УДК 621.391

НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ХАОТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ, НАБЛЮДАЕМЫХ НА ФОНЕ ШУМА, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ "НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ"

К.С. Васюта
Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба

У роботі показано, що, спираючись на відмінність у топологічних властивостях у фазовому просторі хаотичних, регулярних і випадкових процесів з незалежними значеннями, можна, використовуючи BDS-статистику, розв'язати задачу оцінки параметрів відображення за спостереженнями часового ряду на фоні білого шуму.

- -

It is in-process shown, that, leaning against difference in absolute concepts in a phase space random, regular and random processes with independent significances, it is possible to solve a problem, using estimation of mapping parameters for observation of time series against a white noise BDS-statistics.

- -

В работе показано, что, опираясь на различие в топологических свойствах в фазовом пространстве хаотических, регулярных и случайных процессов с независимыми значениями, можно, используя BDS-статистику, решать задачу оценки параметров отображения по наблюдению временного ряда на фоне белого шума.

Введение

Некоторые фундаментальные свойства динамического хаоса вызвали естественный интерес исследователей к их использованию для обеспечения скрытности работы радиосистем (излучаемых ими сигналов) [1]. Достоинства таких радиосистем определяются использованием для передачи сообщений случайно-подобных во временной (спектральной) области хаотических процессов (последовательностей) которые маскируют сигнал под шум. Однако, в отличие от случайных, «малоразмерные» хаотические процессы и последовательности, при их анализе на фазовой плоскости (фазовом пространстве), имеют регулярную структуру, и это свойство снижает их скрытность. В дальнейшем под скрытностью будем понимать [2] способность противостоять мерам радиотехнической разведки: обнаружению сигнала и определению его структуры на основе оценки ряда его параметров без учета возможности раскрытия смысла информации.

Традиционно при оценке вероятности разведки (вероятности обнаружения и раскрытия структуры сигнала) используется энергетический критерий и не учитывается “форма” сигнала. Оптимальный обнаружитель представляет собой измеритель мощности процесса, позволяющий выявлять энергетические приращения над мощностью шумов при наличии сигнала в анализируемом диапазоне частот. В то же время, понятие “форма” процесса, рассматриваемое как лингвистическая характеристика, которая косвенно определяет зависимость его элементов, может быть формализована (представлена численной мерой) и способна дать более объективную оценку вероятности разведки [3]. Такая формализация может быть выполнена, например, с помощью следующей последовательности: “форма” процесса → структурированность аттрактора процесса → зависимость значений процесса → критерий зависимости (динамический или статистический) → мера зависимости (например, динамические инварианты: показатели Ляпунова, корреляционная размерность или энтропия). Корреляционной размерностью можно характеризовать структурированность аттрактора (устойчивую упорядоченность его элементов и связей), связанного с анализируемым процессом. Например, случайный I.I.D (independent and identically distributed) процесс неструктурирован, его аттрактор полностью “заполняет” пространство вложения, а корреляционная размерность совпадает с его размерностью. Особенностью аттрактора хаотического процесса является его структурированность, упорядоченное заполнение” пространства вложения, а также насыщение корреляционной размерности по мере увеличения размерности пространства вложения. Различия в “наполняемости” фазового пространства аттракторами случайного и хаотического процессов и, как следствие, в зависимостях корреляционной размерности от размерности пространства вложения подсказывает один из способов классификации случайных и хаотических процессов, а также решения задачи обнаружения и оценки параметров (раскрытия структуры) хаотических сигналов на фоне шума.

I. Решение задачи оценки параметров (раскрытия структуры) хаотического отображения

Ниже решим задачу оценки параметров (раскрытия структуры) хаотического отображения по сформированному с его помощью сигналу, наблюдаемому на фоне шума, опираясь на свойства нелинейной динамической BDS-статистики. BDS-статистика и построенная на ее основе относительно новая процедура – BDS-тест были предложены в результате анализа финансовых рынков экономистами Броком, Дечертом и Шейнкманом (B. Brock, W. Dechert и J. Scheinkman) в 1987 [3] и представляют один из мощных методов выявления зависимостей во временных рядах, интенсивно разрабатываемых в последнее десятилетие в рамках их нелинейного анализа.

Его цель состоит в том, чтобы различить данные I.I.D. и любой вид зависимости – проверить нулевую гипотезу H_0 о независимости и тождественном распределении значений временного ряда $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$, используя для этого критерий значимости. BDS-тест основан на статистической величине $w(\vec{x})$ (BDS-статистике)

$$w_{m,N}(\varepsilon) = \sqrt{N - m + 1}\,\frac{C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N-m}(\varepsilon)^m}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)}. \tag{1}$$

В работе [4] были предложены очень быстрые алгоритмы для её оценки. Числитель BDS-статистики определяется “корреляционными интегралами” $C_{m,N}(\varepsilon)$, $C_{1,N}(\varepsilon)$, а знаменатель – среднеквадратическим отклонением $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ числителя.

Для вычисления $C_{m,N}(\varepsilon)$ ($m>1$) необходимо выполнить «вложение» временного ряда в m-мерное псевдофазовое пространство, элементами которого, на основании теоремы Такенса (Takens) [5], являются точки $x_i^m=(x_i, x_{i+1},..., x_{i+m})$ с координатами $\{x_{i+k}\}_{k=1}^m$, заданными m последовательными значениями исходного временного ряда. Корреляционный интеграл определяет частоту попадания произвольной пары точек фазового пространства в гиперсферы радиуса ε:

$$C_{m,N}(\varepsilon)=\frac{2}{(N-m+1)(N-m)}\sum_{s=m}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}\prod_{j=0}^{m-1}I_\varepsilon(x_{s-j}^m, x_{t-j}^m),\quad I_\varepsilon(x_i^m, x_j^m)=\begin{cases}1, & \left\|x_i^m-x_j^m\right\|\le\varepsilon;\\ 0, & \left\|x_i^m-x_j^m\right\|>\varepsilon,\end{cases} \tag{2}$$

в котором $I_\varepsilon(x_i^m, x_j^m)$ – функция Хевисайда для всех пар значений i и j, где $0\le i\le N$ и $0\le j\le N$; N – число элементов временного ряда $\{x_i\}_{i=1}^N$. Его значение стремится к определенному пределу по мере уменьшения ε, который рекомендуется выбирать в пределах $0.5\sigma \div 2\sigma$, где σ – среднеквадратическое отклонение процесса $\{x_i\}_{i=1}^N$. Зависимость корреляционного интеграла от ε имеет степенной вид $C_{m,N}(\varepsilon)\sim\varepsilon^{D_c}$, где D_c – корреляционная размерность временного ряда. Для $m=1$ имеем

$$C_{1,N}(\varepsilon)=\frac{2}{N(N-1)}\sum_{s=1}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}I_\varepsilon(x_s, x_t). \tag{3}$$

Брок и др. показали, что $C_{m,N}(\varepsilon)\Rightarrow C_{1,N}(\varepsilon)^m$ с единичной вероятностью при $N\to\infty$, а $\left(C_{m,N}(\varepsilon)-\left(C_{1,N}(\varepsilon)\right)^m\right)\cdot\sqrt{N-m+1}$ является случайной асимптотически нормально распределенной величиной с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$, которое определяется как

$$\sigma_{m,N}(\varepsilon)=2\sqrt{k^m+2\sum_{j=1}^{m-1}k^{m-j}\cdot(C_{1,N}(\varepsilon))^{2j}+(m-1)^2\cdot(C_{1,N}(\varepsilon))^{2m}-m^2k(C_{1,N}(\varepsilon))^{2m-2}}, \tag{4}$$

где $k=\dfrac{1}{(N-1)(N-2)N}\left\{\sum_{t=1}^{N}\left[\sum_{s=1}^{N}I_\varepsilon(x_t, x_s)\right]^2-3\sum_{s=1}^{N}\sum_{t=s+1}^{N}I_\varepsilon(x_t, x_s)+2N\right\}.$

BDS-статистика $w(\vec{x})$ является нормально распределенной случайной величиной при условии, что оценка $\hat{\sigma}_{m,N}(\varepsilon)$ близка к ее теоретическому значению $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ [6].

Задача обнаружения хаотического сигнала рассматривается как непараметрическая проверка одной из двух гипотез: H_0 – наблюдаемые данные $\vec{x}=(x_1,x_2,...,x_N)$ независимы и одинаково распределены (белый шум) т.е. плотность (функция) распределения факторизуется $F_N(x_1,x_2,...,x_N)=\prod_{i=1}^N F(x_i)$ и H_1 – данные не I.I.D., что возможно в случае, когда они являются аддитивной смесью шума и сигнала, значения которого зависимы.

В качестве теста на достоверность гипотезы H_0 об отсутствии в наблюдении хаотического процесса принимается выполнение неравенства $\left|w_{m,N}(\varepsilon)\right|\le 1{,}96$ для значения статистики $w_{m,N}(\varepsilon)$, что соответствует уровню значимости $\alpha=0{,}05$ (вероятности ошибки первого рода), тогда с 95% уверенностью можно принять гипотезу H_0 (I.I.D.). Критическая область уровня $\alpha = 0{,}05$, состоит из двух бесконечных полуинтервалов $(-\infty, -1.96]$ и $[1.96, \infty)$. В отсутствии шумов наблюдения применение критерия значимости к статистике $w_{m,N}(\varepsilon)$ позволяет эффективно решать задачу классификации наблюдения ($w_{m,N}(\varepsilon) > |1{,}96|$).

II. Решение задачи оценки параметра (раскрытия структуры) логистического отображения по наблюдению

Рассмотрим задачу оценки параметра (раскрытия структуры) логистического отображения по наблюдению:

$$y_n = x_n + \xi_n \,, \tag{5}$$

где x_n – динамическая переменная (сигнал), заданная одномерным квадратичным отображением $x_{n+1} = 1 - kx_n^2$, $k = k_{ист}$ – параметр отображения (ключ), ξ_n – последовательность независимых случайных величин, распределенных по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией σ_n^2.

Оценка параметра k может быть осуществлена по невязке

$$r_n(\hat{k}) = y_n - s_n(\hat{k}) \tag{6}$$

наблюдения y_n и ожидаемого сигнала $s_{n+1} = 1 - \hat{k}s_n^2$ с предполагаемым значением параметра $\hat{k}$.

При совпадении оцениваемого параметра с истинным значением $\hat{k} = k_{ист}$, имеем $s_n(\hat{k}) = x_n$ и, следовательно $r_n(\hat{k}) = \xi_n$. Тогда BDS-статистика (1) от разности $\{r_n(\hat{k}) = \xi_n\}_{n=1}^{N}$ с вероятностью 0.95 позволяет принять гипотезу H_0 (невязка представляет последовательность I.I.D.). Другими словами значения BDS-статистики будут минимальны и попадать в доверительный интервал $[-1{,}96; 1{,}96]$.

На рис. 1 проиллюстрирована процедура формирования невязки. При совпадении оцениваемого параметра с истинным значением фазовый портрет разностного сигнала повторяет фазовый портрет белого гауссовского шума.

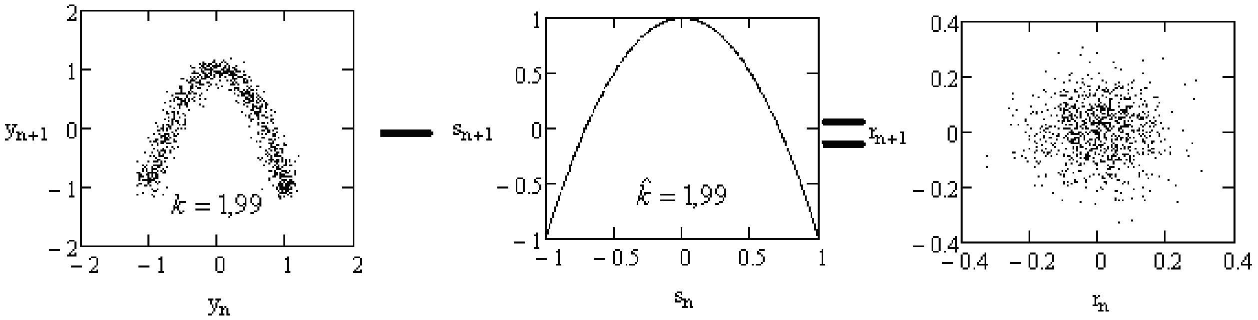

Рис. 1. Формирование фазового портрета разности наблюдаемой и ожидаемой последовательностей при $\hat{k} = k_{ист}$

Очевидно, что рассогласование между параметрами $\hat{k} \neq k_{ист}$ будет приводить к наличию в невязке двух хаотических последовательностей и шума. Её аттрактор (рис. 2) проявляет структурированность и, как следствие, увеличение значения BDS-статистики $\left|w_{m,N}\left(\hat{k}\right)\right| > 1{,}96$. В качестве BDS-оценки параметра k примем его значение

$$\hat{k}_{BDS} = \min_{k}\left[\overline{w}_{m,N}(k)\right], \qquad (7)$$

минимизирующее функцию (1).

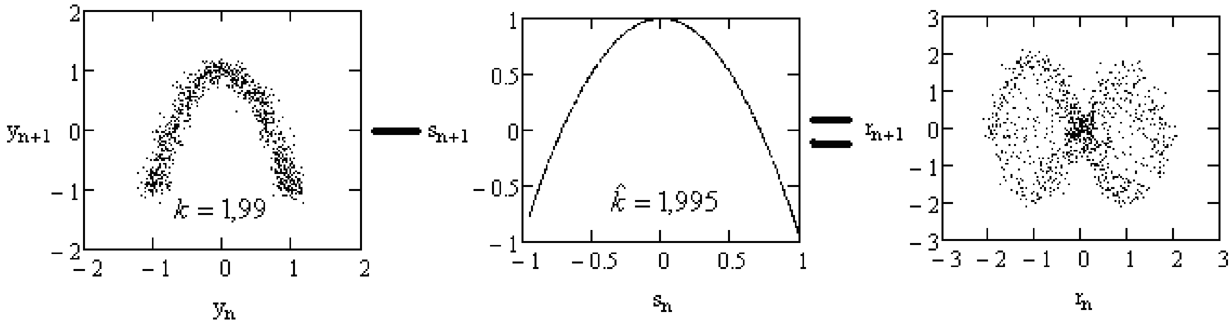

Рис. 2. Формирование фазового портрета разности наблюдаемой
и ожидаемой последовательностей при $\hat{k} \neq k_{ист}$

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования зависимости среднего значения BDS-статистики $\overline{w}_{m,N}\left(\hat{k}\right)$, полученного для пяти реализаций шума при $x_0 = 0{,}216$, $k_{ист} = 1{,}99$, $N = 1000$.

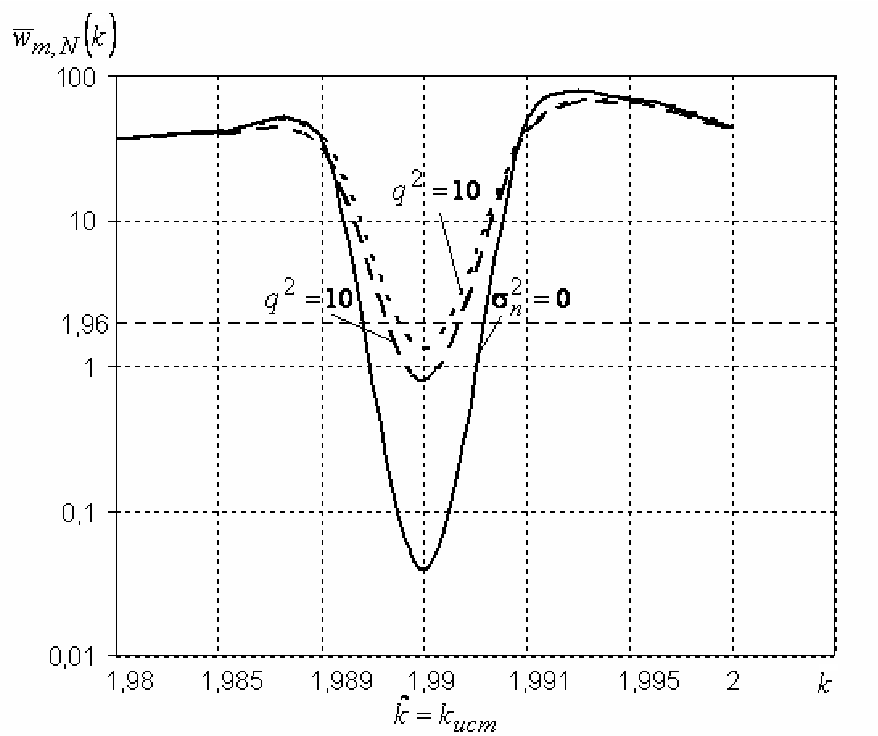

Рис. 3. Зависимость BDS-статистики от изменения значений оцениваемого параметра $\hat{k}$

Непрерывной кривой показана зависимость BDS-статистики от оцениваемого параметра в отсутствии шума, $\sigma_n^2 = 0$, а пунктирной – при наличии гауссовского шума для отношения сигнал/шум по мощности $q^2 = \sigma_x^2 / \sigma_n^2 = 10$. Точками обозначена кривая, полученная при наличии в аддитивной смеси шума с равномерным распределением. Из рис. 3 видно, что для выбранных значений q^2 все зависимости имеют выраженные минимумы. В отсутствии шума минимум зависимости $\overline{w}_{m,N}(k)$ располагается вблизи истинного значения оцениваемого параметра, т.е. $\hat{k} \approx k_{ист}$. Увеличение уровня шума уменьшает крутизну зависимости $\overline{w}_{m,N}(k)$ в окрестности истинного значения параметра $k_{ист}$, расширяет и смещает относительно истинного значения интервал его возможных значений при заданном уровне значимости.

Заключение

Предложенный в работе метод, основанный на применении непараметрической BDS-статистики, позволяет с заданной вероятностью давать интервальную и точечную оценку параметра одномерного отображения по наблюдению хаотического временного ряда. Полученные закономерности справедливы при наблюдении сигналов на фоне не только белого шума, но и «цветных» шумов. В отличие от известных подходов к оценке разведзащищенности информационных и телекоммуникационных систем, основанных на применении энергетических признаков сигналов и помех, полученные результаты могут быть использованы для более объективной оценки скрытности хаотических и шумоподобных сигналов.

Список литературы:

1. *Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О.* Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубежная радиоэлектроника. – 1997. – №10. – С. 4–26.

2. *Тузов Г.И.* Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами / Г. И. Тузов, В.А. Сивов, В. И. Прытков и др. // – М.: Радио и связь. – 1985. – 264 с.

3. *Васюта К.С.* Обнаружение хаотического процесса, искаженного белым шумом с использованием BDS- статистики/ Костенко П.Ю., Барсуков А.Н., Симоненко С.Н. //Из. ВУЗ Радиоэлектроника. – 2009. – Т.№52. –№11. – С. 41–51.

4. *Kanzler L.* Very Fast and Correctly Sized Estimation of the BDS Statistic // Christ Church and Department of Economics University of Oxford. – 1999. – 95 p.

5. *Kantz H., Schreiber T.* Nonlinear time series analysis // Second edition Printed in the United Kingdom at the University Press, Cambridge. – 2004. – 369 p.

6. *Brock W.A., Hsieh D., LeBaron B.* A Test of Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability // Cambridge: MIT Press. – 1991. – 328 p.