УДК 681.335

Н. В. АЛИПОВ, д-р техн. наук

КОРРЕКТИРУЮЩИЕ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ТОЧКИ НА ОТРЕЗКЕ [0,1] С РАВНОМЕРНЫМ РАЗБИЕНИЕМ ИНТЕРВАЛОВ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Решение достаточно широкого класса задач искусственного интеллекта связано с выполнением конечного числа экспериментов, на основании которых выделяется объект из конечного множества объектов (узнается буква, отыскивается необходимый элемент множества или точка с характерным признаком на отрезке [0, 1] и т. д. [1]). Причем эксперименты так распределяют по интервалам неопределенности, чтобы наименьшим их числом получить интервал неопределенности относительно искомого элемента требуемой длины. Планирование экспериментов и их анализ составляют предмет исследования теории поиска [2]. Известные алгоритмы поиска (распределения экспериментов в выбранном интервале неопределенности) не являются помехоустойчивыми и не обладают корректирующими свойствами к динамическим ошибкам, обусловленным случайным блужданием элемента в интервале неопределенности [2].

Нами [3] синтезированы корректирующие динамические ошибки алгоритма поиска, осуществляющие пошаговое уменьшение интервала неопределенности относительно искомого элемента. Однако из-за неравномерного разбиения интервалов неопределенности их программная и техническая реализация порождает сложные схемы. Последние можно значительно упростить, используя алгоритмы поиска, с помощью которых выполняется равномерное разбиение. Рассмотрим такие алгоритмы поиска точки с характерным признаком на отрезке единичной длины.

С учетом равномерности разбиения задача поиска сформулирована в таком виде: область поиска — отрезок [0, 1], блуждание точки характеризуется относительной максимальной скоростью блуждания точки в направлениях $0 \to 1$ γ_+ и $1 \to 0$ γ_-; эксперименты на j-м шаге алгоритма задаются разбиением A_j [4], для которого выполняются условия равномерности

$$l|[x^j_{\rho-1}, x^j_\rho]| = l|[x^j_{\rho_1-1}, x^j_{\rho_1}]|, \quad \rho \neq \rho_1;$$

$$x^j_\rho, x^j_{\rho_1} \in \{\overset{\approx}{x}{}^{j-1}_{q_{j-1}-1}, x^j_1, x^j_2, \ldots, x^j_k, \tilde{x}^{j-1}_{q_{j_1}-1}\},$$

$[\overset{\approx}{x}{}^{j-1}_{q_{j-1}-1}, \tilde{x}^{j-1}_{q_{j-1}})$ — полуоткрытый интервал неопределенности, выделенный на $(j$-$1)$-м шаге алгоритма:

$$A_j = \{[\overset{\approx}{x}{}^{j-1}_{q_{j-1}-1}, x^j_1), [x^j_1, x^j_2), \ldots, [x^j_k, \tilde{x}^{j-1}_{q_{j-1}})\},$$

$l[a, b]$ — длина отрезка $[a, b]$.
Множеством значений экспериментов, свободных от ошибок, является множество $Z = \{1, 2, \ldots, k+1\}$ (k — количество одновременно проводимых экспериментов), элементы которого формируют согласно правилу

$$\varepsilon_{A_j} = \rho \leftrightarrow x(t_1 + \Delta t\,(j-1)) \in [x^j_{\rho-1}, x^j_\rho),$$

$\rho = \overline{1, k+1}$, $x(t_1)$ — значение координаты точки с характерным признаком в момент времени t_1, Δt — длительность шага алгоритма, $\varepsilon_{A_j} \in Z$.

На основании решающей функции, формируемой согласно правилу: если $\varepsilon_{A_j} = \rho$, то $x \in [x^{j,1}_{\rho-1}, x^{j,2}_\rho)$, x — точка с характерным признаком,

$$\overset{\circ}{x}{}^{j,1}_{\rho-1} = \begin{cases} \overset{\circ}{x}{}^j_{\rho-1} - h\gamma_-\alpha, & \overset{\circ}{x}{}^{j,1}_{\rho-1} \geqslant 0; \\ 0 & \text{в противном случае}, \end{cases}$$

$$\overset{\circ}{x}{}^{j,2}_\rho = \begin{cases} \overset{\circ}{x}{}^j_\rho + h\gamma_+\alpha, & \overset{\circ}{x}{}^{j,2}_\rho \leqslant 1; \\ 1 & \text{в противном случае}, \end{cases}$$

$\overset{\circ}{x}{}^{j}_{\rho}$ — координата точки x^{j}_{ρ}; h — длина интервала неопределенности, выделенного на последнем шаге алгоритма; α — величина, зависящая от стратегии поиска; выделяется новый интервал неопределенности $[x^{j,1}_{\rho-1}, x^{j,2}_{\rho})$.

Алгоритм поиска характеризуется длиной поиска i (максимальным числом шагов) и числом одновременно проводимых экспериментов k.

Требуется при данных условиях построить оптимальный корректирующий i-шаговый алгоритм поиска точки $x \in [0, 1]$, удовлетворяющий минимальному критерию оптимальности

$$l_{z_2} = \min_{z_1 \in M_1} \max_{x \in [0,1]} \{l_i(x, z_1\},$$

где M_1 — множество возможных алгоритмов; $l_i(x, z_1)$ — длина интервала неопределенности относительно x, полученного на i-м шаге z_1-го алгоритма;

$$\varphi(i, k) = 1/l_i(x, z_1); \; h = l_{z_2}.$$

Решим эту задачу путем исследования конечного числа исходов, возникающих в процессе поиска.

Первоначально выясним: каким образом связаны γ_+ и γ_- с количеством одновременно проводимых экспериментов k и сколько существует стратегий поиска, отличающихся формированием параметра α?

Предположим, что $i=2$ и совершен первый шаг оптимального алгоритма, в результате которого выделен полуоткрытый интервал неопределенности $[x^1_{\rho-1}, x^1_{\rho}), \rho=1, \; k+1$. Тогда, под действием случайного блуждания точка x за время второго шага может сместиться либо в направлении $1 \to 0$ от точки $x^1_{\rho-1}$ на величину $\gamma_- h$, либо в направлении $0 \to 1$ от точки x^1_{ρ} на величину $\gamma_+ h$. Из требований равномерности разбиения полуоткрытый интервал $[x^1_{\rho-1}, x^1_{\rho}]$ на втором шаге должен быть разделен хотя бы на два новых полуоткрытых интервала, каждый из которых имеет длину h.

Полуоткрытые интервалы $[x^{1,1}_{\rho-1}, x^1_{\rho-1})$, $[x^1_{\rho}, x^{1,2}_{\rho})$, имеющие соответственно длины $\gamma_- h$ и $\gamma_+ h$, на втором шаге соответственно разбиваются на γ_- и γ_+ равных частей. Поскольку за один шаг полуоткрытый интервал $[x^{1,1}_{\rho-1}, x^{1,2}_{\rho})$, у которого

$$\overset{\circ}{x}{}^{1,1}_{\rho-1} = \begin{cases} \overset{\circ}{x}{}^{1}_{\rho-1} - h\gamma_-, & \overset{\circ}{x}{}^{1,1}_{\rho-1} \geqslant 0; \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\overset{\circ}{x}{}^{1,2}_{\rho} = \begin{cases} \overset{\circ}{x}{}^{1}_{\rho} + h\gamma_+, & \overset{\circ}{x}{}^{1,2}_{\rho} \leqslant 1; \\ 1 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

разбивается на $(k+1)$ новый полуоткрытый интервал, каждый из которых имеет длину h, то, с учетом сказанного, параметры случайного блуждания γ_- и γ_+ связаны с параметром алгоритма соотношением $\gamma_- + \gamma_+ = k - 1$ (**1**).

Существуют два класса стратегий поиска, отличающихся формированием параметра α. Для алгоритмов первого класса поиск строится исходя из текущего значения динамической ошибки, для алгоритмов второго класса — исходя из значения динамической ошибки к концу поиска. Для первого класса $\alpha = j-1$; для второго — $\alpha = (i-1)$. Стратегию алгоритмов первого класса назовем стратегией «прошлого», стратегию алгоритмов второго класса — стратегией «будущего».

Условимся в дальнейшем считать, что на $(j+1)$-м шаге полуоткрытые интервалы $[x^{j,1}_{\rho-1}, x^j_{\rho-1})$, $[x^j_{\rho-1}, x^j_\rho)$, $[x^j_\rho, x^{j,2}_\rho)$ соответственно разбиваются на n_1^{j+1}, n_2^{j+1}, n_3^{j+1} равных частей, причем $n_1^{j+1} + n_2^{j+1} + n_3^{j+1} = k+1$.

Первоначально рассмотрим стратегию «будущего» для случайного блуждания, у которого $\gamma_- = 0$, $\gamma_+ \geqslant 0$. Очевидным является тот факт, что чем меньше экспериментов размещается в интервалах $(x^{j,1}_{\rho-1}, x^j_{\rho-1})$, $(x^j_\rho, x^{j,2}_\rho)$, тем выше эффективность алгоритма (при одних и тех же параметрах алгоритма i и k функция $\varphi(i, k)$ принимает большее значение). Поэтому необходимо так планировать распределение экспериментов, чтобы они размещались в интервале $(x^j_{\rho-1}, x^j_\rho)$ и только в необходимых случаях в интервалах $(x^{j,1}_{\rho-1}, x^j_{\rho-1})$, $(x^j_\rho, x^{j,2}_\rho)$. Выясним, при каких условиях $n_3^j = 0$ ($n_1^j = 0$ по условию задачи).

Пусть совершены первый, второй, ..., $(j-1)$-й шаги алгоритма, в результате которых соответственно были выделены полуоткрытые интервалы неопределенности (рассматривается наихудший случай)

$$[x^1_{\rho_1-1}, x^1_{\rho_1}), [x^2_{\rho_2-1}, x^1_{\rho_1}), [x^3_{\rho_3-1}, x^1_{\rho_1}), \ldots ;$$

$$[x^{j-1}_{\rho_{j-1}-1}, x^1_{\rho_1}); \; \rho_1, \rho_2, \ldots , \; \rho_{j-1} \in \overline{1, k+1},$$

и с учетом случайного блуждания точки сформулирован полуоткрытый интервал неопределенности $[x^{j-1,1}_{\rho_{j-1}-1}, x^{1,2}_{\rho_1})$, у которого $\mathring{x}^{1,2}_{\rho_1} = \mathring{x}^1_{\rho_1} + h\gamma_+(i-1)$, $\mathring{x}^{j-1,1}_{\rho_{j-1}-1} = \mathring{x}^{j-1}_{\rho_{j-1}-1}$.

А при планировании j-го шага алгоритма возможно, что

$$l\|[x^1_{\rho_1}, x^{1,2}_{\rho_1}]\| = \gamma_+ h(i-1) < h\varphi^*(i-j, k),$$

где $\varphi^*(i-j, k)$ — число равных частей длины h, на которое разбивается выделенный на j-м шаге интервал неопределенности $(i-j)$-шаговым алгоритмом. И если предположить, что на j-м шаге выделен полуоткрытый интервал неопределенности $[x^{l}_{\rho_{j-1}}, x^{1}_{\rho_1})$ (рассматривается наихудший случай), на основании которого сформулирован новый интервал неопределенности относительно x:

$$[x^{l}_{\rho_{j-1}}, x^{1,2}_{\rho_1}),\ \overset{\circ}{x}{}^{1,2}_{\rho_1} = \overset{\circ}{x}{}^{1}_{\rho_1} + h\gamma_+ (i-1),$$

и при этом имеет место соотношение

$$l\|[x^{1}_{\rho_1}, x^{1,2}_{\rho_1}]\| = \gamma_+ h (i-1) < h\varphi^* (i-j-1, k), \qquad (2)$$

где $\varphi^*(i-j-1, k)$ — число равных частей длины h, на которое разбивается $(i-j-1)$-шаговым алгоритмом выделенный на $(j+1)$-м шаге интервал неопределенности относительно **x**, то, как это следует из соотношения (2), динамическую ошибку можно скорректировать и после выполнения $(j+1)$-го шага.

Это и обосновывает истинность равенства $n^{j}_{3}=0$. Итак, мы пришли к такому заключению.

1. Если при выполнении j-го шага алгоритма имеют место соотношения

$$\gamma_+ (i-1) < \varphi^* (i-j, k);$$

$$\gamma_+ (i-1) < \varphi^* (i-j-1, k),$$

то $n^{j}_{3} = 0$, $n^{j}_{2} = k+1$.

Проводя аналогичные рассуждения, получим и другие условия планирования экспериментов на j-м шаге алгоритма.

2. Если $j=2$ и имеет место соотношение

$$\gamma_+ (i-1) = n^{j}_{3}\varphi^* (i-j, k)$$

и при этом $n^{j}_{3}=k-1$, то справедливо равенство $n^{j}_{2}=k+1-n^{j}_{3}$.

3. Если при выполнении j-го шага имеют место соотношения

$$\gamma_+ (i-1) \leqslant n^{j}_{3}\varphi^* (i-j, k);\ \gamma_+ (i-1) \leqslant n^{j+1}_{3}\varphi^* (i-j-1, k), \qquad (3)$$

где n^{j}_{3}, n^{j+1}_{3} — первые целые числа, при которых справедливы неравенства (3) и имеют место неравенства

$$1 < n^{j}_{3} \leqslant k-1;\ 1 < n^{j+1}_{3} \leqslant k-1;\ n^{j}_{2} n^{i-j}_{2} < n^{j+1}_{2} (k+1), \qquad (4)$$

где $n^{j}_{2} = k+1-n^{j}_{3}$; $n^{j+1}_{2} = k+1-n^{j+1}_{3}$; n^{i-j}_{2} — количество равных частей, формируемых оптимальным $(i-j+1)$-шаговым алгоритмом на втором его шаге, то будет истинным равенство $n^{j}_{2} = k+1$, при ложности неравенств (4) справедливо выражение $n^{j}_{2} = k+1-n^{j}_{3}$.

4. Если при выполнении j-го шага алгоритма

$$\gamma_+ (i-1) \leqslant n^{j}_{3}\varphi^* (i-j, k);$$

$$\gamma_+ (i-1) \leqslant n_3^{j+1} \varphi^* (i-j-1, k)$$

и при этом $1 \leqslant n_3^j \leqslant k-1$; $n_3^{j+1} > k-1$, то истинным будет соотношение $n_2^j = k + 1 - n_3^j$.

На основании этих условий планирования экспериментов на j-м шаге алгоритма составлена следующая схема построения i-шагового алгоритма.

1. Построить 1, 2, 3, ..., $(i-1)$-шаговые алгоритмы, положить $z=1$.
2. Считать, что $n_{2,i}^z = k+1$, $z = z+1$ ($n_{2,i}^z$ — параметр i-шагового алгоритма, совпадающий с параметром n_2^z).
3. Если имеют место соотношения первого условия, то положить $n_{2,i}^z = k+1$ и перейти к п. 7, иначе — к п. 4.
4. Если выполняются неравенства второго условия, то положить $n_{2,i}^z = k+1 - n_3^z$ и перейти к п. 8, иначе — к п. 5.
5. Если справедливы соотношения четвертого условия, то положить $n_{2,i}^z = k+1 - n_3^z$ и перейти к п. 8, иначе — к п. 6.
6. Если справедливы соотношения третьего условия, то положить $n_{2,i}^z = k+1$ и перейти к п. 7, иначе положить $n_{2,i}^z = k + 1 - n_3^z$ и перейти к п. 8.
7. Положить $z=z+1$ и если $z \leqslant i$, то перейти к п. 3, иначе — к п. 11.
8. Положить $z_1 = i - z + 1$, $z_2 = 2$, $z = z+1$.
9. Если $z \leqslant i$, то перейти к п. 10, иначе — к п. 11.
10. Положить $n_{2,i}^z = n_{2,z_1}^{z_2}$, $z = z+1$, $z_2 = z_2 + 1$ ($n_{2,z_1}^{z_2}$ — параметр z_1-шагового алгоритма $n_2^{z_2}$) и перейти к п. 9.

11. Построение алгоритма окончено.

Для алгоритмов, использующих стратегию «прошлого», распределение экспериментов по интервалам неопределенности осуществляется на основании таких условий.

5. Если при выполнении j-го шага алгоритма имеют место соотношения

$$(j-1)\gamma_+ \leqslant \varphi^* (i-j, k); \quad j\gamma_+ \leqslant \varphi^* (i-j-1, k),$$

то справедливо равенство $n_2^j = k+1$.

6. Если при выполнении второго шага алгоритма справедливо равенство $\gamma_+ = (k-1)\varphi^*(i-j, k)$, то n_2^j определяют из соотношения $n_2^j = k+1 - n_3^j$, где $n_3^j = k-1$.

7. Если при выполнении j-го шага алгоритма справедливы неравенства

$$\gamma_+ (j-1) \leqslant n_3^j \varphi^* (i-j, k); \quad \gamma_+ j \leqslant n_3^j \varphi^* (i-j-1, k)$$

и при этом выполняются следующие соотношения:

$$1 \leqslant n_3^j \leqslant k-1; \quad 1 \leqslant n_3^{j+1} \leqslant k-1;$$

$$n_2^j n_2^{i-j} < n_2^{j+1} (k+1),$$

то будет истинным и равенство $n_2^j = k+1$; если же последнее неравенство не выполняется, то истинным будет такое соотношение: $n_2^j = k + 1 - n_3^j$.

8. Если при выполнении j-го шага алгоритма справедливы выражения

$$\gamma_+ (j-1) \leqslant n_3^j \varphi^* (i-j, k);\ \gamma_+ j \leqslant n_3^{j+1} \varphi^* (i-j-1, k)$$

и при этом имеют место неравенства $1 \leqslant n_3^j \leqslant k-1$; $n_3^{j+1} > k-1$, то истинным будет и равенство $n_2^j = k + 1 - n_3^j$.

Схема построения i-шагового алгоритма, использующего стратегию «прошлого», аналогична схеме построения i-шагового алгоритма для стратегии «будущего».

На основании предложенной схемы построения i-шаговых алгоритмов для конкретных i, γ и k были синтезированы корректирующие алгоритмы с равномерным разбиением интервалов неопределенности (найдены значения $\varphi(i, k)$, $\varphi^*(i-j, k)$, для каждого j определены n_2^j).

Сопоставление полученных результатов показывает, что алгоритмы, использующие стратегию «прошлого», обладают большей эффективностью, а значит, при одном и том же значении параметра h меньшей длиной поиска, а следовательно, большим быстродействием, и на этом основании являются оптимальными в подмножестве алгоритмов поиска с равномерным разбиением интервалов неопределенности.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства. Х., 1984. 140 с. 2. *Альсведе Р., Вегенер Н.* Задачи поиска. М., 1982. 355 с. 3. *Алипов Н. В.* Алгоритмы функционирования параллельно-последовательных преобразователей формы информации, корректирующих динамические ошибки//АСУ и приборы автоматики. 1985. Вып. 75. С. 57. 4. *Алипов Н. В.* Синтез помехоустойчивых алгоритмов поиска точки на отрезке [0, 1]//Пробл. бионики. 1986. Вып. 37. С. 72—84.

Поступила в редколлегию 04.12.87

УДК 007:573.6.001.57

Н. И. ДЕНИСЕНКО, канд. техн. наук

СИГНАЛЬНЫЕ ПУТИ КАК НОСИТЕЛИ ИНФОРМАЦИИ В МОЗГОВЫХ СТРУКТУРАХ

Рефлекторная дуга, введенная М. Холлом в середине прошлого столетия, явилась основанием для развития коммутаторной теории замыкания нервных связей в процессе выработки условных рефлексов. Унгар предположил, что основные элементы приобретенной информации кодируются в определенных линиях или путях, появление нервного импульса в которых указывает на истечение кодированного события [1]. Роль замыка-