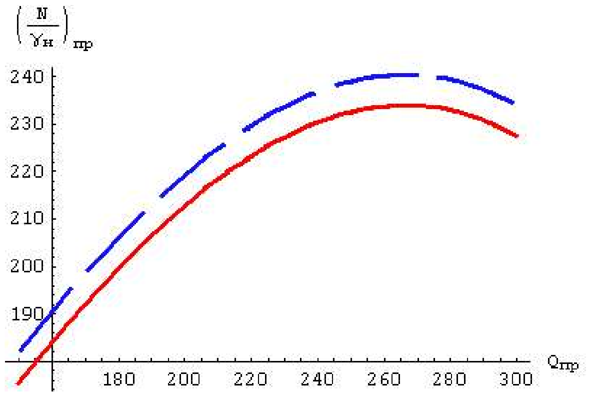

Рис. 3. Зависимость относительной приведенной внутренней мощности ЦБН от приведенной объемной производительности

7. Заключение

Предложен метод идентификации технического состояния центробежных нагнетателей газоперекачивающих агрегатов с газотурбинным приводом. Приведена модифицированная термодинамическая модель ЦБН с расширенной областью допустимых решений, обеспечивающая непрерывность и монотонность зависимостей по каждой из переменных модели; приведена постановка задачи идентификации технического состояния ЦБН по минимальному и полному объему оперативных данных. Приведены результаты решения задачи идентификации технического состояния ЦБН 235-21-1 ГПА с ГТУ типа ГТК-10, подтверждающие возможность использования предлагаемого метода в системах технической диагностики реального времени.

Литература: 1. *Поршаков Б.П., Лопатин А.С., Назарьина А.М., Рябченко А.С.* Повышение эффективности эксплуатации энергопривода компрессорных станций. М.: Недра, 1992. 207с. 2. *Довідник* експлуатаційникові газонафтового комплексу// В.В. Розгонюк, Л.А. Хачикян, М.А. Григіль, О.С. Удалов, В.П. Нікішин. К.: Росток, 1998. 432с. 3. *Ионин Д..А., Яковлев Е.И.* Современные методы диагностики магистральных газопроводов. М.: Недра, 1987. 232с. 4. *Тевяшев А.Д., Козыренко С.И.* Применение “математических расходомеров” в задачах контроля параметров технологических процессов // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Санкт-Петербург, 1997. С.318—332. 5. *Альбом* характеристик центробежных нагнетателей природного газа. М.: Министерство газовой промышленности СССР, 1985. 86 с. 6. *Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д.* Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. Х.: Вища шк., 1980. 144с. 7. *Тевяшев А., Козыренко С., Адаменко А.*. Статистически устойчивая идентификация состояния модели стационарного режима транспорта газа в магистральном газопроводе // Транспортування, контроль якості та облік енергоносіїв. Львів: Державний університет “Львівська політехніка”. 1998. С. 48-57. 8. *Бертсекас Д.* Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. М.: Радио и связь, 1987. 400 с.

Поступила в редколлегию 15.09.99

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Евдокимов А.Г.

Адаменко Вера Анатольевна, канд. техн. наук, ассистент кафедры прикладной математики ХТУРЭ. Научные интересы: системный анализ, математическое моделирование, компьютерная графика, методы оптимизации, численные методы, математическое программирование. Увлечения и хобби: спортивный бридж, настольный теннис, компьютерные игры, плавание. Адрес: Украина, 310166, Харьков, просп. Ленина,14, тел. (0572) 40-94-36.

Адаменко Андрей Викторович, научный сотрудник кафедры прикладной математики ХТУРЭ. Научные интересы: системный анализ, математическое моделирование, компьютерная графика, методы оптимизации, численные методы, математическое программирование. Увлечения и хобби: спортивный бридж, настольный теннис, компьютерные игры, шахматы. Адрес: Украина, 310166, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. (0572) 40-94-36.

Тевяшева Ольга Андреевна, студентка 5 курса ХГПУ. Научные интересы: системный анализ и теория оптимальных решений. Увлечения и хобби: горные лыжи, туризм, музыка. Адрес: Украина, 310176, Харьков, ул. Велозаводская, 38, кв.38, тел. (0572) 11-26-73.

УДК 658.012

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМА ТЕКУЩЕГО РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

ТИМОФЕЕВ В.А.

Предлагается рекуррентная модификация алгоритма ТРА, основанная на МНК, для задачи оценивания параметров линейной регрессионной модели.

1. Введение

Если идентифицируемый объект может быть представлен линейной по параметрам регрессионной моделью вида

$$y_n = c^{*T} x_n + \xi_n, \qquad (1)$$

то для оценки его параметров c^* целесообразно использовать алгоритмы, основанные на методе наименьших квадратов (МНК). В (1) $y_n \in R^1$ – выходной сигнал объекта; $c^* \in R^n$ — вектор искомых параметров; $x_n \in R^n$ – вектор входных сигналов; $\xi_n \in R^1$ – помеха измерения выходного сигнала; $n = 0,1,2,...$ – дискретное время.

Оценки МНК, полученные после поступления информации об n измерениях сигналов x и y при $n=$ $=$N, имеют вид

$$c_n = (X_n{}^T X_n)^{-1} X_n Y_n . \qquad (2)$$

Здесь $Y_n = (y_1, y_2, ..., y_n)^T$ – вектор $n \times 1$;

$$X_n - \begin{pmatrix} x_1^T \\ x_2^T \\ ... \\ x_n^T \end{pmatrix} \text{ – матрица } n \times N .$$

Как известно, необходимость обращения матрицы наблюдений на каждом шаге процесса идентификации создаёт ряд неудобств при использовании этой оценки. Поэтому более предпочтительной оказывается оценка, получаемая с помощью рекуррентного

МНК (РМНК). Если же параметры идентифицируемого объекта изменяются во времени, то необходима в свою очередь модификация РМНК, позволяющая отслеживать изменения параметров. Достаточно эффективным представляется алгоритм текущего регрессионного анализа (ТРА) [1,2], также основанный на МНК, однако в отличие от последнего использующий при построении оценки на каждом шаге не все предыдущие наблюдения, а их некоторую часть $L \ge N$. Использование ограниченного числа наблюдений приводит, с одной стороны, к улучшению динамических свойств алгоритма, т.е. получению оценок, обладающих запаздыванием (смещением), а с другой – к ухудшению его фильтрующих свойств (возрастает дисперсия оценок, обусловленная помехой).

Целью данной работы является получение рекуррентного алгоритма ТРА и изучение свойств его сходимости.

2. Рекуррентный алгоритм ТРА

Пусть при построении оценок на каждом шаге итерационного процесса идентификации используется некоторое фиксированное количество последних наблюдений L. Таким образом, на $(n-1)$ – м шаге оценка будет иметь вид [2]

$$c_{n-1} = (X^T_{n-1|L} X_{n-1|L})^{-1} X^T_{n-1|L} Y_{n-1|L}, \qquad (3)$$

где $X_{n-1|L} = \begin{pmatrix} x^T_{n-L} \\ x^T_{n-L+1} \\ \cdots\cdots\cdots \\ x^T_{n-1} \end{pmatrix}$ – матрица $L \times N$;

$Y_{n-1|L} = (y_{n-L}, y_{n-L+1}, ..., y_{n-1})^T$ – вектор $L \times 1$.

На n - м шаге оценка c_n, полученная с использованием L последних наблюдений, может быть записана следующим образом:

$$c_n = (X^T_{n|L} X_{n|L})^{-1} X^T_{n|L} Y_{n|L}, \qquad (4)$$

где

$X_{n|L} = \begin{pmatrix} x^T_{n-L+1} \\ x^T_{n-L+2} \\ \cdots\cdots\cdots \\ x^T_{n} \end{pmatrix}$ – матрица $L \times N$;

$Y_{n|L} = (y_{n-L+1}, y_{n-L+2}, ..., y_n)^T$ – вектор $L \times 1$.

Пусть при поступлении нового наблюдения матрица наблюдений *X* формируется следующим образом: сначала добавляется вновь поступившее наблюдение, размерность *X* становится равной $((L+1) \times N)$, а затем отбрасывается самое старое (размерность матрицы *X* снова равна $L \times N$). Для получения рекуррентной формы оценки (3), (4) поступим по аналогии с [2].

Введем следующие обозначения для матриц:

$$P^{-1}_{n-1|L} = \sum_{i=1}^{L} x_{n-i} x^T_{n-i}, \qquad (5)$$

$$S^{-1}_{n|L+1} = \sum_{i=1}^{L} x_{n-i+1} x^T_{n-i+1}.$$

Тогда

$$P^{-1}_{n|L} = S^{-1}_{n|L+1} + x_{n-L} x^T_{n-L}, \qquad (6)$$

$$S^{-1}_{n|L} = P^{-1}_{n|L-1} + x_n x^T_n.$$

Применяя к (5) лемму об обращении матриц [3] (при условии, что $P^{-1}_{n|L}$ и $P^{-1}_{n+1|L}$ – неособенные матрицы), получаем

$$P_{n-1|L-1} = S_{n-1|L} + \frac{S_{n-1|L} x_{n-L} x^T_{n-L} S_{n-1|L}}{1 - x^T_{n-L} S_{n-1|L} x_{n-L}}; \qquad (7)$$

$$S_{n|L} = P_{n|L} - \frac{P_{n-1|L-1} x_n x^T_n P_{n-1|L-1}}{1 + x^T_n P_{n-1|L-1} x_n}. \qquad (8)$$

Так как мы условились, что матрица *X* на каждом шаге формируется путём включения последнего измерения с последующим отбрасыванием наиболее старого, запишем по аналогии с РМНК переход от оценки (3) к (4) в следующей форме:

$$c_n = c_{n-1} - \frac{P_{n-1|L-1} x_n}{1 + x^T_n P_{n-1|L-1} x_n} (y_n - c^T_{n-1} x_n). \qquad (9)$$

Таким образом, вся рекуррентная процедура вычисления оценки c_n представляется выражениями (7)-(9).

3. Сходимость

Введем в рассмотрение ошибку идентификации $\theta_i = c_i - c^*$, где $i = 1,2,...$. Вычитая из обеих частей (9) c^* и учитывая (1), получаем

$$\theta_n = (I - \frac{P_{n-1|L-1} x_n x^T_n}{1 + P_{n-1|L-1} x_n}) \theta_{n-1}$$

или с учётом введенных выше обозначений

$$\theta_n = S_{n|L} P^{-1}_{n-1|L-1} \theta_{n-1}. \qquad (10)$$

Здесь I – единичная матрица $N \times N$.

Введём функцию Ляпунова вида

$$V_n = \theta^T_n S^{-1}_{n|L} \theta_n. \qquad (11)$$

Принимая во внимание (7),(8), выразим V_n через ошибки идентификации, полученные на предыдущем шаге:

$$V_n = \theta^T_{n-1} P^{-1}_{n-1|L-1} S_{n|L} P^{-1}_{n-1|L-1} \theta_{n-1}. \qquad (12)$$

Рассмотрим приращение

$$\Delta V_n = V_{n-1} - V_n.$$

Используя (12), запишем

$$\Delta V_n = \theta^T_{n-1} (P^{-1}_{n-1|L-1} S_{n|L} P^{-1}_{n-1|L-1} - S^{-1}_{n|L}) \theta_{n-1}. \qquad (13)$$

Учитывая (7) и (8), получаем

$$P^{-1}_{n-1|L-1}S_{n|L}P^{-1}_{n-1|L-1} = P^{-1}_{n-1|L-1} - \frac{x_n x_n^T}{1 + X_n^T P_{n-1|L-1} x_n}.$$

Кроме того, в соответствии с (6)

$$P^{-1}_{n-1|L-1} - S^{-1}_{n|L} = -x_n x_n^T.$$

Подставляя полученные выражения в (13), окончательно имеем

$$\Delta V_n = -\frac{\|e\|^2 (2 + x_n^T P_{n-1|L-1} x_n)}{1 + x_n^T P_{n-1|L-1} x_n} 0,$$

где $e_n = \theta^T_{n-1} x_n$.

Таким образом, алгоритм (7) – (9) сходится.

4. Рекуррентное вычисление невязки

О точности полученных оценок можно судить по получающимся невязкам $\varepsilon_n = \|Y_n - X_n c_n\|^2$. Величина невязки может служить критерием останова процесса идентификации. Рекуррентный характер оценивания позволяет построить процедуру вычисления невязки. Учитывая (4), запишем невязку на *n*-м шаге следующим образом:

$$Y_{n|L} - X_{n|L} c_n = \frac{Y_{n-1|L} - x_{n-1|L} c_{n-1}}{Y_n - x_n^T c_n} - \frac{x_{n-1|L}}{x_n^T} K_n (y_n - c^T_{n-1} x_n) \quad (14)$$

Так как в алгоритме (7)-(9) $L = const$, то в выражении для невязки (14) необходимо принять во внимание, что при построении оценки c_{n-1} использовалось также L наблюдений.

Запишем выражение для длины невязки на *n* - м шаге:

$$\begin{aligned}\left\|Y_{n|L} - X_{n|L} c_n\right\|^2 &= \left\|Y_{n-1|L} - X_{n-1|L} c_{n-1}\right\|^2 - \\ &2(Y_{n-1|L} - X_{n-1|L} c_{n-1})^T X_{n-1|L} K_n + \\ &+ (y_n - c^T_{n-1} x_n) x^T_{n-1|L} K_n (y_n - c^T_{n-1} x_n) + \\ &+ K_n^T X^T_{n-1|L} X_{n-1|L} K_n + \\ &+ (x_n^T K_n)^2) \times (y_n - c^T_{n-1} x_n)^2 . \quad (15)\end{aligned}$$

Так как вследствие (3)

$$(Y_{n-1|L} - X_{n-1|L} c_{n-1})^T X_{n-1|L} =$$

$$= Y^T_{n-1|L} (I - X_{n-1|L} (X^T_{n-1|L} X_{n-1|L})^{-1} X^T_{n-1|L}) X_{n-1|L} K_n = 0,$$

а

$$K_n^T X^T_{n-1|L} X_{n-1|L} K_n = \frac{x_n^T P_{n-1|L-1} X^T_{n-1|L} X_{n-1|L} P_{n-1|L-1} x_n}{(1 + x_n^T P_{n-1|L} x_n)^2},$$

и $(1 - x_n^T K_n)^2 = \dfrac{1}{(1 + x_n^T P_{n-1|L-1} x_n)^2}$,

то подстановка полученных выражений в (15) даёт

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n+1} + \frac{1 + x_n^T P_{n-1|L-1} X^T_{n-1|L} X_{n-1|L} P_{n-1|L-1} x_n}{(1 + x_n P_{n-1|L} x_n)^2} (y_n - c^T_{n-1} x_n),$$

где матрица $P_{n-1|L-1}$ вычисляется в соответствии с (7), (8).

5. Заключение

Предложенный рекуррентный алгоритм (7) – (9), представляющий собой одну из модификаций алгоритма ТРА, является монотонно сходящимся.

Использование данного алгоритма, помимо пошагового уточнения оценки, позволяет производить рекуррентное вычисление невязки, величина которой характеризует качество процесса идентификации.

Литература: 1. *Перельман И.И.* Оперативная идентификация объектов управления. М.: Энергоиздат, 1982. 272 с. 2. *Руденко О.Г., Штефан А., Хюбенталь Ф.* Рекуррентный алгоритм МНК со скользящим окном при коррелированных помехах / Радиоэлектроника и информатика, 1998. 1(02). С.79-81. 3. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 683с.

Поступила в редколлегию 09.09.99

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Нефедов Л.И.

Тимофеев Владимир Александрович, канд. техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник кафедры ЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: контроль динамических объектов. Адрес: Украина, 310166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-54.

УДК 519.237.8; 621.396.62

МНОГОМЕРНЫЕ ПОТЕЦИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

БЕЗРУК В.М.

Приводится решение многокритериальной задачи распознавания сигналов при их описании вероятностной моделью в виде ортогональных разложений с учетом совокупности показателей качества распознавания, быстродействия и реализационных затрат алгоритмов распознавания. Получаются многомерные потенциальные характеристики алгоритмов распознавания с использованием статистического моделирования на ЭВМ на выборках сигналов с разными энергетическими спектрами.

Проектирование сложных систем, в частности систем распознавания, в настоящее время немыслимо без строгого учета совокупности показателей эффективности и затрат [1-7]. В данной статье рассмотрены некоторые особенности решения задачи Парето-оптимизации алгоритмов распознавания случайных сигналов, которые широко используются в информационно-управляющих системах. Решение сводится к нахождению согласованного оптимума (оптимума по Парето) совокупности показателей качества распознавания, быстродействия и реализационных затрат, которые характеризуют алгоритмы распознавания сигналов. При выборе алгоритмов распознавания заданы ограничения на их структуру, определяемые выбором вероятностной модели в виде ортогональных разложений случайных сигналов, что приводит к спектральным алгоритмам распознавания сигналов [3,6]. При Парето-оптимизации алгоритмов распознавания используется подход, основанный на методе рабочих характеристик [4], что