УДК 621.396.961.1

Б. В. Шамша, Т. Б. Шатовська, В. М. Халецький

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЩОДО ЯКОСТІ УСПІШНОСТІ СТУДЕНТІВ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ

1. Постановка проблеми аналізу якості успішності студентів у загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями

Найбільш розробленою в педагогічній науці на цей час є проблема добору змісту освіти, а найменш вивченою — керування педагогічною системою, особливо керування якістю навчання, яке можна здійснювати при аналізі поточних результатів успішності та, на його підставі, прогнозуванні успішності на майбутнє. У навчальних закладах з'являється необхідність у постійному моніторингу освіти кожної навчальної групи і кожного студента з метою внесення необхідних коректив. Як адміністрація, так і викладачі зацікавлені в адекватній оцінці навчальних досягнень студентів, навчальної діяльності викладачів, вузу в цілому.

Предмет дослідження цієї роботи — аналіз і прогнозування якості навчання як засіб підвищення рівня знань студентів й ефективності керування освітою.

Об'єкт дослідження — результати навчально-виховного процесу й засоби, використовувані для їхнього досягнення.

Мета дослідження — розробити концепцію АІС моніторингу, аналізу і прогнозування якості навчання для забезпечення оперативної корекції процесу засвоєння навчального матеріалу, підвищення якості навчально-виховного процесу. Для кожного студента може бути розроблений прогноз його навчальних досягнень, а також прогноз щодо закінчення ним вузу.

Задачі моніторингу:

- відібрати об'єктивні методи прогнозування й критерії оцінки результатів;
- розробити документацію для методичного супроводу проведення прогнозування;
- випробувати в дії механізм інформування всіх учасників освітньої системи;
- одержати об'єктивні дані, що свідчать про визначений рівень якості освіти;
- дослідити ряд порівнянних показників по групах і університету в цілому;
- дослідити причини неуспішності студентів на різних етапах навчання;
- дослідити професійну готовність викладачів університету до застосування нових педагогічних технологій;
- намітити стратегію освітнього процесу.

1.2. Моніторинг і прогнозування як засіб керування якістю освіти

Нові освітні умови системи керування характеризуються децентралізацією, розпадом ієрархічної *управлінської системи. В умовах ринку* кожен навчальний заклад змушений звернутися до пошуку «свого обличчя» і відповідної структури керування, що перестала бути універсальною. Традиційні компоненти керування — планування, організація, керівництво і контроль — доповнюються новим функціональним складом — аналіз і прогнозування, що *забезпечує організованість спільної діяльності* студентів і викладачів і спрямований на досягнення освітніх цілей розвитку університету.

Керівництво, таким чином, повинне вчасно реагувати на зміни в керованих об'єктах, повинне мати про них інформацію. Має діяти зворотний зв'язок, реалізований у формі контролю. Більш того, керування *має адаптуватися до змін освітньої ситуації,* до її нових вимог. Моніторинг і аналіз обумовлені необхідністю постійного відстеження стану навчально-виховного процесу, окремих його ланок з метою діагностики, аналізу, корекції, прогнозування управлінських дій для досягнення планованого результату.

Організація внутрішньоуніверситетського освітнього моніторингу, тобто системи організації збору, зберігання, обробки й розповсюдження інформації про діяльність педагогічної системи, здійснюється із застосуванням нових інформаційних технологій у рамках ІАС «Університет».

В українських вузах поставлена проблема на цей час практично не досліджена.

2. Байєсівська процедура дискримінантного аналізу побудови моделі прогнозу якості навчання студентів

2.1. Модель аналізу якості навчання студентів

Як метод розпізнавання образів для розв'язання задачі прогнозування якості успішності студентів вибраний дискримінантний аналіз.

Діагностика засвоєння та якості знань студентів проводиться протягом навчального року за всіма навчальними дисциплінами, по групах і університету в цілому. Здійснюються обробка й аналіз отриманих результатів. За результатами діагностики складаються таблиці успішності студентів, потім проводиться дискримінантний аналіз з метою спрогнозувати з певною вірогідністю віднесення студентів до груп за певними критеріями успішності.

2.2. Задача дискримінації в загальному вигляді

Для розв'язання задачі прогнозування якості навчання — чи отримає студент першого курсу червоний диплом по закінченні п'ятого курсу університету за результатами трьох семестрових оцінок першої сесії — використовуємо дискримінантний аналіз та байєсівську процедуру класифікації.

Дискримінантний аналіз (ДА) є розділом багатовимірного статистичного аналізу, який дозволяє вивчати відмінності між двома і більшою кількістю груп об'єктів за декількома змінними одночасно. Дискримінантний аналіз — це загальний термін, що відноситься до декількох тісно пов'язаних між собою статистичних процедур. Ці процедури можна розділити на методи інтерпретації міжгрупових розбіжностей (дискримінації) і методи класифікації спостережень за групами. У загальному випадку задача дискримінації формулюється в такий спосіб.

Маємо набір об'єктів, розбитий на декілька класів W_i, $i = 1, 2,..., k$ (тобто про кожний об'єкт можна сказати, до якого класу він належить). Для кожного об'єкта існують виміри $X = (x_1, x_2,..., x_p)$ декількох кількісних характеристик. Необхідно знайти спосіб, що дозволяє на основі наявних характеристик визначити клас, до якого належить об'єкт. Це дозволить для нових об'єктів, що відносяться до того ж набору, визначити групи, до яких вони належатимуть. Характеристики, застосовані для того, щоб відрізнити один клас від іншого, називаються дискримінантними змінними.

Для розв'язання цієї задачі необхідно побудувати функції вимірюваних характеристик, значення яких пояснюють розбиття об'єктів на групи. Бажано, щоб цих функцій (дискримінуючих ознак) було небагато — у цьому випадку результати аналізу легше змістовно витлумачити.

2.3. Розв'язання задачі класифікації студентів у випадку двох багатовимірних нормальних популяцій при невідомих параметрах розподілу

Вхідні дані для розв'язання задачі класифікації подано в табл. 1 і табл. 2.

Класифікація студентів проводиться за трьома основними класифікаційними ознаками – результатами семестрових оцінок. Отже, $p = 3$ — кількість параметрів класів.

Відповідно до умови задачі, студенти розділені на два класи: W_1 — студенти, які закінчили вуз із червоним дипломом; W_2 — студенти, які закінчили вуз зі звичайним дипломом.

Відповідно, $\mathbf{X}$ — вектор оцінок студентів, має три складові: $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3)$.

Нехай маємо об'єкт, якому відповідає вектор спостережень $\mathbf{x} = (x_1, x_2,..., x_p)'$. Потрібно віднести його на основі цих спостережень до популяції W_1 з розподілом $N(\mu_1^{P+1}, \Sigma^{P*P})$ чи до W_2 з розподілом $N(\mu_2^{P+1}, \Sigma^{P*P})$, де $\mu_i = (\mu_{i1}, \mu_{i2},..., \mu_{ip})$, $i = 1, 2$: μ_1, μ_2 — вектори середніх; Σ — матриця коваріацій.

Таблиця 1

Вибірка даних про результати першої сесії студентів, які одержали червоний диплом

№	Вища математика	Інженерна та комп'ютерна графіка	Основи програмування та алгоритмічні мови
1	5	5	5
2	5	5	5
3	5	4	4
4	5	5	5
5	5	5	5
6	5	5	5
7	5	5	5
8	5	5	4
9	4	4	5
10	5	5	5
11	5	4	4
12	5	5	5
13	5	4	5
14	5	5	5
15	5	5	5
16	4	5	5
17	5	4	5
18	5	5	5
19	5	4	4
20	5	5	5
μ — середнє значення вектора	4.90	4,70	4.80

Таблиця 2

Вибірка даних про результати першої сесії студентів, які одержали звичайний диплом

№	Вища математика	Інженерна та комп'ютерна графіка	Основи програмування та алгоритмічні мови
1	4	5	4
2	4	5	3
3	4	4	4
4	3	3	3
5	4	3	3
6	4	3	3
7	4	5	3
8	5	4	5
9	4	3	3
10	3	3	4
11	5	4	5
12	4	3	4
13	4	4	4
14	4	5	5
15	4	4	5
16	4	3	4
17	3	4	5
18	4	4	4
19	3	5	4
20	3	5	4
21	3	4	4
22	4	4	4

Закінчення табл. 2

№	Вища математика	Інженерна та комп'ютерна графіка	Основи програмування та алгоритмічні мови
23	3	4	3
24	4	3	4
25	4	4	5
26	4	4	4
27	4	4	4
28	4	4	3
29	3	4	3
30	4	5	4
31	4	4	4
32	4	4	5
33	3	3	3
34	4	4	3
35	4	5	4
36	3	4	3
37	4	4	4
38	4	4	4
39	3	3	4
40	4	5	5
41	4	4	4
42	5	4	5
43	3	3	3
μ — середнє значення вектора	3,79069767	3,95348832	3,906976744

Подібні задачі можуть розв'язуватися в декількох варіантах:

- *коли відомі апріорні й апостеріорні ймовірності та вартості помилкової класифікації;*
- коли невідомі апріорні й апостеріорні ймовірності та вартості помилкової класифікації;
- коли відомі середні значення векторів вхідних даних;
- коли невідомі середні значення векторів вхідних даних;
- коли закон розподілу — нормальний;
- коли закон розподілу — ненормальний.

У цій роботі передбачається, що вектори середніх μ_1, μ_2 і матриця коваріацій Σ — невідомі, закон розподілу — нормальний, невідомі апріорні ймовірності та вартості помилкової класифікації. Якщо $x_{11}, ..., x_{1n_1}$ та $x_{21}, ..., x_{2n_2}$ — незалежні випадкові вибірки з популяцій W_1 і W_2 відповідно, то можна оцінити μ_i вибірковим вектором середніх $\mathbf{x} = (x_{i1}, ..., x_{ip})'$, $i = \overline{1, 2}$, а Σ — об'єднаною вибірковою коваріаційною матрицею $S = (S_{jk})$, $j = \overline{1, ..., p}$, $k = \overline{1, ..., p}$.

Апріорні ймовірності $q_1, q_2, ..., q_k$ віднесення X_i до того чи іншого класу можна оцінити величинами $q_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$, $q_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$, де n_1 — обсяг вибірки № 1, n_2 — обсяг вибірки № 2.

У такій ситуації неможливо знайти процедуру класифікації, що була б оптимальною щодо вартості помилкової класифікації. Однак можна показати, що якщо параметри в узагальненій байєсівській процедурі замінити їхніми обґрунтованими оцінками, то в результаті очікувана вартість помилкової класифікації спадатиме за умови n_1 і $n_2 \to \infty$. Оскільки наведені вище оцінки обґрунтовані, узагальнена процедура байєсівської класифікації на основі оцінок параметрів полягає в такому: спочатку зважується система рівнянь із заміною μ_{ij} на $\overline{x_{ij}}$, де $i = 1, 2$, $j = 1, ..., p$, і заміною σ_{jm} на s_{jm}, $m = 1, ..., p$. Потім отримані оцінки коефіцієнтів $\alpha_1, ..., \alpha_p$ (позначимо їх $a_1, ..., a_p$) використовуються для визначення дискримінантної функції z_{il} для кожного вектора спостережень x_{ij}, $l = 1, ..., n$. Далі ξ_i оцінюються величинами

$$\bar{z}_i = \frac{1}{n_j} * \sum_{l=1}^{n_i} z_{il},$$

а σ^2 — величиною

$$\sigma_z^2 = \sum_{j=1}^{p} \sum_{m=1}^{p} a_j s_{jm} a_m .$$

Таким чином, узагальнена байєсівська процедура оцінювання полягає у віднесенні $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_i)'$ до W_1, якщо

$$z = \sum_{i=1}^{p} a_i x_i \geq \frac{\bar{z}_1 + \bar{z}_2}{2} + \ln \frac{q_2 C(1/2)}{q_1 C(2/1)},$$

і до W_2 — у протилежному випадку.

Вибіркова відстань Махаланобіса $D^2 = (\bar{z}_1 - \bar{z}_2)^2 / s_z^2$ є оцінкою для Δ_2.

У результаті роботи програм дискримінантного аналізу, як правило, одержуємо таке:

а) оцінки коефіцієнтів дискримінантної функції $a_1, ..., a_p$;

б) значення дискримінантної функції z_{il} для кожного вектора спостережень x_{ij}, $i = 1, 2; j = 1, ..., n$;

в) вибіркові середні $\bar{z}_1$ і $\bar{z}_2$;

г) вибіркову відстань Махаланобіса D^2. Ця інформація достатня для запису процедури класифікації.

Математичні сподівання для даних класів оцінок у п'ятибальній системі відповідно дорівнюють:

$$\mu_1 = (4.9;\ 4.7;\ 4.8);$$

$$\mu_2 = (3,79;\ 3,95;\ 3.91).$$

Коваріаційна і кореляційна матриці, а також перевірка нормальності закону розподілу вхідних даних були проведені з використанням пакету програм «Statistica».

Розрахуємо апріорні ймовірності помилкової класифікації об'єкта:

$$q_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 20/(20 + 43) = 0{,}317;$$

$$q_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} = 0{,}683.$$

Вартість помилкової класифікації приймемо рівною вартості контракту навчання на одній зі спеціальностей вузу:

$$C(1/2) = 3100 \text{ грн},$$
$$C(2/1) = 3100 \text{ грн}.$$

Визначимо сталі коефіцієнти $\alpha_1, ..., \alpha_p$, що максимізують відстань Махаланобіса. Для цього розв'яжемо систему рівнянь типу

$$\alpha_1 S_{11} + \alpha_2 S_{12} + ... + \alpha_p S_{1p} = \mu_{11} - \mu_{21},$$
$$\alpha_1 S_{21} + \alpha_2 S_{22} + ... + \alpha_p S_{2p} = \mu_{12} - \mu_{22},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\alpha_1 S_{p1} + \alpha_2 S_{p2} + ... + \alpha_p S_{pp} = \mu_{1p} - \mu_{2p},$$

де S_{ip} — відповідні елементи матриці коваріацій.

$$0{,}51\alpha_1 + 0{,}23\alpha_2 + 0{,}33\alpha_3 = 4{,}9 - 3{,}79 = 1{,}11,$$
$$0{,}23\alpha_1 + 0{,}51\alpha_2 + 0{,}27\alpha_3 = 4{,}7 - 3{,}96 = 0{,}74,$$
$$0{,}33\alpha_1 + 0{,}27\alpha_2 + 0{,}58\alpha_3 = 4{,}8 - 3{,}91 = 0{,}89.$$

У результаті розв'язання цієї системи рівнянь отримаємо:

$$\alpha_1 = 1{,}754997, \quad \alpha_2 = 0{,}49867, \quad \alpha_3 = 0{,}30381.$$

Дискримінантна функція має вигляд:

$$Z = \alpha_{i1} x_1 + \alpha_{i2} x_2 + ... + \alpha_{ip} x_p,$$
$$\text{або } Z = 1{,}75x_1 + 0{,}5x_2 + 0{,}3x_3.$$

Математичне сподівання дискримінантної функції для кожного класу (дискримінантна функція розраховується для кожного об'єкта обох класів):

$$\xi_i = \sum_{j=1}^{p} \alpha_i \mu_{ij}, \; \xi_1 = 12{,}38, \; \xi_2 = 9{,}79,$$
$$\xi_{\text{сер}} = \frac{E1 + E2}{2} = 11{,}08.$$

Проведемо визначення границь класів:

$$K = \ln \frac{q_2 C(1/2)}{q_1 C(2/1)} = \ln \frac{0{,}317 \cdot C(1/2)}{0{,}683 \cdot C(2/1)} = -0{,}77.$$

Загальна процедура класифікації Байєса полягає у визначенні відношення X до W_1, якщо

$$\sum_{j=1}^{p} \alpha_j x_j < \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + \ln \frac{q_2 C(1/2)}{q_1 C(2/1)},$$

і до W_2, якщо

$$\sum_{j=1}^{p} \alpha_j x_j \geq \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + \ln \frac{q_2 C(1/2)}{q_1 C(2/1)},$$

$$\frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + \ln \frac{q_2 C(1/2)}{q_1 C(2/1)} = 11{,}08 - 0{,}77 = 10{,}31.$$

Отже, якщо значення дискримінантної функції $Z = 1{,}77x_1 + 0{,}37x_2 + 0{,}26x_3$ більше ніж 10,31, об'єкт буде віднесений до класу W_1 (студенти, які закінчать вуз із червоним дипломом) і до класу W_2 в іншому випадку.

Ця процедура мінімізує помилкову вартість неправильної класифікації.

Визначимо дисперсії дискримінантної функції:

$$\sigma_z^2 = \sum_{v=1}^{p} \sum_{j=1}^{p} a_v s_{vj} a_j = 2{,}585,$$

$$\Delta^2 = D^2 = \frac{(\xi_1 - \xi_2)^2}{\sigma_z^2} = \frac{6{,}71}{2{,}585} = 2{,}595.$$

Отримаємо ймовірність помилкової класифікації.

Найчастіше обчислення параметрів розподілу не представляє труднощів. Складною є оцінка ймовірності помилкової класифікації.

Якщо параметри розподілів відомі, значення ймовірностей помилкової класифікації $\Pr(2/1)$ і $\Pr(1/2)$ подаються формулами

$$\Pr(2/1) = \Phi\left(\frac{K - \frac{1}{2}\Delta^2}{\Delta}\right). \qquad (1)$$

$$\Pr(1/2) = \Phi\left(\frac{-K - \frac{1}{2}\Delta^2}{\Delta}\right). \qquad (2)$$

Якщо параметри розподілів невідомі, для їх оцінки можна застосувати кілька методів.

Метод 1. Оскільки D^2 є оцінкою Δ^2, у формулах (1) і (2) можна замінити Δ^2 на D^2. Треба зазначити, що такі оцінки будуть зміщеними, тобто дійсна ймовірність помилкової класифікації буде в середньому більшою, ніж така оцінка. Перевагою методу є простота таких оцінок: їх легко одержати за результатами роботи програми.

Метод 2. Цей метод полягає в класифікації кожного елемента вибірки обсягом n_1 з популяції W_1 і вибірки обсягом n_2 із W_2. Якщо m_1 — число спостережень із W_1, віднесених до W_2, і m_2 — число спостережень з W_2, класифікованих у W_1, то $\Pr(2/1) = m_1/n_1$ і $\Pr(1/2) = m_2/n_2$. Цей метод дає більше зміщення, ніж попередній, і, якщо програмою не виводяться значення дискримінантної функції для кожного спостереження, ним важко користуватися.

Метод 3. Цей метод полягає в поділі вибірки з n_1 спостережень з популяції W_1, на дві підвибірки. Спостереження з першої підвибірки використовуються для обчислення дискримінантної функції, а члени другої підвибірки класифікуються відповідно до процедури, отриманої за першою підвибіркою. Частка невірно класифікованих об'єктів є оцінкою імовірності помилкової класифікації. Цей метод дає незміщені оцінки, але вони мають більші дисперсії, ніж оцінки, отримані за першими двома методами. Інший недолік цього методу полягає в тому, що не існує стандартного способу розподілу вибірки.

Метод 4. Lachenbruch (1967) запропонував процедуру «ковзного екзамену». З першої вибірки виключається перше спостереження, і дискримінантна функція будується за рештою спостережень. Потім класифікується виключене спостереження. Процедура повторюється для кожного члена першої вибірки. Частка невірно класифікованих об'єктів є оцінкою величини $\Pr(2/1)$. Та сама процедура застосовується до другої вибірки для оцінки $\Pr(1/2)$. Методом Монте-Карло Lachenbruch, Mickey (1968) показали, що зсув таких оцінок досить малий.

Метод 5. Цей метод аналогічний методу 1, тільки оцінка D^2 заміняється на Δ^2.

Застосовуючи перший метод, отримаємо:

$$\Pr(2/1)=\Phi\left(\frac{K-\frac{1}{2}D^2}{\Delta}\right).$$

$$\Pr(1/2)=\Phi\left(\frac{-K-\frac{1}{2}D^2}{\Delta}\right).$$

$$\Pr(2/1)=\Phi(-0{,}806)=0.19.$$

$$\Pr(1/2)=\Phi(-0{,}806)=0.19.$$

За використання такої процедури 19 % потенційних відмінників після першої сесії виявлені не будуть і 19 % потенційних звичайних студентів будуть визнані як ті, що отримають червоний диплом.

Обчислимо апостеріорні ймовірності. У багатьох випадках не потрібно відносити об'єкт до тієї чи іншої популяції і знаходити ймовірності помилкової класифікації, а більш важливо знайти апостеріорні ймовірності приналежності об'єкта популяції W_1 чи W_2. Для відомих багатовимірних нормальних розподілів популяцій апостеріорна ймовірність того, що об'єкт належить до W_1, має вигляд

$$\Pr(W_1/\mathbf{x})=\frac{1}{1+\frac{q_2}{q_1}\exp\left(-z+\frac{\xi_1+\xi_2}{2}\right)}.$$

Для апостеріорної імовірності виконується рівність

$$\Pr(W_2/\mathbf{x})=1-\Pr(W_1/\mathbf{x}).$$

Використовуючи оцінки параметрів, можна замінити ξ_i на $\overline{Z}_i$, $i = 1, 2$:

$$\Pr(W_1/\mathbf{x})=\frac{1}{1+\frac{0{,}5}{0{,}5}\exp\left(-z+\frac{12{,}38+9{,}79}{2}\right)}.$$

де $Z=1{,}75x_1+0{,}5x_2+0{,}3x_3$.

3. Висновки і перспективи застосування результатів дослідження

Використовуючи побудовану модель прогнозування якості навчання (на прикладі прогнозу віднесення студента за результатами першої сесії до категорії студентів, які закінчать вуз із червоним дипломом), можна здійснювати корекції в освіті.

Комплекс заходів для корекції подальшої успішності студентів містить у собі:

- надсилання батькам студентів листів із зазначенням не тільки результатів навчання студента на кожнім етапі і його поточних оцінок, але й тенденції успішності;
- обговорення питань успішності на розширених засіданнях комісій із запрошенням батьків;
- формування навчальної мотивації;
- розвиток професійних інтересів;
- розроблення індивідуальних перспективних планів роботи студента;
- проведення додаткових занять за дисципліною з метою більш доступного викладання складного матеріалу;
- прогнозування кінцевих рівнів навчальних досягнень студентів.

Діагностування якості знань і умінь студентів має потребу в систематичному відстеженні ступеня навченості з метою поетапного вирішення навчальних задач, установлення й усунення прогалин в засвоюваному матеріалі з наступною корекцією в ході навчального процесу і прогнозуванням змісту і технології навчання. Аналіз успішності навчання виявляє певні закономірності в діяльності викладачів і студентів, дослідження яких дозволяє побудовувати стратегію подальших дій. У цьому сенсі студент постає не тільки як об'єкт навчальних дій, але і як суб'єкт в організації навчального процесу.

Систематичне відстеження якості навчання у великого числа студентів сприяє одержанню більш об'єктивної, достовірної оцінки, що дозволяє прогнозувати кінцеві рівні навчальних досягнень студентів, проектувати плани навчання. Процес навчання за таких умов стає не тільки відстежуваним, але й цілеспрямованим.

Список літератури: 1. *Афифи А., Эйзен С.* Статистический анализ: Подход с использованием ЭВМ / Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 488 с. 2. *Шамша Б. В., Гуржій А. М., Дудар З. В., Левикін В. М.* Математичне забезпечення ІУС. — Х.: ТОВ «Компанія СМІТ», 2005. — 448 с.

Надійшла до редколегії 20.11.2006