УДК 621.391

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

## Часть 1. Математические модели функциональных свойств телекоммуникационных систем

В.В. Поповский,
А.В. Лемешко,
О.Ю. Евсеева
*Харьковский национальный университет радиоэлектроники*

*У статті, виходячи із системних позицій, здійснено огляд засобів математичного моделювання функціональних властивостей телекомунікаційних систем. Основну увагу приділено динамічним стохастичним моделям, представленим у просторі станів.*

*In this paper, based on the system approach, carried out an overview of mathematical modeling of the functional properties of telecommunications systems. The focus is on dynamic stochastic models presented in state space.*

*В статье, исходя из системных позиций, осуществлен обзор средств математического моделирования функциональных свойств телекоммуникационных систем. Основное внимание уделено динамическим стохастическим моделям, представленным в пространстве состояний.*

### Введение

Современные инфокоммуникационные системы интенсивно развиваются благодаря внедрению все новых, более эффективных технологий. В последнее время все больше привлекаются различные математические методы, в основе которых лежат аналитические модели, чем удачно дополняется развитие технологий. Именно в сочетании науки и технологий состоит успех и прогресс инфокоммуникационной отрасли. Модели играют определяющую роль в жизни человека, ибо они упрощают исследование реальных систем, а используя принцип аналогий, удается находить правильные решения для многих задач в различных ситуациях. Математические модели дают возможность при выборе решений исходить из научной точки зрения, получать требуемые или наилучшие свойства рассматриваемых систем. В теории систем [1, 2] математические модели $S(x,t)$ занимают центральное место, а вся эта теория, по сути, посвящена анализу и синтезу данных моделей.

Среди систем и их моделей встречаются сложные и относительно простые. Сложные системы обладают множеством свойств и соответствующим множеством моделей. Очевидно то, что для сложной системы не существует одной общей модели, которая может быть ее определением.

Все свойства систем могут быть разделены на три главных класса:

- общесистемные (целостность, эмерджентность, устойчивость, инвариантность, наблюдаемость, управляемость, открытость, динамичность, надежность и др.);

- структурные (состав, связность, сложность, иерархичность, масштабность, централизованность и др.);

- функциональные, т.е. бихейворальные, поведенческие: инерционность, производительность, оперативность, результативность, точность, экономичность, и др.

Телекоммуникационные системы (ТКС) являются классическим примером сложных организационно-технических систем, определяемых как «множество взаимосвязанных элементов» [1]. Здесь выполняется такое важное свойство систем, как целенаправленность. Целенаправленность в ТКС задается выбранными критериями качества предоставляемых услуг (Quality of Service, QoS) и качества функционирования отдельных элементов и всей системы в целом. Выбор адекватных критериев для целенаправленных управляемых систем является важным этапом как при проектировании, так при функционировании систем.

Благодаря реализации управления, на различных уровнях в ТКС обеспечивается эффективное и устойчивое функционирование. В ТКС используются как ситуационные методы управления с помощью лиц, принимающих решения (ЛПР), так и автоматические, реализуемые часто как оптимальные, удовлетворяющие выбранным критериям.

Несмотря на наличие достаточно общих концепций управления типа TMN, TINA и др., до настоящего времени единой для всей ТКС системы управления не создано. На уровнях сетевых элементов, сети, предоставления услуг, бизнес-процессов часто используются независимые, автономные алгоритмы управления, функционирующие по различным критериям $J_i(x,t)$. Для управления функциональными характеристиками систем используются гомеостатические модели, представляемые обычно дифференциальными или разностными уравнениями. Для управления структурными свойствами используют морфогенетические модели в виде различных графов, симплексов, тензорных конструкций и др.

На практике встречаются однокритериальные и многокритериальные задачи. Решения таких задач могут быть ориентированы на получение неких экстремальных, оптимальных свойств системы или на достижение необходимого, требуемого уровня качества этой системы, то есть для системы $S(x,t)$ могут быть выбраны два типа решений [3]:

- оптимальное, когда $J(x,t) \xrightarrow[x]{} extr\, S(x,t)$, (1)

- достижимое, когда $J(x,t) \geq J_{треб}(x,t)$. (2)

Решения задач по выбранным критериям могут быть:

- одношаговыми, когда необходимо найти такие параметры, характеристики и ограничения, при которых система $S(x,t)$ обретает нужные свойства (оптимальности или достижимости);

- многошаговыми, которые в свою очередь разделяются на терминальные, когда нужные свойства системы достигаются на конечном $t_F$ отрезке времени $t \in (0-T)$, и на решения с открытым концом, когда $t \to \infty$ и на каждом очередном шаге вдоль траектории движения системы $S(x,t)$ поддерживаются требуемые свойства.

Рассмотрим наиболее распространенные, на наш взгляд, математические модели ТКС, лежащие в основе многих задач, решаемых на современном этапе развития этих систем. Попытаемся обобщить имеющиеся на сегодняшний день результаты. Наши мнения изложим в трех разделах данной работы, первый из которых представляется в данном номере журнала. Второй и третий разделы будут опубликованы в следующих выпусках. Они будут посвящены анализу моделей, отображающих как структурные, так и функциональные свойства. Мы понимаем, что нашими представлениями не исчерпывается весь перечень математических моделей для инфокоммуникационных систем и рассчитываем, что коллеги нас дополнят, а возможно, и подправят.

Для линейных стационарных динамических систем используют два основных метода представлений:

- представление модели управляемой системы $S(x,t)$ в виде передаточной функции $Q(s)$ в частотной области и исследование реакции этой системы на те или иные воздействия;

- представление модели данной системы во временной области $x(t)$ с помощью уравнения состояния, что дает возможность исследовать непосредственно алгоритм функционирования при различных вариантах его реализации (фильтр, интерполятор, экстраполятор), в том числе и в нестационарных условиях.

## I. Математические модели управляемых систем в частотной области

Известно, что все физически реализуемые сигналы могут быть преобразованы по Лапласу:

$$X(s) = \int_0^\infty x(t) e^{-st} dt, \tag{3}$$

где

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} X(s) e^{st} dt. \tag{4}$$

Выражения (3) и (4) называют прямым и обратным преобразованиями Лапласа. Очевидно, что эти преобразования являются обобщением известных преобразований Фурье. Переменная $s$ может рассматриваться как оператор дифференцирования:

$$s \equiv \frac{d(\cdot)}{dt}. \tag{5}$$

Аналогично вводится оператор интегрирования:

$$\frac{1}{s} \equiv \int_0^t (\cdot) dt \,. \tag{6}$$

Таким образом, дифференциальное или интегро-дифференциальное уравнение удается преобразовать в алгебраическое, что существенно упрощает его решение. Раскладывая $X(s)$ на простые дроби с помощью правила Хевисайда, находят корни характеристического уравнения системы (нули и полюса). Расположение нулей и полюсов на комплексной S-плоскости определяет характер свободного движения системы, что позволяет судить о ее устойчивости, времени реакции и других важных свойствах.

Динамику исследуемой системы однозначно описывает передаточная функция $Q(s)$, определяемая как отношение выходной переменной $Y(s)$ ко входной $R(s)$ при условии, что все начальные условия равны нулю:

$$Q(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \,. \tag{7}$$

Передаточная функция $Q$ существует только для линейных стационарных, с постоянными параметрами, систем и не несет никакой информации о внутреннем состоянии и его изменениях. В теории систем такие модели носят название «вход/выход» или «черный ящик».

Рассмотрим характерную модель замкнутой системы с отрицательной обратной связью (рис. 1):

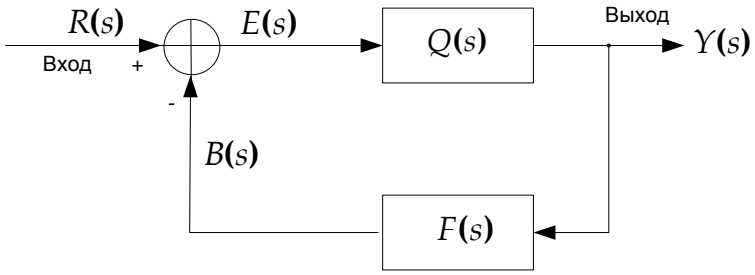



*Рис.*1. Структурная схема системы с отрицательной обратной связью

Сигнал на входе объекта $Q(s)$ представляется в виде:

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - F(s)Y(s) \,. \tag{8}$$

Выходной сигнал: $E(s) = Q(s)E(s) = Q(s)\left[R(s) - F(s)Y(s)\right]$.

После перегруппировки получаем выражение для передаточной функции всей замкнутой системы, изображенной на рис. 1:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Q(s)}{1 + Q(s)F(s)} \,. \tag{9}$$

Таким образом, представление математической модели в частотной области в виде передаточной функции позволяет проводить анализ поведения динамической

системы, ее устойчивость и характер реакции, а также осуществлять структурный синтез исходя из взаимодействия отдельных элементов данных систем.

Оба рассматриваемые методы представления математических моделей систем в частной и временной областях являются взаимодополняющими. Так, представление во временной области допускает решение как детерминированных, так и стохастических задач анализа и синтеза, в том числе и в нестационарных условиях, а конкретизация внутреннего состояния системы дает возможность непосредственной реализации и исследования эффективных алгоритмов оценки и управления при различных начальных условиях и изменениях параметров.

## II. Математические модели управляемых систем во временной области

Поскольку временные и частотные представления обладают двойственным характером, что следует из (3) и (4), то можно продемонстрировать решение обратной задачи, а именно: преобразовать по Лапласу уравнение состояния детерминированной управляемой системы

$$dx(t)/dt = Ax(t) + Bu(t). \tag{10}$$

Уравнение наблюдения представим также в детерминистском виде:

$$y(t) = Hx(t). \tag{11}$$

Получим передаточную функцию такой системы, преобразовав по Лапласу (10) и (11). Эти преобразования соответственно равны:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s), \tag{12}$$

$$Y(s) = HX(s). \tag{13}$$

После перегруппирования членов (12) получаем:

$$X(s) = \frac{BU(s)}{sI - A}.$$

Окончательно передаточная функция $Q(s) = Y(s)/U(s)$ принимает вид:

$$Q(s) = \frac{HB}{sI - A}. \tag{14}$$

Важным достоинством временных моделей является хорошо разработанный математический аппарат, позволяющий использовать как детерминистские входные воздействия, так и случайные. Известна модель такой стохастической системы в виде формирующего фильтра:

$$dx(t)/dt = F(t)x(t) + G(t)\xi(t), \tag{15}$$

где $\xi(t)$ – порождающий случайный процесс типа гауссового белого шума со спектральной плотностью мощности $N_\xi$, $F(t) = 1/\tau_{кор}$ – величина, обратная интервалу корреляции.

Структурная схема формирующего фильтра (15) представлена на рис. 2:

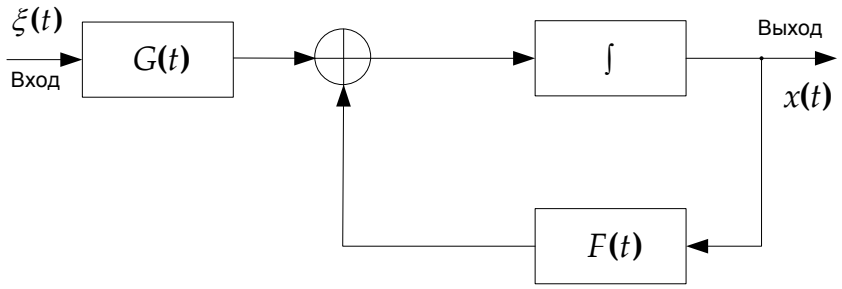



*Рис*. 2. Структурная схема формирующего фильтра

Процесс $x(t)$, описываемый уравнением (15) в соответствии с теоремой Дуба, относится к классу марковских [4]. Следует отметить, что лишь для марковских случайных процессов и более широкого класса диффузионных процессов в настоящее время разработаны достаточно конструктивные математические процедуры представления, идентификации, оценки, прогноза, управления и др.

Учитывая то, что система ТКС $S(x,t)$ является управляемой динамической, ее адекватной функциональной математической моделью может быть система стохастических дифференциальных или разностных уравнений, определяющих состояние $x(t)$:

$$dx(t)/dt = F(t)x(t) + G(t)\xi(t) + B(t)u(t), \qquad (16)$$

где $\xi(t)$ – порождающий случайный гауссов белый шум; $u(t)$ – управление состоянием системы, удовлетворяющее выбранному критерию (1) или (2); $F(t), G(t), B(t)$ – коэффициенты, масштабирующие соответственно: инерционность системы, уровень случайных изменений и степень управляющих воздействий на состояние системы.

При отсутствии случайных факторов или при их пренебрежении, когда $G(t) = 0$, система (16) оказывается детерминированной. Если в детерминированной системе убрать управление $B(t) = 0$, то система (16) переходит в равновесное состояние и через определенное время ее состояние принимает вид:

$$dx(t)/dt = 0. \qquad (17)$$

Таким образом, для детерминированной системы, по завершению переходного режима, ее состояние перестает изменяться.

Несколько иной является интерпретация состояний для случайных, стохастических систем. Стохастическая система $S(x,t)$, состояние которой случайно изменяется во времени, характеризуется случайным процессом $x(t)$ и описывается уравнением (16), относящимся к классу марковских. Марковская линейная модель системы в пространстве состояний (16) является достаточно универсальной и завершенной.

В отличие от представлений системы в частной области (14), здесь удается достаточно просто отображать корреляционные и энергетические характеристики мо-

делируемых систем, учитывать их свойства нелинейности и нестационарности. Вместе с тем, некоторые системы, имеющие случайный характер, свое состояние во времени не изменяют, и их уравнение состояния выражается уравнением (17). Очевидно, что это уравнение характеризует случайную величину. Таким образом, при рассмотрении той или иной стохастической системы необходимо однозначно определиться, какой из случайных объектов имеет место: случайный процесс (16) или случайная величина (17). Для этих объектов различны как математические модели, так и различен математический аппарат.

Уравнение состояния (16) в общем случае является векторным, где $\vec{x}^T(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))$. Действительно, одномерное уравнение состояния (16) характеризует уединенный элемент. Система же в общем случае состоит из «множества взаимосвязанных элементов» [1]. Уравнение состояния в этом общем случае может быть представлено в виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + ... + \alpha_{1n}x_n + \beta_{11}\xi_1 + \beta_{12}\xi_2 + ... + \beta_{1n}\xi_n, \\ \dot{x}_2 = \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + ... + \alpha_{2n}x_n + \beta_{21}\xi_1 + \beta_{22}\xi_2 + ... + \beta_{2n}\xi_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{x}_n = \alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + ... + \alpha_{mn}x_n + \beta_{n1}\xi_1 + \beta_{n2}\xi_2 + ... + \beta_{mn}\xi_n, \end{cases}$$

где переменная с точкой сверху обозначает дифференцирование по времени (скорость изменения $x(t)$).

В частном случае многомерная система преобразуется в $n$-взаимнонезависимых уравнений, при условии $\alpha_{ij} = 0$ и $\beta_{ij} = 0$, $i \neq j$. Однако такое предположение на практике редко выполняется. Более того, система с взаимно независимыми состояниями переменных теряет системные свойства, перестает быть системой. Многомерная же модель ТКС может быть представлена только с взаимно связанными уравнениями, поскольку изменение параметров любого сетевого элемента или изменение трафика приводит к необходимости коррекции режимов или структуры в сети, необходимости перераспределения сетевых ресурсов. С другой стороны, если необходимо отобразить больше тех или иных системных свойств, то следует задействовать больше взаимных связей $\alpha_{ij}$ и $\beta_{ij}$, и тем сложнее оказывается модель самой системы.

Можно утверждать, что уровень целостности системы и ее эмерджентности как раз и определяется наличием и уровнем взаимных связей между элементами этой системы. С другой стороны, увеличение взаимных связей не может быть чрезмерно большим, ибо при полной зависимости элементы становятся неразличимы. Очевидно, что существует такой уровень взаимной связи, при котором целостность максимальна, но система еще не свернулась к одному элементу.

В предыдущие десятилетия, а часто еще и в настоящее время на практике в радиолокации, теории связи и др. для упрощения решений стохастических задач используют предположения об эргодичности случайных процессов $x(t)$, чем, по сути, подменяют математический аппарат теории случайных процессов более простым аппаратом теории вероятностей, справедливой для случайных величин. Чисто фор-

мально уравнение состояния для случайных величин может быть представлено в виде (17), то есть случайная величина $x$ как случайный объект отличается от случайного процесса отсутствием динамики.

Необходимо также указать еще на один аргумент. Эргодические модели случайных процессов выражаются в терминах вероятностей этих процессов. Модели, представленные в пространстве состояний, выражают поведение самих процессов, то есть характеризуют весь случайный объект, а не только его вероятностное свойство. Таким образом, использование эргодических моделей не только ограничивает общность математической модели, но и не отображает важного функционального свойства модели – ее динамики.

Для практического использования необходимо дополнить модель состояния (16) стохастическим уравнением наблюдения в виде:

$$y(t) = H(t)x(t) + v(t), \qquad (18)$$

где $H(t)$ – передаточный коэффициент, усиливающая или ослабляющая функция; $v(t)$ – гауссов белый шум наблюдения, некоррелированный с порождающим процессом $\xi(t)$.

Очевидно, уравнения наблюдения (13) и (18) можно интерпретировать как самостоятельные модели систем типа вход/выход или черный ящик. В радиофизике такая модель носит название модели матрицы рассеяния или $S$-матрицы. Что же касается динамической модели состояния (16), то она уже не укладывается в рамки черного ящика как стохастическая, нестационарная, с возможностью расширения в нелинейную область, в область распределенности и др.

Структурная схема модели динамической наблюдаемой системы представлена на рис. 3:

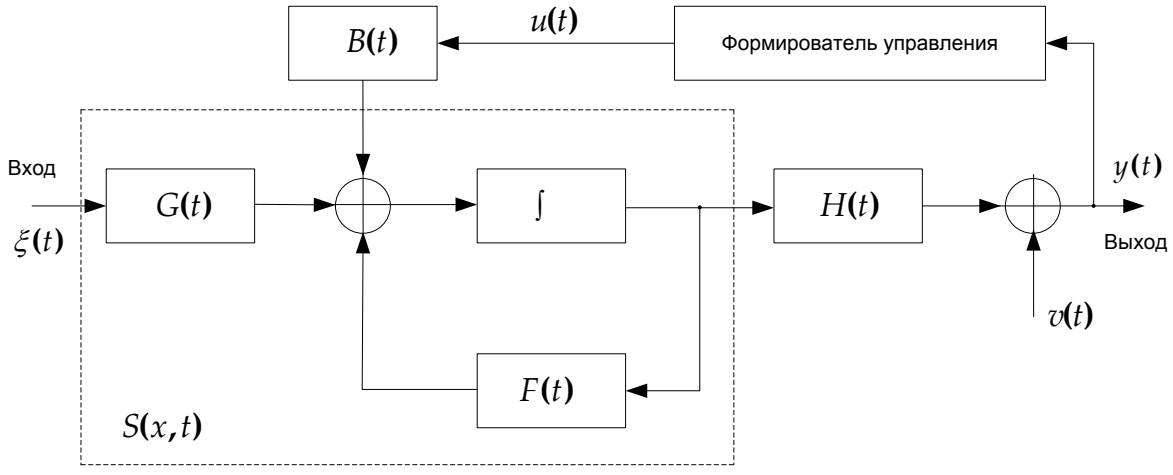



*Рис.* 3. Структурная схема линейной модели динамической управляемой наблюдаемой системы

В систему $S(x,t)$ может поступать несколько входных сигналов, тогда уравнение наблюдения (18) становится векторным. При этом для $n$-мерной системы связь меж-

ду состояниями $x_i$ и $x_j$ может обеспечиваться не только за счет элементов, формирующих состояние $\alpha_{ij}$ и $\beta_{ij}$, но также за счет недиагональных элементов матрицы $H(t)$, входящей в векторное уравнение (18).

Помимо наличия взаимосвязей, образующихся в модели за счет коэффициентов $\alpha_{ij}$ и $\beta_{ij}$, взаимная связь между компонентами $x_i$ и $x_j$ может образовываться при зависимых измерениях, когда между $i$-м и $j$-м каналами наблюдения (измерения) имеются взаимные (переходные) помехи. Так, при измерении $x_i$ может оказаться, что наряду с основным измерением $x_i$ появляются те или иные доли других $x_j$ компонент. В этом случае уравнение наблюдения для компоненты $x_i$ принимает вид:

$$y_i = h_{ii}x_i + h_{ij}x_j + \ldots + h_{in}x_n + \nu_i .$$

Таким образом, матрица $H$ в уравнении наблюдения (18) становится полной и уравнения наблюдений становятся взаимно связанные через переходные влияния $h_{ij}$:

$$\begin{cases} y_1 = h_{11}x_1 + h_{12}x_2 + \ldots + h_{1n}x_n + \nu_i, \\ y_2 = h_{21}x_1 + h_{22}x_2 + \ldots + h_{2n}x_n + \nu_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = h_{n1}x_1 + h_{n2}x_2 + \ldots + h_{nn}x_n + \nu_n. \end{cases} \qquad (19)$$

Часто эти связи несут отрицательный характер, не позволяют точно выделить тот или иной процесс $x_i$ в чистом виде.

Аналогичный (19) вид имеют уравнения для наблюдаемых сигналов на измененной стороне, используемых в беспроводных технологиях WiFi, WiMAX, где применяется многомерное пространственно-временное кодирование, известное под аббревиатурой MIMO (Multiple input – Multiple output). Вместе с тем, при наличии перекрестных связей $h_{ij}$ в уравнении наблюдения (19) не добавляются интегральные свойства в системе $S(x,u,t)$. Часто эти перекрестные связи носят характер взаимных помех, с которыми часто приходится бороться или их компенсировать.

Таким образом, у модели многонулевых систем возникает необходимость учета взаимных связей между компонентами $x_i$ за счет трех различных механизмов: за счет коэффициентов состояния $\alpha_{ij}$, коэффициентов генерации $\beta_{ij}$ и за счет взаимных влияний, возникающих при измерениях $h_{ij}$. При этом может действовать какой-либо один из упомянутых механизмов или он способен проявляться совместно с другими. Выбор того или иного представления определяет исследователь в зависимости от контекста решаемой задачи, смысла и удобства выполненных процедур.

## III. Управляемые по состоянию модели стохастических систем

В ТКС алгоритмы управления состоянием $u(t) = y(x(t))$ находят широкое применение. К их числу следует отнести такие типовые решения, как автоматическая регулировка усиления (АРУ); автоматическая подстройка частоты (АПЧ) и фазы (АПФ); управление мощностью мобильного терминала в сотовых системах связи и другие управления, предусмотренные в рамках концепции TMN. Ряд функций управления реализуется по принципу Понселе (управления по возмущению, управления «вперед»), когда выполняются процедуры включения-выключения и др. Другой класс функций реализуется по принципу Уатта (управление по отклонению, с обратной связью). Теории построения таких систем посвящена классическая теория систем автоматического управления [5, 6].

Представленная на рис. 3 структурная схема как раз и относится к управляемым по отклонению состояния алгоритмам. Однако важный в данном случае блок формирования управлений требует конкретизации.

При отсутствии или при незначительных случайных воздействиях к синтезу алгоритмов управления подходят с детерминистских позиций и уравнение состояния и наблюдения таких систем представляют в виде (10), (11). В качестве критериев качества в ТКС часто выбирают вариант МСКО – критерий минимума среднего квадрата отклонения [5]:

$$J(x,u,t) = \frac{1}{2}x^2(t_F)D + \frac{1}{2}\int_0^{t_F}\left[x^2(t)C + u^2(t)L\right]dt \xrightarrow[x]{} \min, \qquad (20)$$

где $D$ и $C$ – коэффициенты, определяющие минимум потерь (отклонений $\Delta x = x - x_{opt}$) соответственно на конечном участке управления (в момент $t_F$) и потерь вдоль траектории движения системы в фазовом пространстве; $L$ – определяет минимум потерь на управление.

В результате подстановки в выражение критерия (20) значений состояния системы (16) получаем значение для оптимального управления детерминированной системой:

$$u(t) = -L^{-1}BP(t)x(t), \qquad (21)$$

где $P(t)$ определяется из уравнения Риккати:

$$dx(t)/dt = -2P(t)A + \frac{P^2(t)B}{L}C.$$

На рис. 4 изображена структурная схема детерминированой управляемой системы.

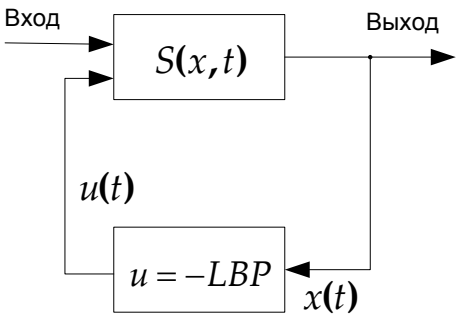



Рис. 4. Структурная схема детерминированной управляемой системы

Для стохастических систем рассмотренный подход не подходит в первую очередь из-за того, что $x(t)$ – случайный процесс, а в канале наблюдения (18) действуют $v(t)$ – случайные помехи, погрешности измерений, другие ошибки. Попытки использовать детерминистский подход к решению задач управления перегрузкой буфера маршрутизатора в алгоритме RED или управление временем кругового обращения RTT не дают результата, и возникает необходимость применения методов статистической обработки результатов наблюдений, в частности применения процедур стохастической оценки состояния $\hat{x}(t)$. Кроме того, для стохастических задач необходимо брать математическое ожидание для критерия (20).

Прямое решение стохастической задачи по нахождению оптимального управления $u(t)$ представляется достаточно сложным. Вместе с тем при определенных условиях (при линейной функции состояния $x(t)$, гауссовом характере распределения этого состояния, при использовании критерия оптимальности по минимальному суммарному квадратичному отклонению (МСКО)) задачу оптимального стохастического управления можно решать, разделяя ее на две независимые подзадачи: оптимальную стохастическую оценку $\hat{x}(t)$ и детерминированное управление $u(t) = -L^{-1}BP(t)\hat{x}(t)$, то есть в алгоритме (21) состояние $x(t)$ заменяется его оценкой.

Обоснованию возможностей построения оптимального стохастического управления в виде решения двух раздельных задач посвящена **теорема о разделении** [5]. Анализ практических решений задач управления показывает [5, 6], что основная трудность в этих решениях сосредоточена как раз в задачах получения качественных оценок. Анализу и синтезу алгоритмов оценки посвящены многие теоретические работы [6, 7].

## IV. Алгоритмы оценивания случайных процессов

Оценка – это процедура, с помощью которой осуществляется отображение множества возможных случайных величин $x_1, x_2, ..., x_n$ в регулярное множество детерминированных значений $\hat{x}$, наиболее приближенное (наиболее вероятное или др.) к истинному значению, называемому апостериорным средним.

Существует два подхода к обработке случайной последовательности $x_1, x_2, ..., x_n$ с целью получения оценок: усредненная оценка выборочной статистики и рекурсивная оценка.

В методе усредненной оценки выборочной статистики искомая оценка находится как среднее арифметическое

$$\hat{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i \ . \qquad (22)$$

Оценка (22) является эффективной и несмещенной при $n \to \infty$. Однако для задач управления в ТКС она оказывается непригодной из-за потерь времени на набор статистики и ее обработку. Если при этом учесть, что отсчетные выборочные значения $x_i$ должны быть независимы между собой, то окажется, что к моменту получения оценки (22) управление по данной оценке уже запоздало. Поэтому в задачах управления используют обычно рекурсивные процедуры оценки.

Суть ***рекурсивных процедур*** состоит в том, что по полученному на $k$-м шаге значению $x(k)$ вычисляется последующее значение на $(k+1)$-м шаге. Далее значение на $(k+2)$-м шаге вычисляется по полученному на $(k+1)$-м шаге. То есть последующие значения вычисляются по предыдущим, но с учетом новых, очередных результатов наблюдения. Рекурсивная оценка – это процедура вычисления условного среднего $\hat{x}(t)/y(t)$, где $y(t)$ – наблюдение.

Первой особенностью рекурсивных процедур является то, что они обладают ограниченной памятью, «забывают» далекое и даже недалекое прошлое. Представим общий вид дискретной рекурсивной процедуры:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + \gamma^{-1} \Delta y(k+1, k) \,, \qquad (23)$$

где $\gamma^{-1}$ – масштабирующий весовой коэффициент, обычно $\gamma \le 1$,
$\Delta y(k+1, k) = y(k+1) - \hat{x}(k)$ – добавка к оценке на предыдущем шаге $\hat{x}(k)$, невязка, учитывающая изменение текущего значения наблюдения $y(k)$.

Из уравнения (23) следует, что добавка $\Delta y(k+1, k)$ к значению оценки на $(k+1)$ шаге как бы корректирует предыдущее значение оценки по результату наблюдения на данном шаге дискретизации. Коэффициентом $\gamma^{-1}$ устанавливается уровень влияния добавки $\Delta y$, а соответственно и скорости сходимости оценки $\hat{x}(k)$ к установившемуся состоянию. Следует иметь в виду, что при больших значениях $\gamma$, близких к единице, отмечаются большие ошибки в установившемся состоянии, при маленьких $\gamma < 10^{-n}$, $n$=1,2,…,10 скорость сходимости уменьшается, «удлиняется» память, при этом точность оценки возрастает.

Вторая особенность и отличие от выборочной оценки среднего (22), где в результате вычисления получают конкретное число – математическое ожидание, $\hat{x}_{ср}$ – значение рекурсивной оценки (23) может изменяться и корректироваться в процессе наблюдения, и если процесс $x(t)$ приобретает ту или иную тенденцию (тренд) неста-

ционарности, то получаемые значения рекурсивной оценки отобразят данную тенденцию (оценка будет корректироваться в соответствии с новыми наблюдениями).

Третья особенность в том, что процедура вычисления оценки продолжается до тех пор, пока в реальном времени поступают результаты наблюдений $y(k)$. Эту оценку можно остановить в любой момент времени или использовать на любом шаге дискретизации.

Рекурсивным свойством обладают марковские процессы:

$$x(k) = p(x_k / x_{k-1})x(k-1), \tag{24}$$

где $p(x_k / x_{k-1})$ – называется вероятностью перехода из состояния $x(k-1)$ в состояние $x(k)$.

Это важное свойство марковских процессов дает следующие возможности:

- формализовать математическую модель процесса в виде уравнения состояния для непрерывного процесса

$$dx(t)/dt = F(t)x(t) + G(t)\xi(t) \tag{25}$$

или для дискретного аналога:

$$x(k) = \Phi(k, k-1)x(k-1) + G(k)\xi(k); \tag{26}$$

- находить рекурсивную оценку, используя в виде вероятности перехода прогнозную функцию

$$\Phi(k, k-1) = p(x_k / x_{k-1}) = e^{-\alpha\Delta t}, \tag{27}$$

где $\alpha = \tau_{кор}^{-1}$ – коэффициент состояния в выражении (25), а $\Delta t$ – величина шага дискретизации, т.е. интервала, на который дается прогноз.

## V. Цифровые алгоритмы оценки состояния. Фильтры Калмана-Бьюси

Поскольку в сетях следующего поколения (NGN) и всех будущих сетях обработка трафика осуществляется в цифровом виде, то рекурсивные алгоритмы нашли практическое применение именно в цифровой форме. Представленная аналоговая форма (25) удобна с точки зрения методического изложения теории фильтров Калмана-Бьюси (ФКБ). Цифровая же форма (26) интересна многообразием вариантов практического использования. Представим триаду уравнений цифрового алгоритма ФКБ:

уравнение наблюдения:

$$y(k) = H(k)x(k) + v(k); \tag{28}$$

уравнение состояния:

$$x(k+1) = F(k+1, k)x(k) + G(k+1, k)\xi(k); \tag{29}$$

уравнение оценки, удовлетворяющее критерию МСКО:

$$\hat{x}(k+1) = F(k+1, k)\hat{x}(k) + K(k)\left[H(k)F(k+1, k)\hat{x}(k) - y(k)\right], \tag{30}$$

где

$$K(k) = V(k)H^T(k)N_v^{-1}; \tag{31}$$

$$V(k) = \left[I - K(k)H(k)\right]V(k,k-1); \tag{32}$$

$$V(k,k-1) = F^T(k,k-1)V(k-1)F(k,k-1) + N_\xi. \tag{33}$$

В представленных уравнениях сохранены обозначения, совпадающие по смыслу с аналоговым алгоритмом, кроме значений $F(k+1,k) = e^{-\alpha\Delta t}$, $G(k+1,k) = \sqrt{\sigma^2(1-e^{-\alpha\Delta t})}$, где $\Delta t$ – шаг дискретизации.

Структурная схема ФКБ представлена на рис. 5:

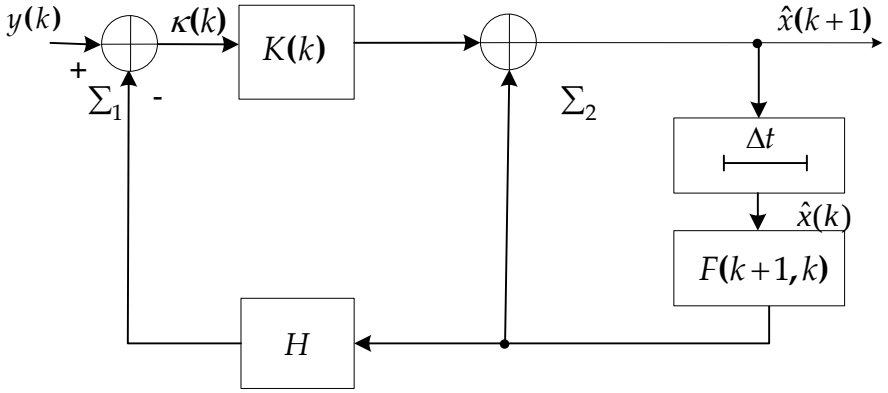


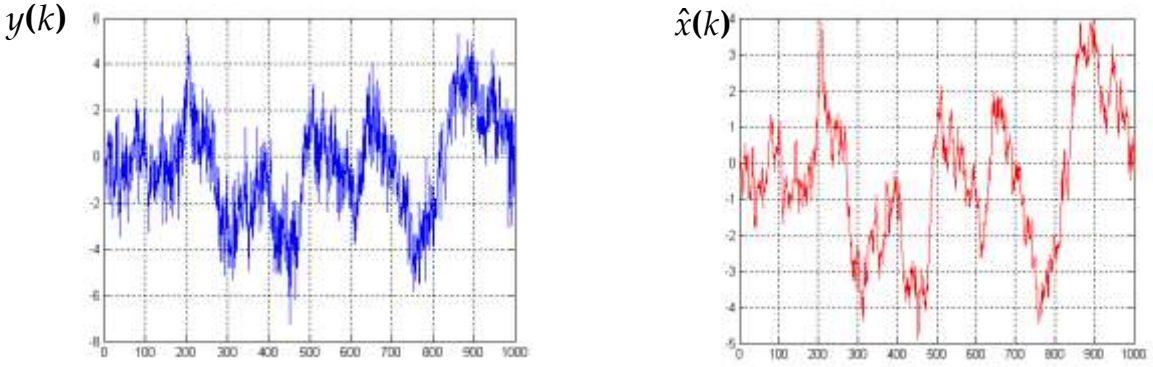

*Рис.* 5. Структурная схема ФКБ в цифровом формате

Из уравнения оценки (30) видно, что невязка (выражение в квадратных скобках) умножается на величину, обратную спектральной плотности мощности шума наблюдения $N_v$. Очевидно, при больших уровнях этого шума величина невязки $\kappa = H(k)F(k+1,k)\hat{x}(k) - y(k)$ будет не только пропорциональной отклонению оценки $\hat{x}(k)$ от истинного значения $x(k)$, но и содержать дополнительные погрешности за счет увеличения уровня шума наблюдения. Поэтому доля вклада второго слагаемого в формирование оценки $\hat{x}(k)$, умноженная на обратную величину $N_v$, соответственно уменьшается. При этом можно утверждать, что при качественных измерениях, когда уровень шума $v(t) \to 0$, основной вклад в формирование оценки вносит 2-е слагаемое, при некачественном – первое.

## VI. Особенности функционирования цифровых ФКБ

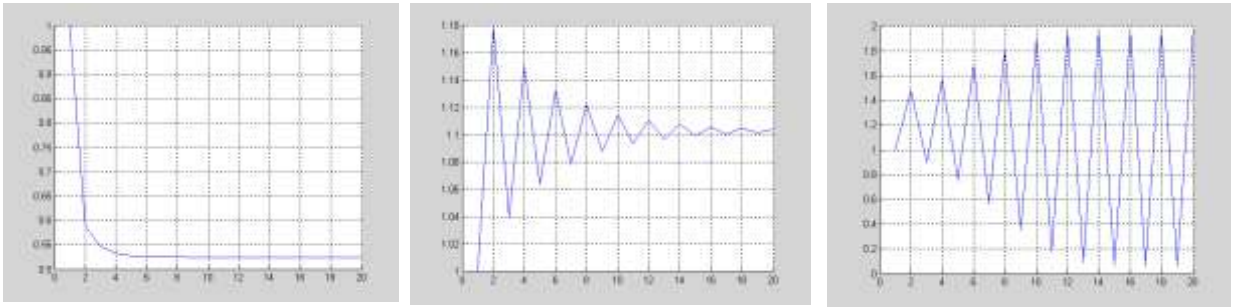
Очевидно, что чем короче шаг дискретизации $\Delta t$, тем точнее прогноз (27) и соответственно точнее оценка (30). Поэтому процедуру измерения (28) следует организовывать таким образом, чтобы полученные отсчетные значения были как можно чаще, больше коррелированы между собой в значениях наблюдений $y(k) = Hx(k) + v(k)$. На рис. 6 представлен пример реализации наблюдения $y(k)$ и результат оценки $\hat{x}(k)$, полученные вследствие математического моделирования ФКБ на интервале $T = 10\tau_{кор}$

при шаге дискретизации $\Delta t / \tau_{кор} = 0{,}01$ и соотношении сигнал/шум $(P_c / P_ш) = 10$. Значения апостериорной дисперсии $V(\infty)/\sigma_x^2$ представлены на рис. 7.




а) реализация $y(k)$ б) оценка $\hat{x}(k)$

*Рис*. 6. Реализация наблюдаемой функции $y(k)$ и оценки $\hat{x}(k)$ на интервале $T = 10\tau_{кор}$



а) $T/\tau_{кор} = 0{,}01;\ P_c/P_ш = 10$ б) $T/\tau_{кор} = 0{,}01;\ P_c/P_ш = 70$ в) $T/\tau_{кор} = 0{,}01;\ P_c/P_ш = 100$

*Рис*. 7. Значения изменений апостериорной дисперсии ошибки оценки $V_x(k)$

Как любая динамическая система, ФКБ имеет области устойчивого и неустойчивого функционирования. ФКБ функционирует устойчиво, если получаемая оценка $\hat{x}(k)$ сходится к истинному состоянию $x(k)$. Апостериорная дисперсия $V(\infty)/\sigma_x^2$, уменьшаясь при этом, становится меньше единицы и после переходного периода стабилизируется (устанавливается) на определенном уровне.

Из рис. 7 следует, что при изменении лишь одного параметра $P_c / P_ш$ и при сохранении остальных неизменными имеют место различные условия сходимости ФКБ: а) устойчивые, б) условно устойчивые и в) неустойчивые.

Проанализируем более подробно режимы работы ФКБ.

Режимы ФКБ

Начиная с 1-го шага функционирования, независимо от начальных условий, ФКБ находится в переходном состоянии, затем, обычно спустя несколько шагов, наступает стационарный, устойчивый режим.

Переходное состояние может продолжаться от нескольких шагов до сотен шагов (рис.7 а, б) или вообще не заканчиваться, образуя хаотический процесс (рис.7 в). Таким образом, основным показателем этого режима является скорость сходимости к установившемуся состоянию.

На поведение ФКБ в переходном режиме влияют различные параметры, однако наибольшее влияние оказывают выбор шага дискретизации $\Delta t / \tau_{кор}$ и соотношение сигнал/шум $P_c / P_ш$. При выборе шага дискретизации целесообразно стремиться к его уменьшению, выбирая $\Delta t / \tau_{кор} \le 10^{-2}...10^{-4}$. Можно добиться приемлемого устойчивого режима и при больших шагах: $10^{-1}$ и больше. Однако часто на практике выбор величины шага $\Delta t / \tau_{кор}$ определяется, исходя не из воли исследователя, а согласно особенностям той или иной телекоммуникационной технологии. К числу таких особенностей следует отнести наличие значительных задержек в поступлении сигнальной или управляющей информации, большие периоды времени между соседними донесениями агентов, установленных на сетевых устройствах и др. Так, отсчетные значения в протоколах RTP имеют темп поступления: один отсчет в несколько секунд. Учитывая, что интервал корреляции изменений трафика составляет десятки секунд, приходится иметь дело со случаем, когда $\Delta t / \tau_{кор} = 0{,}5...0{,}1$. При этом для того чтобы добиться устойчивого режима, приходится занижать отношение сигнал/шум и др. Другой фактор, влияющий на продолжительность переходного режима – это упомянутое отношение сигнал/шум. При больших значениях этих соотношений ФКБ плохо сходится или переходит в хаотический режим (см. рис.7). Причиной этого является то, что с уменьшением уровня шума наблюдения $N_\nu$ возникает эффект деления на маленькое число (31), в результате чего появляются большие числа, что влияет на процесс вычислений. Для предотвращения этого эффекта приходится искусственно «зашумлять» фильтр. Можно также в самом алгоритме (30), (31) выбирать заведомо заниженное значение $N_\xi$ или соответственно завышенное $N_\nu$ на величину до одного порядка. На практике целесообразно эти параметры выбирать методом поочередного подбора.

Установившийся режим – основной рабочий режим ФКБ. Качество фильтра в этом режиме определяется точностью оценивания, значением апостериорной дисперсии $V(\infty)$. Центральной задачей при программировании ФКБ является выбор параметров $A = \alpha = 1/\tau_{кор}$, $\sigma_x^2 = N_\xi = P_c$, $N_\nu = P_ш$, $\Delta t / \tau_{кор}$ – шаг дискретизации.

Проанализируем влияние ошибок в выборе параметров фильтра на точность оценок.

1. Ошибки в выборе соотношения $P_c / P_ш$.

Анализ показывает, что ФКБ весьма чувствителен к отклонениям выбранных параметров от параметров модели или реальных параметров оцениваемого процесса. Уже было указано, что даже при точном задании $P_c / P_ш$, но при больших его значениях, более 20…30 дБ, ошибки оценки могут возрастать, а режим фильтра может оказаться неустойчивым. Поэтому ошибки в выборе $P_c / P_ш$ в сторону уменьшения

сказываются обычно незначительно, в то время как ошибки в сторону возрастания $P_c / P_ш$ – весьма критичны.

2. Точность оценок при различном выборе $\Delta t / \tau_{кор}$.

Данные ошибки также имеют практически односторонний характер: чем меньше отношение $\Delta t / \tau_{кор}$, то есть чем больше отсчетных значений оцениваемого процесса $x_k$ окажется на интервале корреляции, тем выше точность оценки, функционирование – более устойчиво.

Из данного анализа можно сделать практически важный вывод: если ФКБ неустойчив, плохо сходится или наблюдаются большие ошибки оценки, то следует попытаться скорректировать программу, выбрать меньшее отношение $P_c / P_ш$ или же уменьшить шаг дискретизации $\Delta t / \tau_{кор}$.

## VII. Особенность рекурсивных оценок дискретных случайных величин

Случайная величина $x$ имеет плотность распределения вероятностей $P(x)$ и не связана с каким-либо изменением времени или иных параметров. Теория вероятности полностью характеризует случайные свойства этих величин [7]. Вместе с тем, поскольку случайный процесс $x(t)$ может быть представлен как последовательность случайных величин, то логично представить модель случайной величины $x$ в терминах пространства состояний:

$$dx(t)/dt = 0, \tag{34}$$

или для дискретных величин эта модель:

$$x(k+1) = x(k), \tag{35}$$

где $x(1), x(2), ..., x(k), ...$ – последовательность значений случайной величины, удовлетворяющая свойствам полной вероятности:

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1. \tag{36}$$

Триаду уравнений цифрового фильтра (28), (29), (30) представим с учетом $F(k+1,k) = 1$, $G(k+1,k) = 0$, что справедливо для случайных величин:

$$y(k) = H(k)x(k) + v(k); \tag{37}$$

$$x(k+1) = x(k); \tag{38}$$

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + K(k)\left[H(k)\hat{x}(k) - y(k)\right]; \tag{39}$$

где

$$K(k) = V(k)H^T(k)N_v^{-1}; \tag{40}$$

$$V(k) = \left[I - K(k)H(k)\right]V(k,k-1); \tag{41}$$

$$V(k,k-1) = V(k-1) + N_{\xi}. \quad (42)$$

Очевидно, что оценка $\hat{x}(k)$ случайной величины (39) оказывается значительно проще оценок случайных процессов, получаемых с помощью ФКБ (30). Этот алгоритм (39) может быть еще более упрощен с учетом $H = 1$, что на практике часто и выполняется (т.е. наблюдаются прямые измерения). С учетом этого:

$$y(k) = x(k) + v(k); \quad (43)$$

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + K(k)\left[\hat{x}(k) - y(k)\right]. \quad (44)$$

Полученный алгоритм (44) является не чем иным, как алгоритмом стохастической аппроксимации [7]. На практике он применяется в еще более упрощенном виде. Так, Дворецким доказано, что алгоритм (44) устойчиво функционирует при условиях:

$$\sum_{k=1}^{\infty} K(k) \to \infty, \ \sum_{k=1}^{\infty} K(k) < \infty, \ 0 < K(k) \le 1 \ . \quad (45)$$

Таким условиям, в частности, удовлетворяет ряд $K(k) = \frac{1}{K}$, где $K$ – натуральный ряд чисел. Более того, практика показывает, что данный алгоритм (44) успешно и устойчиво функционирует при еще более мягких условиях:

$$K(k) = const, \ 0 < K(k) \le 1. \quad (46)$$

Такой алгоритм оценивания:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + \frac{1}{\mu}\left[\hat{x}(k) - y(k)\right] \quad (47)$$

известен как алгоритм Роббинса-Монро (RM).

В современных телекоммуникационных технологиях, в протоколах RED, WRED, RTT и др. процедура (47) широко используется. Она там интерпретирована в несколько перегруппированном виде:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k) + K\hat{x}(k) - Ky(k) = \hat{x}(k)[1-K] + Ky(k), \quad (48)$$

что не меняет ее сути.

От выбора величины $K = \frac{1}{\mu}$ зависит скорость сходимости процедуры (47), (48) к установившемуся состоянию и ее устойчивость. Коэффициент $K$ часто называют шаговой постоянной. С увеличением $K$ (при $K \to 1$) скорость сходимости к установившемуся состоянию увеличивается и может ограничиваться на 10-100 шагах, однако ошибки в установившемся состоянии заметны. Так, при оценке средних значений случайных величин на практике выбирают $K = (0{,}6...0{,}8)$. С уменьшением значений шаговой постоянной $K < (0{,}01...0{,}1)$ сказывается сглаживающий эффект, и процедура слабо реагирует на имеющие место выбросы в уравнении наблюдения $y(k)$ и реагирует только на имеющий место тренд нестационарности, на медленную тенденцию

изменений среднего. Это свойство как раз и используется в протоколах RED, где рекомендуется выбирать $K = 10^{-6} ... 10^{-10}$.

Популярность алгоритмов стохастической аппроксимации и RM объясняется простотой их реализации. Однако следует учитывать, что данные алгоритмы разработаны под модели и для оценки случайных величин. Применение их для оценки случайных процессов приводит к определенным потерям оптимальности, связанным с увеличением времени переходных режимов, со слабой реакцией на быстрые изменения оцениваемых процессов, с увеличением ошибок оценки и др.

## VIII. Использование математических моделей стохастических нелинейных систем

Значительный вклад в исследования дифференциальных нелинейных моделей для телекоммуникации и радиолокации внесли ученые научной школы В.И. Тихонова. Необходимость использования нелинейных моделей может быть вызвана как нелинейными связями аргумента и функции (степенная, тригонометрическая и др. зависимости), так и системными особенностями (явления запаздываний сигналов, цифровое представление и пр.).

Нелинейная по состоянию модель динамической системы часто представляется в виде:

$$d(x)/dt = F(x(t),t) + G(t)\xi(t) + B(t)u(t), \qquad (49)$$

где функция состояния $F$ зависит как от времени, так и от состояния $x(t)$.

Учитывая то, что линейные модели систем (29) являются лишь частным случаем нелинейных состояний, одного общего метода решений для нелинейных систем (49) не существует. Наиболее часто для решения задач нелинейное представление (49) приводят к близкому линейному виду, линеаризуя модель. К числу подобных относят методы аппроксимации апостериорной плотности вероятности, нормализуя эту вероятность. Основанием для такой аппроксимации является теорема Шермана о том, что при неизвестной плотности распределения наименьшей погрешностью аппроксимации обладает нормальный закон распределения. Применяют также и непосредственную аппроксимацию нелинейной функции $F$, раскладывая ее в ряд Тейлора и сохраняя ограниченное число членов.

В любом случае в нелинейной задаче находится приближенное решение. Поэтому на практике часто в качестве модели нелинейной системы берут подходящую линейную модель, что значительно упрощает решение, а также позволяет использовать преобразование Лапласа для дальнейшего решения в частотной области или решают задачу в пространстве состояний.

## IX. Математические модели с управлением по наблюдению

В отличие от управления состоянием управление наблюдением не предполагает каких-либо изменений внутренних свойств системы, наоборот – за счет управлений осуществляются преобразования базиса наблюдения. Например: изменение

ориентации антенны, обеспечение лучшей согласованности с объектом наблюдения, устранение помех и др. Очевидно, что преобразование одномерного базиса не может привести к каким-либо изменениям. Изменения возможны, если размерность базиса $\dim > 2$. Требуется двух- или более мерный базис, ортогонализируя который по отношению к помехе или согласовывая его с сигналом, добиваются желаемых условий наблюдения полезных сигналов. В качестве базисных функций могут выступить пространственные или поляризационные орты, временные или частотные функции. Так в 2-мерной антенне всегда можно найти направление, со стороны которого уровень принимаемой помехи $P_n \to 0$. На шкале времени или частоты можно найти и блокировать временную или частотную позиции, где также $P_n \to 0$. Выбор того или иного базиса определяется исходя из содержания решаемой задачи и доступности того или иного ресурса.

Назначение данного вида управления в том, чтобы сформировать желаемое соотношение сигналов и помех на входе системы. Если при управлении состоянием систему переводят из одной точки фазовой плоскости в другую, желаемое наблюдение формируют за счет изменения масштаба и сдвига отдельных базисных функций - компонент наблюдения, то есть комплексно их взвешивают.

История задач: При измерениях (наблюдениях) важно адекватно отображать поступающую в систему информацию (без помех; в определенных координатах; в определенном масштабе; в определенном ракурсе и др.). То есть управление наблюдением сводится к нахождению более удачных условий наблюдения (измерения).

Аналогично мы поступаем в быту: закрываемся от солнца, когда хотим увидеть близкий по ракурсу «предмет».

В связи с высокой загрузкой радиочастотных спектров возникают взаимные помехи. В этом случае говорят о нарушении условий электромагнитной совместимости. Часто сменой частоты или иными методами не удается уйти от помех. Для борьбы с помехами применяют различные методы. Так, в технологии IEEE 802.15 применяют сигналы с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты (ППРЧ), широкополосные сигналы (ШПС). Применение этих сигналов является инвариантным методом борьбы с помехами, однако этот метод требует значительных затрат пропускной способности линий связи. Более экономичными являются методы управления базисом наблюдения, сводящиеся, по сути, к задачам подавления (режекции, компенсации) помех.

Известны три метода решения задач для повышения помехозащищенности:

1. Когда имеется помеха наблюдению – ее компенсируют. Это так называемая «Адаптивная компенсация помех». Эта задача применяется для повышения помехозащищенности обеспечения, ЭМС и др.

2. Когда есть эталон $y_э$ (образец того, какой должен быть полезный сигнал), то задача состоит в следовании этому эталону. Невязка $\kappa(t) = (y(t) - y_э)$ является управляющим сигналом. Это адаптивные следящие системы, адаптивные регуляторы, адаптивные антенные решетки.

3. В радиоканалах с многолучевым распространением используют методы пространственно-временного кодирования, что позволяет на выделенной частоте увеличивать в 1,6 – 1,8 раза пропускную способность линии радиосвязи.

Рассмотрим типовую ситуацию, складывающуюся в ординарной линии связи сотовой или любой беспроводной системы. Пусть уравнение наблюдения содержит полезный сигнал $c(t)$, помеху $n(t)$ и белый шум $\nu(t)$:

$$y(t) = c(t) + n(t) + \nu(t). \qquad (50)$$

Спектры полезного сигнала и помехи могут перекрываться (рис. 8):

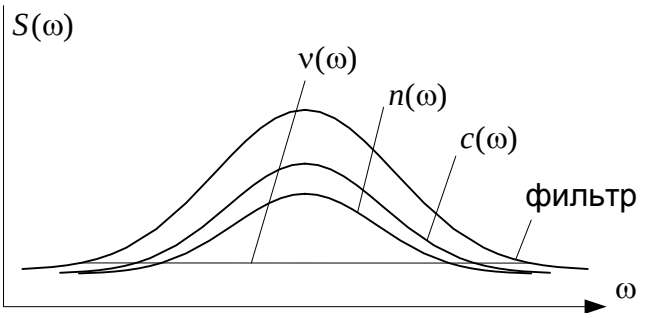



*Рис*. 8. Соотношение спектров фильтра, сигнала $c(\omega)$, помехи $n(\omega)$, шума $\nu(\omega)$

Очевидно, что когда уровни полезного сигнала $P_c$ и помехи $P_n$ соизмеримы между собой, как это следует из рис. 8, то получить удовлетворительное качество приема сигналов $c(t)$ не удается. В этой ситуации уместно использовать адаптивную компенсацию помехи $n(t)$.

## X. Управление адаптивными компенсаторами помех (АКП)

Полезный сигнал $c(t)$ и помеха $n(t)$ частично или полностью совпадают по спектру. В такой ситуации возможны различные решения:

- сменить канал наблюдения (перестроить на другую частоту, на другую линию; применить помехоустойчивые коды; ШПС и др. Однако такие действия не всегда возможны (из-за уже выбранной конфигурации, из-за потерь времени на все эти акции);

- заложить заранее в систему возможность реагирования на помеховые воздействия за счет АКП.

Постановка задачи компенсации помех

Пусть имеется наблюдение (50).

Необходимо сформировать такой сигнал (антипомеху) $n^*(t) \approx -n(t)$, чтобы вычесть его из наблюдаемой реализации:

$$y^*(t) = c(t) + n(t) - n^*(t) + \nu(t) = c(t) + \nu(t) + \Delta n(t),$$

где $\Delta n(t)$ – остаток нескомпенсированной помехи, который следует минимизировать $\Delta n(t) \to 0$.

Однако формированию «антипомехи» $n^*(t)$ из основного канала наблюдения (50) мешает полезный сигнал $c(t)$, уровень которого $P_c$ может быть значителен (см. рис. 8). Таким образом, прямого решения нет. В связи с этим задача компенсации расширяется и решается в два этапа: вначале находят возможность создания отдельного вспомогательного, $n_{on}(t)$ опорного канала, где необходимо «избавиться» от полезного сигнала $c(t)$, но где имеется копия помехи $n_o(t)$, а после этого сформировать антипомеху $n^*(t)$, с помощью которой окончательно скомпенсировать помеху в основном канале приема.

Решение задачи адаптивной компенсации

Суть задачи в том, чтобы сформировать «антипомеху» $n^*(t) = -n(t)$, где $n^*(t)$ – помеха, равная по амплитуде помехе в основном канале приема $n(t)$ и противоположная ей по фазе. Для решения задачи необходимо создать опорный канал

$$y_{on}(t) = n_{on}(t) + v_{on}(t), \tag{51}$$

где $n_{on}(t)$ – та же помеха, что и в основном канале, но возможно, отличающаяся от нее амплитудой и фазой. Опорный канал $y_{on}(t)$ является вторым каналом наблюдения, то есть с помощью основного и опорного каналов образуется двумерный базис, где выполняются условия (51). Второй канал (51) может быть образован, например, с помощью второй вспомогательной антенны, тестовых сигналов или каким-либо другим образом. Создание такого канала – инженерное искусство.

Когда сформирован опорный канал $y_{on}(t) = n_{on}(t) + v_{on}(t)$, то дальше задача состоит в том, чтобы найти такой комплексный весовой коэффициент $\dot{W} = |W|e^{-j\varphi}$, перемножив на который компоненты опорного канала (уравнение (51)), получаем:

$$\dot{W}y_{on}(t) = Wn_{on}(t) + Wv_{on}(t), \tag{52}$$

где $Wy_{on}(t)$ – сформированная «антипомеха». Далее сигналы из основного (50) и опорного (51) каналов подаются в противофазе на общий сумматор $\Sigma_1$ (рис. 9):

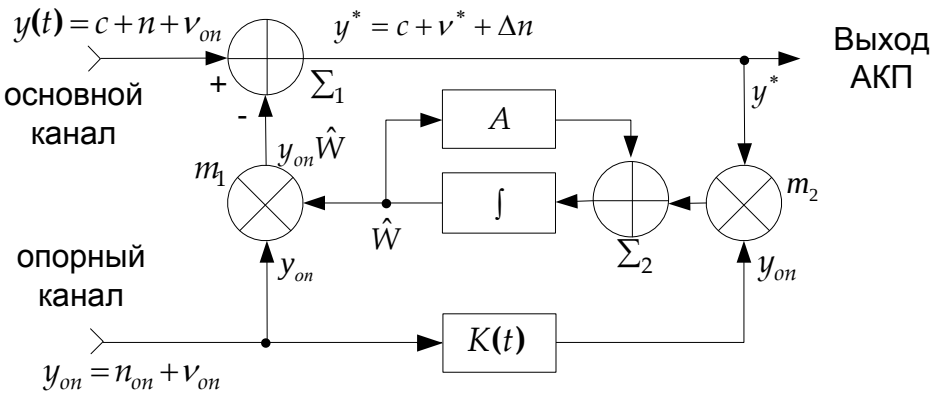



*Рис.* 9. Структурная схема АКП

Таким образом, согласно (50) на общем сумматоре $\Sigma$ получаем:

$$y^*(t) = c(t) + n(t) - \dot{W}n_{on}(t) + W\nu_{on}(t) + \nu(t), \quad (53)$$

где $n(t) - \dot{W}n_{on}(t) = \Delta n(t) \to 0$, $W\nu_{on}(t) + \nu(t) = \nu^*(t) \approx$ гауссов белый шум.

Для решения задачи оценки весового коэффициента $W$ воспользуемся формализацией ФКБ:

$$\hat{x}(t) = A(t)\hat{x}(t) + VN^{-1}H\left[y(t) - H\hat{x}(t)\right]. \quad (54)$$

Под $x(t)$ будем понимать комплексный весовой коэффициент $W$. Невязка при этом выражается в виде $\kappa(t) = y(t) - y_{on}W(t)$. Таким образом, в процедуре ФКБ произошла замена: $x$ на $W$, а $H$ на $y_{on}(t)$. В результате получаем алгоритм оценки оптимального значения $W(t)$:

$$d\hat{W}(t)/dt = A(t)\hat{W}(t) + K(t)y_{on}(t)\left[y(t) - \hat{W}(t)y_{on}(t)\right], \quad (55)$$

где $K(t) = VN^{-1}$ в установившемся режиме – величина постоянная.

Алгоритм (55) в частностях совпадает с известным алгоритмом Уидроу. Так, алгоритм Уидроу представляется в виде:

$$d\hat{W}(t)/dt = K(t)\left[y(t) - \hat{W}(t)y_{on}(t)\right] y_{on}(t). \quad (56)$$

Сопоставляя алгоритм Уидроу (56) и алгоритм оценки Роббинса-Монро (47)для случайных величин, приходим к выводу, что эти алгоритмы близки по форме и функции. Обобщение алгоритма RM приводит к ФКБ. Очевидно, и алгоритм Уидроу допускает обобщение к ФКБ. В связи с этим приходим к выводу, что алгоритм (56) оптимален для случая $dW(t)/dt = 0$, то есть для случая, когда параметры помехи $n(t)$ не изменяются во времени, когда эта помеха – случайная величина.

Дискретный алгоритм АКП, основанный на процедуре RM, принимает вид:

$$\hat{W}(k+1) = \hat{W}(k) + K(k)\left[y(k) - \hat{W}y_{on}(k)\right] y_{on}(k), \quad (57)$$

где $K(k)$ может быть постоянным, как в алгоритме Уидроу.

Структура алгоритма (57) полностью совпадает с известным дискретным алгоритмом Уидроу, где прослеживается также прямая связь с алгоритмом оценки случайной величины.

Дискретный алгоритм АКП, основанный на ФКБ, имеет вид:

$$\hat{W}(k+1) = \Phi(k+1,k)\hat{W}(k) + K(k)\left[y(k) - \hat{W}(k)y_{on}(k)\right] y_{on}(k). \quad (58)$$

Очевидно, что алгоритм ФКБ (58) оптимален для более общих сигнально/помеховых ситуаций по сравнению с алгоритмом Уидроу, например, когда помеха $n(k)$ случайно изменяет свой пространственный спектр или поляризацию.

Интерпретация работы АКП

Помеха из опорного канала $y_{on}$, взвешенная с комплексным весовым коэффициентом $\hat{W}$, вводится в основной канал с отрицательным знаком (вычитается в сум-

маторе $\Sigma_1$). На выходе $\Sigma_1$ получаем $y^*(t)$ и умножаем его на $y_{on}$ в перемножителе $m_2$. На выходе $m_2$ получаем:

$$y^*(t)\cdot y_{on} = (c+\nu^*+\Delta n)(n_{on}+\nu_{on}) = cn_{on}+c\nu_{on}+\nu^* n_{on}+\nu^*\nu_{on}+\Delta n\,\nu_{on}+\Delta n n_{on}.$$

После интегрирования все слагаемые, кроме последнего, в среднем равны нулю, поскольку они не коррелированны между собой. Шестое слагаемое:

$$u(t) = \int n\Delta n dt \neq 0, \tag{59}$$

поскольку $n$ и $\Delta n$ – коррелированны и являются копиями друг друга. Таким образом, получаем управляющий сигнал $u(t) = \int n\Delta n dt$, который подается на перемножитель $m_t$ и действует до тех пор, пока остаток помехи $\Delta n$ не достигнет минимального значения, т.е. когда $\int n\Delta n d(t) \to 0$. Таким образом, осуществляется компенсация помехи $n(t)$ в основном канале приема.

## XI. Математические модели обучаемых систем

Общие принципы обучения в динамических системах. С появлением кибернетики как науки появилась возможность не только формализовывать различные системы, но и оснащать их неким антропоморфным (т.е. присущим человеку) свойством. Появился термин «искусственный интеллект» (Artificial intelligence), адаптивные алгоритмы, решения в условиях риска, самоорганизация, обучаемые системы и др. Данные термины, связанные с одними и теми же системами, отражают то или иное свойство управляемой системы, функционирующей в условиях неопределенности. Нам представляется, что наиболее общим является термин «обучаемые управляемые системы», поскольку в перечисленных системах процедура обучения присутствует в той или иной форме.

Обучаемыми называют такие системы, которые в процессе функционирования в условиях неопределенности накапливают информацию о параметрах этой неопределенности и используют полученную статистику для решения общесистемных задач управления.

Среди методов обучения различают два основных:

- обучение с учителем (с классифицированной обучающей последовательностью);
- обучение без учителя (без использования обучающей последовательности).

В качестве учителя могут выступать:

- эталонные сигналы;
- тестовые последовательности (тест паузы, тест сигналы);
- hello-пакеты (тест-пакеты) – не несущие информационных компонент, используемые для определения параметров по задержке, достоверности передачи, определения джиттера и др.

Методы обучения с учителем

При наличии учителя в виде эталонного сигнала $y_э$ обучение может быть организовано с привлечением следующих статистических процедур. В качестве принципа рассмотрим процедуру определения достоверности приема сигналов. Суть ее в накоплении статистики об общем количестве $n_\Sigma$ и количестве правильно принятых сигналов $n_{прав}$, после чего может быть вычислена неизвестная вероятность $P_{ош}$ ошибочного или правильного приема:

$$P_{ош} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n_\Sigma - n_{прав}}{n_\Sigma}\right). \qquad (60)$$

Таким образом, параллельно с основной процедурой функционирования методами выборочной статистики приобретается дополнительная нужная информация.

Аналогично вероятности (60) может быть вычислена вероятность потерянных пакетов, вероятность переадресованных пакетов и пакетов с ошибками и др.

Задача идентификации может также решаться путем накопления статистики о неизвестных параметрах с последующей обработкой этой статистики с целью получения выборочных средних значений этих параметров, дисперсии, интервалов корреляции, распределения вероятностей и иных характеристик, которые далее будут использоваться в общих оптимизационных процедурах.

Таким образом, без прерывания основной функции, методами выборочной статистики, получают ту или иную оценку неизвестных параметров, что и предоставляет собой процедуру обучения.

Наличие эталонного сигнала может быть также непосредственно использовано в различных рекурсивных процедурах в реальном масштабе времени, без накопления статистики:

- в стандартной процедуре ФКБ для формирования невязки $(y(t) - y_э)$;

- в технологии MIMO при определении неизвестных коэффициентов передачи $h_{ij}$. В технологии MIMO поочередно передаются тестовые сигналы двумя антеннами $A_1$, $A_2$. Затем, когда по этим сигналам получена оценка $\hat{h}_{ij}$, эти оценки подставляют в уравнения наблюдения $y_1$ и $y_2$:

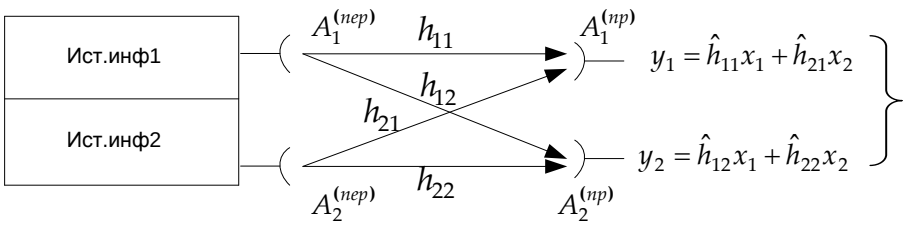



*Рис.* 10. Схема передачи в технологии MIMO

При известных $\hat{h}_{11}, \hat{h}_{12}, \hat{h}_{21}, \hat{h}_{22}$, просто решается система двух линейных уравнений (рис. 10) относительно $x_1$ и $x_2$, где $x_1$ и $x_2$ – два независимых информационных потока. В технологии MIMO используется две антенны на передаче $A_1^{(пер)}$ и $A_2^{(пер)}$ и две антенны на приеме $A_1^{(пр)}$ и $A_2^{(пр)}$. Имеется также четыре направления приема с коэффициентами передачи $h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}$. Технология MIMO позволяет передавать два независимых цифровых потока одновременно на одной и той же частоте. В данном случае, имеющая место многолучевость распространения радиоволн, не только не мешает приему, а даже играет позитивную роль, состоящую в том, что коэффициенты $h_{ij}(t)$ оказываются независимы, т.к. они постоянно изменяются. Для обучения (оценки) $\hat{h}_{ij}$ используют тест-сигналы, передаваемые через время $\Delta t << \tau_{кор}$, т.е. через $\Delta t \approx$ 0,01 – 0,1 с, где $\tau_{кор}$ – интервал корреляции многолучевого замирающего сигнала. Достоинством метода обучения с учителем является то, что при наличии классифицированной обучающей последовательности достоверность получаемых результатов более высокая, чем в альтернативном методе. Недостатком является то, что передача тест-сигналов приводит к снижению пропускной способности.

Методы обучения без учителя

Обучение без учителя осуществляется по косвенным данным, в частности с использованием самой информационной последовательности. Обучение без учителя менее эффективно из-за возможности больших ошибок при обучении. Например, ошибка при передаче информации приводит к ошибке обучения. Таким образом, в условиях низкой достоверности канала связи обучение без учителя не имеет смысла. В то же время в условиях высокой достоверности передачи информации обучение без учителя упрощает алгоритм обучения и не требует временных затрат на передачу тест-сигналов.

Структурную схему адаптивной самообучаемой системы $S(x,u,t)$ можно представить в виде комбинации двух методов, объединяющих схемы Уатта и Понселе (рис. 11):

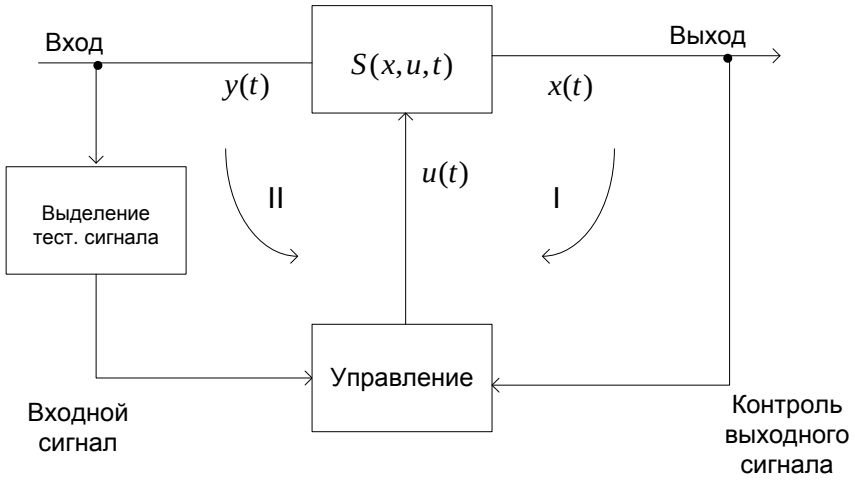



*Рис.* 11. Схема адаптивной самообучаемой системы

В отличие от ранее рассмотренных одноконтурных схем управления, адаптивная схема включает в себя два контура:
- по отклонению (управление назад) – I контур,
- по возмущению (управление вперед) – II контур.

В такой схеме (рис. 11) управление системой формируется на основе значения взаимной корреляции входного и выходного сигналов.

Классификация обучаемых систем

Обучаемые системы можно разделить на следующие классы:
- обучаемые системы с идентификацией модели,
- обучаемые системы поискового типа,
- обучаемые самоорганизующиеся системы,
- самовосстанавливаемые системы с реинжинирингом.

Системы с идентификацией параметров модели

Реальные параметры систем не всегда совпадают с той моделью, которая заложена в алгоритме оценки и управления. Так, в уравнении состояния модели

$$dx(t)/dt = A(t)x(t) + B(t)u(t) + C(t)\xi(t)$$

все параметры $A, B, C$ могут не соответствовать реальной ситуации, то есть $A_{реал} = A_м + \Delta A_м$, где $\Delta A_м$ – отклонение в модели инерциальных свойств $(\tau_{кор} = \tau_м \pm \Delta\tau)$, $\tau_{кор}$ – интервал корреляции выбранной модели. При выборе более быстродействующей модели $(\tau_{кор} > \tau_м)$ система управления будет реагировать на все мелкие, нехарактерные шумовые и другие воздействия, при выборе же более медленной модели $(\tau_{кор} < \tau_м)$ не будут отслеживаться (отрабатываться) все воздействия, будет происходить сглаживание.

При отклонении коэффициента $B = B_{opt} \pm \Delta B$ управление будет или перерегулировано (I) или недорегулировано (II) (рис. 12).

При выборе большого значения $C(t)$ – уровня порождаемого процесса $x(t)$ на практике может наступить неустойчивый режим ФКБ.

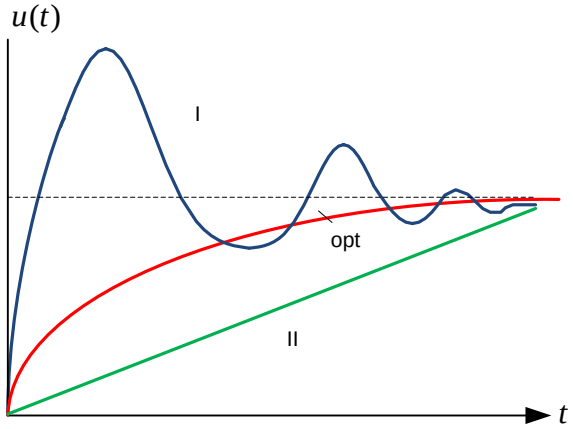



*Рис.* 12. Переходные режимы управляемой системы при неоптимальном выборе параметров модели (I) и (II)

Таким образом, когда ситуация с параметрами системы неопределенная, то следует реальную модель идентифицировать – получить оценку неизвестных параметров. Для нахождения оценки неизвестных параметров строится независимая от основной, дополнительная процедура RM или ФКБ, каждая из которых может функционировать параллельно. В таком случае можно сформировать вектор оцениваемых параметров: $\vec{x}^T = (x, A, B, C)$ и решать задачу оценки вектора $\vec{x}$ с помощью параллельно выполняемых аналогичных процедур. Оценки $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ подставляются в устройства основной оценки $\hat{x}$ и управления вместо неизвестных параметров (рис. 13):

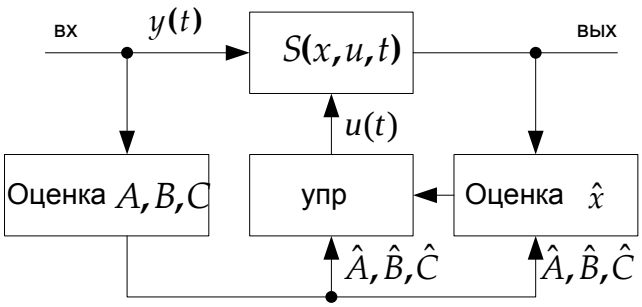



*Рис.* 13. Структурная схема управляемой системы с идентификацией коэффициентов $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$

Для примера приведен алгоритм идентификации, функционирующий в соответствии с процедурой Роббинса-Монро:

$$\hat{A}(k+1) = \hat{A}(k) + K(k)\left[y_A - A(k)\right],$$

где $y_A = A(k) + \nu(k)$ – результат измерения параметра $A(k)$ в уравнении наблюдения идентифицируемого параметра.

На рис. 14 представлена структурная схема и последовательность действий при идентификации параметра $A(k)$:

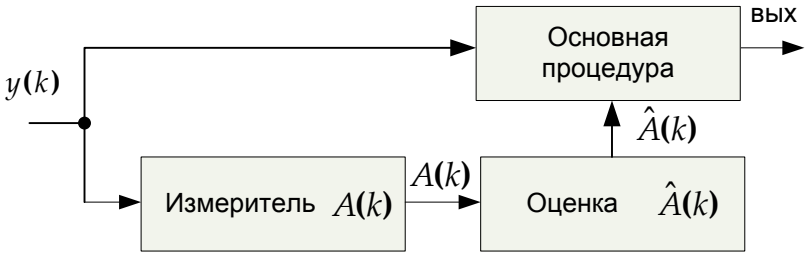



*Рис.* 14. Последовательность выполнения процедур при идентификации параметра $A(k)$

Рассмотрим конкретизацию алгоритма оценки вектора $\vec{x}^T = (x, A, B, C)$ при дискретном его представлении. Уравнение состояния интервала корреляции $\tau_{кор}$ представляется в виде:

$$\tau_{кор}(k) = A^{-1} = x_\tau(k) = \Phi^{(\tau)}(k, k-1)x_\tau(k-1) + G^{(\tau)}\xi_\tau^{(k)}, \quad (61)$$

где $\Phi^{(\tau)}(k, k-1) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}$ – прогнозная функция для изменений интервала корреляции $\tau_{кор}$ с интервалом корреляции этих изменений $\tau_к$;

$G^{(\tau)} = \sqrt{\hat{N}_\xi(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}})}$ – коэффициент интенсивности при порождающем случайном процессе $\xi_\tau^{(k)}$;

$\hat{N}_\xi$ – оценка уровня спектральной плотности мощности процесса $\xi(k)$.

В результате уравнение состояния (61) изменяемого состояния интервала корреляции $\tau_{кор}$ представляется в виде:

$$\tau_{кор}(k) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}\tau_{кор}(k-1) + \sqrt{\hat{N}_\xi(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}})}. \quad (62)$$

Аналогично (61) и (62) составляют уравнения состояния для спектральной плотности мощности $N_\xi$ или коэффициента $C$. В результате получаем систему уравнений для алгоритма оценки вектора $\vec{x}$:

$$\hat{x}(k) = \begin{cases} x(k) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{koo}}}x(k-1) + \sqrt{\hat{N}_\xi(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{koo}}})}\xi(k), & (63) \\ \tau_{кор}(k) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}\tau_{кор}(k-1) + \sqrt{\hat{N}_\xi(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}})}\xi_\tau(k), & (64) \\ N_\xi(k) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau_N}}N_\xi(k-1) + \sqrt{\hat{N}_\xi(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}})}\xi_N(k). & (65) \end{cases}$$

В представленной системе уравнений состояния учтено, что в основном уравнении (63) используются оценки $\hat{\tau}_{кор}$ и $\hat{N}_\xi$, уравнения состояния которых представлены выражениями (64), (65). В соответствии с представленными уравнениями состояния алгоритмы оценки вектора $\vec{x}(k)$ осуществляется с использованием стандартных процедур Калмана-Бьюси.

Представленная адаптивная процедура идентификации модели является достаточно сложной, особенно при большой размерности вектора $\vec{x}$. Имеются некоторые более простые, хотя, возможно, менее эффективные адаптивные методы, среди которых метод локально-стационарной аппроксимации.

Метод локально-стационарной аппроксимации

Метод локально-стационарной аппроксимации основывается на предположении о том, что любой нестационарный процесс, происходящий в телекоммуникациях, может быть представлен на отдельных временных интервалах $\Delta T$ как стационар-

ный. Предполагается, что имеется алгоритм и устройство способное обнаруживать границы этих интервалов $\Delta T$ (рис. 15):

*Рис*. 15. Пример разделения нестационарного процесса на участки локальной стационарности

После этого основной алгоритм оценки и управления осуществляет коррекцию соответствующего нестационарного параметра или параметров.

Часто встречается ситуация, когда нестационарным оказывается один из параметров, например интенсивность входного потока. В этом случае в качестве индикатора времени перехода на новый локально-стационарный участок может служить алгоритм оценки потерь качества функционирования основного устройства (рис. 16):

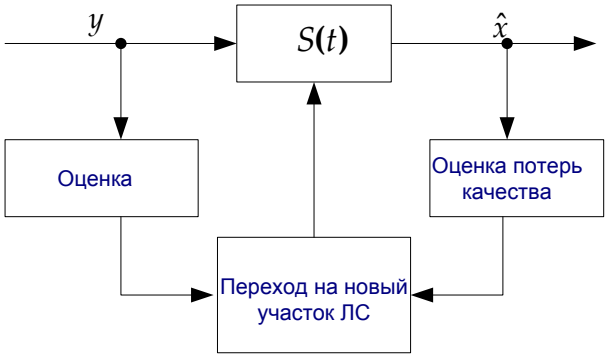



*Рис*. 16. Структура адаптивного алгоритма с определением участков локальной стационарности (*Л*С)

Из рассмотренного следует, что при решении тех или иных адаптивных задач необходимо получать дополнительную статистику о состоянии различных режимов сетевых элементов. В ТКС для получения данных о состоянии тех или иных параметров может использоваться Simple Network Management Protocol (SNMP) – простой протокол управления сетью TCP. Этот протокол предоставляет средства контроля и управляет сетевыми элементами, конфигурациями, производительностью и безопасностью, обеспечивает сбор статистической информации путем измерений в различных участках сети, доставляющих необходимую наблюдаемую статистику при наличии соответствующих агентов. Точность процедуры идентификации зависит от многих параметров. Один из наиболее значимых – задержка в канале управления.

## XII. Влияние задержки в канале управления

ТКС – распределенная в пространстве и времени организационно-техническая система. Ее масштабы могут быть различны: LAN, MAN, WAN. В ТКС происходят процессы в территориально распределенных участках и эти процессы взаимосвязаны. При этом даже незначительные величины взаимных задержек $\Delta t_з$ приводят к тому, что задержанная реакция подсистемы обучения приводит к потере качества. Величина задержки $\Delta t_з$ должна сопоставляться с величиной интервала корреляции $\tau_{кор}$ (рис. 17).

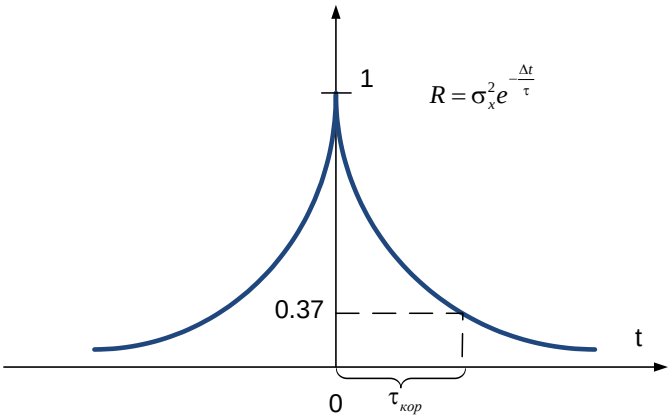



*Рис*. 17. Пояснение к определению интервала корреляции

Задержка – метрика, по которой осуществляется управление приоритетами, управление маршрутами. Задержки при взаимодействии (обмене информацией, управлении, мониторинге) обусловлены:

- задержкой при передаче от одного элемента к другому (за счет конечности распространения сигналов в линиях связи);
- задержкой в очередях буферных устройствах (Queue delay);
- задержкой при обработке и преобразовании (кодировании, декодировании, оценивании и др.);
- задержкой (запаздыванием) на время получения разрешения на передачу (latency).

Наличие задержек, кроме потери качества передачи контента, проявляется при решении следующих задач, связанных с управлением:

- при удаленном мониторинге (remote monitoring - RMON);
- при уведомлении о состоянии каналов (LSA – Link state advertisement), которое используется в маршрутизаторах для обновления маршрутных таблиц;
- при управлении потоком методом скользящего окна (sliding window flow control), когда приемник дает разрешение на передачу до заполнения окна;
- при управлении потоком данных (flow control) – состояние буферов в принимающих устройствах и т.д. Так, процедура RED может запретить передачу, пока не освободится буфер и т.д.

Задержки $\Delta t_з$ приводят к ошибкам в оценке неизвестных параметров, а соответственно и в реализации управления. Задержка $\Delta t_з$ входит в функцию прогноза

$\Phi(k,k+1)=e^{-\frac{\Delta t+\Delta t_з}{\tau_{кор}}}$. Функция $\Phi(k,k+1)$ в свою очередь входит в уравнение оценки дискретного состояния

$$\hat{x}(k+1)=\Phi(k,k+1)\hat{x}(k)+K(k)\left[H(k)\hat{x}(k)-y(k)\right]. \quad (66)$$

Таким образом, наличие задержки $\Delta t_з$ по своему действию эквивалентно тому, что шаг дискретизации возрастает от $\Delta t$ до $\Delta t+\Delta t_з$.

## XIII. Модели адаптивных и самоорганизующихся систем

В общей теории систем различают три вида процессов самоорганизации [8, 9]:

- процессы самозарождения организации;
- процессы, благодаря которым система поддерживает определенный уровень организации при изменении внутренних и внешних условий функционирования;
- процессы, связанные с совершенствованием и саморазвитием таких систем, которые способны накапливать и использовать прошлый опыт.

Применительно к телекоммуникационным системам характерным является второй из упомянутых процессов. Вместе с тем, в будущем могут найти место и остальные виды процессов.

Самоорганизация – категория, относящаяся к функциональной характеристике системы, хотя для целей самоорганизации активно привлекаются и структурные методы. В результате функционирования целенаправленной управляемой системы под действием внешних или внутренних условий происходят те или иные отклонения от целевой установки. Эти отклонения могут достигать определенного критического уровня, и это является стимулом для коррекции методов управления функциональными и структурными характеристиками без смены целевой установки.

Наибольшее распространение для коррекции получили рассмотренные управляемые адаптивные алгоритмы. При этом адаптация происходит как на уровне взаимодействия элементов сети, так и всей системы в целом. Характерным примером является адаптация сети к изменению трафика.

Однако условия функционирования могут изменяться настолько, что набором корректирующих методов, имеющихся в распоряжении системы, уже не обойтись. В этом случае в системе может быть заложен механизм смены целевой установки (критерия).

Содержание задач адаптивных и самоорганизующихся динамических систем

Целенаправленная управляемая система $S(x,u,t)$ называется адаптивной, если она содержит процедуру (алгоритм), с помощью которой эта система способна эффективно функционировать в условиях априорной неопределенности.

Данное определение, как и само понятие «адаптивность», не является однозначным и требует более расширенного обсуждения. В представленном определении предполагается, что имеется некая управляемая система $S(x,u,t)$, оптимальная в рамках конкретных ограничений $Y$. Очевидно, если изменить ограничения или на-

ложить дополнительные начальные условия $\Delta y$, то эта система в новых условиях $Y' = (Y, \Delta y)$ уже не может считаться оптимальной. Однако если в систему $S(x, u, t) = S(t)$ вмонтировать некую процедуру $a(t)$, с помощью которой удается систему $S(t)$ оптимизировать, то эта модернизованная и оптимизированная система $S'(t) = S(a, t)$ может называться адаптивной по отношению к изменениям $\Delta y$ и к системе $S(t)$.

Продолжая начатые обсуждения, можно утверждать, что система $S'(t)$ является целенаправленной управляемой системой, оптимальной в условиях $Y'$. Но условия могут изменяться дальше, в этих новых условиях $Y''$ система $S'(t)$ уже не оптимальна и необходимо в нее вмонтировать новую $a''(t)$ процедуру, оптимизирующуюся к условиям $Y''$.

Из этих рассуждений ясно, что понятие «адаптивность», так же как и «оптимальность» носит относительный характер. Приведем еще одно определение, поясняющее суть процедуры: Адаптация – это процесс непрерывной оптимизации управляемой системы к переменным и случайным во времени внешним воздействиям.

Дальнейшим развитием моделей адаптивных систем являются самоорганизующиеся и самовосстанавливаемые системы.

Модели самоорганизации и самовосстановления

Адаптивная система $S_a(t)$ в процессе своего функционирования под действием внешних или внутренних факторов может снизить допустимое качество. В этом случае должны быть предусмотрены варианты коррекции функциональных и (или) структурных свойств системы, в результате целенаправленного перебора которых данная система может улучшить качество функционирования. Как правило, на этапе выбора вариантов коррекции смена целевой функции (критерия) системы не предполагается. Очевидно, что переход от режима адаптации к режиму выбора вариантов коррекции функциональных и структурных свойств является переходом к новому типу системы, к **самоорганизующимся системам** [10-12].

В режиме самоорганизации происходит целенаправленный процесс поиска новых режимов отдельных элементов, их групп и всей системы в целом (вариантов функциональных свойств), а также выбор вариантов реструктуризации, более рациональных структур (появлению или исчезновению новых связей между элементами, новых элементов, новых их свойств). Возможно и альтернативное двум предыдущим методам решение: при наличии большого объема ресурса и запросов на использование этих ресурсов – включение их в решение общесистемных задач для достижения требуемого качества системы. Такое решение называется **энтропийным** подходом. На практике и в чистом виде оно принимается лишь в критических ситуациях. По аналогии с принципами устойчивости в дополнение к энтропийному методу самоорганизации укажем **гомеостатический** метод, достигаемый за счет выбора варианта коррекции функциональных характеристик и режимов сетевых элементов. Вторым важным методом является **морфогенетический**, который основан на реструктуризации системы.

Если энтропийный метод на практике не является методом первой очереди, то гомеостатический и морфогенетический методы, как правило, используются при первой же необходимости, когда управляемая адаптивная система уже не достигает требуемого уровня качества функционирования.

## XIV. Особенность выбора вариантов при решении задачи самоорганизации систем

Для решения задач самоорганизации в модели системы необходимо предусмотреть набор вариантов и программ их выполнения, а также стратегии выбора этих вариантов и алгоритмы перехода от одного варианта к следующему.

Так, при выборе функциональных характеристик изменяют режимы различных элементов сетей: правила доступа, методы распределения сетевых ресурсов, механизмы предотвращения перегрузок и др. При выборе структурных характеристик изменяют методы выбора маршрутов, правила поиска и активизации абонентских станций, точек доступа других сетевых элементов и др.

Первая задача, возникающая при выборе вариантов, сводится к тому, к каким характеристикам, функциональным или структурным, следует отнести первоначальный выбор вариантов. Логика выбора таких вариантов неоднозначна, она часто определяется пристрастиями разработчиков технологий. В самом общем случае можно попытаться проводить параллельный выбор во множестве функциональных и структурных вариантов. Рассмотрим более подробно возможность формализации процесса самоорганизации.

Направления формализации процесса самоорганизации

Если адаптация представляет собой процесс, направленный на конкретный объект или воздействие, то процесс самоорганизации направлен на некие интегральные свойства системы. Как управление и адаптация, самоорганизация является целенаправленным процессом, для которого должны быть выбраны соответствующие оптимальные стратегии в рамках имеющегося ресурса. В качестве интегральной характеристики, определяющей качество функционирования ТКС, может быть выбрана характеристика качества обслуживания (QoS), а процесс самоорганизации можно представить как совокупность действий, направленных на решение задач контроля (мониторинга), управления и администрирования QoS. Самоорганизация по QoS включает в себя следующие акции:

- контроль наблюдаемых параметров QoS;
- сигнализацию;
- поддержание необходимого уровня QoS;
- запросы относительно некоторой информации или действий QoS;
- предупреждения на основе событий, относящихся к управлению QoS.

Таким образом, модель самоорганизации системы по QoS должна включать в себя задачи принятия решений по ряду показателей, в совокупности формирующих количественную характеристику QoS. Кроме этого процедура самоорганизации яв-

ляется не разовой, а многофазной, выполняемой в реальном масштабе времени. В принятии решений могут быть задействованы различные критерии.

## XV. Самовосстановление управляемых систем

Не исключается, что в результате адаптации и мер по самоорганизации желаемого качества функционирования системы все же получить не удастся. Тогда очевидно, что необходимо перейти к принципиально иной модели системы, в которой предусмотрена коррекция целевой функции. Эту процедуру можно назвать методом **самовосстановления системы**. Действия по этому методу могут быть разными: автоматическими, формализованными в соответствии с заложенной программой, или ситуационные, с помощью лица, принимающего решение. Именно ЛПР – руководитель, ответственный за качество системы работник, чаще всего решает проблему восстановления деградирующей системы, не справляющейся с требованиями целевой функции.

Проблема же формализованного подхода при самовосстановлении системы представляется весьма сложной и неоднозначной. В данном случае уместно сослаться на теорему У.Р.Эшби, из которой следует, что для нахождения решения проблемы, обладающей известным разнообразием, необходимо, чтобы само решение обладало еще большим разнообразием. Учитывая то, что телекоммуникационная система на сегодняшний день является самой сложной искусственно созданной системой, решение ее проблем, является далеко не всегда очевидным. Тем не менее, можно указать на несколько типовых, применяемых на практике решений:

- **снижение уровня требуемого качества**. Данный метод часто применяют на практике, когда становится ясно, что большего от той или иной системы добиться не удастся;
- **переформатирование системы.** Предполагается замена отдельных элементов и связей между ними, обладающих, по мнению ЛПР, набором лучших, по сравнению с предыдущими, свойств (пропускных способностей, быстродействия и др.), способных повлиять на общесистемное качество;
- **смена стратегий** отдельных служб системы и коэффициентов стоимости тех или иных решений, влияющих на качество функционирования;
- **смена профиля** системы с выбором иных критериев, целевых функций и перспективы данной системы.

На рис. 18 представлена возможная структурно-функциональная схема системы $S(t)$, включающая три вложенные системы: самовосстанавливаемую, самоорганизующуюся и адаптивную.

Формализация самоорганизующихся и самовосстанавливаемых систем достаточно сложна и требует дополнительных исследований как по порядку выполнения процедур, так и по построению самой системы. Очевидно, решение вопросов о самоорганизации и самовосстановлении пока еще остается за ЛПР, хотя отдельные решения уже находят применение, например, при построении персональных сетей в технологии IEEE 802.15.

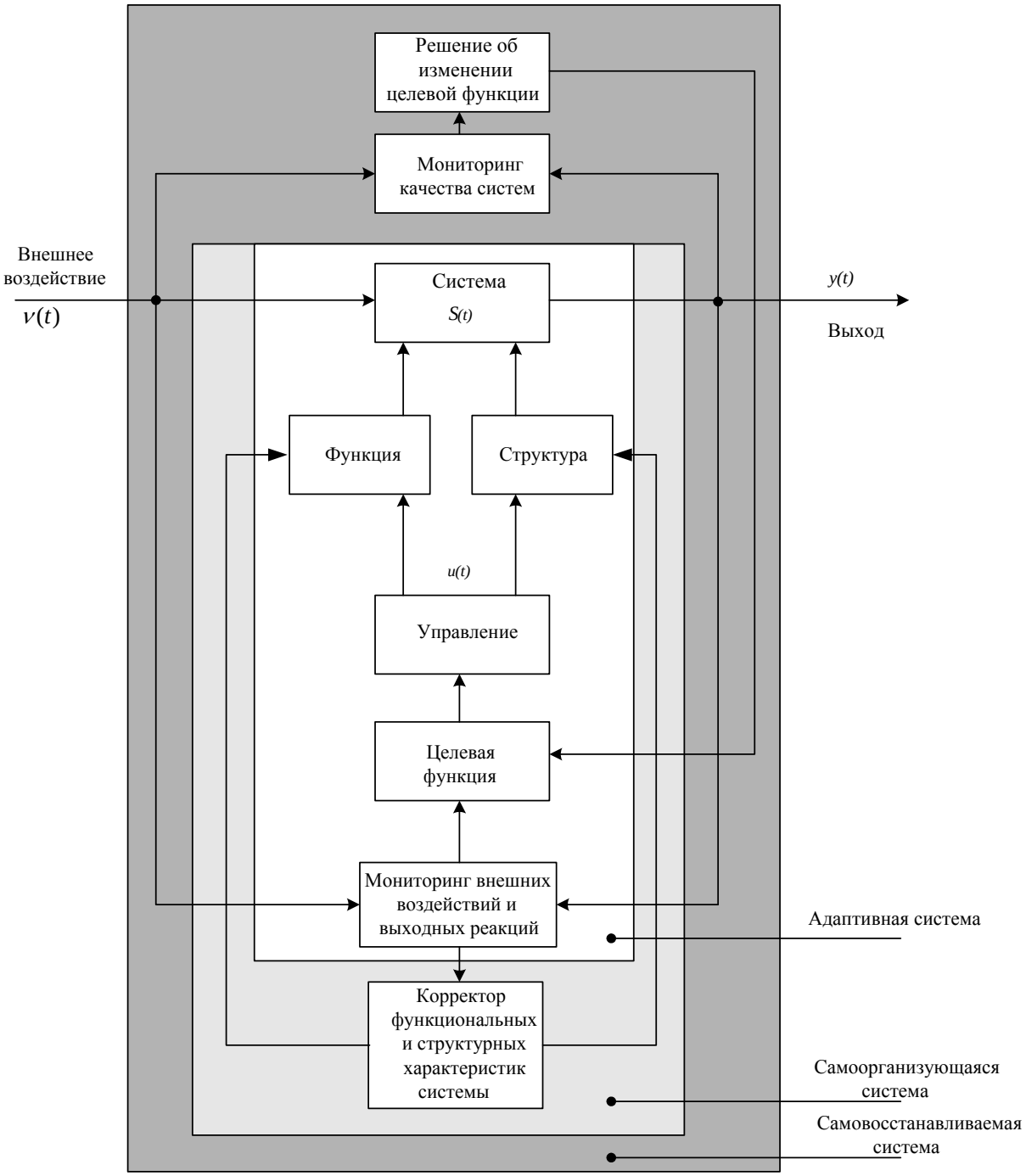



*Рис*. 18. Структурно-функциональная схема самовосстанавливаемой системы

## Выводы по первой части

1. Модели играют одну из главных ролей в жизни человека. Как наука, так и технологии используют методы моделирования при исследованиях существующих и при поиске новых решений. В телекоммуникациях математическими моделями отображают многие структурные и функциональные свойства систем. Первая часть

данной работы посвящена рассмотрению моделей ТКС, отображающих их функциональные свойства, представимые дифференциальными или разностными уравнениями.

2. Учитывая то, что ТКС представляет собой сложную организационно-техническую систему, для нее не удается подобрать какую-либо одну общую математическую модель. Множество моделей отображает различные функциональные свойства на уровне элементов, сети, предоставления услуг, бизнес-процессов. Целенаправленность ТКС определяется управлением на каждом из уровней в соответствии с принятыми критериями оптимальности или же критериями достижимости (например, достижимости уровня качества обслуживания).

3. На практике редко когда встречаются чисто детерминированные или чисто случайные системы. В зависимости от соотношения этих составляющих используют детерминированные или стохастические модели систем. Детерминированные модели весьма удобны для анализа и синтеза: здесь широко разработанный и относительно простой математический аппарат, имеется возможность представления во временной и линейных моделей в частотной областях. При использовании стохастических моделей – иная процедура дифференциальных и интегральных преобразований, кроме того необходимо четко определиться: какой конкретно моделью следует аппроксимировать данную систему – случайным процессом или случайной величиной.

4. Наиболее распространенными являются два метода представления математических стохастических моделей: с помощью вероятностных характеристик (функции, плотности распределения вероятностей) или в пространстве состояний, где моделируется непосредственно динамика состояния самой системы. Представление вероятностными характеристиками, являющимися предметом рассмотрения в теории вероятности, характеризует множество случайных величин. Описание этими характеристиками случайных процессов приводит к громоздким многомерным функциям и на практике обычно не используется. Более конструктивными являются предположения об эргодичности случайных процессов, что позволяет использовать аппарат случайных величин. Одновременно с этим исключается возможность моделирования динамики системы. Динамика, в том числе нестационарная, адекватно моделируется дифференциальными или разностными уравнениями в пространстве состояний. Перечисленные и многие другие представления оказываются полезными для тех или иных стохастических систем. В то же время модели в пространстве состояний, несомненно, являются более полными и адекватными, поскольку отображают состояние всей системы, а не только ее части в виде вероятностных характеристик.

5. Используемая для синтеза стохастического управления теорема о разделении позволяет строить процедуру в виде двух различных алгоритмов: оптимальной стохастической оценки состояния и детерминированного управления, функционирующих по одному и тому же критерию МСКО. Наиболее распространенными на практике являются две разновидности моделей управляемых систем: с управлением по состоянию и с управлением по наблюдению. Первая из них предназначена для поддержания требуемого режима сетевого элемента или сети, или же перевода системы из одного состояния в другое. Управление же по наблюдению формирует тре-

буемые свойства наблюдаемого процесса, поступающего на вход системы. Учитывая детерминистский характер управления, качество этого управления системой полностью определяется качеством алгоритма оценки.

6. Использование в моделях управления алгоритмов выборочной оценки не конструктивно из-за потерь времени, затрачиваемого на набор статистики. Учитывая динамику ТКС и нестационарность трафика, для управляемых моделей используют рекурсивные процедуры оценки состояния. К числу таких относятся фильтры Калмана-Бьюси, процедуры стохастической аппроксимации, Роббинса-Монро и др. ФКБ является оптимальным для линейных марковских моделей случайных процессов. Для его использования требуется определенный опыт, связанный с возможностью предотвращения неустойчивости режима ФКБ. Алгоритмы стохастической аппроксимации, РМ оптимальны для оценки случайных величин. Применение их допустимо также для медленно-изменяющихся случайных процессов.

7. Адаптивные модели позволяют преодолевать априорную неопределенность в отношении режимов сетевых элементов и параметров сигналов и помех в сетях ТКС. Для адаптации, как процесса оптимизации функции системы к переменным и случайным во времени внешним воздействиям, могут привлекаться методы выборочной статистики, оценивания, управления, принятия решений и др.

8. Обучаемые модели могут быть отнесены к классу адаптивных. Различают два класса обучаемых систем: с учителем и без учителя. В качестве учителя используют известные тестовые воздействия (тест-сигналы, тест паузы), подаваемые на вход исследуемой системы. По реакции на эти воздействия удается получить информацию о режимах или структуре систем. Имеется и иной вид обучения: когда математическую модель сложной системы, например нейронную сеть [13], тестируют и настраивают для получения реакций аналогичных реальной системе. Далее исследуют настроенную модель при иных, характерных воздействиях, что позволяет не задействовать реальную систему.

9. Модели самовосстанавливаемых и самоорганизующихся систем – это отдельный класс адаптивных моделей, позволяющих на основе анализа текущей ситуации осуществлять выбор наилучших вариантов функционирования. Для этого предусматривается та или иная коррекция критериев функционирования.

**Список литературы:**

1. *Месарович М., Такахара Я.* Общая теория систем. – М.: Мир, 1978. — 311с.
2. *Уемов А.И.* Системный подход и общая теория систем. – М.: Мысль. — 1978, — 272 с.
3. *Анфилатов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А.* Системный анализ в управлении. - М.: Радио и связь, 2002. — 368 с.
4. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. – М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. — 712 с.
6. *Сейдж Э., Дж. Мэлс.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. — М.: Связь, 1976. — 496.

7. *Невельсон М., Хасьминский Р.* Стохастическая аппроксимация и рекурентное оценивание — М.: Наука, 1972. — 232 с.

8. *Саридис Дж.* Самоорганизующиеся стохастические системы управления. - М.: Наука, 1980. — 400 с.

9. *Цыпкин Я.З.* Основы теории обучающихся систем — М.: Наука, 1970. — 384 с.

10. *Поповский В.В., Олейник В.Ф.* Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах — Х.: СМИТ, 2011. — 362 с.

11. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем/ За загальною ред. В.В. Поповського — Харків — Х.: СМІТ, 2006. — 564 с.

12. *Popovskij V.* Control and Adaptation in Telecommunication Systems: Mathematical Foundations (Lecture Notes in Electrical Engineering) // Publisher: Springer, 2011. – 187 p.

13. *Тарков М.С.* Нейкомпьютерные системы — М.: Б13, 2006. — 142 с.