

ации элементов Φ_{ii} , при котором возможно получение оценок стохастических характеристик мер с заданной точностью. Для ЭСЧВ, передаваемых каналами телевидения, характерно превышение шумов эталонного сигнала по сравнению с шумами мер. На рис. 2 приведены результаты численного моделирования сличения рассматриваемой системы с ЭСЧВ, передаваемыми в составе телевизи-

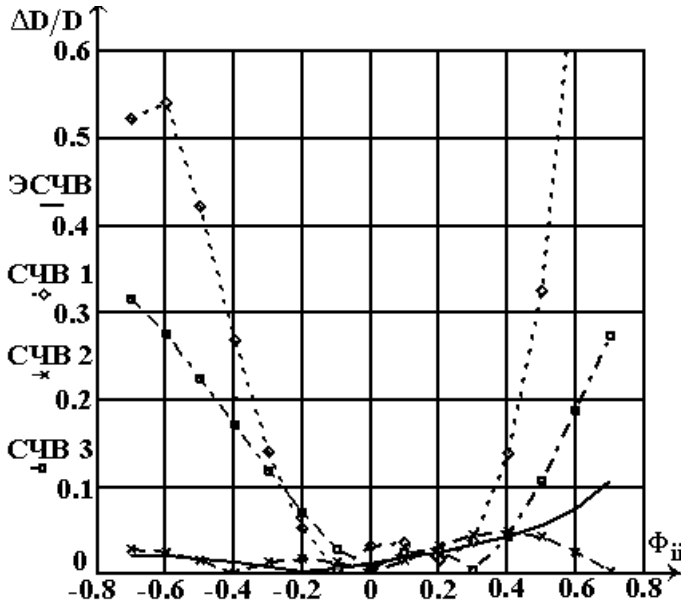


Рис. 2. Погрешность оценки дисперсии частоты ГМ и ЭСЧВ при $\mu = 100$, $\chi = 10$, $K = 0.1$

онного сигнала. Видно, что диапазон вариации Φ_{ii} при заданном ε существенно меньше, чем в ситуации, приведенной на рис. 1.

Таким образом, зная параметры μ , χ , K , по результатам идентификации системы можно определить погрешность оценок дисперсии шумов каждой меры на основании разработанного алгоритма. Следует отметить, что для реальных мер частоты и

времени элементы $|\Phi_{ii}| \ll 1$, поэтому данный алгоритм определения стохастических характеристик поверяемых мер будет работоспособным для зашумленных ЭСЧВ.

Литература: 1. МИ 1832-88. ГСИ. Сличение групп средств поверки одинакового уровня точности. Основные правила. 2 В.И. Белоцерковский, Б.М. Беляев. Методы взаимных сличений средств измерений // Измерительная техника. - 1992. - № 2. - С. 7-9. 3. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. - М.: Радио и связь. - 1991. - 608 с. 4. П. Эйкхофф Основы идентификации систем управления. - М.: Мир. - 1975. - 680 с. 5. Кварцевые и кварцевые меры частоты/ Под ред. Макаренко В.И. // М.: МО СССР. - 1989. - 536 с.

Поступила в редколлегию 12.12.97

Евдокименко Юрий Иванович, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, начальник отдела НМЦ ВЭ. Адрес: 310172, Украина, Харьков, ул. Грицевца, 44А, кв. 54, тел. 145-270, 724-197.

Нарезний Алексей Павлович, младший научный сотрудник НМЦ ВЭ; Адрес: 310087, Украина, Харьков, ул. Тобольская, 49, кв. 12, тел. 724-197.

УДК 658.512.011.56:681.3

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПРИВОДОВ С ВЫСОКОЙ СТАБИЛЬНОСТЬЮ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

КУЛИШОВА Н.Е.

Предложен набор унифицированных математических моделей приводов с двигателями разных типов. Модели составлены с учетом механических процессов, которые вызывают колебания угловой скорости вращения привода. Предложен алгоритм поиска оптимального варианта конструкции привода, обеспечивающего заданную стабильность скорости вращения.

Развивающиеся прикладные исследования требуют создания силовых приводов постоянного и переменного тока с широкими возможностями регулирования скорости и повышенными требованиями к стабильности скорости вращения в течение длительного промежутка времени. В то же время растет потребность в различных регистрирующих приборах, информационных, сканирующих, угломерных системах. Для их создания необходимы приводы с особо высокой равномерностью вращения. В таких системах осуществляется развращающее преобразование по углу поворота вала, поэтому погрешность, вызванная неравномерностью вращения, является преобладающей.

Повышению стабильности скорости вращения привода посвящено множество исследований. Большинство из них проведено в одном направлении: стабилизация скорости вращения привода за счет многокритериальной оптимизации конструкции двигателя, как вращающего элемента. В соответствии с этой задачей разрабатывались модели микродвигателей той или иной степени сложности, отражающие взаимосвязь основных электромагнитных характеристик и крутящего момента.

Наиболее часто для моделирования двигателей используются уравнения Парка-Горева в частных производных [1]. Результатами моделирования в этом случае являются зависимости от времени токов, напряжений и магнитных потоков, а также геометрические параметры двигателя. Решение уравнений зачастую требует значительных вычислительных мощностей, что ограничивает применимость таких моделей.

Для определения электромагнитных параметров двигателя разработаны также модели, использующие положения теории графов [2].

Альтернативой такому подходу в проектировании приводов является исследование привода как совокупности ряда конструктивных элементов, оказывающих комплексное воздействие на формирование эксплуатационных характеристик привода. Так, при изучении механических процессов используются методы электрических аналогий, а также методы пространства состояний [3]. Однако недостатком таких моделей является их жесткая направленность на конкретный вид привода, что

не позволяет проводить сравнительные исследования разных типов привода в процессе проектирования.

Таким образом, в настоящее время не созданы унифицированные математические модели приводов различных типов, которые при решении задач автоматизированного проектирования дадут возможность выбирать тип двигателя и рассчитывать основные конструктивные параметры привода с заданной стабильностью частоты вращения.

В качестве базы для унификации моделей предлагается уравнение движения привода, которое основано на принципе равновесия для вращающихся систем – принципе Даламбера:

$$\sum_k^k M_k = 0,$$

где M_k – момент k -й силы, действующей относительно оси вращения, включая момент инерции.

Общий вид уравнения движения вращающейся многомассовой системы записывается на основе уравнения Эйлера-Лагранжа [4]:

$$[M] \ddot{q} - i\omega [G] \dot{q} + [C] + [C_n] \{q\} - i\omega [C] \{q\} + [K] \{q\} = \{F\},$$

где $\{q\}$ – столбец обобщенных координат; $[M]$ – матрица масс; $[G]$ – гироскопическая матрица моментов инерции; $[C]$ – матрица сил внутреннего трения, возникающих в движущихся частях системы; $[C_n]$ – матрица сил внешнего трения, возникающих при контакте вращающихся частей с неподвижными; $[K]$ – матрица жесткости; $\{F\}$ – столбец внешних сил и моментов.

Привод является системой двух вращающихся масс – ротора двигателя и нагрузки, представляющей собой функциональное устройство. Поэтому уравнение равновесия такой системы можно записать следующим образом:

$$(J_p + J_n) \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = M,$$

где J_p, J_n – моменты инерции ротора и нагрузки соответственно; C – коэффициент учета влияния сил трения; K – жесткость конструкции; M – вращающий момент.

Каждое слагаемое этого топологического уравнения описывается одним или несколькими компонентными уравнениями. Моменты инерции определяются конструктивным исполнением ротора и нагрузки и являются постоянными величинами.

Момент сопротивления движению порожден несколькими причинами: а) гистерезисными потерями в материале подвижных элементов конструкции; б) трением шариков подшипников о кольца, закрепленные на роторе; в) трением сепараторов подшипников о базу тех же колец; г) вязким сопротивлением смазки.

Момент сопротивления вращению подшипников качения можно представить в виде:

$$M_{сопр} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4,$$

где $M_1 = C_1\omega$ – момент, обусловленный силами базирования сепаратора относительно кольца; $M_2 = C_2\omega$ – момент, обусловленный качением тела по дорожкам (характеризует гистерезисные потери в материале); $M_3 = C_3\omega$ – момент, описывающий вязкостное сопротивление смазки; $M_4 = C_4\omega$ –

момент, обусловленный нормальной и тангенциальной составляющими угловой скорости тел качения относительно колец (трение, вызванное дифференциальным скольжением).

Методика расчета коэффициентов C_1, C_2, C_3, C_4 подробно рассмотрена в [5].

Механическая жесткость конструкции привода включает следующие слагаемые:

$$K = K_p + K_{\Pi} + K_M,$$

где K_p – жесткость ротора электродвигателя, она зависит от размеров ротора; K_{Π} – жесткость подшипниковых опор; K_M – жесткость муфты.

Для расчета жесткости вала используется соотношение, приведенное в [6]; жесткость подшипниковых опор рассчитывается в соответствии с [5], жесткости муфт различных конструкций – справочные величины, рассмотренные в [7].

В процессе функционирования привода неизбежно возникновение вибраций. Их источниками являются несбалансированность ротора; угловое и параллельное смещение и прогиб осей вращения деталей; овальность сечений цилиндрических деталей; несбалансированность отдельных узлов и повышенные зазоры при их сборке. На преодоление этих негативных факторов расходуется момент $M_{\text{ВИБР}}$, который можно представить квазипериодической функцией:

$$i_{\text{ВИБР}} = \sum_i^i M_i^B \sin(2\pi f_i t),$$

где M_i^B – амплитуда колебаний момента, поглощаемого вибрацией; f_i – частота вибрации, вызванной одной из перечисленных причин.

Подробно расчет этих величин рассмотрен в [8].

Таким образом, с учетом всех направлений рассеяния вращающего электромагнитного момента в приводе модель последнего будет выглядеть следующим образом:

$$(J_p + J_n) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (C_1 + C_2 + C_3 + C_4) \frac{d\theta}{dt} + (K_p + K_n + K_M)\theta = T - \sum_i^i M_i \sin(2\pi f_i t), \quad (1)$$

где T – электромагнитный момент двигателя.

Соотношение (1) – универсальное уравнение движения привода, но в зависимости от типа применяемого двигателя будет изменяться выражение для определения T .

В [9] для расчета момента асинхронного двигателя предлагается использовать формулу:

$$T = \frac{m_1 U^2 r_2}{A \omega_c s},$$

где $A = \left(\left(\frac{r_2}{s} \right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right)$; m_1 – число фаз

статора; r_2 – активное сопротивление обмотки ротора; x_1, x_2 – индуктивные сопротивления рассеяния фазы обмотки статора и ротора соответственно; U – напряжение питания.

Тогда уравнение движения привода с асинхронным двигателем приобретет вид:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = \frac{m_1 U^2 r_2}{\omega_c s A} - \sum_i M_i^b \sin(2\pi f_i t), \quad (2)$$

а использование для расчета электромагнитного момента однофазного конденсаторного асинхронного двигателя соотношения [9]:

$$T = \frac{E_1^2(\omega_c - \omega)}{(r\omega_c)^2 + (xF(\omega_c - \omega))^2} - \frac{E_2^2(\omega_c + \omega)}{(r\omega_c)^2 + (xF(\omega_c + \omega))^2}$$

позволяет записать уравнение (2) в виде:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = \frac{E_1^2(\omega_c - \omega)}{(r\omega_c)^2 + (xF(\omega_c - \omega))^2} -$$

$$\frac{E_2^2(\omega_c + \omega)}{(r\omega_c)^2 + (xF(\omega_c + \omega))^2} - \sum_i M_i^b \sin(2\pi f_i t).$$

Электромагнитный момент индукторного асинхронного двигателя, в соответствии с [9], можно определить так:

$$T = \frac{m N_p U^2 (R_2 + R_{D2}) \sigma^2}{2\pi f} (B - C),$$

$$\text{где } B = \frac{1}{s \left[R_{11}^2 + \left(X_{11} - \frac{X_{C2} \sigma^2}{s^2} \right)^2 \right]};$$

$$C = \frac{1}{(2-s) \left[R_{11}^2 + \left(X_{11} - \frac{X_{C2} \sigma^2}{(2-s)^2} \right)^2 \right]};$$

m – число фаз первичной обмотки; N_p – число пазов ротора; f – частота напряжения питания; U – напряжение питания; s – скольжение; R_2, R_{D2} – активное главное и добавочное сопротивление вторичной обмотки; σ – поправочный коэффициент; R_{11}, X_{11} – относительное активное и индуктивное сопротивление схемы замещения; X_{C2} – добавочное емкостное сопротивление во вторичной цепи.

При подстановке этого выражения в уравнение (1) можно получить уравнение движения привода с индукторным асинхронным двигателем.

Подстановка в (1) уравнения момента [10]:

$$T = \frac{m E_0 U \sin \theta}{\omega_c X_d} + \frac{m U^2 \sin 2\theta}{4\pi f \omega_c w_1} \left(\frac{1}{\lambda_q} - \frac{1}{\lambda_d} \right) \text{ или}$$

$$T = \frac{E_0 U}{\omega_c X_c} \sin \omega t$$

дает следующие уравнения движения приводов:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = \frac{U E_0 \sin \omega t}{\omega_c X_d} - \frac{m U^2 \sin 2\omega t}{4\pi f \omega_c w_1} \left(\frac{1}{\lambda_q} - \frac{1}{\lambda_d} \right) - \sum_i M_i^b \sin(2\pi f_i t)$$

$$\text{и } J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = \frac{U E_0 \sin \omega t}{\omega_c X_c} - \sum_i M_i^b \sin(2\pi f_i t)$$

для явнополюсного и неявнополюсного двигателей соответственно, где m – число фаз статора; E_0 – ЭДС, наводимая полем ротора в фазе обмотки статора; U – напряжение сети; ω_c – синхронная скорость; θ – угол между осью полюсов магнита и продольной осью ротора; λ_q, λ_d – магнитная проводимость по продольной (d) и поперечной (q) осям машины; f – частота напряжения сети; w_1 – число витков обмотки статора; x_d – синхронное индуктивное сопротивление статора по продольной оси.

Для коллекторного двигателя постоянного тока, согласно [11]:

$$T = \frac{k_T U}{R} - \frac{k_T k_E}{R} \omega,$$

поэтому уравнение движения такого привода можно записать так:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} + K\theta = \frac{k_T (U - k_E \omega)}{R} - \sum_i M_i^b \sin(2\pi f_i t).$$

Здесь k_T – постоянная двигателя; k_E – постоянная ЭДС; U – напряжение питания; R – сопротивление якоря; ω – угловая скорость вращения якоря.

Все рассмотренные модели представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения, для их численного решения разработан набор программ. Они позволяют рассчитывать значения скорости вращения для одних и тех же конструктивных параметров привода (жесткость, момент сопротивления, момент инерции) и для разных двигателей. С помощью этих моделей можно на первом этапе проектирования привода выбрать тип двигателя, обеспечивающего заданную или наибольшую из возможных стабильность скорости вращения. Однако уравнения движения привода можно использовать при проектировании не только для решения задачи анализа вариантов конструкции, но и для их синтеза.

Для разработки варианта исполнения привода необходимо определить такие значения параметров J, C, K , которые обеспечат заданную стабильность скорости вращения. Кроме того, нужно найти детали привода, обладающие полученными характеристиками. Это приводит к необходимости решения задачи минимизации функции $\Delta\omega(J, C, K)$, представляющей собой разность между номинальным и средним значениями скорости вращения на заданном промежутке времени.

При выборе метода поиска оптимального решения нужно учесть, что хотя целевая функция является непрерывной, найти градиент невозможно. Поэтому целесообразно применение прямого поиска. Наиболее эффективным представляется использование метода Хука-Дживса, сочетающего исследующий по координатный поиск и ускоряющий поиск по образцу. Однако в связи с тем, что область определения параметров оптимизации

является ограниченной, алгоритм поиска требует некоторых изменений. Процедура поиска осуществляется по алгоритму: 1. Выбор базисной точки b_1 и величины шага h_j для каждой j -й переменной.

2. Вычисление значения целевой функции в базисной точке $f(b_1)$. 3. По каждой переменной делается шаг. Таким образом, получается значение целевой функции $f(b_1+h_1e_1)$, где e_1 – единичный орт. Если это приводит к уменьшению целевой функции, b_1 заменяется на $(b_1+h_1e_1)$, если к увеличению b_1 заменяется на $(b_1-h_1e_1)$. Если уменьшение не наблюдается, делается шаг вдоль второй оси: $(b_1+h_2e_2)$ и так далее. Когда будут рассмотрены все переменные, получится новая базисная точка b_2 . 4. Если $b_1 = b_2$, то исследование проводится вокруг точки b с уменьшенным шагом. 5. Если $b_1 \neq b_2$, производится поиск по образцу. 6. Если в направлении от b_2 к b_1 произошло уменьшение целевой функции, можно ожидать дальнейшего уменьшения при следовании в этом направлении. Поэтому вычисляется целевая функция в точке

$$P_i = b_i + \lambda (b_{i+1} - b_i),$$

где λ – некоторый параметр. 7. Если граничные условия по каждой переменной не выполняются, продолжить исследовательский поиск вокруг точки P_i (п. 3 – 5). В противном случае, по "опасному" направлению сделать шаг в обратную сторону и вернуться к началу пункта 7. 8. Если наименьшее значение функции меньше b_2 , то получена новая базисная точка b_3 . 9. Процесс завершается, если значение целевой функции, меньше заданного.

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что значение коэффициента λ не должно быть жестко фиксированным. Наблюдались случаи, когда после шага по образцу приходилось проводить исследующий поиск в обратном направлении, и наоборот, выбранный шаг по образцу оказывался слишком малым. Поэтому на каждом этапе поиска по образцу для одного параметра определялось такое значение λ , которое ведет к минимизации целевой функции. Разработана программа, реализующая алгоритм поиска оптимального варианта конструкции привода с заданной стабильностью скорости вращения. Для примера решена задача расчета основных конструктивных элементов привода сканирующего устройства.

При расчете принималось, что сканирующее устройство обладает следующими габаритами: $20 \times 20 \times 30$ см³ и массой 2,5 кг. Необходимо найти двигатель, подшипник, муфту и маховик такие, что привод, выполненный на их основе, обеспечит вращение сканирующего устройства с частотой 50 Гц, амплитуда колебаний частоты не должна превышать 0,05% от номинального значения.

Сравнительный анализ с использованием моделей приводов показал, что в данном случае применение синхронного двигателя наиболее эффективно. Выбран двигатель АС-032 со следующими параметрами: $U_{пит} = 18$ В; $f_{пит} = 50$ Гц; $M_{ном} = 2$ Н*см; $n = 3000$ об/мин; $I = 2$ А; $m = 0.85$ кг, заданное отклонение равно 0,5% от номинального значения, что составляет 1,57 Гц. В результате процедуры автоматического поиска найдены значения параметров: $C = 0,04$ Н*м*с; $J = 0,4425$ кг*м²; $K = 0,2315$ Н*м. При этом значение целевой функции для данного решения составляет 0,5099.

Отклонение среднего значения угловой скорости вращения сканатора от номинального составляет 0,5099 Гц. Для наиболее часто используемых в приборах подшипников и муфт рассчитаны моменты трения и жесткости, что позволило подобрать конструктивные элементы, соответствующие полученному решению. Подшипник 7000106 с внутренним диаметром 30 мм, для нормального исполнения привода момент трения подшипника $C = 0,0397$ Н*м*с; и муфта с торообразной упругой оболочкой типа 20-16 с диаметром расточки 16 мм.

Момент инерции нагрузки $J_H = \pi r^2 / 2 = 0,025$ кг*м². Тогда момент инерции маховика $J_M = J - J_H = 0,4175$ кг*м². Задав величину допускаемого напряжения для материала диска $\sigma_D = 10^8$ Па и радиусом маховика $r_0 = 8$ см, из формулы [4]:

$$J_M = \frac{2\pi h_c r_0^2 \sigma_D}{\omega^2},$$

где h_c – толщина диска; r_0 – радиус диска; σ_D – допускаемое напряжение для материала диска; ω – угловая скорость вращения диска, определим, что полученный момент инерции обеспечит маховик с толщиной $h_c = 10,2$ мм.

Разработанные унифицированные модели приводов, учитывающие основные направления рассеяния момента в конструкции, оказались эффективными при анализе возможных вариантов исполнения привода и при разработке нового конструктивного решения.

Литература: 1. Костюк О.М., Соломаха М.И. Колебания и устойчивость синхронных машин. – Киев: Наукова думка, 1991. – 200 с. 2. Корнилов В.А. Энергетический синтез системы с электромеханотронными преобразователями: 2-я Всесоюзная научно-техническая конференция по электромеханотронике. – С.-Петербург, 1991. – С. 121. 3. Бондаренко Н.Н., Жолдак А.Н., Потребенко А.П. Система моделирования для оптимизации массогабаритных показателей электропривода на базе диалогового вычислительного комплекса// Преобразование параметров электроэнергии в энергетических и технологических установках/ АН УССР. Ин-т электродинамики. – Киев. – 1991. – С. 92-95. 4. Джента Д. Накопление кинетической энергии: теория и практика современных маховичных систем. – Москва: Мир. – 1988. – 430 с. 5. Галахов М.А., Бурмистров А.И. Расчет подшипниковых узлов. – Москва: Машиностроение, 1988. – 272 с. 6. Расчет и конструирование роторных машин /А.С. Кельзон и др. – Ленинград: Машиностроение. – 1977. – 288 с. 7. Поляков В.С., Барбаш И.Д. и др. Муфты. Конструкции и расчет. – Ленинград: Машиностроение. – 1970. – 336 с. 8. Ковалев М.П. Опоры и подвесы гироскопических устройств. – Москва: Машиностроение. – 1970. – 286 с. 9. Кулишова Н.Е. Нелинейные модели приводов с синхронными двигателями. Деп. В ГНТБ Украины 21.10.96, № 1929-Ук96. 10. Кулишова Н.Е. Нелинейные модели приводов с синхронными двигателями. Деп. В ГНТБ Украины 21.10.96, № 1928-Ук96. 11. Кулишова Н.Е., Трунов Е.В. Численное исследование стабильности частоты вращения электромеханического сканатора с учетом электромагнитных и механических возмущений. Деп. В ГНТБ Украины 04.09.95, № 2051-Ук95.

Поступила в редколлегия 20.12.97.

Кулишова Нонна Евгеньевна ассистент кафедры инженерной графики ХТУРЭ. Научные интересы: моделирование механических процессов в приводах с высокой стабильностью скорости вращения. Хобби: рукоделие. Адрес: 310124, Харьков, пр. Гагарина, 169-б, кв. 22, тел. 40-93-78.