n+1)} P^T \frac{1}{\sigma_{f_{(n+1)}}^2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)\varepsilon}). \quad (21)$$

Как видно из соотношения (21), вектор сглаженных значений параметров на высоте  $h_{(n+1)}$  получается в виде суммы вектора параметров, экстраполированного на высоту  $h_{(n+1)}$ , исходя из результатов измерений доплеровской частоты на высотах  $h_1 \dots h_n$  и априорных сведений о процессе, и взвешенного с некоторым коэффициентом сглаживания рассогласования между измеренным и экстраполированным значениями доплеровской частоты на высоте  $h_{(n+1)}$ .

На рисунке дан пример обработки результатов измерений температуры радиоакустическим способом с использованием полученного алгоритма.



Линией 1 обозначен профиль температуры, полученный в результате 20 измерений в каждой точке, 2 — мгновенный профиль температуры без учета сглаживания. Профиль температуры 3, полученный с учетом вторичной обработки результатов измерений, имеет значительно меньший разброс относительно профиля средней температуры, особенно для высот больше 200 м. Это объясняется тем, что составляющие вектора параметров  $\vec{A}$  на начальном участке определены неточно. Использование данных наземных высокоточных датчиков температуры и влажности,

помещенных в двух разнесенных по высоте точках, позволяет априорно определить  $\vec{A}$  с высокой точностью и уже в первой точке измерения радиоакустическим способом иметь достаточно узкое априорное распределение.

**Список литературы:** *Каллистратова М. А., Кон А. И.* Радиоакустическое вондирование атмосферы. — М.: Наука, 1985. — 194 с. 2. *Теоретические основы радиолокации* / Под. ред. В. Е. Дулевича — М.: Сов. радио, 1976. — 608 с. 3. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978. — 384 с. 4. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. — М.: Связь, 1976. — 495 с.

Поступила в редколлегию 28.04.86