МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ ТЕЧІЇ ГАЗУ ПО ДІЛЯНЦІ ТРУБОПРОВОДУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЯВНОЇ СХЕМИ

Фещук О. П.
Науковий керівник – к.т.н., проф. Гусарова І. Г.
Харківський національний університет радіоелектроніки
61166, Харків, просп. Науки, 14, каф. прикладної математики,
тел. (057) 702-14-36, e-mail: olha.feshchuk@nure.ua

The development of a mathematical model of nonstationary regimes of gas flow regimes in a pipeline using an explicit scheme. To solve the equations of the mathematical model, it is proposed to use an explicit two-step Lax-Wendroff scheme.

Математичне моделювання (ММ) є одним з основних сучасних методів дослідження систем. Застосування ММ часто дає змогу знайти більш точні данні про характеристики й поведінку аналізованої системи, ніж при її безпосередньому вивченні, зберігаючи при цьому більше часу та фінансів.

У багатьох випадках використання інших методів дослідження виявляється ускладненим через тривалість, фінансову складову, небезпеку або взагалі відсутність відповідного обладнання та методик. Наприклад, актуальною залишається проблема постійної та швидкої роботи газотранспортної системи в Україні та світі в цілому.

Для вирішення даної проблеми виникає необхідність в моделюванні нестаціонарних режимів у ділянці трубопроводу з використанням явних та неявних схем. Неявні схеми є, як відомо, безумовно стійкими. Однак явні схеми краще узгоджені з кінцевою швидкістю поширення збурень, характерною для гіперболічних рівнянь газової динаміки.

Метою роботи є використання явної двокрокової схеми Лакса-Вендроффа для чисельного розв’язання рівнянь математичної моделі нестаціонарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу.

Нестаціонарний неізотермічний режим транспорту газу по ділянці трубопроводу, який представляє собою циліндричну трубу постійного діаметра, описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних гіперболічного типу, отриманої із загальних рівнянь газової динаміки для одновимірного випадку: [1]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + B(x,t,\varphi)\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \Phi(x,t,\varphi), \qquad (1)$$

де

$$B(x,t,\varphi)=\begin{bmatrix} 2\alpha TS\dfrac{W}{p} & 1-2\alpha TS\dfrac{W^2}{p^2} & 0 \\ \alpha TS & 0 & 0 \\ \alpha S(\gamma-1)\dfrac{T^2}{p} & 0 & \alpha S\gamma T\dfrac{W}{p} \end{bmatrix},$$

$$\Phi(x,t,\varphi)=\begin{bmatrix} -\beta TS\dfrac{W|W|}{p}-\dfrac{g}{\alpha S}\dfrac{p}{T}\dfrac{dh}{dx} \\ -\dfrac{4K}{D}(\gamma-1)\dfrac{T}{p}\left(T-T_{гр}\right)-g(\gamma-1)\dfrac{TW}{p}\dfrac{dh}{dx} \end{bmatrix},$$

де $\varphi(x,t)=\left(W(x,t),P(x,t),T(x,t)\right)$, $\alpha=\dfrac{zgR}{S}$, $\beta=\dfrac{\lambda\alpha}{2D}$, $\gamma=\dfrac{C_p}{C_p-zgR}$, S – площа поперечного перерізу, C_p – питома теплоємність газу, $W=\rho V$ – питома масова витрата газу, $\rho(x,t)$, $V(x,t)$, $T(x,t)$, $P(x,t)$ – щільність, швидкість, температура, тиск газу, t, x – часова і просторова координата, D – діаметр труби, K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту, $T_{гр}$ – температура ґрунту, h – глибина залягання труби, β – поправка Коріоліса на нерівномірний розподіл швидкостей в перетині, g – прискорення вільного падіння, E – повна енергія одиниці маси.

Після застосування до системи (1) двокрокової схеми Лакса-Вендроффа [2] отримаємо в загальному випадку на першому етапі (предиктор):

$$\varphi_{i+1/2}^{k+1/2}=\frac{1}{2}\left(\varphi_i^k+\varphi_{i+1}^k\right)-\frac{\tau}{2\Delta}\left(\mathrm{B}(x,t,\varphi)\right)_{i+1/2}^k\left(\varphi_{i+1}^k-\varphi_i^k\right)+\frac{\tau}{2}\left(\Phi(x,t,\varphi)\right)_{i+1/2}^k,$$

де $\left(A(x,t,\varphi)\right)_{i+1/2}^k$ означає, що в якості рішення φ у вузлі $\left(i+1/2,k\right)$ підставляємо значення $(\varphi)_{i+1/2}^k=\frac{1}{2}\left(\varphi_i^k+\varphi_{i+1}^k\right)$; на другому етапі (коректор):

$$\varphi_i^{k+1}=\varphi_i^k-\frac{\tau}{\Delta}\left(\mathrm{B}(x,t,\varphi)\right)_i^{k+1/2}\left(\varphi_{i+1/2}^{k+1/2}-\varphi_{i-1/2}^{k+1/2}\right)+\tau\left(\Phi(x,t,\varphi)\right)_i^{k+1/2},$$

де $\left(A(x,t,\varphi)\right)_i^{k+1/2}-(\varphi)_{i+1/2}^k=\frac{1}{2}\left(\varphi_i^k+\varphi_{i+1}^k\right)$.

Список використаних джерел:

1. Гусарова И. Г. Мелиневский Д. В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей. Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць. 2016. №4(141). С. 23-27.

2. Helgaker, J. F. Modeling Transient Flow in Long Distance Offshore Natural Gas Pipelines / J. F. Helgaker. – Thesis for – PhD. Trondheim, 2013.