направлений. Полученные решения сравнивались с аналитическими решениями [2] для двух временных точек. Результаты, полученные в сферических координатах (данная работа), дали гораздо лучшую сходимость, чем решения, полученные Гэвэгеном [3]. Однако и наши вычисления, и результаты, полученные Гэвэгеном, дали не столь хорошую точность, которую можно получить при использовании неравномерной сетки по пространственным координатам.

Таблица 3

Сравнение численных результатов, полученных для сферы в процессе вычисления двухмерной задачи – микродиск на сфере (данная работа) и одномерной сферы [10]

Микродиск на сфере			Микросфера		
Сетка $Nr \times N\Theta$	$i(t)$, μA	$I_{ECL}, 10^8$ фотон/с	Сетка Nr	$i(t)$, μA	$I_{ECL}, 10^8$ фотон/с
40 x 40	34,186	4,2887	40	34,256	4,2824
75 x 75	34,261	4,2953	75	34,321	4,2946
100 x 100	34,33	4,2975	100	34.336	4,2967
200 x 200	34,344	4,2993	200	34,356	4,2987
400 x 400	34,36	4,3004	400	34,365	4,2992

Описанный подход позволяет также численно моделировать полусферу и сферу путем простого задания необходимых геометрических параметров. В процессе сравнения результатов данного подхода с результатами для сферы [10] была получена ошибка сходимости 0,128 % для интенсивности ЭХЛ при одинаковых параметрах моделирования.

Табл. 3 показывает некоторые значения токов электролиза и интенсивности ЭХЛ, вычисленные разными подходами: в задаче – микродиск на сфере, а также для одномерной микросферы. Подходы сравнивались при одинаковых параметрах:

$c_0 = 10^{-6}$ моль/см^3; $D = 10^{-5}$ см^2/с; $r_d = 21{,}991$ мкм; $r_{sph} = 7$ мкм;

$t = 10^{-5}$ с; $Nt = 2000$; $k_{bi} = 10^{10}$ см^3/моль с; $k_f = 10^7$ с$^{-1}$;

$\varphi_{fl} = 0{,}9$; $\Phi_{ECL} = 0{,}01$; $n = 1$.

Расхождение в результатах обусловлено тем, что численно решаются одномерная и двумерная задачи. Ошибка сходимости уменьшается при увеличении количества узлов сетки, что видно при сравнении результатов для сеток $Nr \times N\Theta$=400x400 (двумерная сфера) и Nr = 400 (одномерная сфера).

Выводы

Предложенный подход к решению микродиска в сферических координатах позволяет получать хорошо сравнимые результаты с традиционными методами и избегать краевых эффектов, которые вызывают ошибки решений на границах микродиска. Описанная идея – моделирование микродиска на большой сфере – дает возможность использовать достоинства данного подхода также для исследования полусферы и сферы путем простого изменения радиусов сферы и микродиска.

Список литературы: **1**. *Svir I.B., Golovenko V.M.* / J. Electrochem. Commun. 2000. Vol.3, №.1. P. 11-15. **2**. *Aoki K., Osteryoung J.* / J. Electroanal. Chem. 1984. Vol. 160. P. 335. **3**. *Gavaghan D.J.* / J. Electroanal. Chem. 456 (1998) 13. **4**. *Svir I.B., OleinickA.I.* / J. Electroanal. Chem. Vol. 497, N2, 2000. P.1-9. **5**. *Amatore C.A., Fosset B.* / J. Electroanal. Chem. 1992. Vol. 328. P. 21. **6**. *Свирь И.Б.*/ Радиоэлектроника и информатика, 2000, № 3. С. 24. **7**. *Бых А.И., Васильев Р.Ф., Рожицкий Н.Н.* // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. Сер. Радиац. химия. Фотохимия. 1979. № 2.135 с. **8**. *Britz D.* / J. Electroanal. Chem. 1996. Vol. 406. P. 15. **9**. *Feldberg S.W. and Goldstein C.* / J. Electroanal. Chem. 1995. Vol. 397. P.1. **10**. *Свирь И.Б., Олейник А.И., Комптон Р.Г.*/ Радиоэлектроника и информатика. 2000. № 1. С. 28-32.

Поступила в редколлегию 11.11.2000

Свирь Ирина Борисовна, канд. физ.-мат. наук, зав. лабораторией математического и компьютерного моделирования, докторант кафедры биомедицинской электроники ХТУРЭ. Научные интересы: численное моделирование электрохимических процессов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-64.

УДК 622:51-7; 622-007

А.Н. ДОБРОВОЛЬСКИЙ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАЛЕГАНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

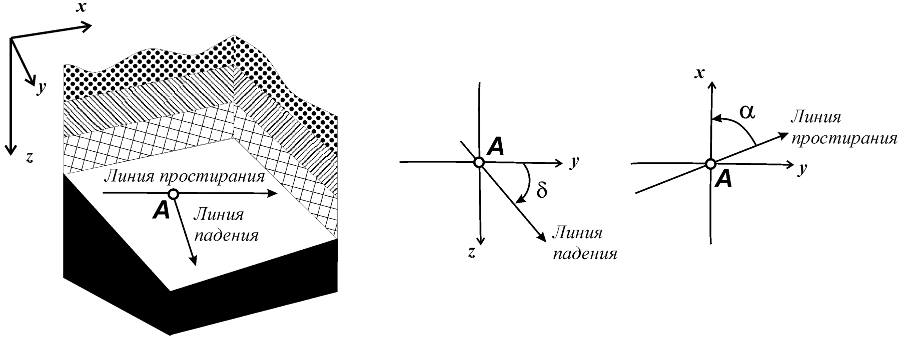
Обобщается известный метод трех скважин для определения геометрических параметров залегания пластообразных тел полезного ископаемого на случай тел сложной формы и автоматизировать его.

Для горной отрасли Украины одной из актуальнейших задач является автоматизация процессов управления и проектирования объектов горного производства, планирования горных работ, что обуславливает необходимость разработки соответствующих математических моделей. Особое значение для решения различных задач горного производства имеют геометрические модели, способные отражать особенности пространственного расположения и формы геологических объектов, структуры месторождения.

В горном деле расположение тела полезного ископаемого в пространстве и особенности его формы характеризуются рядом геометрических параметров, называемых также элементами залегания. Определение этих элементов является одной из основных задач геометрического моделирования в процессе исследования месторождения.

Данная статья посвящена вопросам представления поверхности рудного тела в целях автоматизации процедуры определения таких геометрических параметров как угол падения и угол простирания залежи.

Рассмотрим эти параметры на примере залежи пластообразной формы. Пусть необходимо определить угол падения и простирания в точке А на поверхности рудного тела (рис.1,а). Направление наибольшего ската поверхности (падения) в этой точке определяет некоторую прямую в пространстве, называемую линией падения. Угол, образованный линией падения и горизонтальной плоскостью, есть угол падения δ. Проекция угла падения на вертикальную плоскость yz показана на рис. 1,б. Если линия падения параллельна плоскости yz, то угол δ проецируется в натуральную величину.



а б в

Рис. 1. Элементы залегания залежи: а – линия простирания и линия падения залежи; б – линия падения и угол падения δ в плане; в – линия простирания и угол простирания α в плане

Линией простирания называют линию поверхности залежи, параллельную горизонтальной плоскости. Положительное направление простирания выбирают таким, чтобы падение залежи было справа. Угол α, образованный положительным направлением линии простирания и оси x, есть угол простирания. На рис. 1,в показана проекция угла простирания α на горизонтальную плоскость xy.

На практике углы падения и простирания определяются графическим или аналитическим способом по плану поверхности рудного тела в горизонталях в результате решения задачи о трех скважинах [1]. Сущность задачи состоит в следующем. Пусть по результатам инклинометрических съемок скважин вычислены координаты x,y,z трех точек 1,2,3, в которых скважины встретили залежь. Точки наносят на план по их координатам x,y и рядом с каждой подписывают координату z как числовую отметку (рис. 2). На сторонах треугольника 1-2-3 методом линейной интерполяции определяют точки с отметками, кратными выбранному шагу горизонтальных сечений поверхности. На рис.2 на сторонах 1-2, 1-3, 2-3 определены точки с отметками –110, –120, –130 и –140 м, кратными шагу h=10 м. Через точки с одинаковыми отметками проводят горизонтали поверхности и измеряют транспортиром угол простирания α.

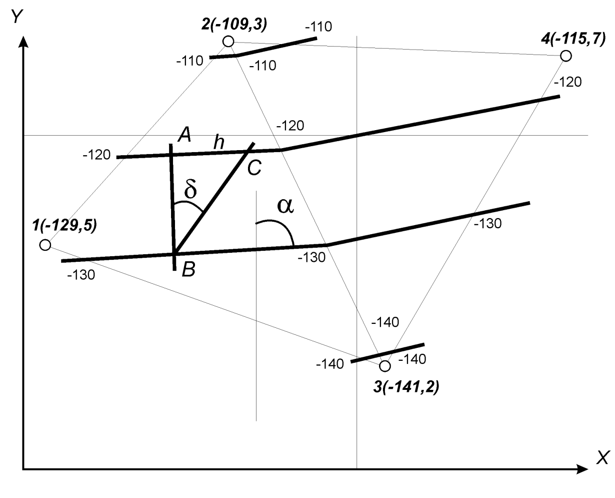


Рис. 2. К определению угла падения и простирания

Чтобы определить угол падения δ, на плане перпендикулярно к горизонталям проводят линию АВ, на одной из горизонталей от точки А откладывают в масштабе плана величину шага h и соединяют полученную точку С с точкой В. В построенном треугольнике АВС угол при точке В есть угол падения пласта или залежи. Аналогичным образом производят построения в соседнем треугольнике 2-3-4 и определяют углы на соседнем участке залежи.

Как видно из графического алгоритма решения задачи, участок поверхности залежи аппроксимируется плоскостью, в которой лежат точки 1, 2, 3. Угол падения δ, таким образом, представляет собой угол, образованный плоскостью треугольника 1-2-3 и горизонтальной плоскостью. Кроме того, значение угла δ на всем участке АВ принимается равным, что справедливо лишь для залежей пластообразной формы. В случае, если залежь имеет сложную форму (которая характерна, например, для железорудных месторождений), метод будет обладать большой погрешностью.

Использование параметрического представления поверхностей позволяет определять углы простирания и падения в точках поверхности рудных тел любой формы.

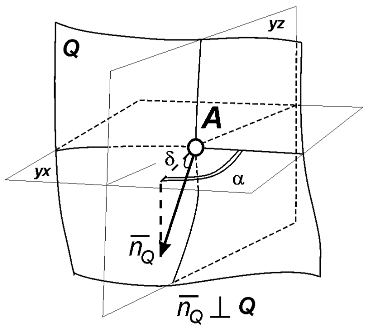


Рис. 3. К определению углов падения и простирания в т. A поверхности Q

Пусть необходимо определить углы падения и простирания в точке A участка некоторой поверхности Q (рис.3). Известен вектор нормали $\overline{n}_Q$ к поверхности в данной точке.

Тогда углы падения и простирания можно определить по формулам:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \qquad (1)$$

$$\delta = \arccos\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right),$$

где x,y,z – компоненты вектора нормали к поверхности.

Пусть поверхность задана параметрически в виде Q(s,t) (о различных способах параметрического задания поверхности см. [2,3]). Тогда вектор нормали параметрической поверхности в точке определяется как векторное произведение:

$$\overline{n}_Q = \overline{\frac{\partial Q(s,t)}{\partial s}} \times \overline{\frac{\partial Q(s,t)}{\partial t}}. \qquad (2)$$

Рассмотрим внимательнее компоненты векторного произведения (2). При t=const поверхность вырождается в функцию одной переменной Q(s), соответствующей некоторой кривой на поверхности. Поэтому первый компонент векторного произведения выражает касательный вектор в любой точке этой кривой. Соответственно, при s=const второй компонент выражает также касательный вектор к некоторой кривой.

Если семейство кривых $S=\{s_i\}$ лежит в параллельных плоскостях, причем параллельных и горизонтальной координатной плоскости xy, а семейство $T=\{t_j\}$ – также в параллельных плоскостях, причем параллельных и вертикальной плоскости yz (рис. 4), то поверхность Q(s,t) вырождается в кривую, например, t_j при t=const и в кривую s_i при s=const.

В этом случае $\overline{n}_s$ – вектор простирания и тангенс угла простирания равен значению первой производной кривой t_j в рассматриваемой точке A; $\overline{n}_t$ – вектор падения и тангенс угла падения равен значению первой производной кривой s_i в точке A.

Таким образом, задача определения падения и простирания в точке A может быть сведена к восстановлению сплайнов s_i и t_j параметрической поверхности, проходящих через заданную точку A, и определению касательных векторов к этим сплайнам.

Для этого необходимо лишь знать постоянные величины s и t. Зная координаты точки A(x,y,z), а также приняв во внимание, что поверхность задана параметрически (т.е. x=f(s,t), y=f(s,t), z=f(s,t)), мы получаем искомые величины путем подстановки и решения соответствующих систем уравнений.

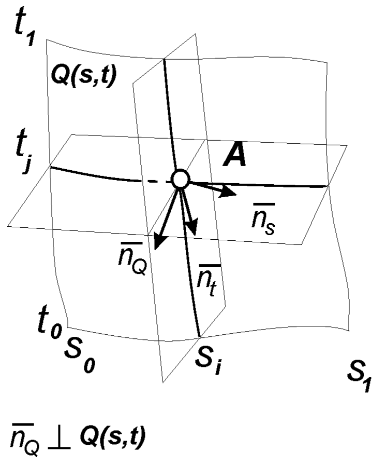


Рис. 4. Компоненты векторного произведения как касательные векторы к кривым на поверхности

На сегодняшний день геометрическая модель полезного ископаемого представляется совокупностью планов сечений рудных тел множеством параллельных горизонтальных и вертикальных плоскостей. На каждом из горизонтальных планов в виде сложной кривой отображается контур сечения рудного тела горизонтальной плоскостью на заданной глубине, на каждом из вертикальных – контур сечения вертикальной плоскостью в заданном направлении. Определение углов падения и простирания в произвольной точке поверхности на основе этой информации включает следующие этапы: 1) аналитическое представление контуров рудного тела в сечениях в форме параметрических кривых; 2) представление участка поверхности в окрестности рассматриваемой точки в параметрической форме на основе аналитических выражений для смежных с участком контуров; 3) восстановление координатных линий, проходящих через заданную точку, на параметрической поверхности; 4) определение тангенсов углов касательных к координатным линиям в рассматриваемой точке.

Применимость такого метода определения углов падения и простирания возможна при условии гладкости участка рудного тела. Это означает, что ее первые частные производные должны быть не равны нулю и всюду непрерывны[2].

Список литературы: 1.*Кузьмин В.И., Мининг С.Э., Редькин Г.М.* Геометризация и рациональное использование недр. М.: Недра, 1991. 319 с. 2. *Михайленко В.Е., Кислоокий В.Н., Лященко А.А., Сазонов К.А., Цурин О.Ф.* Геометрическое моделирование и машинная графика в САПР. К.: Выща шк., 1991. 374 с. 3. *Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes I.F.* Computer graphics (principles and practice) by Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1996. 1175 p.

Поступила в редколлегию 07.11.2000

Добровольский Андрей Николаевич, аспирант кафедры ИКГ ХТУРЭ. Научные интересы: геометрическое моделирование в САПР. Адрес: Украина, 61174, Харьков, пр. Л.Свободы, 51б, к. 915, тел. 40-93-78.