УДК 621.3185:002

Б.В. ДЗЮНДЗЮК, Е.М. АНПИЛОГОВ, В.В. САВИН, И.Е. АНПИЛОГОВА, О.В. ГЕРАСИМЕНКО

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ ДЕТАЛЕЙ С УЧЁТОМ ПОСЛЕДУЮЩИХ ОПЕРАЦИЙ

Моделируется технологический процесс механической обработки высокопрочных деталей на станках с учетом режимов и выходных параметров готового изделия и влияние качества поверхностного слоя на последующие операции.

1. Введение

Изготовление деталей для различных приборов автоматики в значительной степени определяется финишными операциями формообразования и режимами их обработки [1]. Поэтому возникает необходимость моделирования процесса в целях нахождения оптимальных условий для формирования поверхностного слоя при механической обработке. Обработка деталей из известных материалов производилась при исследовании следующих параметров процесса.

Исследовались следующие параметры: P – удельное давление (кг/см^2); v – линейная скорость перемещения деталей (м/мин); t – продолжительность обработки (мин); $R_{аисх}$ – исходная шероховатость поверхности детали (мкм); z – зернистость пасты (мкм); R_a – достигаемая шероховатость поверхности (мкм); Q – производительность процесса (съем поверхностного слоя)(мкм/мин).

Из предусмотренных выходных параметров (R_a и Q) за главный принимались достигаемая шероховатость поверхности деталей (R_a), которая определяет качество поверхности деталей и зависит от входных параметров (P, V, t, z, $R_{аисх}$).

2. Задача

Исследовать зависимость $R_a = f(P, V, t, R_{аисх}, z)$ в целях получения уравнения регрессии и последующего использования его при определении оптимальных режимов обработки с учетом обеспечения наиболее высокой производительности процесса.

Для выяснения зависимости $R_a = f(P, V, t, R_{аисх}, z)$ необходимо провести эксперимент с последующим статическим анализом полученных результатов. Указанную задачу можно решать традиционными методами планирования эксперимента [2]. Однако для сокращения количества опытов применялась теория подобия [2]. Исходя из этого предусматривались следующие этапы решения задачи:

1) приведение зависимости $R_a = f(P, V, t, R_{аисх}, z)$ к критериальному виду;
2) проведение экспериментов и обработка их результатов в целях получения регрессии для R_a;
3) анализ уравнения регрессии;
4) определение путей использования полученной зависимости.

2. Решение задачи

1. Приведение зависимости $R_a = f(P, V, t, R_{аисх}, z)$ к критериальному виду.

Введем обозначение: [F] – размерность силы; [L] – размерность длины; [T] – размерность времени.

В уравнении $R_a = f(P, V, t, R_{аисх}, z)$ размерность параметров такова:

$$[R_a] = [L];\ [P] = [F]\cdot[L]^{-2};\ [V] = [L]\cdot[T]^{-1};\ [t] = [T];\ [R_{аисх}] = [L];\ [z] = [L]. \quad (1)$$

Так как только параметр P содержит $[F]$, то безразмерные критерии подобия не могут быть получены (нет параметра, «компенсирующего» размерность). Для того чтобы получить безразмерные критерии подобия, введем в число независимых переменных «компенсирующий» параметр μ :

$$\mu = 1 \cdot F .$$

Тогда зависимость (1) принимает вид

$$R_a = f\left(P, V, t, R_{аисх}, z, \mu\right). \qquad (2)$$

Введем обозначения для шести независимых переменных уравнения (2) (табл. 1).

Размерность переменной X_i имеет вид

$$\left[X_i\right] = \left[F\right]^{\lambda_i^{(F)}} \cdot \left[L\right]^{\lambda_i^{(L)}} \cdot \left[T\right]^{\lambda_i^{(T)}} . \qquad (3)$$

Таблица 1

Параметр	Обозначение	$[F]^{\lambda_i^{(F)}}$	$[L]^{\lambda_i^{(L)}}$	$[T]^{\lambda_i^{(T)}}$
P	X_1	1	-2	0
V	X_2	0	1	-1
T	X_3	0	0	1
$R_{аисх}$	X_4	0	1	0
z	X_5	0	1	0
?	X_6	1	0	0

Показатели степеней $\lambda_i^{(F)}$, $\lambda_i^{(L)}$, $\lambda_i^{(T)}$ сведены в табл. 1. На основании π–теоремы подобия [2] зависимость (2) может быть представлена в критериальном виде. Каждый из критериев подобия π имеет вид безразмерного комплекса

$$\pi = \prod_{i=1}^{6} X_L^{a_i},$$

т.е. отыскание критериев подобия сводится к определению показателей степеней a_i при соответствующих переменных X_L. Для этого преобразуем критерий π следующим образом:

$$\pi = \prod_{i=1}^{6} X_L^{a_i} = k \prod_{i=1}^{6} [X_i]^{a_i} , \qquad (4)$$

где k – безразмерная величина.

Подставим в (4) значение для $\left[X_i\right]$ из (3):

$$\pi = \prod_{i=1}^{6} ([F]^{\lambda_i^{(L)}} \cdot [L]^{\lambda_i^{(L)}} \cdot [T]^{\lambda_i^{(L)}})^{a_i} =$$

$$= k \prod_{i=1}^{6} [F]^{\lambda_i^{(F)} a_i} \prod_{i=1}^{6} [L]^{\lambda_i^{(L)} a_i} \prod_{i=1}^{6} [T]^{\lambda_i^{(T)} a_i} = k [F]^{\sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(F)} a_i} \cdot [L]^{\sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(L)} a_i} \cdot [T]^{\sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(T)} a_i} .$$

Поскольку π – безразмерные комплексы, имеем систему уравнений относительно a_i :

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(F)} a_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(L)} a_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^{6} \lambda_i^{(T)} a_i &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Для нахождения критериев подобия необходимо найти фундаментальную систему решений системы (5).

Матрица М коэффициентов этой системы составляется по табл. 1:

$$M = \begin{Vmatrix} \lambda_1^{(F)} & \lambda_2^{(F)} & .....\lambda_6^{(F)} \\ \lambda_1^{(L)} & \lambda_2^{(L)} & .....\lambda_6^{(L)} \\ \lambda_1^{(T)} & \lambda_2^{(T)} & .....\lambda_6^{(T)} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 \;\; 0\,0\,0\,0\,1 \\ -2 \;\; 1 \;\; 0\,1\,1\,0 \\ 0 \;\; -1\,1\,0\,0\,0 \end{Vmatrix}.$$

С учётом вида матрицы М система (5) имеет вид

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 0, \\ -2a_1 + a_2 + a_4 + a_5 = 0, \\ -a_2 + a_3 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Ранг матрицы M

$$rgM = 3,$$

т.е. фундаментальная система решений системы (6) состоит из трех решений $(6-3)=3$.

Обозначим решение системы (6) $\overline{a}$: $\overline{a} = (a_1, a_2, ...a_6)$.

Решив систему (6), получим одну из фундаментальных систем решений:

$$\left.\begin{aligned} \overline{a_1} &= (0,-1,-1,1,0,0), \\ \overline{a_2} &= (0,-1,-1,0,1,0), \\ \overline{a_3} &= (-1,-2,-2,0,0,1). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Используя фундаментальную систему решений (7), составим три категории подобия по формуле

$$\pi = \prod_{i=1}^{6} X_L^{a_i},$$

$$\left.\begin{aligned} \pi_1 &= X_2^1 X_3^{-1} X_4 = \frac{R_{aucx}}{Vt}, \\ \pi_2 &= X_1^{-1} X_2^{-2} X_3^{-2} ... X_6 = \frac{\mu}{PV^2 t^2}, \\ \pi_3 &= X_2^{-1} X_3^{-1} X_5 = \frac{z}{Vt}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Таким образом, зависимость (2) сводится к критериальному виду

$$R_a = \varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3), \tag{9}$$

где π_1, π_2, π_3 – критерии подобия, связанные с основными переменными формулы (8).

2. Проведение эксперимента в целях получения интерполяционной формулы для функции $R_a = \varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$.

Планирование эксперимента. Будем искать зависимость (9) в виде полинома

$$\overline{R}_a = \sum_{i=1}^{6} b_i \pi_i, \tag{10}$$

где R_a – среднее значение, R_a, $\pi_4 = \pi_1 \cdot \pi_2$, $\pi_5 = \pi_1 \cdot \pi_3$, $\pi_6 = \pi_2 \cdot \pi_3$, $b_i\,(i = 0...6)$ – коэффициенты регрессии, π_0 – фиктивная переменная, $\pi_0 = 1$.

Для устранения взаимной корреляции параметров $\pi_1 \pi_2 \pi_3$ (8) примем следующие положения:

1) многократные эксперименты показали, что оптимальный результат получается при значении параметра t, близкого к 30м/мин;

2) зафиксируем параметры V и t: $V = 30$ м/мин, $t = 2$ мин, а значения параметров $\pi_1\pi_2\pi_3$ будем варьировать, используя параметры.

В силу принятых положений параметры окажутся некоррелированными. Параметры V и t будут входить в исходную зависимость, так как они входят в критерии подобия, и уравнение (10) будет адекватно описывать в области факторного пространства с центром в выбранных значениях параметров V и t.

Для определения коэффициентов регрессии проводим полный факторный эксперимент 2^3. Факторы $\pi_1\pi_2\pi_3$ варьируются на двух уровнях – максимальном и минимальном (с учетом принятого положения 2). Диапазоны варьирования параметров $R_{аисх}, P, z$, указаны в табл. 2.

Таблица 2

Параметры	min	Max
(мкм)	0,63	2,5
(кг/см^2)	0,5	40
(мкм)	7	28

Обозначим знаком «+» максимальный уровень каждого из параметров π_1, π_2, π_3, а знаком «–» – минимальный.

Уровни параметров π_1, π_2, π_3 определяются по правилу знаков [2].

Каким значениям параметров $R_{аисх}, P, z$ соответствуют уровни + и – значения параметров π_1, π_2, π_3 определяем из формулы (8).

Составим матрицу планирования и в соответствии с ней проведем полный факторный эксперимент 2^3. Число параллельных опытов примем равным трем.

Значения параметра оптимизации R_a, полученные в трех параллельных экспериментах, обозначим соответственно $R_a^{(1)}, R_a^{(2)}, R_a^{(3)}$.

Вычисление коэффициентов интерполяционного полинома. Среднее значение параметра оптимизации R_a для каждого из восьми опытов вычислим по формуле

$$R_a = \frac{\sum_{i=1}^{6} R_a^{(i)}}{3}.$$

Значения R_a указаны в (2).

Так как матрица планирования полного факторного эксперимента ортогональна, метод наименьших квадратов приводит к следующей формуле для вычисления коэффициентов полинома (10):

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} \pi j^{(i)} R_{ai}}{N}, \tag{11}$$

где N – число опытов ($2^3 = 8$), $j = 0;1;2,\ldots,k$ –индексы коэффициентов b_j (К=6).

При вычислении коэффициентов по этой формуле значения параметров π_1, π_2, π_3 на крайних уровнях (+ и –) принимаются соответственно +1 и –1.

Вычисленные по формуле (11) коэффициенты сведены в табл. 3.

Таблица 3

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
0,74	0,33	-0,02	0,08	-0,013	-0,04	-0,04

Таким образом, полином (10) принимает вид

$$\overline{R}_a = 0{,}74 + 0{,}33\pi_1 - 0{,}02\pi_1 + 0{,}08\pi_3 - 0{,}013\pi_1\pi_2 - 0{,}04\pi_1\pi_3 - 0{,}04\pi_2\pi_3. \tag{12}$$

Выполнение постулатов регрессивного анализа. Перед проведением статистической обработки полученного результата уравнения (12) необходимо убедиться в выполнении постулатов регрессивного анализа [4].

1) Принимаем, что R_a – случайная величина с нормальным законом распределения.

2) Для проверки однородности дисперсии R_a предварительно вычислим дисперсии изменчивости по каждому опыту по формуле

$$S_i = \frac{\sum\limits_{q=1}^{n} (R_{ai}^{(q)} - R_{ai})}{n-1} \quad (i = 1, \ldots, 8),$$

где $n = 3$, $n - 1 = 2$ – число степеней своды [2].

Однородность дисперсий изменчивости проверяется с помощью F – критерия Фишера:

$$F = \frac{S^2 max}{S^2 min},$$

где $S_{max}^2 = 6 \cdot 10^{-4}$, $S_{min}^2 = 10^{-4}$ [2]. Табличное значение критерия при 5% уровне значимости 4 19,2. В нашем случае $F = 6 < 19,2$, т.е. дисперсии изменчивости однородны.

3) Принимаем, что дисперсии факторов незначительны по сравнению с дисперсиями параметра оптимизации, т.е. считаем факторы π_1, π_2, π_3 неслучайными величинами.

4) Параметры π_1, π_2, π_3 считаем некоррелированными (с учетом принятых ранее положений).

Проверка значимости коэффициентов. В силу однородности дисперсий изменчивости дисперсия воспроизводимости вычисляется по формуле

$$S_{\{R_a\}}^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \sum\limits_{q=1}^{n} (R_{ai}^{(q)} - R_{ai})^2}{N(n-1)},$$

или в нашем случае

$$S_{\{R_a\}}^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{6} \sum\limits_{q=1}^{3} (R_{ai}^{(q)} - R_{ai})^2}{q(3-1)} = 3 \cdot 10^{-4}. \tag{13}$$

Дисперсию коэффициентов регрессии вычисляем по формуле

$$S_{\{b_i\}} = \frac{S_{\{R_a\}}^2}{N}, \quad (j = 0, \ldots, 6).$$

Имеем $S_{\{b_i\}} = 0.61 \times 10^{-2}$.

Доверительные интервалы для каждого из коэффициентов регрессии равны между собой и вычисляются по формуле

$$\Delta b_j = t \cdot S_{\{b_i\}} \quad (j = 0, \ldots, 6),$$

где t – табличное значение критерия Стьюдента при числе степеней свободы, с которыми определялась дисперсия $S^2_{\{R_a\}}$ (в нашем случае 2), и выбранном уровне значимости (5%) $t = 4,303$ (определено t – критерия [3]):

$$\Delta b_j = 0,026 \quad (j = 0, \ldots, 6).$$

Коэффициент b_j считаем значимым, если $|b_j| > \Delta b_j$.

Сравнивая $|b_j|$ (табл.3) с доверительным интервалом, получаем, что коэффициенты b_2 и b_4 незначимы.

Уравнение регрессии приобретает вид

$$R_a = 0,74 + 0,33\pi_1 + 0,08\pi_3 - 0,04\pi_1\pi_3 - 0,04\pi_2\pi_3. \tag{14}$$

Проверка адекватности полученной зависимости. Для проверки адекватности зависимости (14) вычислим по этой формуле значения $R_a\left(\widehat{R}_a\right)$ в каждом из восьми опытов (табл.4).

Таблица 4

№ опыта	R_a	$\overline{R}_a$	$\Delta R_a = \overline{R}_a \cdot \widehat{R}_a$	ΔR_a^2
1	0,31	0,25	0,06	0,0036
2	0,53	0,57	-0,04	0,0016
3	0,27	0,33	-0,06	0,0036
4	0,97	0,98	-0,01	0,0001
5	1,08	1,07	0,01	0,0001
6	0,53	0,49	0,04	0,0016
7	1,24	1,16	0,08	0,0064

Невязки ΔR_a определяются из формулы $\Delta R_a = \overline{R}_a \cdot \widehat{R}_a$ (табл.4). Квадраты невязок ΔR_a также указаны в табл. 4. Сумма квадратов невязок $\sum_{i=1}^{N} \Delta R_a^2 = 0,00234$.

Дисперсия адекватности вычисляется по формуле $S_{ag}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta R_{ai}^2}{f}$, где в числителе – сумма квадратов невязок, в знаменателе – число степеней свободы, которые определяются так:

$$f = N\text{-}(k+1) = 1$$

(здесь k – количество вычисленных коэффициентов регрессии).

Таким образом, дисперсия адекватности равна $S_{ag}^2 =$ 0,0234.

Адекватность модели (14) проверим с помощью F – критерия Фишера (для 50 уровня значимости):

$$F = \frac{S_{ag}^2}{S_{\{R_a\}}^2},$$

где $S^2_{\{Ra\}}$ вычисляются по формуле (12).

Табличное значение F – критерия 199,5 [4]. В нашем случае $F = 78 < 19{,}5$.

Таким образом, построенная модель(14) адекватно описывает процесс.

3.Анализ полученной зависимости

Полученная зависимость (14)

$$R_a = 0,74 + 0,33\pi_1 + 0,08\pi_3 - 0,04\pi_1\pi_3 - 0,04\pi_2\pi_3,$$

где π_1, π_2, π_3 вычисляется по формуле (8), позволяет проследить влияние факторов π_1, π_2, π_3 на величину $\overline{R}_a$. Для минимизации благоприятно одновременное уменьшение значений факторов π_1, π_2, π_3.

Необходимо учесть, что в уравнении(14) значение параметров π_1, π_2, π_3 кодированы (изменяются от –1 до +1). Переход от натуральных значений параметров к кодированным осуществляется по формуле

$$\pi = \frac{\widehat{\pi}_j - \widehat{\pi}_{j0}}{I_j}, \quad j = 1,2,3,$$

где π_j – кодированное значение параметров; $\widehat{\pi}_j$ – натуральное значение параметров; $\widehat{\pi}_{j0}$ – натуральное значение основного уровня; I_j – интервал варьирования.

Натуральные значения основных уровней параметров и интервалов варьирования определяются, исходя из данных, и приведены в табл. 5

Таблица 5

Параметры V (м/мин)	t (мин)	p (кг/см^3)	$R_{аисх}$ мкм	z мкм	$?_{j0}$	I_j
30	2	–	1,55	–	2,6x10^{-8}	1,6x10^{-8}
30	2	0,98	–	–	0,27x10^{-7}	0,27x10^{-7}
30	2	–	–	18	3x10^{-7}	1,6x10^{-7}

Уравнение (14) адекватно описывает процесс, если кодированные значения параметров π_1, π_2, π_3 не выйдут за пределы интервала [–1; +1], поэтому, варьируя натуральные параметры $V, t, P, R_{аисх}, z$, необходимо следить, чтобы $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \in [-1;+1]$, где π_1, π_2, π_3 – кодированные значения параметров.

4. Выводы

1) Полученная зависимость может использоваться для прямого вычисления $\overline{R}_a$ по натуральным значениям параметров, как это было описано выше.

2) В условиях производства обычно известны исходная шероховатость поверхности $R_{аисх}$ и шероховатость после обработки детали R_a. Тогда, используя зависимость (14), можно выяснить, какого типа пасту необходимо применить (параметр z) и при каком давлении и скорости вести обработку (параметры P и V), чтобы достичь наиболее высокой производительности процесса (параметр t).

3) Зависимость (14) может быть использована при работе технологических линий с программным управлением. При этом ЭВМ планирует параметры обработки, исходя из зависимости (14) с учетом обеспечения наиболее высокой производительности процесса.

4) Зависимость (14) может быть использована для построения специальных таблиц режимов обработки по классам входной точности поверхности, по типам паст, скорости и т.д. Таблицы предназначены для использования технологии при выборе режимов обработки деталей.

5) По выходным параметрам (R_a) можно планировать качество адгезии защитного покрытия.

Список литературы: 1. *Невлюдов И.Ш., Анпилогов Е.М.* Технология финишной обработки магнитопроводов. ХЦТИ, 1978. **2.** *Дзюндзюк Б.В., Анпилогов Є.М., Мегель Ю.Е., Анпилогова И.Е.* Об одном методе моделирования технологического процесса формирования поверхностного слоя обрабатываемых деталей // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. Вип. 6112. Харків, 2006. С. 112-116. **3.** *Налимов В.В., Чернова Н.А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М.: Наука, 1969. С. 340. **4.** *Седов Л.И.* Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1967. 428 с. **5.** *Щиголев Б.М.* Математическая обработка наблюдений. М.: Наука, 1969. 344 с.

Поступила в редколлегию 02.03.2010

Дзюндзюк Борис Васильевич, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой охраны труда ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.

Анпилогов Евгений Михайлович, канд. техн. наук, доцент кафедры охраны труда ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.

Савин Валерий Витальевич, ассистент кафедры охраны труда ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.

Анпилогова Ирина Евгеньевна, инженер кафедры ТАПР ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.

Герасименко Олег Викторович, студент ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.