УДК 621.398

К. А. СЕЛИВАНОВ, ИДРИССИ ЯХЬЯУИ ХАЛИД

РАСЧЕТ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЗАИМНОЙ МОДУЛЯЦИИ НА ВЫХОДЕ УСИЛИТЕЛЯ ПРИ БОЛЬШОМ ЧИСЛЕ НЕСУЩИХ НА ЕГО ВХОДЕ

В современных телекоммуникационных системах с использованием радиодоступа: сотовых, транкинговых, спутниковых возникает необходимость усиления большого числа несущих с помощью широкополосных усилителей. Усилительные каскады обладают той или иной степенью нелинейностей, выходные же каскады часто ставят в режим максимальной выходной мощности и поэтому на выходе усилителя возникают взаимные и перекрестные помехи. Кроме того, вносимый каскадом фазовый сдвиг зависит от уровня сигналов на его входе. Учитывая, что огибающая суммарного сигнала при многостанционном доступе не постоянна (изменяется с частотой биений между ее составляющими), после усилителя в фазе каждого из сигналов будут содержаться продукты этих биений. При определении спектра сигнала на выходе необходимо учитывать также собственные тепловые шумы усилительного каскада.

Возникает задача анализа спектрального состава сигналов на выходе такого усилителя, определения параметров отдельных компонент и группового сигнала в целом. Такой анализ необходим при решении задач электромагнитной совместимости, при оценке качества передачи и ретрансляции сигналов и для других важных приложений.

Пусть заданы:

— нелинейная амплитудная характеристика $g(\rho)$, связывающая выходной сигнал со входным;

— характеристика преобразования АМ-ФМ $f(\rho)$. Допустим, что собственные тепловые шумы усилителя имеют распределение гауссова шума, и воспользуемся моделью анализа нелинейного устройства (НУ) по огибающим:

$$e_{вх} = A\cos(\omega_0 t + \theta) \to \boxed{НУ} \to U_{вых} = g(A)\cos[\omega_0 t + \theta + f(A)].$$

Представим входной сигнал как

$$e_{вх} = \sum_{l=1}^{L} A_l \cos[\omega_0 t + \omega_l t + \theta_l(t) + \varphi_l] + N_c(t)\cos\omega_0 t + N_s(t)\sin\omega_0 t, \qquad (1)$$

где $\omega_0 + \omega_l$ – несущая частота l-го сигнала; $\theta_l(t)$ – закон модуляции l-го сигнала; A_l – амплитуда l-й несущей; φ_l – фаза l-й несущей; $N_c(t)$ и $N_s(t)$ – синфазная и квадратурная составляющие шума; ω_0 – угловая частота, соответствующая середине полосы усиления.

Распределение несущих частот показано на рис. 1.

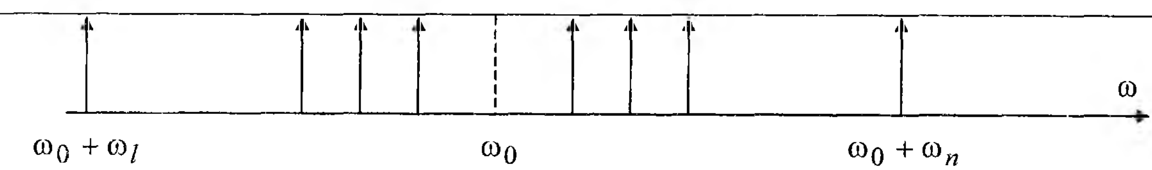

Рис. 1

После очевидных преобразований видно, что соотношение (1) в виде

$$e_{вх} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}\cos\left(\omega_0 t + arctg\frac{y_1}{x_1}\right), \qquad (2)$$

где

$$x_1 = \sum_{l=1}^{L} A_l \cos[\omega_l t + \theta_l(t) + \varphi_l] + N_c(t);$$
$$y_1 = \sum_{l=1}^{L} A_l \sin[\omega_l t + \theta_l(t) + \varphi_l] + N_s(t). \qquad (3)$$

Выходной сигнал представим следующим образом:

$$U_{вых} = g(\sqrt{x_1^2 + y_1^2})\cos\left[\omega_0 t + arctg\frac{y_1}{x_1} + f(\sqrt{x_1^2 + y_1^2})\right], \tag{4}$$

где $g(\sqrt{x_1^2 + y_1^2})$ —амплитуда сигнала на выходе; $g(\sqrt{x_1^2 + y_1^2})$ — закон изменения фазы вследствие преобразования АМ-ФМ.

Прямое нахождение энергетического спектра на выходе НУ по известному спектру на входе в общем случае невозможно. Спектр сигнала на выходе может быть вычислен с помощью преобразования Фурье от автокорреляционной функции этого сигнала, которую можно определить методом характеристической функции.

Пусть

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(t), \quad x_2 = x_1(t+\tau), \\ x_1 &= x_1(t), \quad x_2 = x_1(t+\tau) \\ y_1 &= y_1(t), \quad y_2 = y_1(t+\tau). \end{aligned} \tag{5}$$

Тогда характеристическую функцию можно представить в виде

$$C(u_1, \upsilon_1, u_2, \upsilon_2) = \overline{e^{j(u_1 x_1 + \upsilon_1 y_1 + u_2 x_2 + \upsilon_2 y_2)}}. \tag{6}$$

Результат суммирования большого числа модулированных несущих, имеющих случайные фазы, приближенно можно считать случайным процессом на входе усилителя.

Если на входе НУ с характеристикой $u = F(e)$ действует случайный процесс $E(t)$, то автокорреляционной функцией СП на выходе НУ будет

$$B_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int F[e(t)]F[e(t+\tau)]p[e(t), e(t+\tau), \tau]de(t)de(t+\tau), \tag{7}$$

где плотность распределения вероятностей

$$p[e(t), e(t+\tau), \tau] = p(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int_{-\infty}^{\infty}\iiint C(u_1, \upsilon_1, u_2, \upsilon_2)e^{-j(u_1 x_1 + \upsilon_1 y_1 + u_2 x_2 + \upsilon_2 y_2)}du_1 d\upsilon_1 du_2 d\upsilon_2. \tag{8}$$

Зная автокорреляционную функцию, по теореме Винера—Хинчина определяем

$$S_u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_u(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau. \tag{9}$$

Проведя, таким образом, все необходимые преобразования, в соответствии с [4] получаем

$$\begin{aligned} B_u(\tau) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\sum_{k_1,\ldots,k_n=-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_0 + k_1\omega_1 + \ldots + k_n\omega_n)}e^{j(k_1\varphi_1 + \ldots + k_n\varphi_n)} \times e^{-j(k_1 + \ldots + k_n - 1)}e^{j(k_1\varphi_1 + \ldots + k_n\varphi_n)\Delta(\tau)} \times \\ \times \int_0^{\infty} te^{-t^2/2}\left|\int_0^{\infty} r\prod_{l=1}^{L} J_{ki}(A_l r)J_{k_1 + \ldots + k_{n-1}}[\sqrt{U(\tau)}rt]e^{-[R(0) - U(\tau)]r^2/2}dr\int_0^{\infty}\rho g(\rho)e^{jf(\rho)}J_1(r\rho)d\rho\right|^2 dt, \end{aligned} \tag{10}$$

где ρ – суммарная амплитуда сигнала на входе НУ; $J_n(z)$ – функция Бесселя 1-го рода n-го порядка.

Эта формула позволяет вычислять составляющие взаимной модуляции при работе усилителя в системе с большим числом несущих на входе и при наличии гауссова шума. Так, составляющая взаимной модуляции на частоте $\omega_0 + k_1\omega_1 + \ldots + k_n\omega_n$ определяется выражением

$$\int_0^{\infty} te^{-t^2/2}\left|\int_0^{\infty} r\prod_{l=1}^{L} J_{kl}(A_l r)J_{k_1 + \ldots + k_{n-1}}[\sqrt{U(\tau)}rt]e^{-[R(0) - U(\tau)]r^2/2}dr\int_0^{\infty}\rho g(\rho)e^{jf(\rho)}J_1(r\rho)d\rho\right|^2 dt. \tag{11}$$

Из выражения (11) видно, что величина составляющей взаимной модуляции зависит от вида нелинейной характеристики усилителя $g(\rho)e^{jf(\rho)}$.

Для нахождения чисто сигнальной компоненты на частоте $\omega_0+\omega_l$ необходимо положить $k_l=1$, $k_1=k_2=...=k_{l-1}=k_{l+1}=...=k_n=0$.

Интеграл в (11) вычислить очень трудно, но учитывая малый уровень теплового шума усилителя, которым можно пренебречь, выражение (11) упрощается и приводится к виду

$$\dot{M}(k_1,...,k_n)=\int\limits_0^\infty r\prod_{l=1}^{L}J_{kl}(A_l r)dr\int\limits_0^\infty \rho g(\rho)e^{jf(\rho)}J_1(r\rho)d\rho. \tag{12}$$

Поскольку по содержанию нашей задачи интерес представляют только спектральные составляющие выходного сигнала в первой области спектра (постоянная составляющая и гармоники более высокого порядка отфильтровываются), вычисление по этой формуле ограничивается условием $k_1+k_2+...+k_n=1$.

Для проведения численных расчетов предположим, что $g(\rho)e^{jf(\rho)}$, выражающая характеристику как нелинейного усиления, так и преобразования АМ-ФМ, принимает особую форму.

При достаточно общих условиях функцию $g(\rho)e^{jf(\rho)}$ можно разложить в ряд Фурье—Бесселя

$$g(\bar\rho)e^{jf(\bar\rho)}\cong\sum_{m=1}^{\infty}\dot{b}_m J_1(\lambda_m\bar\rho). \tag{13}$$

где $\bar\rho=\rho/\rho_{max}$, $0\le\bar\rho\le1$. Число членов ряда подбирается таким образом, чтобы обеспечивалось хорошее согласование по методу наименьших квадратов с измеренными $g(\rho)$ и $f(\rho)$; $\lambda_1,\lambda_2,...$— положительные нули функции $J_1(z)$, расположенные в порядке их возрастания; $\dot{b}$— комплексное число, определяемое как

$$\dot{b}_m=\frac{2}{[J_2(\lambda_m)]^2}\int\limits_0^1\bar\rho g(\bar\rho)J_1(\lambda_m\bar\rho)d\bar\rho. \tag{14}$$

Принимая $\bar{A}_l=A_l/\rho_{max}$, получаем выражение для комплексной составляющей взаимной модуляции

$$\begin{aligned}\dot{M}&=\sum_{m=1}^{\infty}\dot{b}_m\int\limits_0^\infty\prod_{l=1}^{L}J_{kl}(\bar{A}_l r)r\int\limits_0^\infty J_1(r\bar\rho)J_1(\lambda_m\bar\rho)\bar\rho d\bar\rho dr=\\&=\sum_{m=1}^{\infty}\dot{b}_m\int\limits_0^\infty\prod_{l=1}^{L}J_{kl}(\bar{A}_l r)\delta(r-\lambda_m)dr=\sum_{m=1}^{\infty}\dot{b}_m\prod_{l=1}^{L}J_{kl}(\bar{A}_l\lambda_m),\end{aligned} \tag{15}$$

где $k_1,k_2,...k_n$ могут быть целыми положительными, отрицательными числами или равными нулю.

Нелинейную характеристику усилителя можно представить в виде

$$\begin{aligned}\dot{g}(\rho)&=g(\rho)e^{jf(\rho)}=g(\rho)[\cos f(\rho)+j\sin f(\rho)]=\\&=g(\rho)\cos f(\rho)+jg(\rho)\sin f(\rho)=g_c(\rho)+jg_s(\rho).\end{aligned} \tag{16}$$

Тогда коэффициенты ряда **Фурье**—Бесселя вычисляются следующим образом:

$$b_{m_c}=\frac{2}{[J_2(\lambda_m)]^2}\int\limits_0^1\bar\rho g_c(\bar\rho)J_1(\lambda_m\bar\rho)d\bar\rho,\quad b_{m_s}=\frac{2}{[J_2(\lambda_m)]^2}\int\limits_0^1\bar\rho g_s(\bar\rho)J_1(\lambda_m\bar\rho)d\bar\rho, \tag{17}$$

причем $b_{m_c} + jb_{m_s} = \dot{b}_m$.

Соответственно этому

$$M_c = \sum_{m=1}^{\infty} b_{m_c} \prod_{l=1}^{L} J_{kl}(\bar{A}_l \lambda_m); \quad M_s = \sum_{m=1}^{\infty} b_{m_s} \prod_{l=1}^{L} J_{kl}(\bar{A}_l \lambda_m). \tag{18}$$

Амплитуда составляющей взаимной модуляции определяется как

$$M(k_1,...,k_n) = \sqrt{M_c^2 + M_s^2}, \tag{19}$$

а фаза

$$\varphi_M(k_1,...,k_n) = arctg \frac{M_s}{M_c}. \tag{20}$$

Таким образом, что позволила получить достаточно простые и удобные для расчетов формулы вычисления амплитуды и фазы, составляющих взаимной модуляции на выходе усилителя при большом числе несущих на его входе. Результаты планируется использовать при анализе ЭМС в элементах многостанционного доступа: ретрансляторах, базовых станциях и группировках радиоэлектронных средств.

Список литературы: 1. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1977. 608 с. 2. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 680 с. 3. *Маделунг Э.* Математический аппарат физики. М.: Наука, 1968. 620 с. 4. *Шимбо О.* Влияние взаимной модуляции, преобразования АМ-ФМ и аддитивного шума в системах на ЛБВ с большим числом несущих. ТИИЭР. 1971. Т. 59, № 2. С. 130—139.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники *Поступила в редколлегию 02.10.2001*