

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БРОЙДЕНА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

В газотранспортных системах ситуации, которые возникают при транспорте газа, в общем случае, можно разделить на штатные и нештатные или аварийные. В первом случае режимы течения газа, в основном, являются стационарными (квазистационарными) и неизотермическими, а во втором, нестационарными и неизотермическими. Современные компьютерные технологии должны помогать предсказывать развитие аварийных ситуаций для предотвращения их последствий, а для этого необходимы численные методы, которые это могут реализовать, причем реализовать наилучшим образом.

В данной работе рассматривается численный метод, рассчитывающий нестационарные неизотермические режимы течения газа (ННРТГ) по участку трубопровода постоянного диаметра. Это метод конечных разностей с использованием равномерной конечно-разностной сетки, в процессе применения которого возникает необходимость решения системы нелинейных уравнений. Для решения такой системы используется метод Бройдена.

Целью работы является выбор математической модели нестационарных неизотермических режимов течения газа по участку трубопровода, применение метода конечных разностей с использованием равномерной конечно-разностной сетки (РКРС), разработка алгоритма решения системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, описывающих такие режимы, разработка алгоритма решения системы нелинейных уравнений методом Бройдена в контексте данной модели.

Для общего случая ННРТГ описываются квазилинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных, которая имеет вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V}(\mathbf{x}, t, \phi) \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t, \phi), \quad (1)$$

где \mathbf{V} , \mathbf{F} – матрицы, элементы которых заданные непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных \mathbf{x} , t , \mathbf{W} , \mathbf{P} , \mathbf{T} ; $\phi = (\mathbf{W}(\mathbf{x}, t), \mathbf{P}(\mathbf{x}, t), \mathbf{T}(\mathbf{x}, t))$ – некоторое непрерывно дифференцируемое в области G' решение уравнения (1). [1]

Применяя метод конечных разностей к данной системе (1), дополненной начальными и граничными

условиями, найдем ее решение.

Численное решение ищется с использованием РКРС: разделим отрезок $[0, L]$ на n отрезков, длиной Δx . Подставляем в систему (1) аппроксимацию производных $\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_i^k, \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_i^k$ и получаем систему нелинейных алгебраических уравнений. Решением этой системы является вектор

$$\begin{aligned} \phi^k &= (\phi_0^k, \phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_i^k, \dots, \phi_n^k) = \\ &= (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k). \end{aligned}$$

Данную систему будем решать методом Бройдена. На s -й итерации получаем линейные системы уравнений, которые в общем виде будут иметь вид:

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,0}} \delta \phi^{k,1} = \psi^{k,0}, \quad \text{при } s=0,$$

$$A^{k,s} \delta \phi^{k,s+1} = \psi^{k,s}, \quad \text{при } s=1, 2, \dots,$$

где $A^{k,s}$ – аппроксимация матрицы Якоби, которая на каждом шаге пересчитывается по формуле:

$$A^{k,s+1} = A^{k,s} + \frac{(\psi^{k,s+1} - \psi^{k,s} + A^{k,s} \cdot \delta \phi^{k,s+1}) \cdot \delta \phi^{k,s+1}}{\|\delta \phi^{k,s+1}\|^2}.$$

Предлагается алгоритм, позволяющий найти значения параметров на k -ом временном слое, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия.

Для решения поставленной задачи расчета ННРТГ для участка трубопровода был создан программный продукт, написанный в пакете Mathematica 11.1.

В результате ряда проведенных численных экспериментов было показано, что применение метода Бройдена на этапе решения нелинейной системы уравнений при расчете ННРТГ методом конечных разностей, дает удовлетворительный результат для данной модели.

Список литературы

1. Гусарова И.Г., Мелиневский Д.В. Численное моделирование режимов течения газа методом конечных разностей/ И.Г. Гусарова, Д.В. Мелиневский // Системи Обробки Інформації: збірник наукових праць. –2016. – №4(141). – С.23-27.