

В.В. Семенец, А.М. Синотин, Т.А. Колесникова

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОДНОБЛОЧНЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ С ЗАДАННЫМ ТЕПЛОВЫМ РЕЖИМОМ



Харьков 2006

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ**

**ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**В.В. Семенец, А.М.Синотин, Т.А. Колесникова**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОДНОБЛОЧНЫХ  
РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ  
С ЗАДАНЫМ ТЕПЛОВЫМ РЕЖИМОМ**

**Харьков 2006**

УДК 658.51.011.56 + 621.396.6.017.7.001.24: 681.3

*Рекомендовано до друку вченою радою Харківського національного університету радіоелектроніки (протокол №4 від 25.01.06р.)*

В.В. Семенець, А.М. Сінотин, Т.А. Колесникова Проектування одноблокових радіоелектронних приладів із заданим тепловим режимом. – Харків: ХНУРЕ, 2006. – 172 с.

ISBN 966-659-133-2

У монографії наведено результати досліджень і розроблено алгоритм теплофізичного конструювання одноблокових радіоелектронних апаратів за максимальною припустимою температурою стаціонарного режиму. Наведено дослідження з виявлення впливу форми, теплофізичних коефіцієнтів, закону концентрації джерел, інтенсивності поверхневого охолодження на межі мінімізації параметра синтезу з метою забезпечення заданого теплового режиму конструкції на початковому етапі конструювання.

Дано рекомендації з вибору оптимальної форми, розмірів і розміщення плат і розташування тепловиділяючих елементів на платах.

Здійснено синтез ряду конструкцій РЕА і їхня експериментальна перевірка. Результати експериментів підтверджують ефективність запропонованого алгоритму теплового синтезу.

Монографія зробить велику користь фахівцям, котрі займаються розробкою і проектуванням тепловиділяючих приладів, науковим співробітникам, аспірантам, а також може служити навчальним посібником для студентів відповідного профілю.

Рекомендується студентам денної і заочної форм навчання спеціальностей 7.091001, 7.091003.

В монографии представлены результаты исследований и разработан алгоритм теплофизического конструирования одноблочных радиоэлектронных аппаратов по максимальной допустимой температуре стационарного режима. Приведены исследования по выявлению влияния формы, теплофизических коэффициентов, закона концентрации источников, интенсивности поверхностного охлаждения на пределы минимизации параметра синтеза с целью обеспечения заданного теплового режима конструкции на начальном этапе конструирования.

Даны рекомендации по выбору оптимальной формы, размеров и размещения плат и расположения тепловыделяющих элементов на платах.

Осуществлен синтез ряда конструкций РЭА и их экспериментальная проверка. Результаты экспериментов подтверждают эффективность предложенного алгоритма теплового синтеза.

Монография окажет большую пользу специалистам занимающихся разработкой и проектированием тепловыделяющих приборов, научным сотрудникам, аспирантам, а также может служить учебным пособием для студентов соответствующего профиля.

Рекомендуется студентам дневной и заочной форм обучения специальностей 7.091001, 7.091003.

Іл.: 23. Табл.: 24. Бібліогр. наймен.: 69.

**Рецензенти:**

О.І. Філіпенко – декан факультету електронних апаратів ХНУРЕ, професор, д-р техн. наук;

М.В. Аліпов – професор кафедри електронних обчислювальних машин ХНУРЕ, д-р техн. наук;

Ю.С. Мігель – професор кафедри кібернетики Харківського національного технічного університету с/г – ва, д-р техн. наук.

© В.В. Семенець, А.М. Сінотин, Т.А. Колесникова, 2006

Наукове видання

ПРОЕКТУВАННЯ ОДНОБЛОКОВИХ  
РАДІОЕЛЕКТРОННИХ ПРИЛАДІВ  
ІЗ ЗАДАНИМ ТЕПЛОВИМ РЕЖИМОМ

СЕМЕНЕЦЬ Валерій Васильович  
СІНОТІН Анатолій Мефодійович  
КОЛЕСНИКОВА Тетяна Анатоліївна

Монографія

Відповідальний випусковий А.М. Сінотін  
За авторською редакцією  
Комп'ютерна верстка Н.Є. Сіпатова

Підп. до друку 25.01.06. Формат 60x84 1/16. Спосіб друку – ризографія.  
Умов. друк. арк. 10,0. Облік вид. арк. 9,0. Тираж 300 прим.  
Зам. № 2-181. Ціна договірна.

---

ХНУРЕ 61166, Харків, просп. Леніна, 14

---

Віддруковано в навчально-науковому  
видавничо – поліграфічному центрі ХНУРЕ.  
61166, Харків, просп. Леніна, 14.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	7
<b>1 Анализ существующих подходов к тепловому синтезу радиоэлектронной аппаратуры .....</b>	<b>8</b>
1.1 Обзор литературных источников и формулировка задачи синтеза.....	8
1.2 Системы охлаждения и анализ различных способов обеспечения высоких значений коэффициентов теплообмена .....	17
1.2.1 Назначение и классификация систем охлаждения .....	17
1.2.2 Воздушные системы охлаждения .....	18
1.2.3 Жидкостные и испарительные системы охлаждения.....	22
1.2.4 Кондуктивные и комбинированные системы охлаждения .....	24
<b>2 Алгоритм теплового синтеза различных конструкций одноблочных радиоэлектронных аппаратов .....</b>	<b>26</b>
2.1 Общая тепловая модель одноблочных РЭА и её математическое описание.....	26
2.2 Решение неоднородного уравнения теплопроводности для различных схем размещения стоков и источников энергии в нагретой зоне радиоэлектронного аппарата .....	33
2.2.1 Общее решение неоднородного уравнения теплопроводности для нагретых зон РЭА .....	33
2.2.2 Решение уравнения теплопроводности при отсутствии объёмных стоков энергии и равномерном распределении источников тепла.....	35
2.2.3 Решение уравнения теплопроводности при отсутствии поверхностных стоков энергии и равномерном распределении источников и температурозависимых объёмных стоков энергии .....	36
2.2.4 Решение уравнения теплопроводности при наличии температурозависимых объёмных стоков энергии и различной концентрации мощности источников по объёму нагретой зоны .....	37

2.2.5 Источники энергии, сконцентрированные в центральной части нагретой зоны ( $P_i = P_0, i = 1$ ). Центральный точечный источник. Плоский центральный источник .....	39
2.2.6 Источники энергии, сконцентрированные по периферийной части объема нагретой зоны ( $i = n, P_n = P_0$ ). Поверхностные источники .....	41
2.2.7 Источники энергии, сконцентрированные вдоль одной из осей симметрии параллелепипеда. Симметричные точечные источники в объеме и на гранях ( $a_{x_i} = a_x; a_{y_i} = a_y; P_i = P_0$ ) .....	41
2.3 Алгоритм синтеза многоплатных РЭА по максимальному допустимому перегреву.....	43
2.3.1 Теплофизические и конструктивные параметры алгоритма синтеза..	43
2.3.2 Начальный параметр синтеза $F_0$ . Влияние объема и интенсивности системы поверхностного охлаждения на максимальный перегрев аппарата.....	52
2.3.3 Методы минимизации параметра формы $F_\phi$ . Оптимальная форма нагретой зоны аппарата. Объем нагретой зоны.....	58
2.3.4 Минимизация параметра эффективной теплопроводности нагретой зоны $F_\lambda$ . Предельные значения эффективной теплопроводности.....	63
2.3.5 Влияние анизотропности по теплопроводности на эффективность минимизации параметра $F_{a\lambda}$ . Оптимальное размещение плат с плоскими теплостоками .....	67
2.3.6 Влияние закона концентрации элементов, которые рассеивают тепло в нагретой зоне, на максимальную температуру перегрева аппарата. Методы минимизации параметра $F_w$ . Размещение элементов на платах.....	68
2.3.7 Методика и структурная схема синтеза одноблочных РЭА по максимальному допустимому перегреву.....	76

<b>3</b>	<b>Примеры синтеза одноблочных радиоэлектронных аппаратов по максимальной допустимой температуре .....</b>	<b>83</b>
3.1	Синтез радиоэлектронных аппаратов путём минимизации параметра формы.....	83
3.2	Синтез радиоэлектронных аппаратов путём минимизации параметров формы, теплопроводности, начального параметра.....	87
<b>4</b>	<b>Экспериментальные исследования влияния основных конструктивных и теплофизических параметров на температурное поле радиоэлектронной аппаратуры .....</b>	<b>93</b>
4.1	Общая характеристика тепловых макетов и методика проведения температурных испытаний. Оценка точности измерений .....	93
4.2	Исследование влияния формы нагретой зоны на температурный режим аппарата.....	95
4.3	Исследование влияния эффективной теплопроводности и коэффициента теплообмена.....	97
4.4	Влияния характера размещения источников тепла на температурное поле макета РЭА .....	100
<b>5</b>	<b>Распространение обобщённой теории регулярного режима на тела с внутренними источникам энергии переменной мощности .....</b>	<b>110</b>
5.1	Математический закон изменения температуры во времени на стадии регулярного режима.....	111
5.2	Регулярный тепловой режим тела с внутренними источниками энергии, мощность которых является линейной функцией температуры .....	115
5.3	Начало регуляризации теплового режима тела с внутренними источниками энергии .....	122
5.4	Влияние характера распределения источников энергии на длительность иррегулярного режима.....	138

5.5 Приближённый метод определения коэффициента формы тел сложной конфигурации.....	143
Выводы к разделу 5 .....	149
<b>Выводы и предложения</b> .....	151
<b>Приложение А</b> Методы вычисления суммы $\zeta$ численного ряда (5.70) в неравенстве (5.69).....	155
<b>Приложение Б</b> Основные обозначения.....	163
<b>Перечень ссылок</b> .....	165

## ВВЕДЕНИЕ

Конструирование современных радиоэлектронных аппаратов (РЭА), наряду с разработкой электрических схем, предъявляет жёсткие требования к температурному режиму будущей конструкции.

Успешное решение этой задачи не может быть сведено к эмпирическим поискам приемлемого варианта или к температурным испытаниям и поверочным расчётам готовой конструкции.

Неправильное размещение одного элемента можно легко выявить и устранить в процессе температурных испытаний (поверочных расчётов) готовой конструкции. Устранение ошибок в общей компоновке элементов требует дополнительных непроизводительных затрат для переработки всей конструкции аппарата. Это ставит перед конструктором задачу обеспечения нормального теплового режима элементов на всех стадиях разработки конструкции аппарата.

В настоящей работе получен алгоритм теплофизического конструирования одноблочных радиоэлектронных аппаратов, позволяющий обеспечить заданный температурный режим на начальных этапах конструирования параллельно с разработкой схемы и выбора элементной базы. Это значительно повышает экономическую эффективность разработок и исключает необходимость существенных изменений в конструкции аппарата по результатам поверочных расчётов и температурных испытаний.

# 1 АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ К ТЕПЛОВОМУ СИНТЕЗУ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

## 1.1 Обзор литературных источников и формулировка задачи синтеза

Разработанные к настоящему времени методы расчёта температурных полей радиоэлектронных аппаратов (РЭА) позволяют определять тепловой режим такого аппарата, конструкция которого уже разработана, то есть решает задачу анализа [1].

Однако в процессе проектирования необходимо выбрать конструкцию, размеры, объём, рассеиваемую мощность, способ охлаждения и др. аппарата по заданной допустимой температуре.

Методы анализа позволяют решить эту задачу путём расчёта нескольких вариантов конструкций аппарата, то есть методом проб [1, 2, 3, 4, 5]. Выбранный таким способом вариант не всегда может оказаться оптимальным, а сам процесс расчётов оказывается чрезвычайно трудоёмким.

Задачу обеспечения нормального теплового режима [6] рекомендуется решать тремя путями:

- использованием температуростойких электрорадиоэлементов;
- понижением рассеиваемой элементами мощности;
- рациональным конструированием и выбором целесообразного способа охлаждения.

Выбор способа охлаждения зависит от назначения РЭА и условий эксплуатации. В качестве количественного критерия для выбора типа системы охлаждения рекомендуется принимать плотность теплового потока:

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| до 10 Вт/м <sup>2</sup>    | – естественное воздушное охлаждение;   |
| до 1000 Вт/м <sup>2</sup>  | – воздушное принудительное охлаждение; |
| до 50000 Вт/м <sup>2</sup> | – жидкостное охлаждение;               |

более  $500000 \text{ вт/м}^2$  – испарительные системы охлаждения.

В работе [7] рассматриваются два этапа проектирования радиоаппаратуры: проектирование экспериментального образца (макетирование) и техническое проектирование. Подчёркивается, что для сокращения сроков проектирования именно на первом этапе основным документом является техническое задание (выданное заказчиком) и принципиальная электрическая схема в экспериментальном исполнении. Предполагается, что техническое задание содержит данные о максимальной температуре среды и основных требуемых параметрах надёжности.

В свою очередь электрическая схема определяет ориентировочно количество элементов каждого типа ( $n_i$ ) количество типов элементов ( $m$ ), рассеиваемую мощность  $W$ .

Из ТУ (технического условия) на элементы, справочных материалов и др. дополнительно известны объём ( $V_i$ ), рассеиваемая мощность ( $W_i$ ), допустимая температура на поверхности элемента ( $\vartheta_i$ ) или допустимая температура окружающей среды, рекомендуемые коэффициенты нагрузки по мощности ( $K_i$ ), характеристики надёжности.

Объём, конфигурация и размеры аппарата либо обуславливаются его размещением на объекте, либо заданы в техническом задании.

Используя указанную информацию, конструктору необходимо решить, по мнению автора, две задачи:

Задача А – по заданному объёму  $V$  и геометрическим параметрам аппарата установить, не превышает ли тепловой режим и надёжность элементов норм ТУ и ТЗ (технического задания). Наметить пути их нормального обеспечения; за основу принимается вначале средняя поверхностная температура шасси (нагретой зоны) для всех элементов.

Затем предлагается уточнить по наиболее теплонагруженному элементу тепловой режим. В качестве критерия наиболее теплонагруженного элемента рекомендуется комплекс

$$\max (\beta_i = \frac{W_i \cdot K_{ни}}{S_i \cdot \vartheta_{доп.}})$$

Задача В – по заданным показателям надёжности определить минимально возможный объём аппарат и выбрать габариты при условиях естественного охлаждения и соблюдении норм теплового режима каждым элементом.

Решение этих задач ведётся методом последовательных приближений, то есть методом проб.

Даны приближённые зависимости для температуры наиболее теплонагруженного элемента на шасси.

Авторы [8] разработали методику оценки плотности компоновки элементов РЭА, при которой оптимизируется система воздушного принудительного охлаждения. Даны формулы для расчёта весов и габаритов вентиляторов.

Увеличение плотности компоновки и соответственно возможность снижения расхода воздуха (из – за возрастания скорости воздуха в канале) ограничены ростом гидравлического сопротивления и соответственным ростом потребляемой мощности. Начиная с некоторого значения плотности компоновки, растущие габариты, веса и потребляемые мощности вентиляторов уже не компенсируют уменьшённого расхода воздуха, поэтому важно знать, до каких пор целесообразно увеличивать плотность компоновки. Рассмотрена модель блока с элементами в форме параллелепипеда  $b \times b \times L = 0,1 \times 0,1 \times 0,2$  м. и  $P_{эл.} = 50$  Вт.

Коэффициент заполнения

$$K_{зап.} = \frac{N \cdot b^2 \cdot L}{N \cdot K^2 \cdot b^2 \cdot L} = \frac{1}{K^2},$$

$$\text{где } K = \frac{b + h}{b}.$$

Коэффициент использования воздуха

$$\eta = \frac{G \cdot m}{\alpha \cdot F} + 1.$$

Дана связь между  $\eta$  и  $K_{\text{зап.}} (K)$ , что позволяет для каждой плотности (каждого  $K_{\text{зап.}}$ ) дать значение  $\eta$  и установить оптимальную плотность, обеспечивающую в данной конструкции снижение количества охлаждающего воздуха без заметного увеличения потери давления, что даёт возможность выбирать

$K_{\text{зап.}}$  в период эскизного проектирования.

Серьезным препятствием в уменьшении габаритов и повышении надёжности РЭА является необходимость обеспечения допустимого теплового режима [9], который зависит от трёх факторов:

- тепловых характеристик элементов;
- конструктивного выполнения аппаратуры;
- системы охлаждения аппарата.

Поскольку тепловые характеристики элементов жёстко заданы в ТУ, то из условия оптимизации исключаются факторы тепловых режимов самих элементов, поэтому в статье делается попытка определить возможности конструирования элементов в общей задаче оптимального конструирования РЭА.

Показано, что из допустимого температурного интервала в распоряжении разработчиков на дискретных элементах остаётся 10 – 15%, что требует применения, как правило, специальных систем охлаждения.

Габариты, вес и надёжность РЭА в значительной степени определяется тепловыми характеристиками элементов и особенно тепловыделяющими элементами.

В работе [10] рассмотрены принципы оптимального размещения радиоэлементов в РЭА с воздушным принудительным охлаждением, позволяющие повысить её надёжность.

Показано, что традиционные конструкции систем воздушного охлаждения, в которых холодный воздух из общего короба распределяется между отдельными стойками, блоками т. п. являются, с точки зрения обеспечения надёжности РЭА, наихудшими.

Отдельные блоки РЭА целесообразно выполнять в виде удлинённых параллелепипедов с подачей теплоносителя вдоль большой стороны.

Даются общие рекомендации о практическом распределении элементов с разной рассеиваемой мощностью. Работа [11] является продолжением исследований авторов по оптимизации систем воздушного охлаждения. Обобщив результаты практического исследования большого количества РЭА на основе методов оптимального размещения и конструирования [10], авторы получили следующие количественные результаты и рекомендации:

- правильная ориентация блока по направлению движения воздуха позволяет уменьшить интенсивность отказов на 11%;
- оптимальное размещение плат в пределах каждого канала позволяет уменьшить интенсивность отказов на 13 – 19%;
- оптимальное распределение воздуха между каналами позволяет уменьшить интенсивность отказов на 12%;
- последовательный продув плат по отношению к параллельному позволяет уменьшить интенсивность отказов на 12%;
- частичная оптимизация размещения элементов, по предложенной авторами методике [10], и распределения воздуха в блоке позволяет снизить интенсивность отказов на 25 – 30%, а полная оптимизация на 45%.

Следует отметить, что полная оптимизация размещения элементов в блоке реально трудно выполнима, так как положение элемента диктуется

многими факторами: электрической схемой, технологией изготовления плат, ремонтоспособностью и т. д.

Частичная оптимизация размещения элементов почти всегда возможна. На этапе конструирования можно предусмотреть правильную ориентацию блока относительно направления движения воздуха и оптимальное распределение воздуха между каналами. Правильное расположение плат в канале и правильное расположение радиоэлементов на плате, в соответствии с предложенными критериями [10], как правило, можно выполнить частично.

Общий анализ результатов показывает, что уменьшение интенсивности отказов

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_1} \cdot 100\% ,$$

где  $\lambda$ ,  $\lambda_1$  – расчётные значения интенсивности отказов реальной и изменённой по критериям оптимизации РЭА, существенно зависит от интенсивности теплового режима. Чем интенсивнее тепловой режим, тем выше эффект уменьшения интенсивности отказов.

На рис. 1.1 приведена качественная зависимость уменьшения интенсивности отказов  $\Delta\lambda$  от интенсивности теплового режима  $\lambda_T/\lambda_0$  ( $\lambda_T$  – интенсивность отказов при действительной температуре элементов;  $\lambda_0$  – интенсивность отказов при температуре элементов, равной температуре воздуха) при различных способах оптимизации.

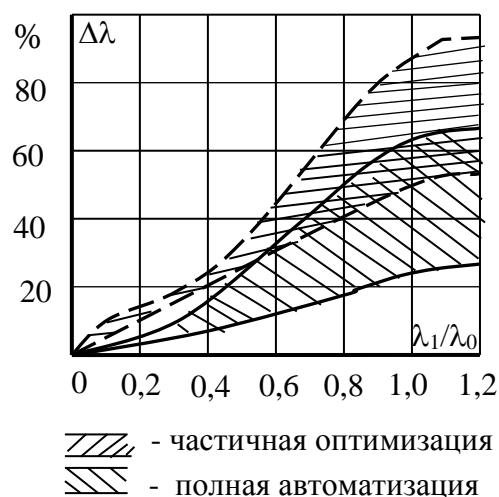


Рисунок 1.1 – Зависимость уменьшения интенсивности отказов от интенсивности теплового режима и способов оптимизации [10]

Из рис 1.1 следует, что при  $\lambda_T/\lambda_0 \leq 0,4$  – нецелесообразно заниматься оптимизацией размещения. При  $0,5 < \lambda_T/\lambda_0 < 0,8$  возможно уменьшение интенсивности отказов на 20 – 50%. Здесь особое внимание следует обратить на размещение блоков (частичная оптимизация). При  $\lambda_T/\lambda_0 > 0,8$  следует уделить особое внимание оптимальному размещению блоков и элементов, так как оптимальные конструкции при этом значительно повышают надёжность РЭА.

Существенное значение при разработке алгоритмов синтеза РЭА с заданным тепловым режимом имеет вопрос о выборе допустимых температур на элементы и аппарат в целом. Исследование этого вопроса [12] показали, что наиболее точным методом, позволяющим с большой вероятностью соответствовать тепловому режиму элементов, является метод задания температуры корпусов элементов, а не температуры окружающего воздуха, как это было общепринято. Оценка по температуре окружающей среды вблизи элемента имеет очень низкую точность. Для РЭА с естественным охлаждением такую оценку вообще рекомендовать нельзя. При воздушном принудительном охлаждении для слабонагруженных в теплом отношении РЭА можно пользоваться температурой на выходе аппарата.

В работе [13] показано, что надёжность отдельных элементов, узлов, аппарата в целом зависит от средневероятностного значения температур при эксплуатации. Если средне вероятностное значение неизвестно то автор рекомендует рассчитать граничные значения, соответствующие крайне возможным значениям температур. Полученные значения будут определять область показателей надёжности. Для решения этой задачи рекомендуется задавать в ТУ на элементы допустимые значения рабочей температуры, связанные с величиной коэффициента загрузки по мощности.

Применение машинных алгоритмов [14] рационального размещения на плате элементов РЭА позволяет улучшить температурный режим элементов в нагретой зоне аппарата и повысить надёжность в среднем до 30%.

Автор предлагает осуществлять размещение в три этапа.

На первом этапе – этапе первоначального размещения минимизируется критерий удельной мощности  $\min P_i/Sz_i$  ( $P_i$  – мощность рассеиваемая  $i$  - м элементом;  $Sz_i$  – тепловая зона в виде участка платы, выделяемого для размещения  $i$  - го элемента). На втором этапе осуществляется коррекция первоначального размещения элементов в пределах тепловых зон по критерию минимума суммарного перегрева элементов за счёт взаимного теплового влияния. На третьем этапе корректируются положения отдельных наиболее температуро – напряжённых ("малонадёжных") элементов в пределах платы по минимуму критерия температурной неувязки.

Переход к третьему этапу требует предварительного расчёта, а количественная оценка результатов коррекции может быть произведена только после поверочных расчётов или температурных испытаний. Поэтому этот метод можно считать усовершенствованным методом проб, то есть метод проб с рациональным предварительным размещением элементов на плате.

Машинные алгоритмы, предложенные автором, охватывают как стационарные, так и нестационарные тепловые режимы. В последнем случае используются закономерности регулярного теплового режима [1].

Для РЭА с поверхностными стоками тепла метод регулярного режима позволил разработать методику теплофизического конструирования [15] по средней, поверхностной температуре нагретой зоны ( $t_s \leq t_{s \text{ треб.}}$ ). Используя темп регулярного режима, как основной параметр синтеза по заданной средней поверхностной температуре, авторы разработали вспомогательные таблицы, которые позволяют конструктору осуществлять количественные расчёты по выбору параметров поверхностных стоков – систем охлаждения при заданной суммарной мощности, рассеиваемой аппаратом.

Обобщив теоретические и экспериментальные исследования [1,16, 17, 18, 19], авторы [20, 21] установили качественную связь между допустимой мощностью рассеивания, максимальной температурой перегрева и параметрами плоскостной микроэлектронной аппаратуры с естественной и вынужденной системой воздушного охлаждения при равномерном распределении мощности источников.

Просчитав по разработанной методике 300 модификаций плоскостных микроэлектронных аппаратов с естественным охлаждением и 400 модификаций с вынужденной системой охлаждения, авторы получили количественное выражение для характеристических коэффициентов:

$$K_i = \frac{\Delta Q_i}{\Delta a_i},$$

где  $\Delta a_i$  – изменение конструктивного параметра;  $\Delta Q_i$  – изменение допустимой мощности рассеивания блока при заданном максимальном перегреве  $\vartheta_{\text{max}}$  за счёт изменения параметра  $a_i$ .

Значения  $K_i$  приведены ниже в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Значения характеристических коэффициентов при естественном охлаждении и вынужденной конвекции

$a_i$	Число суб-	Длина суб-	Зазор между	Высо-та	Коэф. перфо-	Коэф. запол-	Степень черно-	Рас-ход	Тепло-про-
-------	------------	------------	-------------	---------	--------------	--------------	----------------	---------	------------

	бло- ков  N	блока  L <sub>y</sub>	суб- бло- ками  Δ	суб- блока  L <sub>x</sub>	рации  K <sub>перф.</sub>	нения  K <sub>зап.</sub>	ты  ε	воз- духа  G	вод. плат  λ <sub>экр</sub>
K <sub>i</sub> *	2.040 ↑	1.335 ↑	0.933 ↑	0.855 ↓	0.799 ↑	0.704 ↑	0.309 ↑	-	-
K <sub>i</sub>	0.420 ↑	0.410 ↓	0.840 ↓	0.803 ↑	-	-	-	0.570 ↑	0.032 ↑

\*) Стрелки показывают уменьшение (↓) или увеличение (↑) рассеиваемой блоком мощности вызывает увеличение соответствующего конструктивного параметра a<sub>i</sub>.

Полученные авторами результаты (табл. 1.1) позволяют конструктору наилучшим образом подойти к выбору конструктивных параметров. Количественная оценка принятого решения по-прежнему может быть осуществлена только после проведения поверочных расчётов. Однако объём расчётов (проб) существенно уменьшится, и задача теплофизического конструирования может быть решена в более сжатые сроки и с меньшими затратами.

Общая формулировка задачи синтеза радиоэлектронного аппарата с заданным тепловым режимом приведена в работе [22].

Под синтезом РЭА с заданным тепловым режимом понимается задача количественного определения параметров формы аппарата (нагретой зоны), теплофизических коэффициентов и мощности источников и стоков тепла, которые с учётом ограничений на каждый параметр, накладываемых техническим заданием, электрической схемой, механическими воздействиями и т. д., обеспечат требуемое пространственно – временное изменение  $t_{\text{треб.}}(x, y, z, \tau)$  температурного поля аппарата.

Из определения задачи синтеза следует, что для её решения необходимо:

– задать требуемое пространственно – временное изменение температурного поля аппарата  $t_{\text{треб.}}(x, y, z, \tau)$ ;

- задать допустимые пределы изменения параметров синтеза, то есть задать предельные ограничения на каждый параметр;
- по известному алгоритму рассчитать количественные значения параметров синтеза, которые обеспечат требуемое пространственно – временное изменение температурного поля аппарата.

## **1.2 Системы охлаждения и анализ различных способов обеспечения высоких значений коэффициентов теплообмена**

### *1.2.1 Назначение и классификация систем охлаждения*

В радиоэлектронных аппаратах лишь несколько процентов [1, 2, 3, 4, 5] подводимой мощности расходуется на полезное преобразование сигнала. Основная же часть подводимой мощности выделяется в виде тепловой энергии, способствуя нагреванию элементов и узлов аппарата, то есть радиоэлектронные аппараты обладают малым коэффициентом полезного действия. При длительном функционировании аппарата температурный режим элементов превысит допустимый уровень, если не обеспечить отвод выделяющегося в аппарате тепла. Устройства, обеспечивающие отвод тепла и аккумуляцию тепла из РЭА, получили название систем охлаждения.

В основу классификаций систем охлаждения, предложенных различными авторами [1–5], положено, во-первых, физическое состояние хладагента, аккумулирующего тепло. По этому признаку различают: воздушные (газовые), жидкостные, испарительные, кондуктивные (твёрдые) и комбинированные системы охлаждения.

Во-вторых, системы охлаждения классифицируют по характеру движения хладагента: естественно – воздушные (газовые, естественно – жидкостные, принудительно-воздушные (газовые), принудительно – жидкостные. Основываясь на этой классификации, рассмотрим возможности и эффективность различных способов охлаждения РЭА.

Целесообразно ввести ещё один признак для классификации систем охлаждения, а именно характер действия хладагента по отношению к нагретой

зоне аппарата. Это позволяет все системы охлаждения разделить на две группы: поверхностные и объёмные.

К поверхностным относятся системы охлаждения, обеспечивающие аккумуляцию (съём) тепла с поверхности кожуха или нагретой зоны. К объёмным системам охлаждения относятся системы, обеспечивающие съём и аккумуляцию тепла в объёме нагретой зоны аппарата.

### *1.2.2 Воздушные системы охлаждения*

Воздушные системы охлаждения нашли наиболее широкое применение в РЭА. Это объясняется двумя причинами: простотой конструкции и хорошими диэлектрическими свойствами хладагента – воздуха, что позволяет осуществлять непосредственный контакт хладагента с охлаждаемыми элементами нагретой зоны аппарата.

При естественно воздушном охлаждении в качестве аккумулятора тепла, рассеиваемого аппаратом, выступает окружающая воздушная среда. Тепло рассеивается за счёт конвективного теплообмена и теплового излучения либо с поверхности кожуха, либо непосредственно с поверхности нагретой зоны (перфорации, жалюзи). Оценка эффективности осуществляется коэффициентом теплообмена  $\alpha$  (вт/м<sup>2</sup>·град.). Мощность системы  $Q$  (вт) выражается равенством, связывающим поверхность теплообмена  $S$  (м<sup>2</sup>) и температурный напор между охлаждаемой поверхностью ( $t$ ) и воздушной средой

$$Q = \alpha S (t - t_c). \quad (1.1)$$

Методика расчёта суммарного (лучистого и конвективного) коэффициента теплообмена приводится как в работах общей теплотехники [23], так и в специальных исследованиях применительно к РЭА [1, 2, 24].

Практически для радиоэлектронных аппаратов интервал изменения  $\alpha$  колеблется в пределах 5 – 10 вт/м<sup>2</sup>·град. при изменении степени черноты охлаждаемых поверхностей кожуха (нагретой зоны)  $\varepsilon$  от 0 до 0,9. Не смотря на естественную простоту организации таких систем охлаждения приходится

учитывать их малую эффективность по  $\alpha$  и переходить к принудительным (вынужденным) воздушным системам охлаждения.

Естественно, такой переход сопряжён с усложнением конструкции, требует дополнительных устройств и мощности для создания движения воздуха вокруг охлаждаемого элемента. Поэтому все исследования принудительных систем охлаждения направлены на получение оптимальных систем по весу, расходу воздуха, мощности систем, обеспечивающих требуемые скорости движения воздуха и т. д.

Исследуя систему воздушного принудительного охлаждения РЭА авторы [25] показали, что при давлении 41 мм рт. ст., температуре среды 70<sup>0</sup>С и температуре воздуха – 20<sup>0</sup>С требуемый расход воздуха составляет:

- для ламповых блоков – 20 – 25 м<sup>3</sup>/час на 1 квт. рассеиваемой мощности;
- для полупроводниковых блоков - 6 – 7 м<sup>3</sup>/час на 1 м<sup>2</sup> поверхности блока.

Показана возможность перехода и приведены расчётные зависимости для нормального давления и температуры среды + 20<sup>0</sup>С.

В работе [26] исследованы параметры и высотно-скоростные характеристики воздушных систем охлаждения РЭА с непосредственным использованием забортного воздуха.

Показано, что применение воздушных систем охлаждения на высотах свыше 14 – 16 км нецелесообразно.

Предложен метод решения задачи о выборе скорости воздушного потока в воздуховодах систем охлаждения стационарной РЭА с позиций минимизации затрат мощности, массы и объёма. Приведены графики для определения оптимальной величины скорости воздуха в диапазоне расходов 300 – 2500 и 2500 – 30000 м<sup>3</sup>/час [25]. Графики построены для отношения коэффициентов значимости затрат мощности и массы  $n/m = 290$  кг/квт.

Для предпроектных, поверочных и других ориентировочных оценок конструкции воздуховодов возможно и целесообразно использование

выражения, связывающего массу воздуховода, его объём и мощность, необходимую для преодоления сопротивления в нём:

$$m \cdot M + 2\vartheta \cdot V = 4n \cdot N_{\text{мс}} + 4,81 \cdot n \cdot N_{\text{тр.}},$$

где  $m$  – коэффициент значимости массы, 1/кг;

$M$  – масса воздуховода, кг;

$V$  – объём, занимаемый воздуховодом, м<sup>3</sup>;

$\vartheta$  – коэффициент значимости объёма, 1/м<sup>3</sup>;

$N_{\text{мс}}$  – мощность, затрачиваемая воздушным потоком на преодоление местных сопротивлений трения по длине, кВт.;

$n$  – коэффициент значимости мощности, 1/кВт.;

$N_{\text{тр.}}$  – мощность, расходуемая на трение.

Часто в воздуховодах потери на трение пренебрежительно малы по сравнению с потерями на местных сопротивлениях. В этом случае

$$m \cdot M + 2\vartheta \cdot V = 4n \cdot N_{\text{мс}}.$$

Исследование формы аэродинамических вентиляторов [27] показало, что:

– при гидравлическом расчёте систем воздушного охлаждения и других вентиляционных систем целесообразно учитывать форму аэродинамической характеристики вентиляторов;

– для систем с изменяющимся сопротивлением при заданных расходах, а также в связи с небольшой точностью определения сопротивления систем, при расчётах сетей должны подбираться вентиляторы с максимальным наклоном характеристик:

– небольшой наклон аэродинамической характеристики имеют центробежные вентиляторы, коэффициент давления которых минимален;

– в системах воздушного охлаждения и вентиляции целесообразно устанавливать центробежные вентиляторы с зажатыми назад лопатками, как имеющие наименьшие значения коэффициентов давления.

Эффективность систем воздушного охлаждения радиоэлектронной аппаратуры и их экономичность в значительной мере определяются тем,

насколько распределение воздуха по стойкам и блокам аппаратуры соответствует проектному, как по расходам воздуха, так и по напряжению воздушных струй относительно охлаждаемых элементов [28].

При отклонении фактических величин местных расходов от расчётных часть элементов аппаратуры охлаждается недостаточно, а на другую часть элементов воздух расходуется в большем количестве, чем это требуется для их нормального охлаждения.

Этот недостаток в распределении воздуха частично компенсируют применением вентиляторов с производительностью в 1,5 – 1,8 раза больше, чем расчётная величина.

Рассматривается работа воздухораспределителей типа "Короб" и их недостатки. Предлагаются воздухораспределители в виде короба с воздушным экраном, описывается принцип его работы. Приводятся рекомендации по устройству экранов при подаче воздуха вдоль и поперёк оси воздухораспределителя. Показана эффективность воздухораспределителей с экраном. Приведены упрощённые расчётные формулы. Мощность системы вынужденного воздушного охлаждения рассчитывается по формуле (1.1), где под температурой  $t$  обычно понимается температура воздуха на выходе аппарата, а под  $t_c$  – температура воздуха на входе аппарата.

Методика расчёта коэффициента теплообмена  $\alpha$  приведена в работах [1, 2, 23,].

Практически, для РЭА интервал изменения  $\alpha$  в зависимости от скорости движения воздуха составляет 10 – 100 Вт/м<sup>2</sup> · град., то есть на 1 – 2 порядка выше, чем при естественном теплообмене со "спокойным" воздухом.

### *1.2.3 Жидкостные и испарительные системы охлаждения*

Конструктивное выполнение жидкостных и испарительных систем охлаждения, особенно с объёмным охлаждением, то есть вводом в нагретую зону, представляет существенные трудности. Это вызвано слабыми

диэлектрическими свойствами жидкости (например) и невозможностью, как правило, непосредственного контакта с охлаждаемыми элементами нагретой зоны. При исследовании жидкостных и испарительных систем охлаждения авторы [29] стремятся получить количественные зависимости и дать качественные рекомендации по определению расхода жидкости хладагента, влияние теплофизических и электрических свойств жидкостей и геометрии приборов на основные параметры системы охлаждения (расход жидкости, перегрев жидкости и др.).

Мощность жидкостных систем охлаждения рассчитывается по ф. (1.1), как и для воздушных систем охлаждения.

Методика расчёта коэффициентов теплообмена для естественно – жидкостных и принудительно – жидкостных систем охлаждения приведена в работах [1, 2, 23,].

Практически, значения  $\alpha$  для естественной конвекции (вода, масло) составляют 200 – 600 Вт/м<sup>2</sup>·град., а для вынужденного движения жидкости в зависимости от скорости движения 500 – 3000 Вт/м<sup>2</sup>·град., то есть в обоих случаях более, чем на порядок выше воздушных систем охлаждения.

Применение испарительных систем охлаждения в РЭА находится в стадии разработок и исследований и сведения по ним крайне ограничены. Перспективность использования жидкостей фреоновой группы для испарительных систем охлаждения и более детальный анализ возможностей использования для охлаждения РЭА испарительных систем содержится в работе [30]. В данной работе экспериментально исследовалось возможность испарительно-кондуктивной системы и перспективность её использования для охлаждения РЭА кассетной конструкции на микроминиатюрных элементах. Исследование проводилось на макетах типичных конструкций РЭА с использованием текстильных хлопчатобумажных фитилей.

Полученный экспериментальный материал позволяет сделать следующие выводы:

– испарительная система охлаждения эффективна лишь в некоторых условиях, когда температура охлаждаемого устройства близка к температуре кипения испаряющейся жидкости. С ростом мощности тепловых потерь температура почти не изменяется. Это в одинаковой степени относится и к случаям, когда аппаратура разогревается сторонними источниками или под действием высокой температуры окружающей среды.

– при малых мощностях, когда температура устройства ниже температуры кипения рабочей жидкости, эффективность системы резко падает;

– наличие влагоизоляционных прослоек несколько усложняет конструкцию системы, но не приводит к существенному увеличению температур;

– увеличений открытой поверхности фитиля, с которой происходит испарение жидкости, приводит к увеличению эффективности системы;

– сочетание испарительной системы с твёрдыми теплоотводами позволяет увеличить эффективность исследуемой системы и уменьшить её конструктивные недостатки заменой влагоизоляционных плёнок прослойками из металлической фольги.

Для реализации предложенного способа охлаждения следует решить ряд проблем, связанных с её конструктивным воплощением. Вместе с тем исследуемая система охлаждения является весьма эффективной и может быть рекомендована для охлаждения некоторых типов радиоэлектронной аппаратуры.

Практически, значения коэффициентов теплообмена  $\alpha$  для водяных испарительных систем составляют 500 – 45000 Вт/м<sup>2</sup>·град. в зависимости от того неподвижна испаряющаяся жидкость или она имеет вынужденное движение, то есть на порядок выше жидкостного охлаждения без кипения (испарения).

#### *1.2.4 Кондуктивные и комбинированные системы охлаждения*

На возможность применения кондуктивных систем охлаждения в виде теплостоков для охлаждения РЭА указано в работах [2, 31].

Теплостоки способствуют выравниванию температурного поля блока и понижают перегрев элементов, однако при этом увеличивается общий вес блоков, и возникают конструктивные и технологические трудности по их установке в аппарате.

В работе [1,31] исследовано температурное поле одной из типичных конструкций РЭА, отвод тепла из которой осуществлялся преимущественно за счёт кондукции. Исследование проводилось на тепловом макете, сохраняющем конструктивные особенности реального блока РЭА. Хладагентом в системе охлаждения служила вода, поступающая из термостата.

Для снижения температуры наиболее нагретой центральной области аппарата и выравнивания температурного поля использовались теплостоки различной конструкции:

- стержневые теплостоки, конструктивно оформленные в виде медных шин;
- "галетные" теплостоки в виде листов медной фольги;
- листы медной фольги, наклеенные на поверхность тепловых имитаторов.

Эффективность кондуктивных теплостоков оценивалась по четырём характеристикам: максимальной температуре блока, степени неравномерности температурного поля объекта, дополнительной весовой нагрузке, технологичности установки теплоблоков в блоке.

Испытания проводились с различными теплостоками и при отсутствии последних с работающей и отключенной системой охлаждения. При отключенной системе охлаждения практически доказано, что линейные теплостоки выравнивают поле температур лишь в одном направлении.

При одинаковой весовой нагрузке, приблизительно 15%, степень неравномерности температурного поля изменялась: для поверхностных теплостоков с 0,44 до 0,71, для линейных с 0,44 до 0,55, а перегревы центральной точки относительно среды снижались соответственно на 40 и 20%.

Итак, поверхностный теплосток заметно превосходит линейный по первым двум характеристикам, обладая значительно меньшим весом. Оценочные расчёты показывают, что применение высокотеплопроводных паст для заполнения зазора между фольгой и рамкой макета способно дополнительно снизить перегрев центральной точки блока до 10%.

Применение кондуктивных систем охлаждения в "чистом" виде связано с резким увеличением весовых характеристик аппарата. Поэтому кондуктивное охлаждение используется в сочетании с другими системами для аппаратов с плотным монтажом, когда нет доступа хладагента (воздуха, жидкости) к элементам нагретой зоны. При этом кондуктивные теплостоки играют роль эффективных переносчиков тепла (физически это означает высокие эффективные коэффициенты теплопроводности нагретой зоны) из нагретой зоны к её поверхности или поверхности кожуха.

В свою очередь поверхность кожуха (нагретой зоны) охлаждается воздушной или жидкостной системой охлаждения, то есть мы приходим к комбинированной системе охлаждения.

Как показано ниже, в разделе 2, эффективность такой системы охлаждения будет определяться наименьшей эффективностью составляющих систем. Поэтому в комбинированных системах охлаждения целесообразно резко повышать эффективность только одной составляющей.

## 2 АЛГОРИТМ ТЕПЛООВОГО СИНТЕЗА РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОДНОБЛОЧНЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ АППАРАТОВ

### 2.1 Общая тепловая модель одноблочных РЭА и ее математическое описание

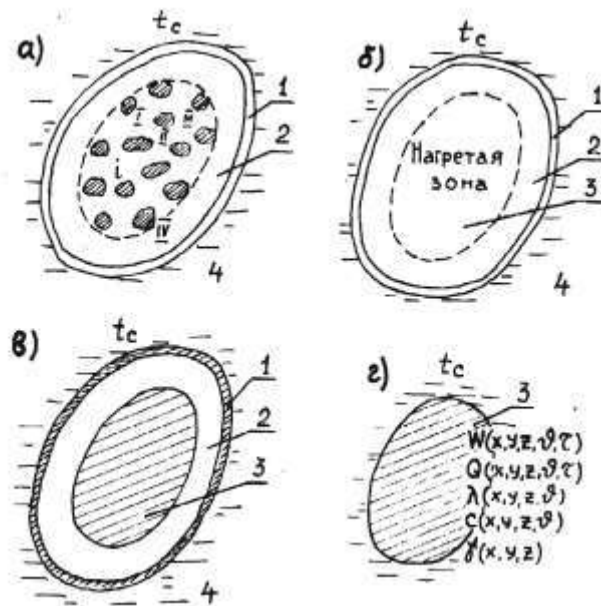
Радиоэлектронный аппарат представляет собой с теплофизической точки зрения сложную систему тел в виде набора большого количества радиоэлементов, размещенных на монтажных платах или на шасси (рис. 2.1а). Все эти тела помещаются в оболочку - кожух аппарата, который выполняет или функцию герметизации или пылезащиты, или защиты от внешних повреждений и т.д.

Широкое исследование теплофизических свойств сложных тепловых систем РЭА позволили профессору Дульневу Г.Н. и его ученикам ввести понятие о нагретой зоне аппарата, которое стало функциональным в теории исследований тепловых режимов РЭА.

Нагретой зоной называется [2] часть объема аппарата, занятого шасси или платами и смонтированными на них элементами. Таким образом, тепловая модель РЕА сложной системы тел перешла в трёхсоставную систему (рис. 2.1б). Такая тепловая модель разрешила создать аналитический аппарат для расчета средних поверхностных температур кожуха и нагретой зоны.

Поверхность нагретой зоны и кожух рассматривались, как изометрические поверхности со средней поверхностной температурой  $t_k$  и  $t_s$ . Однако такая модель не позволила исследовать объёмное температурное поле нагретой зоны, что особенно важно для современной микроэлементной базы с высокой плотностью монтажа. Исследование структуры нагретых зон одноблочных аппаратов, собранных на микромодулях [1, 32, 33] показало, что нагретые зоны, которые состоят из однотипных элементов, представляют собой

упорядоченные системы, полученные путем многократного повторения элементарной ячейки вдоль осей симметрии. Элементарная ячейка включает в себя элемент с участком платы и заполнитель. Такая нагретая зона может рассматриваться, как квазиоднородное твердое тело. Теплопроводные свойства элементарной ячейки и системы в целом могут изменяться в трех основных направлениях осей симметрии системы  $\lambda_x \lambda_y \lambda_z$ , т.е. полученное тело следует рассматривать, как анизотропное по теплопроводности вдоль главных осей симметрии. Это также подтверждено расчетом и экспериментом при изучении температурных полей микромодульных аппаратов [1, 2, 32].



1 – кожух аппарата (оболочка); 2 – заполнитель между кожухом и нагретой зоной; 3 – нагретая зона аппарата; 4 – окружающая среда; 5 – условная среда с учетом отброса кожуха; I, II, ... IV – радиоэлементы с платами и шасси.

Рисунок 2.1 – Переход от реальной конструкции к тепловой модели одноблочного РЭА

Исследование структуры нагретых зон РЭА с разнотипными малогабаритными элементами и малотеплопроводным заполнителем (воздух), показали, что понятие квазиоднородного анизотропного тела может быть

распространено на все РЭА независимо от того, из однотипных или разнотипных элементов собрана нагретая зона [34].

Расчеты стационарных и нестационарных температурных полей РЭА, собранных на разнотипной элементной базе (резисторы разной мощности, малогабаритные электромагнитные реле, полупроводниковые элементы, микромодули, интегральные схемы) с представлением нагретой зоны в виде квазиоднородного анизотропного твердого тела, удовлетворительно экспонирует с экспериментальными данными [34 – 40].

Таким образом, приходим к выводу, который при исследовании температурных полей РЭА, собранных на современной малогабаритной элементной базе, их тепловая модель может быть представлена в виде трех составной системы тел: кожух, наполнитель, квазиоднородное анизотропное по теплопроводности твердое тело – нагретая зона.

Из общего класса аппаратов, которые описываются тепловой моделью (рис. 2.1в) рассмотрим РЭА с достаточно тонким металлическим кожухом, так что полная теплоемкость кожуха  $C_k$  (Дж/град) будет меньше полной теплоемкости нагретой зоны  $C$  (Дж/град), этим ограничением подчиняется широкий класс аппаратов, исследуемых в системах автоматического управления и др., так как оно совпадает с требованиями минимизации веса конструкции. Как показано в работе [39], в таких моделях можно пренебречь аккумуляцией (накоплением) тепла кожухом, действие кожуха сказывается лишь на количественном изменении взаимодействия нагретой зоны с окружающими аппарат стоками энергии.

С учетом этих ограничений мы приходим к тепловой модели аппарата в виде квазиоднородного анизотропного тела с формой и размерами нагретой зоны (рис. 2.1г).

Для изучения температурного поля полученной тепловой модели необходимо установить характер энергетических взаимодействий в системе: тело – окружающая среда.

В нагретой зоне действуют источники тепла (источниками тепла являются радиоэлементы, рассеивающие тепло в виде джоулевых потерь в активных элементах, потери на вихревые токи в трансформаторах, дросселях и т.д.), которые характеризуются некоторой удельной мощностью  $W$  (Вт/м<sup>3</sup>). В общем случае мощность рассеяния может зависеть от температуры ( $\vartheta$ ), времени ( $\tau$ ), если блок функционирует по определенным временным диаграммам, координат  $X, Y, Z$ , что характеризуют характер распределения источников по объёму нагретой зоны, т.е.  $W = W(x, y, z, \vartheta, \tau)$ .

Естественно, если ограничиться лишь источниками тепла, то вся выделенная тепловая энергия пойдет на нагревание элементов нагретой зоны, т.е. температура их начнет неограниченно возрастать во времени. Такие системы с теплофизической точки зрения, являются неустойчивыми и могут функционировать лишь на протяжении строго определенного отрезка времени, то есть являются аппаратами однократного или кратковременного действия.

В практическом применении такие аппараты составляют небольшой процент. Основная масса РЭА предназначена для длительного функционирования, т.е. температура в нагретой зоне должна быть ограничена, а это значит, что наряду с источниками энергии система (рис. 2.1г) должна иметь стоки тепловой энергии, с удельной мощностью  $Q(x, y, z, \vartheta, \tau)$  Вт/м<sup>3</sup>, размещенные в объёме нагретой зоны или с удельной мощностью  $Q_s(s, \vartheta_s, \tau)$ , размещенные на поверхности нагретой зоны (кожуха) аппарата.

Стоки тепловой энергии представляют собой разные системы охлаждения, которые вводятся в объем нагретой зоны или размещении на поверхности кожуха аппарата.

Если будет иметь место тождественность, начиная с момента начала функционирования аппарата

$$W \equiv Q \quad \text{при} \quad 0 < \tau \leq \infty, \quad (2.1)$$

то будем иметь “идеальную” систему охлаждения, так как прогрев аппарата будет полностью снят.

Если тождественность (2.1) начнет выполняться спустя некоторое время  $\tau_{уст}$  после начала функционирования аппарата

$$(2.2) \quad W > Q; \quad 0 < \tau \leq \tau_{уст};$$

$$(2.3) \quad W \equiv Q; \quad \tau_{уст} < \tau < \infty;$$

то элементы нагретой зоны аккумулируют определенную часть тепловой энергии ( $\Delta I$ ), определяемую интегралом

$$\Delta I = \int_{V_0} \int_0^{\tau} (W - Q) dV dt \quad (\text{дж}),$$

что вызовет повышение температуры в разных точках аппарата к некоторому установленному значению  $\vartheta_{ст}$ , что определяется условием (2.3).

Системы, в которых выполняются условия (2.1), (2.2), (2.3), с теплофизической точки зрения являются устойчивыми, т.е. способные к многократному, длительному функционированию. С точки зрения РЭА, устойчивая тепловая система лишь тогда будет удовлетворять нормальным условиям работы аппарата, когда она обеспечивает требуемый тепловой режим, т.е. приходим к задаче синтеза тепловой системы, включающей в себя соответственно радиоэлектронный аппарат и систему охлаждения (стоки тепла) с заданным тепловым режимом [22].

Дифференциальное уравнение теплопроводности для квазиоднородного анизотропного твердого тела (рис. 2.1г) с источниками ( $W$ ) и объёмными ( $Q$ ), и поверхностными ( $Q_s$ ) стоками тепловой энергии, граничные и начальные условия запишутся в следующем виде [31]:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{1}{c\gamma} \operatorname{div}[\lambda \operatorname{grad} \vartheta] + \frac{W}{c\gamma} - \frac{Q}{c\gamma}; \quad (2.4)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial n} \Big|_s = Q_s; \quad (2.5)$$

$$\vartheta(x, y, z, 0) = 0; \quad (2.6)$$

$$\vartheta(x, y, z, \tau) = t(x, y, z, \tau) - t_C, \quad (2.7)$$

где  $c(x, y, z)$  – удельная теплоемкость, Дж/кг·град;

$\gamma(x, y, z)$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;

$\lambda(x, y, z, \vartheta)$  – теплопроводность, Вт/м·град.;

$n$  – направление нормали к поверхности нагретой зоны;

$t$  – температура окружающей среды, °С.

Исследования [41] показывают, что для интервала температурных режимов РЭА не превышающих 100<sup>0</sup> теплофизические коэффициенты  $C$ ,  $\lambda$ ,  $\gamma$ , практически, не зависят от температуры. Зависимость  $\lambda$  от координат выражается анизотропностью вдоль основных осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , перпендикулярных к поверхностям граней нагретой зоны и кожуха. Учет зависимостей  $C$  и  $\gamma$  от координат и  $W$  и  $Q$  от температуры и времени может быть осуществленный, если использовать численные методы решения уравнений теплопроводности (2.4) – (2.7), например, метод эквивалентных балансов [35, 36, 37, 38, 39, 42].

Для получения аналитического решения и выявления параметров синтеза и их влияния на температурный режим (правильное наложение ограничений) примем следующие ограничения:

$$c(x, y, z, \vartheta) \equiv c; \quad \gamma(x, y, z, \vartheta) \equiv \gamma;$$

$$W(x, y, z, \vartheta, \tau) = W(x, y, z);$$

$$Q(x, y, z, \vartheta, \tau) = Q_0 + q_0 \vartheta; \quad Q_S = K \vartheta. \quad (2.8)$$

С (2.8) следует, что объемные стоки тепла ( $Q$ ) распределенные равномерно по всему объему нагретой зоны, а поверхностные стоки по поверхности и мощность их линейно растут с ростом температуры элементов и поверхности нагретой зоны РЭА. Такая схема, как показывает литературный обзор 1.2, типичная для существующих систем охлаждения.

$q_0$  – объемный температурный коэффициент мощности, или его принято называть для жидкостных и газовых систем охлаждения объемным коэффициентом теплообмена, Вт/м<sup>2</sup>·град.

С учетом влияния кожуха выражение для  $K$  примет вид:

$$K = \frac{K''' \cdot \frac{S_K}{S}}{1 + \frac{K''' \cdot S}{\alpha \cdot S_K}}, \quad (2.9)$$

где  $K'''$  – коэффициент теплообмена через газовую щель от нагретой зоны к кожуху, Вт/м<sup>2</sup> · град;

$\alpha$  – коэффициент теплообмена между поверхностью кожуха и окружающей средой.

Методика расчета  $K'''$  и  $\alpha$  для поверхностей кожуха и газовых прослоек приведенная в работах [1, 2, 3, 34, ]. Исследования показывают, что расчеты коэффициентов  $K'''$  и  $\alpha$  для нестационарных режимов следует вести по стационарной температуре. Совпадение экспериментальных данных и расчетов получаются при этом наилучшими [1, 2, 32, 34, 30, 39].

С учетом ограничений (2.8) уравнение теплопроводности (2.4), начальное и предельное условия для анизотропных нагретых зон РЭА в форме параллелепипеда, если начало прямоугольной системы координат поместить в центр параллелепипеда, а распределение источников и условий теплообмена (стоков) на гранях параллелепипеда принять симметричными, примут вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{1}{c\gamma} \left[ \lambda_x \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right] + \frac{W(z, y, z)}{c\gamma} - Q_0(x, y, z) - \frac{q_v \cdot \vartheta}{c\gamma}; \quad (2.10)$$

$$\left[ \lambda_i \frac{\partial \vartheta}{\partial i} + K_i \vartheta \right]_{i=1_i} = 0 \quad i = x, y, z; \quad (2.11)$$

$$\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial i} \right| = 0 \quad i = x, y, z; \quad (2.12)$$

$$\vartheta(x, y, z, 0) = 0, \quad (2.13)$$

$2l_i$  – длина стороны параллелепипеда соответственно вдоль осей  $X, Y, Z$ .

## **2.2 Решение неоднородного уравнения теплопроводности для различных схем размещения стоков и источников энергии в нагретой зоне радиоэлектронного аппарата**

2.2.1 *Общее решение неоднородного уравнения теплопроводности для нагретых зон РЭА*

Для получения решений уравнения (2.10) проведем замену координат и температуры, что сведет это уравнение к уравнению для изотропного параллелепипеда с некоторой теплопроводностью  $\lambda$  и источниками тепла, мощность которых изменяется по экспоненциальному закону во времени

$$\vartheta = \theta e^{-\frac{q_v \tau}{c\gamma}}; \quad i = j \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_i}}; \quad i = x, y, z \quad (2.14)$$

После подстановки (2.14) в (2.10) – (2.13) получаем

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\gamma} \nabla^2 \theta + \frac{W - Q}{c\gamma} e^{-\frac{q_v \tau}{c\gamma}}; \quad (2.15)$$

$$\left[ \lambda_i \frac{\partial \theta}{\partial j} + K_i \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_i}} \theta \right]_{j=i \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_i}}} = 0; \quad (2.16)$$

$$i = x, y, z; \quad j = x \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}}; \quad Y \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_y}}; \quad Z \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_z}}; \quad (2.17)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial j} \right|_{j=0} = 0; \quad (2.18)$$

$$\theta \left( X \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}}; Y \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_y}}; Z \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_z}}; 0 \right) = 0. \quad (2.19)$$

Используя общую схему метода разделения переменных [35], получим решение уравнения (2.15) с предельными и начальными условиями (2.16) - (2.19), а после подстановки соотношений (2.14) перейдем к конечному решению уравнения (2.10) с предельными и начальными условиями (2.11) – (2.13)

$$\vartheta(x, y, z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_{nx} c_{my} c_{kz}}{\frac{1}{c\gamma} \left[ \lambda_x \left( \frac{\mu_{nx}}{l_x} \right)^2 + \lambda_y \left( \frac{\mu_{my}}{l_y} \right)^2 + \lambda_z \left( \frac{\mu_{kz}}{l_z} \right)^2 \right] + \frac{q_v}{c\gamma}} \times$$

$$\times \cos \mu_{nx} \frac{x}{l_x} \cos \mu_{my} \frac{y}{l_y} \cos \mu_{kz} \frac{z}{l_z} \left\{ 1 - \exp - \left[ \left( \frac{\mu_{nx}}{l_x} \right)^2 \lambda_x + \left( \frac{\mu_{my}}{l_y} \right)^2 \lambda_y + \left( \frac{\mu_{kz}}{l_z} \right)^2 \lambda_z + \frac{q_v}{c\gamma} \frac{\tau}{c\gamma} \right] \right\}; \quad (2.20)$$

$$\mu_{nx} \operatorname{tg} \mu_{nx} = \operatorname{Bi}_x; \quad \mu_{my} \operatorname{tg} \mu_{my} = \operatorname{Bi}_y; \quad \mu_{kz} \operatorname{tg} \mu_{kz} = \operatorname{Bi}_z; \quad (2.21)$$

$$\operatorname{Bi}_x = \frac{k_x l_x}{\lambda_x}; \quad \operatorname{Bi}_y = \frac{k_y l_y}{\lambda_y}; \quad \operatorname{Bi}_z = \frac{k_z l_z}{\lambda_z}; \quad (2.22)$$

$k_x, k_y, k_z$  – определяются уравнением (2.9);

$$c_{nx} c_{my} c_{kz} = \frac{\int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \int_0^{l_z} \frac{W(x, y, z) - Q_0(x, y, z)}{c\gamma} \cos \mu_{nx} \frac{x}{l_x} \cos \mu_{my} \frac{y}{l_y} \cos \mu_{kz} \frac{z}{l_z} dx dy dz}{\int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \int_0^{l_z} \cos^2 \mu_{nx} \frac{x}{l_x} \cos^2 \mu_{my} \frac{y}{l_y} \cos^2 \mu_{kz} \frac{z}{l_z} dx dy dz} . \quad (2.23)$$

*2.2.2 Решение уравнения теплопроводности при отсутствии объёмных стоков энергии и равномерном распределении источников тепла ( $Q_0 = 0$ ;  $q_v = 0$ ;  $W(x, y, z) = W_0$ )*

После подстановки условий, которые

$$Q_0 = 0; \quad q_v = 0; \quad W(x, y, z) = W_0 \quad (2.24)$$

в (2.20) – (2.23) придем к следующему решению

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{W_0}{\lambda_{\max}} l_{\min}^2 \zeta^2 \frac{A_{mx} A_{my} A_{mz}}{\mu_n^2 \xi^2 + \mu_m^2 \xi^2 + \mu_k^2 \xi^2} \times \cos \mu_{nx} \frac{x}{l_x} \cos \mu_{my} \frac{y}{l_y} \cos \mu_{kz} \frac{z}{l_z} \times \\ & \times \left\{ 1 - \exp \left[ (-\mu_{nx}^2 \xi_x^2 + \mu_{my}^2 \xi_y^2 + \mu_{kz}^2 \xi_z^2) \frac{\lambda_{\max}}{c\gamma} \frac{1}{l_{\min}^2 \zeta^2} \tau \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$A_{l_i} = \frac{2 \sin \mu_{l_i}}{\mu_{l_i} + \sin \mu_{l_i} \cos \mu_{l_i}}; \quad \begin{array}{l} l = n; m; k \\ i = x; y; z \end{array}; \quad (2.26)$$

Таблицы значений амплитуд  $A$  (2.26) и собственных значений  $\mu$  (2.21) приведенные в работе [40] в функции критерия Био (3.22)

$$\lambda_{\max} = \max_i \lambda_i; \quad i = x, y, z; \quad (2.27)$$

$$l_{\min} = \min_i l_i; \quad i = x, y, z; \quad (2.28)$$

$$\xi_i = \frac{\min_i (l_i \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}})}{l_i \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}}}; \quad i = x, y, z; \quad (2.29)$$

$$\zeta = \frac{1}{l_{\min}} \min_i (l_i \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}}); \quad i = x, y, z. \quad (2.30)$$

Решение (2.25) охватывает класс РЭА, где отвод тепла осуществляется или из поверхности кожуха, или непосредственно из поверхности нагретой

зоны путем естественной конвекции, вынужденной конвекции газа или жидкости и другими поверхностными системами охлаждения (раздел 1.2).

*2.2.3 Решение уравнения теплопроводности при отсутствии поверхностных стоков энергии и равномерном распределении источников и температурозависимых объёмных стоков энергии ( $Q_s = 0, k_x = k_y = k_z =$*

$$0, W(x, y, z) \equiv W_0, Q_0(x, y, z) = 0)$$

После подстановки условий, которые в (2.20) – (2.23) приходим к следующему решению.

$$\begin{aligned} \vartheta = & \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{W_0}{\lambda_{\max}} \ell_{\min}^2 \zeta^2 \frac{A_{nx} A_{my} A_{kz}}{\mu_{nx}^2 \xi_x^2 + \mu_{my}^2 \xi_y^2 + \mu_{kz}^2 \xi_z^2 + \frac{q_v \ell_{\min}^2 \zeta^2}{\lambda_{\max}}} \times \cos \mu_{nx} \frac{x}{\ell_x} \cos \mu_{my} \frac{y}{\ell_y} \cos \mu_{kz} \frac{z}{\ell_z} \times \\ & \times \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \mu_{nx}^2 \xi_x^2 + \mu_{my}^2 \xi_y^2 + \mu_{kz}^2 \xi_z^2 + \frac{q_v \ell_{\min}^2 \zeta^2}{\lambda_{\max}} \frac{\lambda_{\max}}{c\gamma} \frac{1}{\ell_{\min}^2 \zeta^2} \tau \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Из условий отсутствия поверхностных стоков энергии имеем, что  $k_x = k_y = k_z = 0$  и  $Vi_x = Vi_y = Vi_z = 0$ , что согласно (2.21) и (2.26) приводит к равенству [31].

$$\begin{aligned} A_{li} = 1; \quad \mu_i = 0 \quad \text{при} \quad u = m = k = 1; \quad l = m, n, k; \\ A_{li} = 0; \quad \mu_i = \pi(l-1) \quad \text{при} \quad n, m, k > 1; \quad l = m, n, k. \end{aligned} \quad (2.32)$$

После подстановки значений амплитуд и собственных значений (2.32) в (2.31) получим конечное выражение для температуры при отсутствии поверхностных стоков (поверхностного охлаждения окружающей среды):

$$\vartheta = \frac{W_0}{q_v} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{q_v}{c\gamma} \tau \right) \right]. \quad (2.33)$$

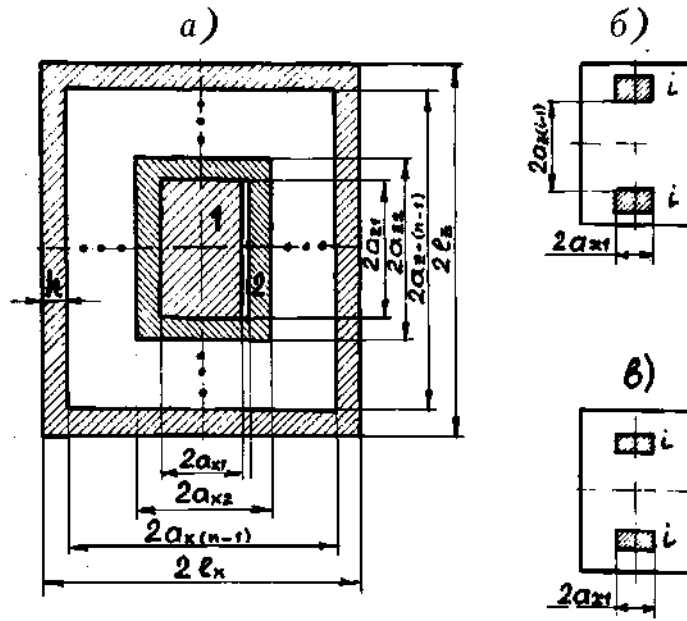
Рассмотренный случай в практической реализации соответствует РЭА, нагретые зоны которых интенсивно охлаждаются путем равномерной продувки воздуха или прогона жидкости так, что конвективным отводом тепла через кожух аппарата в окружающую среду можно пренебречь.

*2.2.4 Решение уравнения теплопроводности при наличии температурозависимых объёмных стоков энергии и различной концентрации мощности источников по объёму нагретой зоны ( $Q_0 = 0$ ;  $q_v = \text{const}$ ;  $W = W(x, y, z)$ )*

**Пусть функция  $W(x, y, z)$  имеет следующий закон распределения удельной мощности в объёме нагретой зоны:**

$$W = \begin{cases} W_1 & 0 \leq x < a_{x1} \quad 0 \leq y < a_{y1} \quad 0 \leq z < a_{z1}; \\ W_2 & a_{x1} \leq x < a_{x2} \quad a_{y1} \leq y < a_{y2} \quad a_{z1} \leq z \leq a_{z2}; \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ W_n & a_{x_{n-1}} \leq x \leq l_x \quad a_{y_{n-1}} \leq y \leq l_y \quad a_{z_{n-1}} \leq z \leq l_z \cdot \end{cases} \quad (2.34)$$

На рис. 2.2 закон распределения мощности (2.34) представленный графически.



1, 2, ... i, ... n – объемы нагретой зоны заполнены равномерно -  
 распределенными источниками (элементами радиоэлектронных схем)  
 тепла с удельной мощностью  $W_1, W_2, \dots, W_n$

Рисунок 2.2 – Распределение мощности источников тепла в  
 объеме нагретой зоны

После подстановки выражений (2.34) в (2.20) - (2.23) с учетом того, что  
 по условию  $Q_0(x, y, z) = 0$  и  $q_v = \text{const}$  приходим к следующему решению:

$$\vartheta = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{W_0}{\lambda_{\max}} \ell_{\min}^2 \zeta^2 F_{n,m,k}(W) \frac{A_{nx} A_{my} A_{kz}}{\mu_{nx}^2 \xi_x^2 + \mu_{my}^2 \xi_y^2 + \mu_{kz}^2 \xi_z^2 + \frac{q_v \ell_{\min}^2 \zeta^2}{\lambda_{\max}}} U_{nx} U_{ny} U_{nz} T_{n,m,k}; \quad (2.35)$$

$$F_{n,m,k}(W) = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{P_0} \frac{\sin \mu_{nx} \frac{a_{Xi}}{l_X} \sin \mu_{my} \frac{a_{Yi}}{l_Y} \sin \mu_{kz} \frac{a_{Zi}}{l_Z} - \sin \mu_{nx} \frac{a_{X(i-1)}}{l_X} \sin \mu_{my} \frac{a_{Y(i-1)}}{l_Y} \sin \mu_{kz} \frac{a_{Z(i-1)}}{l_Z}}{\left( \frac{a_{Xi}}{l_X} \frac{a_{Yi}}{l_Y} \frac{a_{Zi}}{l_Z} - \frac{a_{X(i-1)}}{l_X} \frac{a_{Y(i-1)}}{l_Y} \frac{a_{Z(i-1)}}{l_Z} \right) \sin \mu_{nx} \sin \mu_{my} \sin \mu_{kz}}}; \quad (2.36)$$

$$W_0 = \sum_{i=1}^n \frac{W_i V_i}{l_x l_y l_z} \quad V_i = a_{Xi} a_{Yi} a_{Zi} - a_{X(i-1)} a_{Y(i-1)} a_{Z(i-1)}, \quad (2.37)$$

где  $P_i$  – мощность источников тепла в  $i$  объеме, Вт;

$P_0$  – суммарная мощность источников тепла  $\left( \sum_{i=1}^n P_i \right)$  в объеме

нагретой зоны, Вт.

Сравнение выражений (2.31) и (2.35) показывает, что они различаются под знаком тройной суммы на функцию  $F_{n, m, k}(W)$ . Таким образом, особенности температурного поля параллелепипеда, вызываемые различными законами распределения (концентрации) мощности источников энергии (2.35), по сравнению с равномерным, учитываются функцией  $F_{n, m, k}(W)$ . Ниже будут рассмотрены некоторые частные случаи для функции  $F_{n, m, k}(W)$ .

*2.2.5 Источники энергии сконцентрированные в центральной части нагретой зоны ( $P_i = P_0, i = 1$ ). Центральный точечный источник. Плоский центральный источник*

После подстановки в (2.36) условий, которые  $i = 1$  и  $P_i = P_1 = P_0$  получим следующее выражение для функции  $F_{n, m, k}(W)$ .

$$F_{n, m, k}(W) = \frac{1}{\frac{a_X}{l_X} \frac{a_Y}{l_Y} \frac{a_Z}{l_Z}} \cdot \frac{\sin \mu_{nx} \frac{a_X}{l_X} \sin \mu_{my} \frac{a_Y}{l_Y} \sin \mu_{kz} \frac{a_Z}{l_Z}}{\sin \mu_{nx} \sin \mu_{my} \sin \mu_{kz}}. \quad (2.38)$$

Для получения значений  $F_{n, m, k}(W)$ , когда точечный источник тепла размещен в центре параллелепипеда, перейдем к пределу в (2.38) при  $\alpha_x \rightarrow 0$ ;  $\alpha_y \rightarrow 0$ ;  $\alpha_z \rightarrow 0$

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\mu_{nx}\mu_{my}\mu_{kz}}{\sin \mu_{nx} \sin \mu_{my} \sin \mu_{kz}};$$

$$a_x \rightarrow 0;$$

$$a_y \rightarrow 0;$$

$$a_z \rightarrow 0.$$
(2.39)

В частном случае, если условия теплообмена на гранях одинаковые и нагретая зона имеет кубическую форму, т.е.

$$B_{ix} = B_{iy} = B_{iz} = B_i, \text{ имеем } \mu_{nx} = \mu_{my} = \mu_{nz} = \mu_n;$$
(2.40)

$$F_n(w) = \left( \frac{\mu_n}{\sin \mu_n} \right)^3.$$
(2.41)

Для плоского центрального источника имеем  $a_{x1} = \ell_x$ ;  $a_{y1} = \ell_y$ ;  $a_{z1} \rightarrow 0$  и выражение (2.38) примет вид:

$$F_k(w) = \frac{1}{\frac{a_{z1}}{\ell_z}} \cdot \frac{\sin \mu_{kz} \frac{a_{z1}}{\ell_z}}{\sin \mu_{kz}};$$

$$a_{z1} \rightarrow 0$$
(2.42)

или после взятия предела

$$F_k(w) = \frac{\mu_{kz}}{\sin \mu_{kz}}.$$
(2.43)

2.2.6 *Источники энергии, сконцентрированные по периферийной части объёма нагретой зоны ( $i = n$ ;  $P_n = P_0$ ). Поверхностные источники*

После подстановки в (2.36) условий  $i = n$  и  $P_n = P_0$  получим следующее выражение для  $F_{n,m,k}(W)$ , вводя обозначение  $a_{i(n-1)} = a_i$ ,  $a_{in} = \ell_i$ , где  $i = x, y, z$ .

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{1}{1 - \frac{a_x}{\ell_x} \cdot \frac{a_y}{\ell_y} \cdot \frac{a_z}{\ell_z}} \cdot \left( 1 - \frac{\sin \mu_{nx} \frac{a_x}{\ell_x} \sin \mu_{my} \frac{a_y}{\ell_y} \sin \mu_{kz} \frac{a_z}{\ell_z}}{\sin \mu_{nx} \sin \mu_{my} \sin \mu_{kz}} \right) \quad (2.44)$$

Для нагретых зон в форме куба с одинаковыми условиями теплообмена на гранях согласно (2.40) и (2.44), имеем:

$$F_n(w) = \frac{1}{1 - \left(\frac{a}{\ell}\right)^3} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\sin \mu_n \frac{a}{\ell}}{\sin \mu_n} \right)^3 \right] \quad (2.45)$$

Для случая концентрации источников тепла на гранях нагретой зоны, переходя в (2.45) к пределу при  $a > \ell$ , получим

$$F_n(w) = \frac{\mu_n}{\operatorname{tg} \mu_n}. \quad (2.46)$$

2.2.7 *Источники энергии, сконцентрированные вдоль одной из осей симметрии параллелепипеда. Симметричные точечные источники в объёме и на гранях ( $a_{xi} = a_{x1}$ ;  $a_{yi} = a_{y1}$ ;  $P_i = P_0$ )*

Функция  $W(x, y, z)$  имеет следующий закон концентрации мощности в объёме нагретой зоны (рис. 2.2б)

$$W = \begin{cases} W_i & 0 \leq x \leq a_{x1}; \quad 0 \leq y \leq a_{y1}; \quad a_{z(i-1)} < z \leq a_{zi}. \\ 0 & x > a_{x1}; \quad y > a_{y1}; \quad 0 \leq z \leq a_{z(i-1)}. \end{cases} \quad (2.47)$$

$$P_i = P_0 \quad a_{zi} < z \leq l_z,$$

После подстановки (2.47) в (2.20) – (2.23) мы придем к решению вида (2.35), где выражение для функции  $F_{n,m,k}(W)$  будет иметь вид:

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\frac{\sin \mu_{nx} \frac{a_x}{l_x} \cdot \sin \mu_{my} \frac{a_y}{l_y}}{\sin \mu_{nx} \cdot \sin \mu_{my}} \cdot \frac{\sin \mu_{kz} \frac{a_{zi}}{l_z} - \sin \mu_{kz} \frac{a_{z(i-1)}}{l_z}}{\sin \mu_{kz}}}{\frac{a_x}{l_x} \cdot \frac{a_y}{l_y} \cdot \left( \frac{a_{zi}}{l_z} - \frac{a_{z(i-1)}}{l_z} \right)} \quad (2.48)$$

Для случая плоского источника  $a_{z(i-1)} \rightarrow a_{zi}$ , переходя к пределу в (2.48) получим:

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\frac{\sin \mu_{nx} \frac{a_x}{l_x} \cdot \sin \mu_{my} \frac{a_y}{l_y}}{\sin \mu_{nx} \cdot \sin \mu_{my}} \cdot \frac{\cos \mu_{kz} \frac{a_{zi}}{l_z}}{\sin \mu_{nz}} \cdot \mu_{kz}}{\frac{a_x}{l_x} \cdot \frac{a_y}{l_y}} \quad (2.49)$$

Если плоский источник имеет форму грани  $x, y$ , т.е.  $a_x = l_x; a_y = l_y$ , то

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\cos \mu_{kz} \cdot \frac{a_z}{l_z}}{\sin \mu_{kz}} \cdot \mu_{kz} \quad (2.50)$$

При  $a_z = l_z$ , т.е. когда источник лежит на грани, формула (2.50) совпадает с (2.46).

В случае точечного источника, переходя к пределу в (2.43) при  $ax_1 \rightarrow 0$   $ay_1 \rightarrow 0$ , получим следующее выражение для  $F_{n,m,k}(W)$

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\mu_{nx}\mu_{my}}{\sin \mu_{nx} \sin \mu_{my}} \cdot \frac{\cos \mu_{kz} \frac{a_{zi}}{\ell_z}}{\sin \mu_{kz}} \mu_{kz}. \quad (2.51)$$

Наконец, если точечные источники размещены на противоположных гранях ( $a_z = \ell_z$ ), то выражение (2.51) примет вид:

$$F_{n,m,k}(w) = \frac{\mu_{nx}\mu_{my}}{\sin \mu_{nx} \sin \mu_{my}} \cdot \frac{\mu_{kz}}{\operatorname{tg} \mu_{kz}}. \quad (2.52)$$

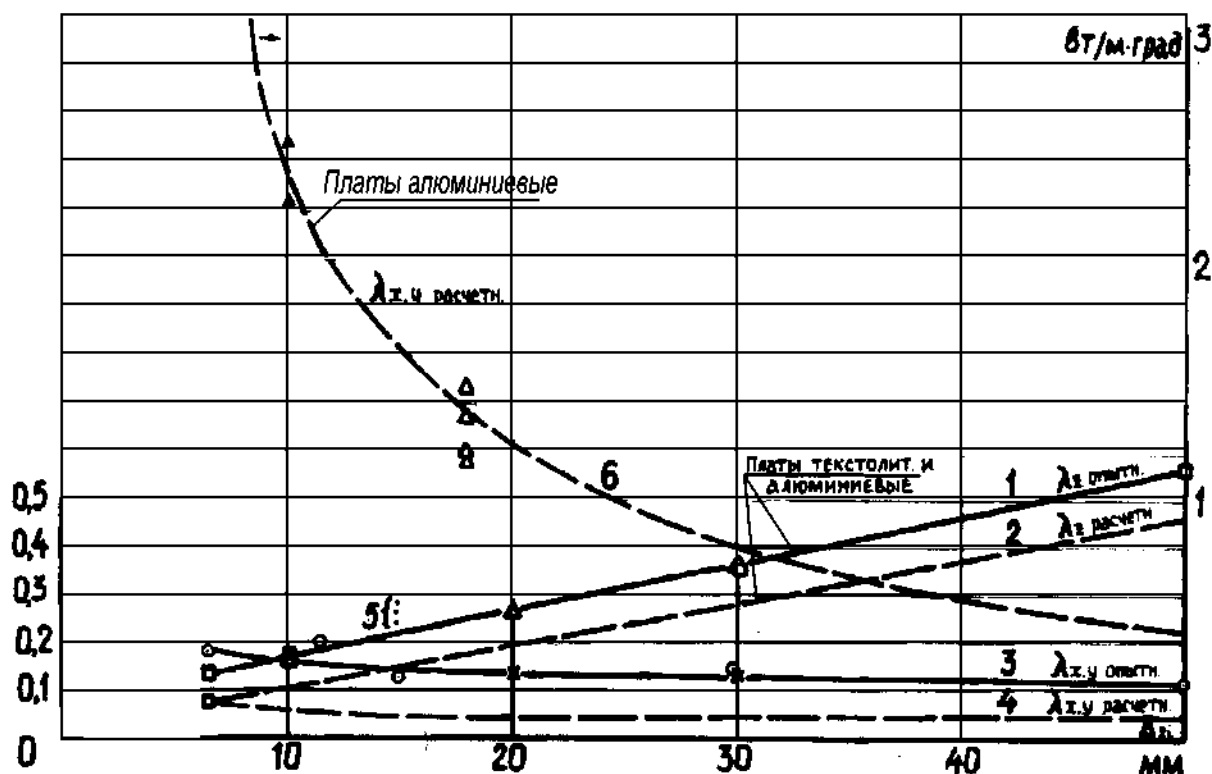
### 2.3 Алгоритм синтеза многоплатных РЭА по максимальному допустимому перегреву

#### 2.3.1 Теплофизические и конструктивные параметры алгоритма синтеза

В многоплатных конструкциях всегда имеют место тепловые связи между элементами и платами, так как коэффициент плотности монтажа  $I_{\max}/\Delta > 1$  [1, 37]. Это позволяет применить к нагретой зоне понятие квазиоднородного тела с эффективной теплопроводностью  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  вдоль осей плат и  $\lambda_z$  перпендикулярно платам (см. подраздел 2.1).

Численные значения эффективных теплопроводностей для РЭА с воздушным заполнителем по данным [34] приведенные на рисунке 2.3 в функции зазора между платами  $\Delta$  для монтажа средней плотности ( $\eta_m > 1$ ) и нетеплопроводных плат. Для нетеплопроводных плат с большой плотностью монтажа ( $\eta_m \gg 1$ ).

$$\lambda_0 = \lambda_x \approx \lambda_y \approx \lambda_z = 0.2 \text{ Вт/м} \cdot \text{град.} \quad (2.53)$$



1 – аппроксимация опытных значений  $\lambda_z$  для плат без элементов;

2, 4 – расчётные значения  $\lambda_{x,y,z}$  для плат без элементов;

3 – аппроксимация опытных значений  $\lambda_{x,y}$  для нетеплопроводных плат без элементов и с элементами при  $\eta_m \geq 1$ ;

5 – опытные значения  $\lambda_z$  для теплопроводных и нетеплопроводных плат с плотностью размещения элементов  $\eta_m \geq 1$ ;

6 – расчётные значения  $\lambda_{x,y}$  для металлических плат без элементов (алюминий,  $\delta = 0,1$  мм);

$\Delta$  – опытные значения  $\lambda_{x,y}$ ; - - - - расчётные значения  $\lambda_{x,y}$ .

Рисунок 2.3 – Зависимость  $\lambda_{эф.} = f(\lambda_{пл.}, \lambda_{эл.}, \Delta_{2i}, \lambda_{1i})$  при средней плотности монтажа нагретых зон РЭА.

В случае теплопроводных плат (теплосток) эффективная теплопроводность определяется вдоль теплостокв зависимостью

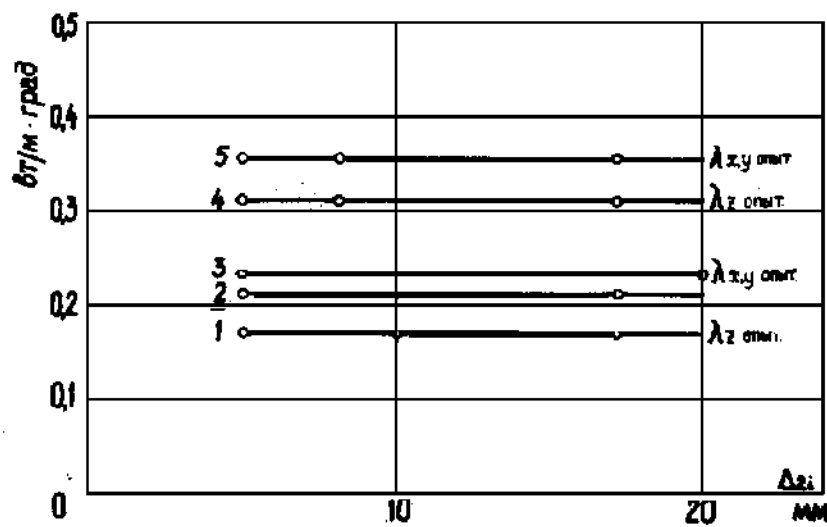
$$\lambda_i = \lambda_{oi} \left( 1 + \frac{\lambda_H}{\lambda_{oi}} \cdot \frac{\delta_M}{\Delta + \delta_M} \right); \quad i = x, y, z, \quad (2.54)$$

где  $\lambda_{oi}$  – эффективная теплопроводность при нетеплопроводных платах (рис. 2.3), Вт/м · град;

$\lambda_H$  – теплопроводность сплошных металлических плат (тепlostоков), Вт/м · град;

$\delta_M$  – толщина металлических плат (тепlostоков), м;

$\Delta$  – расстояние между платами, м.



1 – опытные значения  $\lambda$  для плат с плотностью размещения нетеплопроводных элементов на плате  $\eta_M \geq 1$ ;

2 – опытные значения  $\lambda_{x,y}$  для нетеплопроводных плат с плотностью размещения нетеплопроводных элементов  $\eta \gg 1$ ;

3 – опытные значения  $\lambda_{x,y}$  для нетеплопроводных плат с плотностью размещения смеси теплопроводных и нетеплопроводных элементов  $\eta_M \gg 1$ ;

4 – опытные значения  $\lambda_z$  для плат с плотностью размещения теплопроводных элементов на плате  $\eta_M \gg 1$ ;

5 – опытные значения  $\lambda_{x,y}$  для нетеплопроводных плат с плотностью размещения теплопроводных элементов на плате  $\eta_M \gg 1$ .

Рисунок 2.4 – Зависимость  $\lambda_{эф.} = f(\lambda_{пл.}, \lambda_{эл.}, \Delta_{2i}, \lambda_{1i})$  при плотном

монтаже нагретых зон РЭА.

Связь между температурным полем анизотропной нагретой зоны РЭА в форме параллелепипеда, теплофизическими коэффициентами ( $\lambda$ ,  $c$ ,  $\gamma$ ), симметрично размещенными источниками и стоками тепла согласно (2.20) - (2.23) выражается интегральным уравнением

$$\frac{\int_0^{\ell_x} \int_0^{\ell_y} \int_0^{\ell_z} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{w(x', y', z', \tau) - Q(x', y', z', \tau)}{c\gamma} u_{nx'} u_{my'} u_{kz'} u_{nx} u_{my} u_{kz}}{\int_0^{\ell_x} \int_0^{\ell_y} \int_0^{\ell_z} u_{nx'}^2 u_{my'}^2 u_{kz'}^2 dx' dy' dz'} \times$$

$$\times \frac{-\frac{a_n^2}{c\gamma} (\tau - t) - \frac{q_v}{c\gamma} t}{dx' dy' dz' dt} = \vartheta(x, y, z, \tau) \quad (2.55)$$

Получение с (2.55) алгоритмов синтеза для произвольного закона изменения температуры  $\vartheta(x, y, z, \tau)$  представляет серьезные математические трудности, так как методы решения некорректных многомерных задач теплопроводности начали широко разрабатываться лишь в последние годы.

Поэтому мы ограничимся рассмотрением случая, когда требуемый температурный режим задается максимальной температурой в установившемся режиме  $\vartheta_0(\tau \rightarrow \infty)$ .

Решение уравнения (2.55) будем получать при симметричных законах распределения источников и стоков, рассмотренных в 2.2.2 – 2.2.7.

С учетом этих предположений, ограничиваясь первым членом ряда общего решения (2.35) при  $\tau \rightarrow \infty$  получим связь между максимальной температурой и всеми другими параметрами теплового процесса.

$$\frac{P}{\lambda_{\max}} \cdot \frac{\ell_{\min}^2}{v} \zeta^2 F_w \frac{A}{(\mu_x \xi_x)^2 + (\mu_y \xi_y)^2 + (\mu_z \xi_z)^2 + \frac{q_v \ell_{\min}^2 \zeta^2}{\lambda_{\max}}} = \vartheta_0 \quad (2.56)$$

$$A = \left\{ \begin{array}{ll} 0.82A_x A_y A_z, \xi_x \approx \xi_y \approx \xi_z = 1 \\ A_x A_y & \xi_x \approx \xi_y; \xi_z \rightarrow 0 \\ A_x & \xi_y \approx \xi_z \rightarrow 0 \end{array} \right\}. \quad (2.57)$$

Возможность ограничения суммы первым членом ряда с условиями (2.57) вытекает из табл. 2.1.

Таблица 2.1 – Сравнительная оценка суммы и первого члена ряда (2.35) при  $V_i = \infty$

Форма параллелепипеда	Сумма ряда	Первый член ряда	Погрешность %	Необходимая поправка
Куб	0.223	0.273	22.5	0.82
Квадратный “брус”	0.297	0.332	11.8	0.90
Квадратная пластина	0.500	0.510	2.0	0.98

Выразим в (2.56) наименьший линейный размер нагретой зоны в форме параллелепипеда  $2l_{\min}$  через фиксированный объём  $V$  ( $\text{м}^3$ ) и относительные размеры сторон.

$$V = 8l_x l_y l_z = 8l_{\min}^3 \frac{1}{\xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}; \quad (2.58)$$

$$l_{\min} = 0.5 \sqrt[3]{V \xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}; \quad (2.59)$$

$$\xi_{i0} = \frac{\ell_{\min}}{\ell_i}, \quad i = x, y, z. \quad (2.60)$$

После подстановки (2.59) и (2.54) в (2.56) и группирование по параметрам приходим к математическому выражению алгоритма синтеза РЭА по заданной максимальной температуре в виде уравнения связи между параметрами синтеза  $F_j$  при отсутствии объёмных стоков энергии ( $q_v = 0$ ) [44,45].

$$F_0 \cdot F_\Phi \cdot F_\lambda \cdot F_{a\lambda} \cdot F_{ak} \cdot F_w \leq 1; \quad (2.61)$$

$F_0$  – начальный параметр;

$$F_0 = \frac{P_0}{\vartheta_0} \cdot \frac{1}{4\lambda_0 V^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{0.82A_0^3}{3\mu_0^2}; \quad (2.62)$$

$$B_{i0} = \frac{K_0}{\lambda_0} \cdot \frac{1}{2} \sqrt[3]{V}, \quad (2.63)$$

где  $P_0$  – суммарная мощность источников тепла, Вт;

$\vartheta_0$  – максимальный допустимый перегрев аппарата, град;

$\lambda_0$  – эффективная теплопроводность при отсутствии теплостокков при газовом (воздушном) заполнителе (рис.2.3), Вт/м · град;

$V$  – объём нагретой зоны, м<sup>3</sup>;

$A_0, \mu_0$  – амплитуды и собственные значения при  $B_{i0}$  (табл. 2.2);

$K_0$  – средний поверхностный коэффициент теплопередачи (2.9);

$F_\Phi$  – параметр формы параллелепипеда [46, 47].

$$F_{\Phi} = 3 \frac{A_1}{A_0^3} \mu_0^2 \frac{\sqrt[3]{\xi_{x0}^2 \cdot \xi_{y0}^2 \cdot \xi_{z0}^2}}{(\mu_{x1} \cdot \xi_{x0})^2 + (\mu_{y1} \cdot \xi_{y0})^2 + (\mu_{z1} \cdot \xi_{z0})^2}; \quad (2.64)$$

$$B_{i1} = B_{i0} \frac{\sqrt[3]{\xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}}{\xi_{i0}}; \quad i = x, y, z; \quad (2.65)$$

$$A_1 = A_{x1}^* \cdot A_{y1}^* \cdot A_{z1}^*; A_{i1}^* = A_{i1} - (A_{i1} - 1) (1 - \xi_{i0}); i = x, y, z, \quad (2.66)$$

где  $\xi_{i0}$  – относительные длины сторон (2.60) и параллелепипеда;

$A_{i1}$ ;  $\mu_{i1}$ ;  $A_0$ ;  $\mu_0$  – значение амплитуд и собственных значений при критерии  $B_{i0}$  и  $B_{i1}$  (табл. 3.2);

$F_{\lambda}$  – параметр эффективной теплопроводности нагретой зоны [48-56].

$$F_{\lambda} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_M}{\lambda_0} \cdot \frac{\delta_M}{\Delta + \delta_M}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{(\mu_{x1} \cdot \xi_{x0})^2 + (\mu_{y1} \cdot \xi_{y0})^2 + (\mu_{z1} \cdot \xi_{z0})^2}{(\mu_{x2} \cdot \xi_{x0})^2 + (\mu_{y2} \cdot \xi_{y0})^2 + (\mu_{z2} \cdot \xi_{z0})^2}; \quad (2.67)$$

$$B_{i2} = B_{i0} \frac{\sqrt[3]{\xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}}{\xi_{i0}} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_{\max}}; \quad i = x, y, z; \quad (2.68)$$

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_M}{\lambda_0} \cdot \frac{\delta_M}{\Delta + \delta_M}}; \quad (2.69)$$

$$A_2 = A_{x2}^* \cdot A_{y2}^* \cdot A_{z2}^*; A_{i2}^* = A_{i2} - (A_{i2} - 1) (1 - \xi_{i0}); i = x, y, z, \quad (2.70)$$

где  $A_{i2}$ ,  $\mu_{i2}$  – значение амплитуд и собственных значений при  $B_{i2}$  (табл.2.2).

Таблица 2.2 – Значение A и  $\mu$  в функции критерия  $B_i$

$B_i$	$A_i$	$M_i$
0.00	1.0000	0.0000
0.01	1.0020	0.0998
0.10	1.0159	0.3111
0.50	1.0701	0.6533
0.60	1.0813	0.7051
0.70	1.0918	0.7506
0.80	1.1016	0.7310
0.90	1.1107	0.8274
1.00	1.1192	0.8603
2.00	1.1784	1.0769
3.00	1.2102	1.1925
4.00	1.2287	1.2646
5.00	1.2403	1.2138
10.00	1.2612	1.4289
20.00	1.2699	1.4961
30.00	1.2717	1.5202
40.00	1.2723	1.5325
50.00	1.2727	1.5400
100.00	1.2731	1.5552

$F_{a\lambda}$  – параметр анизотропности по теплопроводности ( $\lambda_x \neq \lambda_y \neq \lambda_z$ ) [57,58].

$$F_{a\lambda} = \zeta^2 \cdot \frac{A_3}{A_2} \cdot \frac{(\mu_{x2} \cdot \xi_{x0})^2 + (\mu_{y2} \cdot \xi_{y0})^2 + (\mu_{z2} \cdot \xi_{z0})^2}{(\mu_{x3} \cdot \xi_x)^2 + (\mu_{y3} \cdot \xi_y)^2 + (\mu_{z3} \cdot \xi_z)^2}; \quad (2.71)$$

$$B_{i3} = B_{i0} \frac{\sqrt{\xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}}{\xi_{i0}} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_{\max}} \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}; \quad i = x, y, z; \quad (2.72)$$

$$A_3 = A_{x3}^* \cdot A_{y3}^* \cdot A_{z3}^*; A_{i3}^* = A_{i3} - (A_{i3} - 1)(1 - \xi_i); \quad i = x, y, z; \quad (2.73)$$

$$\zeta = \frac{\min_i \left( \ell_i \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}} \right)}{\ell_{\min}}; \quad \xi_i = \xi_{i0} \frac{\zeta}{\sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}}}; \quad i = x, y, z, \quad (2.74)$$

где  $A_{i3}$ ;  $\mu_{i3}$  – значение амплитуд и собственные значения при  $V_{i3}$  (табл. 2.2)

$F_{ak}$  – параметр анизотропности по теплообмену на гранях параллелепипеда ( $k_x \neq k_y \neq k_z$ )

$$F_{ak} = \frac{A}{A_3} \cdot \frac{(\mu_{x3} \cdot \xi_x)^2 + (\mu_{y3} \cdot \xi_y)^2 + (\mu_{z3} \cdot \xi_z)^2}{(\mu_x \cdot \xi_x)^2 + (\mu_y \cdot \xi_y)^2 + (\mu_z \cdot \xi_z)^2}; \quad (2.75)$$

$$B_i = B_{i0} \frac{\sqrt{\xi_{x0} \cdot \xi_{y0} \cdot \xi_{z0}}}{\xi_{i0}} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_i} \cdot \frac{K_i}{K_0}; \quad i = x, y, z; \quad (2.76)$$

$$A = A_x^* \cdot A_y^* \cdot A_z^*; \quad A_i^* = A_i - (A_i - 1)(1 - \xi_i), \quad (2.77)$$

где  $A_i$ ;  $\mu_i$  – значение амплитуд и собственных значений при  $V_i$  (табл. 2.2);

$K_i$  – коэффициенты теплопередачи на гранях нагретой зоны, Вт/м<sup>2</sup>·град.;

$F_w$  – параметр влияния закона концентрации мощности источников тепла в объеме нагретой зоны (2.2. 2 – 2.2.7).

При введении объемных температурозависимых стоков, мощность которых существенным образом превышает мощность поверхностных стоков, алгоритм синтеза по максимальной стационарной температуре, согласно (2.33), выражается уравнением связи, которая имеет вид:

$$F_Q \leq 1; \quad (2.78)$$

$$F_Q = \frac{P_0}{Vq_v}. \quad (2.79)$$

Согласно (2.61) и (2.78) для получения оптимальных конструкций РЭА, которые разрешают использовать в схемах элементы с максимальной потребляемой мощностью при заданном максимальном перегреве, необходимо минимизировать параметры синтеза  $F_j$  в пределах ограничений, наложенных на каждый параметр техническим заданием на разработку аппарата.

Поэтому необходимо рассматривать возможные пути минимизации отдельных параметров и их совокупности, а также границы их изменения.

### *2.3.2 Начальный параметр синтеза $F_0$ . Влияние объёма и интенсивности системы поверхностного охлаждения на максимальный перегрев аппарата*

Начальный параметр  $F_0$  (2.62) характеризует тепловой режим следующей конструкции РЭА [59]:

- нагретая зона имеет форму куба ( $\xi_{x_0} = \xi_{y_0} = \xi_{z_0} = 1$ );
- анизотропности по теплопроводности в объёме и теплообмену на поверхности отсутствует ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda_0$ ;  $\kappa_x = \kappa_y = \kappa_z = \kappa_0$ ), т.е.  $F_{a\lambda} = F_{ak} = 1$ ;
- кондуктивные теплостоки отсутствуют ( $\lambda_{\max} = \lambda_0$ ),  $F_\lambda = 1$ ;
- мощность источников тепла распределена равномерно ( $F_w = 1$ ).

Эти условия, согласно (2.64) – (2.77) и (2.2.2 – 2.2.7), означают, что параметры

$$F_\phi = F_\lambda = F_{a\lambda} = F_{ak} = F_w = 1, \text{ т.е.}$$

синтез такой конструкции сводится к минимизации лишь начального параметра  $F_0$  (2.62)

$$F_0 \leq 1. \quad (2.80)$$

На рис. 2.5 приведена зависимость параметра  $F_0 \vartheta_0 / (P_0 \cdot 10^{-2})$  от объема нагретой зоны и коэффициента теплопередачи  $K_0$ , что характеризует систему поверхностного охлаждения для аппаратов с эффективной теплопроводностью  $\lambda_0 = 0.2 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$  (рис. 2.4).

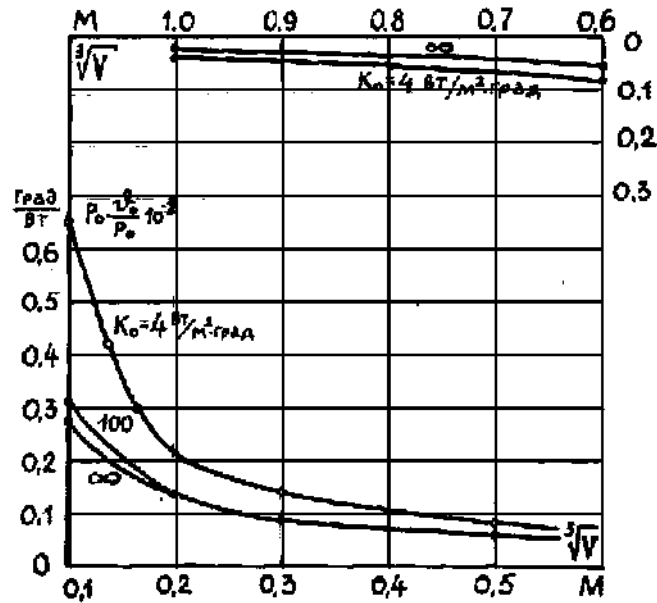


Рисунок 2.5 – Зависимость начального параметра  $F_0$  от объема нагретой зоны ( $\sqrt[3]{V}$ ) и интенсивности поверхностного теплообмена  $K_0$  при  $\lambda_0 = 0,2 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$ .

С (2.62) непосредственно вытекает, что начальный параметр можно минимизировать за счет уменьшения отношения  $P_0 / \vartheta_0$ , увеличение объема нагретой зоны  $V$  и увеличение интенсивности поверхностного теплообмена  $K_0$ . Рассмотрим каждый фактор отдельно.

**Уменьшение отношения  $P_0 / \vartheta_0$  предъявляет определенные требования к разработке электрической схемы аппарата.**

Целесообразно для реализации схемных решений выбирать элементную базу и материалы с наименьшей потребляемой мощностью и высокой температуростойкостью. В случае необходимости использования отдельных

элементов с малой допустимой температурой перегрева  $\vartheta_0$  целесообразно выделять эти элементы в самостоятельную группу, чтобы не усложнять обеспечения теплового режима конструкции аппарата в целом. Это замечание очень важно учитывать при выборе элементной базы электрической схемы, так как после задания конструктором электрической схемы он не имеет возможности влиять на фактор рассеиваемой мощности и температуростойкости элементов схемы.

Анализ рис. 2.5 показывает, что для одноблочных кубических конструкций РЭА объемом  $\sqrt[3]{V} > 0.5$  м минимизация начального параметра  $F_0$  за счет увеличения объема нагретой зоны (плотности размещения элементов) и перехода к более интенсивной системе поверхностного охлаждения ( $K_0 \rightarrow \infty$ ) становится, практически невозможно.

Наоборот для конструкции объемом  $\sqrt[3]{V} < 0.5$  м увеличение объема и рост  $K_0$  приводят к минимизации  $F_0$  в три раза при  $\sqrt[3]{V} = 0.1$  м и на 50% при  $\sqrt[3]{V} = 0.3$  м за счет изменения  $K_0$  от  $4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$  к  $\infty$ . Практически уже при  $K_0 \geq 100 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}$  наступает предельный случай, т.е. для аппаратов с газовым наполнителем (с малой эффективной теплопроводностью  $\lambda = 0.2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ ) не целесообразно использовать жидкостные и др. более эффективные системы поверхностного охлаждения (табл. 2.3).

Предельная минимизация  $F_0$  может быть осуществлена за счет применения вынужденного конвективного воздушного охлаждения (табл. 2.3).

Анализ выражения (2.9) для коэффициента теплопередачи  $K_0$  и табл. 2.3 для коэффициентов теплообмена позволяет наметить два пути увеличения  $K_0$  для минимизации параметра  $F_0$  и синтеза конструкции с заданным тепловым режимом по максимальному перегреву (2.80).

Таблица 2.3 – Значение коэффициента теплообмена для разных поверхностных систем охлаждения

Номер	Тип системы охлаждения	$\alpha^*$ Вт/м · град
1	Суммарное действие естественной конвекции и излучения при изменении степени черноты от 0 до 1 в воздухе	5-10
2	Вынужденная конвекция в воздухе (газах) путем обдува поверхности с различной скоростью	10-100
3	Естественная конвекция в масле или в жидкостях той же плотности	200-300
4	То же в воде	200-600
5	Вынужденная конвекция в масле	300-1000
6	То же в воде	1000-3000
7	Кипение воды на поверхности охлаждения	500-45000

Первый путь – чисто конструктивный при небольших значениях  $K_0$ , т.е. для РЭА, предназначенных функционировать в условиях естественного охлаждения воздухом. Расчеты большого количества конструкций РЭА, функционирующих в условиях естественной конвекции [1, 2, 55, 36, 37, 39], показали, что имеет место равенство проводимостей между нагретой зоной и кожухом и кожухом с окружающей средой

$$K''' \cdot S \approx \alpha \cdot S_k. \quad (2.81)$$

\*) Методы расчёта коэффициентов теплообмена подробно изложены в монографии [2], приложение П 1.4 ÷ П1.6

После подстановки (2.81) в (2.9) получим

$$K_0 = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{S_k}{S}. \quad (2.81.1)$$

т.е. применение кожуха, практически, в два раза снижает эффективность поверхностного охлаждения.

При совмещении кожуха аппарата с нагретой зоной  $S_k \rightarrow S$ , а  $K^{111} \rightarrow \infty$  и

$$K_0 = K. \quad (2.81.2)$$

Таким образом, чисто конструктивным путем совмещая кожух аппарата с нагретой зоной, можно увеличить  $K_0$  в два раза.

При этом следует строго обеспечить хороший тепловой контакт между нагретой зоной кожуха, например, применяя высоко теплопроводные пасты в стыках между платами (шасси) и гранями кожуха и т.д.

Рассмотренный метод наиболее эффективный, когда необходимо сохранить герметичность (пилезащищённость) РЭА. Можно пойти и другим конструкторским путем, а именно: уменьшить влияние кожуха на интенсивность теплостоков за счет нарушения герметичности и обеспечение непосредственного контакта нагретой зоны с охлаждающим воздухом через перфорационные (жалюзи) отверстия. Тогда выражение для  $K_0$  в первом приближении примет вид:

$$K_0 = K_0^* \cdot \left( 1 + \frac{S_{\text{пер}}}{S_k} \right), \quad (2.82)$$

где  $S_{\text{пер}}$  – площадь перфорационных (жалюзей) отверстий, м<sup>2</sup>;

$K_0^*$  – определяется выражением (2.84) при  $S_{\text{пер}}=0$ .

Отношение  $S_{\text{пер}} / S_{\text{к}}$  – называется коэффициентом перфорации.

Более строгий учет перфорации приведен в работах [1, 2], где учитывается не только поверхность перфорированных отверстий, но и характер теплообмена через отверстия.

Практически уже при  $S_{\text{пер}} / S_{\text{к}} = 0.5 - 0.6$  значение  $K_0$  близкое к  $K_0^*$ , т.е. достигается предельный эффект минимизации  $F_0$ .

Рассмотренные конструктивные методы не разрешают существенным образом изменять коэффициент теплопередачи  $K_0$ .

Для существенного изменения интенсивности теплообмена на поверхности нагретой зоны необходим переход от естественного до вынужденного поверхностного охлаждения путем продува воздуха (табл. 2.3), т.е. необходимо дополнительное изменение в конструкции аппарата. При этом, согласно (2.9) необходимо одновременно увеличивать интенсивность теплообмена между нагретой зоной и кожухом ( $K^{111}$ ) и кожухом и окружающей средой ( $\alpha$ ), или предварительно совместить кожух с нагретой зоной ( $K^{111} \rightarrow \infty$ ), в противном случае рост  $K_0$  будет незначительным, не смотря на важное увеличение  $\alpha$ . Таким образом, второй путь минимизации  $F_0$  за счет увеличения  $K_0$  предусматривает переход к новой системе охлаждения с предыдущим совмещением кожуха с нагретой зоной, особенно в конструкциях с плотным монтажом.

Увеличение объёма нагретой зоны за счет уменьшения плотности размещения элементов находится в противоречии с требованиями минимизации габаритов конструкции. Поэтому может быть применено лишь в том случае, когда отсутствуют жесткие ограничения на размеры конструкции в техническом задании.

Практически изменение объёма в 8 раз (на участке  $\sqrt[3]{V} < 0.5$  м) приводит к уменьшению  $F_0$  в три раза при  $K_0 = 4 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$  и в 2 раза при  $K_0 \rightarrow \infty$  (рис. 2.5).

Такое изменение объёма, как показано в 2.4. 3, (2.93), (2.95), может быть осуществлено за счет перехода от монтажа высокой плотности ( $\eta_r \gg 1$ ) к монтажу малой плотности ( $\eta_m \approx 1$ ).

### 2.3.3 Методы минимизации параметра формы $F_\phi$ . Оптимальная форма нагретой зоны аппарата. Объём нагретой зоны

На рис. 2.6 представлена зависимость (2.64) для параметра формы  $F_\phi$  в функции произведения относительных размеров сторон параллелепипеда ( $\xi_{x1} \xi_{y1} \xi_{z1}$ ) объёмом  $V$  для разных значений критерия  $Vi_0$  [60, 61].

При деформировании куба ( $\xi_{x0} = \xi_{y0} = \xi_{z0}$ ) в квадратный “брус” ( $\xi_{x0} = \xi_{y0} = 1; \xi_{z0} \rightarrow 0$ ) того же объёма параметр формы  $F_\phi$  уменьшается (рис. 2.6), т.е. минимизируется. Форма квадратного “бруса” обеспечивает более эффективную минимизацию параметра формы, чем любая другая форма того же объёма.

Наиболее существенно уменьшение параметра  $F_\phi$  имеет место при значении критерия  $Vi_0 > 1$ . Так для квадратного бруса при переходе от  $\xi_z = 1$  (куб) к  $\xi_z = 2$  параметр  $F_\phi$  минимизируется к 0.4 при  $Vi_0 = \infty$  и до 0.7 при  $Vi_0 = 1$ .

Для формы квадратной пластины, практически, уже при  $Vi_0 \leq 1$  параметр формы сохраняет постоянное значение, близкое к предельному, т.е.  $F_\phi \approx 1$ .

Таким образом, для минимизации параметра формы необходимо нагретой зоне аппарата предоставлять форму квадратного “бруса”. При этом платы с элементами могут иметь квадратную форму (рис. 2.7 а) с наименьшим размером  $2l_{\min} \cdot 2l_{\min}$  или форму прямоугольника  $2l_{\min} \cdot 2l_y$  (рис. 2.7.б), размещаясь соответственно перпендикулярно большой или малой оси квадратного бруса (рис. 2.7.а, б).

Практически, деформирование нагретой зоны к форме квадратного бруса ограничено наибольшим линейным размером элемента  $l_{\max}$ ,

$$l_{\min} \geq l_{\max}; \quad (2.83)$$

т.е. предельное значение  $\xi_{y0} \rightarrow 0$  должно быть заменено с учетом ограничения (2.83).

$$\xi_{x0} = \xi_{y0} = 1; \quad \xi_{y0} \rightarrow \xi_{y_{\min}} \quad (2.84)$$

Условие (2.84) является предельным условием минимизации параметра  $F_\phi$ , а практически означает, что все элементы располагаются в ряд на одной условной плате вытянутой вдоль оси Y.

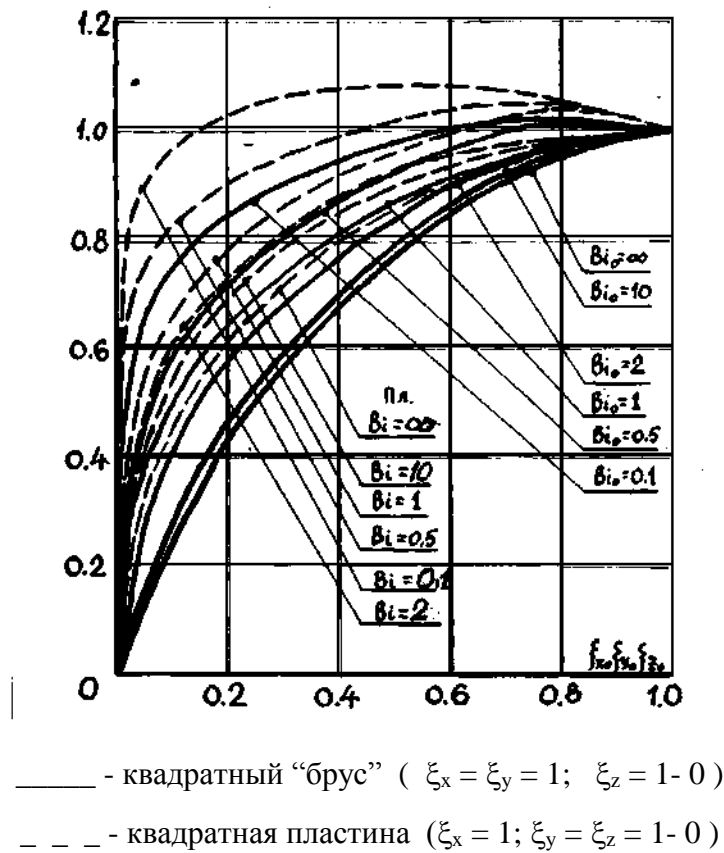


Рисунок 2.6 – Зависимость параметра формы  $F_\phi$  от формы параллелепипеда ( $\xi_x; \xi_y \cdot \xi_z$ ) и критерия Био

Таким образом, ширина  $l_x$  и высота  $l_z$  нагретой зоны определяется линейными размерами элемента  $l_{xэ}; l_{zэ}$ , а протяженность (длина платы) количеством элементов ( $n$ ), что входят в состав нагретой зоны согласно электрической схеме аппарата, и линейными размером элемента  $l_{yэ}$ .

Между элементами на плате должен существовать некоторый зазор  $\Delta_y$ , наименьшее значение которого определяется или из условий электромагнитной совместимости, или из технологических условий, а наиболее всего - из условий ослабления тепловых связей между элементами [36, 39].

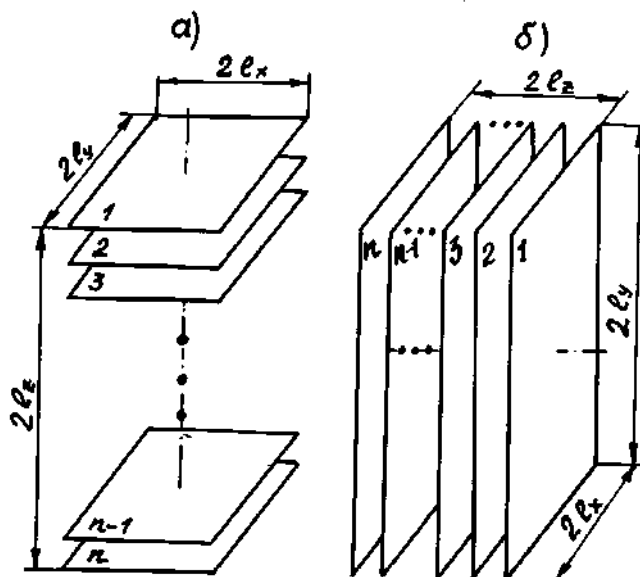


Рисунок 2.7 – Размещение плат с элементами в нагретой зоне оптимальной формы квадратного “бруса”

В конструкциях РЭА размещение элементов в один ряд на условной плате, учитывая, что количество элементов составляет сотни, тысячи и больше, практически не приемлемо. Условную плату (рис. 2.8а) необходимо разбить на участки, из которых могут быть составленные одна или, как правило, несколько плат, размещенных по схеме (рис. 2.8).

Для перехода от условной платы к набору реальных плат необходимо предусмотреть зазор  $\Delta_x$  по ширине платы и  $\Delta_z$  по высоте элемента в случае перехода к многоплатной конструкции нагретой зоны (рис. 2.8 б). Это означает, что каждый элемент занимает некоторую элементарную ячейку объемом  $\Delta V_{zi}$ .

$$\Delta V_{zi} = (l_{xzi} + \Delta_{xi}) (l_{yzi} + \Delta_{yi}) (l_{zoi} + \Delta_{zi}). \quad (2.85)$$

Интересующий нас объём нагретой зоны, может быть получен суммированием элементарных объёмов всех элементов

$$V = \sum_{i=1}^n \Delta V_{эi} . \quad (2.86)$$

Для случая, когда нагретая зона собирается из нескольких подпоследовательностей однотипных по размерам элементов

$$V = \sum_{i=1}^n m_i \Delta V_{эi} , \quad (2.87)$$

где  $m_i$  – количество однотипных элементов в подпоследовательности;

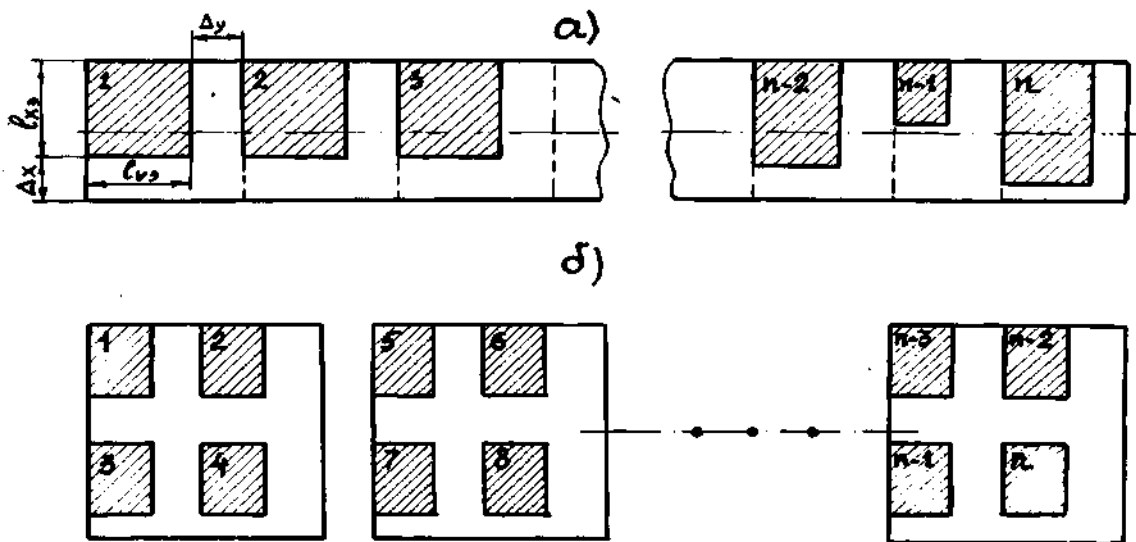
$n$  – количество подпоследовательностей.

Преобразуем выражение (2.85) вводя понятие о коэффициенте плотности монтажа:

$$\eta_M = \frac{l_{\max}}{\Delta_i} ; \quad (2.88)$$

$$l_{\max} = \max_i l_{эi} ; \quad i = x, y, z . \quad (2.89)$$

С учетом (2.88) выражение для объёма элементарной ячейки примет вид:



1, 2, 3, ... , n – элементарная ячейка с одним элементом

а) – условная плата б) – реальная плата

Рисунок 2.8 – Структурная схема рядового расположения элементов

$$\Delta V_3 = \frac{\ell_{\max}^3}{\eta_{Mx} \eta_{My} \eta_{Mz}} (1 + \xi_x \eta_{Mx}) (1 + \xi_{y3} \eta_{My}) (1 + \xi_{z3} \eta_{Mz}). \quad (2.90)$$

Если линейные размеры элемента и зазора  $\Delta_i$  близкие между собой, то  $\xi_{x3} \approx \xi_{y3} \approx \xi_{z3} \approx 1$ ;  $\eta_{Mx} \approx \eta_{My} \approx \eta_{Mz} = \eta_H$  (2.91) и выражение (2.90) упрощается:

$$\Delta V_3 = \ell_{\max}^3 \left( \frac{1 + \eta_M}{\eta_H} \right)^3. \quad (2.92)$$

Соответственно объёмы нагретой зоны будут определяться по формулам (табл. 2.4).

– монтаж высокой плотности  $\eta_M \gg 1$

$$V = \sum_{i=1}^n m_i \ell_{\max}^3; \quad (2.93)$$

– монтаж средней плотности  $\eta_m > 1$

$$V = \sum_{i=1}^n m_i \ell_{\max_i}^3 f(\eta_H); \quad (2.94)$$

$$\text{де } f(\eta_H) = \left( \frac{1 + \eta_H}{\eta_H} \right)^3;$$

– монтаж малой плотности  $\eta_m \approx 1$

$$V = \sum_{i=1}^n 8m_i \ell_{\max_i}^3. \quad (2.95)$$

Таблица 2.4 – Значение  $f(\eta_H)$  в зависимости от плотности монтажа

$\eta_H$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
$f(\eta_H)$	4.66	3.38	2.74	2.35	2.12	1.95

При заданном допустимом наименьшем линейном размере нагретой зоны  $2\ell_{\min}$  в форме параллелепипеда ее поверхность выражается следующей зависимостью через объём

$$S = \frac{V}{\ell_{\min}} [\xi_{x0} + \xi_{y0} + \xi_{z0}]. \quad (2.96)$$

Для оптимальной формы квадратного бруса  $\xi_{x0} = \xi_{y0} = 1$  и выражение (2.96) примет вид:

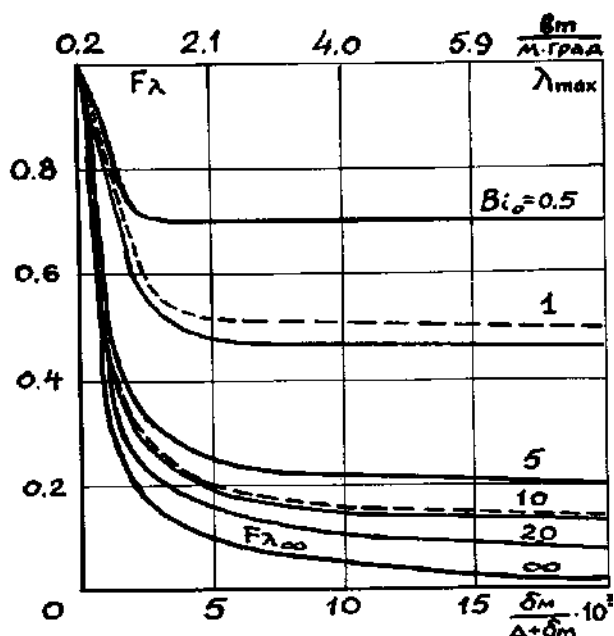
$$S = \frac{V}{\ell_{\min}} [2 + \xi_{z0}]; \quad \xi_{z0} = \frac{8\ell_{\min}^3}{V}. \quad (2.97)$$

Если  $2l_{\min}$  не задано, то в первом приближении поверхность нагретой зоны определяем исходя из кубической формы

$$S = 6\sqrt[3]{V^2}. \quad (2.98)$$

### 2.3.4 Минимизация параметра эффективной теплопроводности нагретой зоны $F_\lambda$ . Предельные значения эффективной теплопроводности

На рис. 2.9 представлена зависимость (2.67) параметра  $F_\lambda$  в функции эффективной максимальной теплопроводности нагретой зоны для разных форм параллелепипеда при изменении начального критерия  $Bi_0$  от 0.5 до  $\infty$  [48, 49]. Анализ рис. 2.9 показывает, что форма параллелепипеда практически не влияет на характер минимизации параметра  $F_\lambda$  изотропных нагретых зон ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda_{\max}$ ). С увеличением  $\lambda_{\max}$  параметр  $F_\lambda$  минимизируется. При этом эффективность минимизации существенным образом возрастает с ростом интенсивности охлаждения на поверхности нагретой зоны.



\_\_\_\_\_ - куб ( $\xi_{x0} = \xi_{y0} = \xi_{z0} = 1$ ) \_ \_ \_ - квадратный “брус” ( $\xi_{x0} = \xi_{y0} = 1; \xi_{z0} = 0,1$ )

Рисунок 2.9 – Зависимость параметра  $F_\lambda$  от максимально допустимой теплопроводности нагретой зоны  $\lambda_{\max}$  и относительной

$$\text{толщины плоских теплостокков } \frac{\delta_H}{\Delta + \delta_H}$$

При возрастании  $Bi_0$  от 0.5 до 20 параметр  $F_\lambda$  соответственно минимизируется с 1 до уровней от 0.7 до 0.07.

Достижение предельных уровней минимизации наблюдается при определенных значениях эффективной теплопроводности для каждого  $Bi_0$ . Дальнейшее увеличение  $\lambda_{\max}$ , практически, не вызывает существенного изменения  $F_\lambda$ .

Предельные значения  $\lambda_{\max}$  для разных условий охлаждения приведенные в табл. 2.5. Значение параметра  $F_\lambda$  для всех форм при  $Bi_0 = \infty$  выражается зависимостью

$$F_{\lambda\infty} = \frac{\lambda_0}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{\delta_M}{\Delta + \delta_H}}. \quad (2.99)$$

Таблица 2.5 – Предельные значения эффективной теплопроводности нагретой зоны

$Bi_0$	0.5	1	5	10	20	$\infty$
$\lambda_{\max}$ Вт/м · град	1.0	1.5	4	4	4	4

Конструктивно изменять теплопроводность нагретой зоны можно двумя путями. Первый путь заключается в применении высокотеплопроводных заполнителей. В этом случае нагретая зона будет изотропной по теплопроводности ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda_{\max}$ ), т.е. будет удовлетворять все

рассмотренные выше закономерности минимизации параметра  $F_\lambda$ . Параметр анизотропности при этом будет равен 1 ( $F_{a\lambda} = 1$ ).

Второй путь состоит в применении плоских теплостоков, выполненных или в виде сплошных металлических плат (медь, дюралюминий и др.), или в виде теплопроводных пластин по размеру плат [2, 22, 34]. При этом будет иметь место анизотропия по теплопроводности ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_{\max} \neq \lambda_z$ ), что нуждается в исследовании влияния параметра анизотропности  $F_{a\lambda}$ .

Как будет показано ниже, в случае оптимальной формы квадратного “бруса”, когда платы (тепlostоки) размещаются параллельно основанию, т.е. перпендикулярно большой оси (рис. 2.7а), все рассмотренные выше закономерности минимизации параметра  $F_\lambda$  остаются в силе, а  $F_{a\lambda} \approx 1$ .

Таблица 2.6 – Значение параметра анизотропности  $F_{a\lambda}$  для различных форм и  $Bi_0$

Номер	$Bi_0$	Вид теплостоков	Форма					
			Куб $F_{a\lambda}$	$F_{a\lambda}$ Предел	Квадратный брус $F_{a\lambda}$	$F_{a\lambda}$ Предел	Квадратная пластина $F_{a\lambda}$	$F_{a\lambda}$ Предел
1	1	Произвольный	1	1	1	1	1	1
2	$\infty$	Объемные $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda_{max}$	1	1	1	1	1	1
3	$\infty$	Плоские $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_{max};$ $\lambda_z = \lambda_0$	$\frac{3}{2 + F_{\lambda\infty}}$	1,5	$\frac{2 + \zeta_{Z_0}^2}{2 + F_{\lambda\infty} \cdot \zeta_{Z_0}^2}$	1	$\frac{1 + 2\zeta_{Z_0}^2}{1 + (1 + F_{\lambda\infty})\zeta_{Z_0}^2}$	1
4	$\infty$	Линейные $\lambda_x = \lambda_{max}; \lambda_z = \lambda_0$	$\frac{3}{1 + 2F_{\lambda\infty}}$	3,0	$\frac{2 + \zeta_{Z_0}^2}{1 + F_{\lambda\infty}(1 + \zeta_{Z_0}^2)}$	$\frac{2}{1 + F_{\lambda\infty}}$	$\frac{1 + 2\zeta_{Z_0}^2}{1 + 2F_{\lambda\infty} \cdot \zeta_{Z_0}^2}$	1
5	$\infty$	Плоские $\lambda_x = \lambda_0;$ $\lambda_z = \lambda_y = \lambda_{max};$	$\frac{3}{2 + F_{\lambda\infty}}$	1,5	$\frac{2 + \zeta_{Z_0}^2}{F_{\lambda\infty} + 1 + \zeta_{Z_0}^2}$	$\frac{2}{1 + F_{\lambda\infty}}$	$\frac{1 + 2\zeta_{Z_0}^2}{F_{\lambda\infty} + 2\zeta_{Z_0}^2}$	$\frac{2}{1 + F_{\lambda\infty}}$
6	$\infty$	Линейные $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_0;$ $\lambda_z = \lambda_{max};$	$\frac{3}{1 + 2F_{\lambda\infty}}$	3,0	$\frac{2 + \zeta_{Z_0}^2}{F_{\lambda\infty} + 1 + \zeta_{Z_0}^2}$	$\frac{1}{F_{\lambda\infty}}$	$\frac{1 + 2\zeta_{Z_0}^2}{F_{\lambda\infty} + (F_{\lambda\infty} + 1)\zeta_{Z_0}^2}$	$\frac{2}{1 + F_{\lambda\infty}}$

Примечание:  $F_{a\lambda}$  определяется выражением (2.99), рис. 2.9

2.3.5. Влияние анизотропности по теплопроводности на эффективность минимизации параметра  $F_{a\lambda}$ . Оптимальное размещение плат с плоскими теплостоками

Параметр анизотропности по теплопроводности  $F_{a\lambda}$  определяется равенством (2.71) – (2.74).

В табл. 2.6 приведены значения этого параметра и расчетные формулы для предельных значений критерия  $Bi_0$ , когда  $Bi_0 < 1$  или  $Bi_0 = \infty$ .

С (2.63) вытекает, что малые значения  $Bi_0$  соответствуют аппаратам с линейными размерами  $\sqrt[3]{V} < 0.1$  м при слабом поверхностном охлаждении (естественная конвекция в воздухе  $K_0 \approx 4-5$  Вт/м<sup>2</sup>·град и  $\lambda_0 \approx 0.2$  Вт/м·град). Большие значения критерия  $Bi_0$  отвечают аппаратам с  $\sqrt[3]{V} > 0.1$  м, а также РЭА с интенсивным охлаждением (табл. 2.3).

Общее выражение для  $F_{a\lambda}$ , согласно (2.71) – (2.74), при  $Bi_0 < 1$  и  $Bi_0 = \infty$  примет вид:

$$F_{a\lambda} = \begin{cases} 1 \\ \frac{\xi_{X_0}^2 + \xi_{Y_0}^2 + \xi_{Z_0}^2}{\frac{\lambda_x}{\lambda_{\max}} \xi_{X_0}^2 + \frac{\lambda_y}{\lambda_{\max}} \xi_{Y_0}^2 + \frac{\lambda_z}{\lambda_{\max}} \xi_{Z_0}^2} \end{cases} \quad (2.100)$$

Анализ табл. 2.6 показывает, что количественно параметр  $F_{a\lambda} \geq 1$ , т.е. задача минимизации этого параметра состоит в приведении его к единичному значению. При малых значениях  $Bi_0 < 1$  параметр  $F_{a\lambda} \approx 1$ , т.е. минимизирован.

При больших значениях  $Bi_0 > 1$  минимизация параметра анизотропности для разных типов теплостоков может быть осуществлена за счет их правильного размещения в объёме при заданной форме нагретой зоны, а именно теплостоки всегда должны размещаться вдоль наименьшего линейного размера

( $\xi_{i0} = 1$ ). Нарушение этого требования резко снижает эффективность использования теплостоков, так как параметр анизотропности  $F_{a\lambda}$  приближается

к обратной величине предельного значения параметра эффективной теплопроводности  $F_{\lambda\infty}$  (2.99), рис. 2.9.

Тогда произведение этих параметров будет близко до 1 ( $F_{\lambda} \cdot F_{a\lambda} \approx 1$ ), т.е. применение теплостоков становится нецелесообразным, так как не оказывает содействие минимизации параметра синтеза  $F_{\lambda}$ .

Форма квадратного “бруса” в случае плоских теплостоков и квадратной пластины в случае линейных теплостоков обеспечивает предельную минимизацию параметра анизотропности при размещении теплостоков вдоль наименьших линейных размеров.

Таким образом, применение плоских теплостоков, которые обычно технологически выполняются или в виде сплошных теплопроводных плат (или специальных теплопроводных пластин по форме плат), накладывают ограничения на размещение и форму монтажных плат в оптимальной форме квадратного “бруса”. Платы должны иметь квадратную форму с наименьшим линейным размером нагретой зоны и размещаться перпендикулярно большой оси “бруса” (рис. 2.7а). Размещение плат (рис. 2.7б) резко уменьшает эффективность использования теплостоков.

*2.3.6 Влияние закона концентрации элементов, которые рассеивают тепло в нагретой зоне, на максимальную температуру перегрева аппарата. Методы минимизации параметра  $F_w$ . Размещение элементов на платах*

В разделах 2.2.3 – 2.2.7 получены решения для разных случаев симметричной концентрации источников тепла в объёме нагретой зоны. Анализ этих решений показывает, что все они могут быть сведены к равномерному распределению суммарной мощности, если ввести в рассмотрение параметр концентрации  $F_w$ . В табл. 2.6 приведены аналитические выражения первого члена

( $n = m = k = 1$ ) для параметра  $F_w$ . На рис. 2.10 указаны зависимости параметра  $F_w$  от критерия  $B_i$ .

Анализ рис. 2.10 позволяет установить следующие закономерности влияния концентрации мощности  $P_0$  на минимизацию параметра  $F_w$ .

Таблица 2.7 – Аналитические выражения для параметра  $F_w$  при разных законах концентрации источников тепла в объёме нагретой зоны

Номер	Закон концентрации мощности источников тепла	$F_w$
1	Мощность распределена равномерно по всему объёму нагретой зоны.	1
2	Мощность $P$ источников сконцентрирована симметрично и равномерно в центральной зоне размерами $2a_x \cdot 2a_y \cdot 2a_z$ параллелепипеда $2l_x \cdot 2l_y \cdot 2l_z$	$\frac{1}{\frac{a_x a_y a_z}{l_x l_y l_z}} \frac{\sin \mu_x \frac{a_x}{l_x} \sin \mu_y \frac{a_y}{l_y} \sin \mu_z \frac{a_z}{l_z}}{\sin \mu_x \sin \mu_y \sin \mu_z}$
3	Плоский источник мощностью $P$ размером $2a_x \cdot 2a_y$ в центре нагретой зоны.	$\frac{1}{\frac{a_x a_y}{l_x l_y}} \frac{\sin \mu_x \frac{a_x}{l_x} \sin \mu_y \frac{a_y}{l_y}}{\sin \mu_x \sin \mu_y} \frac{\mu_z}{\sin \mu_z}$

4	<p>Линейный источник мощностью <math>P</math> размером <math>2a_x</math> в центре нагретой зоны.</p>	$\frac{1}{\frac{a_x}{l_x}} \frac{\sin \mu_x \frac{a_x}{l_x}}{\sin \mu_x} \frac{\mu_y \mu_z}{\sin \mu_y \sin \mu_z}$
5	<p>Точечный источник мощностью <math>P</math> в центре нагретой зоны.</p>	$\frac{\mu_x \mu_y \mu_z}{\sin \mu_x \sin \mu_y \sin \mu_z}$

Продолжение таблицы 2.7

6	<p>Точечный источник мощностью <math>P</math> в центре нагретой зоны с одинаковыми условиями теплообмена на всех гранях (<math>Bi_x = Bi_y = Bi_z</math>)</p>	$\left( \frac{\mu}{\sin \mu} \right)^3$
7	<p>Мощность <math>P</math> источников тепла равномерно и симметрично распределена в периферийной области параллелепипеда с внешними размерами.</p>	$\frac{1}{1 - \frac{a_x}{l_x} \frac{a_y}{l_y} \frac{a_z}{l_z}} \left( 1 - \frac{\sin \mu_x \frac{a_x}{l_x} \sin \mu_y \frac{a_y}{l_y} \sin \mu_z \frac{a_z}{l_z}}{\sin \mu_x \sin \mu_y \sin \mu_z} \right)$

8	<p>Мощность Р источников равномерно распределена на всех гранях куба с одинаковыми условиями теплообмена или на любых противоположных гранях.</p>	$\frac{\mu}{\operatorname{tg}\mu}$
9	<p>Мощность Р равномерно сконцентрирована в двух симметричных объёмах вдоль одной из осей (например) Рис .2.2.б.</p>	$\frac{1}{\frac{a_x}{l_x} \frac{a_y}{l_y} \left( \frac{a_{z_i}}{l_z} - \frac{a_{z_{i-1}}}{l_z} \right)} \times$ $\frac{\sin \mu_x \frac{a_x}{l_x} \sin \mu_y \frac{a_y}{l_y} \left( \sin \mu_z \frac{a_{z_i}}{l_z} - \sin \mu_z \frac{a_{z_{i-1}}}{l_z} \right)}{\sin \mu_x \sin \mu_y \sin \mu_z}$

Продолжение таблицы 2.7

10	<p>Мощность Р сконцентрирована в двух симметричных плоскостях, параллельных грани ХУ и отдаленных от центра на расстояние</p>	$\mu_z \frac{\cos \mu \frac{a_z}{l_z}}{\sin \mu_z}$
11	<p>Симметричные точечные источники мощностью Р на расстоянии от центра</p>	$\frac{\mu_x \mu_y}{\sin \mu_x \sin \mu_y} \mu_z \frac{\cos \mu_z \frac{a_z}{l_z}}{\sin \mu_z} \mu_z$

12	То же, но на гранях параллелепипеда	$\frac{\mu_x \mu_y}{\sin \mu_x \sin \mu_y} \frac{\mu_z}{\operatorname{tg} \mu_z}$
----	-------------------------------------	---

В случае равномерного распределения мощности параметр  $F_w = 1$ . Концентрация мощности в центральной части нагретой зоны приводит к росту параметра  $F_w$  от 1 до 3,9 (кривые 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8,) с изменением  $Bi$  от 0 до  $\infty$ .

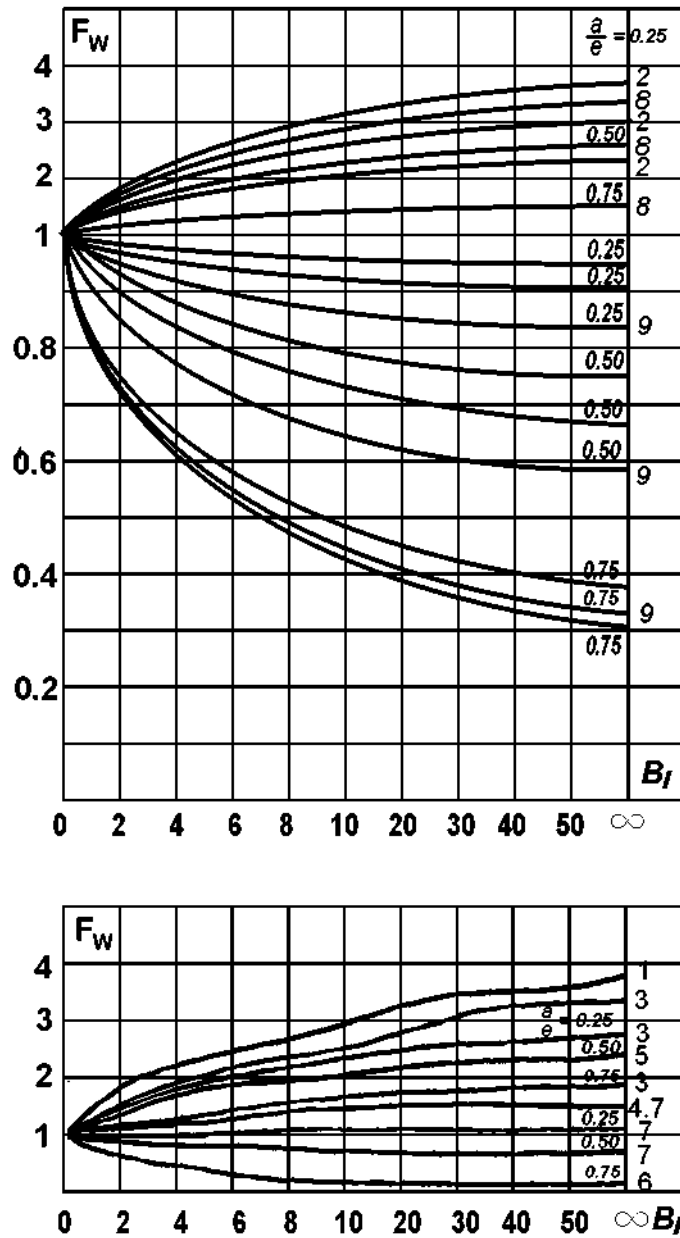


Рисунок 2.10 – Зависимость параметра  $F_w$  от критерия  $Bi$  и закона концентрации источников тепла в объеме нагретой зоны:

1 – центральный точечный источник  $\left(\frac{\mu}{\sin \mu}\right)^3$ ;

2 – центральный плоский источник с относительными размерами

$$\frac{a}{e} - \left(\frac{a}{e}\right)^2 \left(\frac{\sin \mu \frac{a}{e}}{\sin \mu}\right)^2;$$

3 – центральный объемный источник  $-\frac{1}{\left(\frac{a}{e}\right)^3} \left(\frac{\sin \mu \frac{a}{e}}{\sin \mu}\right)^3$ ;

4 – плоский центральный источник питания с размерами грани

$$\ell_x \ell_y - \left(\frac{\mu_z}{\sin \mu_z}\right);$$

5 – линейный источник в центре с размером стороны  $\left(\frac{\mu_z}{\sin \mu_z}\right)^2$ ;

6 – периферийная концентрация на гранях или поверхности нагретой зоны  $\frac{\mu}{\operatorname{tg} \mu}$ ;

7 – плоский источник с размерами сторон грани  $\ell_x \cdot \ell_y$  отдален от центра на расстояние  $a_z = \frac{\mu}{\sin \mu} \cdot \cos \mu \cdot \frac{a_z}{\ell_z}$ ;

8 – симметричные точечные источники отдалены от центра на расстояние  $a_z$

$$\left(\frac{\mu}{\sin \mu}\right)^3 \cos \mu \frac{a_z}{\ell_z};$$

9 – периферийная концентрация с отдалением от центра на  $a$

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{a}{\ell}\right)^3} \left[ 1 - \left(\frac{\sin \mu \frac{a}{\ell}}{\sin \mu}\right)^3 \right].$$

Для всех законов концентрации можно выделить два закона. При  $Bi < 1$  закон концентрации мощности практически не влияет на параметр  $F_w$  по сравнению с равномерным распределением. В условиях естественного, воздушного, поверхностного охлаждения применение теплостокков приводит к уменьшению критерия  $Bi_o$  ( $Bi < 1$ ) за счет роста эффективной

теплопроводности. Влияние закона концентрации мощности при наличии теплостоков на параметр  $F_w$  становится пренебрежимо мало, т.е.  $F_w \approx 1$ . При  $Bi > 1$  (отсутствие теплостоков или высокое значение за счет применения более мощных систем охлаждения) наблюдаются указанные выше изменения параметра  $F_w$  по сравнению с равномерным распределением.

Так при концентрации мощности  $P_0$  на центральной плате нагретой зоны (кривая 4)  $Bi = 0.5$  параметр  $F_w = 1$ , а при  $Bi = 10$  параметр  $F_w = 1.5$ . Соответственно при концентрации мощности на крайних периферийных платах (кривая 6) для  $Bi = 0.5$  параметр  $F_w = 1.2$ , а для  $Bi = 10$  параметр  $F_w$  минимизируется до 0.2.

Периферийное размещение тепловыделяющих элементов оказывает содействие минимизации мощности  $F_w$ , т.е. есть одним из конструктивных факторов, способствующих синтезу оптимальной конструкции аппарата.

Концентрация тепловыделяющих элементов в центральной зоне существенным образом ухудшает температурный режим аппарата. Конструкция усложняется за счет необходимости повышения мощности поверхностных стоков тепла.

Выбор формы и размещение плат в нагретой зоне определяется, как показано выше, условиями минимизации параметра форм  $F_\phi$  и параметра анизотропности по теплопроводности  $F_{a\lambda}$ .

Требования минимизации параметра мощности  $F_w$  позволяет выработать условия оптимального размещения элементов на монтажных платах (рис. 2.10 а,б) при  $Bi > 1$ .

Способы размещения тепловыделяющих элементов, обеспечивающие минимизацию параметра  $F_w$  приведенные в табл. 2.8.

Таблица 2.8 – Размещение элементов на монтажных платах с целью минимизации параметра  $F_w$

Но- мер	Мощности, которые рассеиваются элементами	Допустимые температуры нормального функционирова ния элементов	Закон размещения элементов на платах	
1	Мощности, рассеиваем ые каждым элементом, близки между собой $P_i = f(i) \cong P_0$	Допустимые температуры нормального функционирова ния каждого элемента близкие между собой $\vartheta_i = F(i) \cong 0$ $i = 0, 1, 2, \dots, n$	На центральной плате элементы размещаются с минимальной плотностью $\eta_M$ , а на последующих платах плотность возрастает и достигает на периферийных платах своего максимально- допустимого значения, выбор которого обусловлено критерием электромагнитной совместимости или технологичности конструкций.	Для теплофизическог о конструирования используется температура $\vartheta_0$ .
2	$P_i = f(i) \cong P_0$	$\vartheta_i = F(i)$ , т.е. допустимые температуры образовывают последовательн ость:	Закон размещения по плотности остается тем же с той лишь разницей, что на центральной плате размещаются	Для теплофизическог о конструирования используется наименьшая допустимая температура

		$\vartheta_{0 \min} \dots \vartheta_{n \max}$	элементы с наибольшей допустимой температурой, а на периферийных с наименьшей	$\vartheta_{0 \min}$
--	--	---	---	----------------------

Продолжение таблицы 2.8

3	$P_i = f(i)$ , т.е. мощности, рассеиваемые элементами, образуют последовательность: $P_{0 \min} \dots P_{n \max}$	$\vartheta_i = F(i) \cong \vartheta_0$	Закон размещения по плотности остается тем же с той лишь разницей, что на периферийных платах размещаются элементы с наибольшей мощностью, а на центральных платах с наименьшей мощностью	Для теплофизического конструирования используется температура $\vartheta_0$
4	$P_i = f(i)$ , т.е. мощности, рассеиваемые элементами, образуют последовательность: $P_{0 \min} \dots P_{n \max}$	$\vartheta_i = F(i)$ $\vartheta_{0 \min} \dots \vartheta_{N \max}$	----- " -----	Для теплофизического конструирования используется наименьшая допустимая температура $\vartheta_{0 \min}$

### 2.3.7 Методика и структурная схема синтеза одноблочных РЭА по максимальному допустимому перегреву

Анализ параметров синтеза и методов их минимизации позволяет разработать методику синтеза РЭА, удовлетворяющих заданному максимальному температурному перегреву. В основу изложенного ниже метода положен принцип последовательного перехода от простых конструкторских решений при естественном поверхностном охлаждении кожуха аппарата к более сложным системам охлаждения, требующим усложнения конструкции. Исходная информация для синтеза РЭА с заданным тепловым режимом приведена в таблице 2.9. Там же указано и источник получения информации.

В соответствии с выше изложенным и табл. 2.9 тепловой синтез одноблочного РЭА осуществляется по структурной схеме (рис. 2.11 и табл. 2.10).

Таблица 2.9 – Исходная информация для теплового синтеза одноблочного РЭА

Но-мер	Характеристика	Обозначение	Границы изменения параметра	Источник получения информации
1	Типы элементов.	$i(i = 1, 2, \dots, n)$		Схема электрическая принципиальная.
2	Количество элементов каждого типа.	$m_i(m_1, m_2, \dots, m_n)$		Схема электрическая принципиальная.
3	Допустимые предельные температуры (на поверхности элемента или в окружающей среде)	$t_{эi}(^{\circ}\text{C})$		ТУ нормали паспорта и т.д. на элементы.

	среде).			
4	Линейные размеры элементов.	$l_{xэ}; l_{yэ}; l_{zэ}; (м)$		ТУ нормали паспорта и т.д. на элементы.
5	Максимальная мощность.	$P_{max эi}, (Вт)$		ТУ нормали паспорта и т.д. на элементы.

Продолжение таблицы 2.9

6	Зазор между элементами.	$\Delta x_i; \Delta y_i; \Delta z_i; (м)$		Схема электрическая принципиальная. Условия электромагнитной совместимости. Технологические условия монтажа элементов на плате.
7	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta(м)$		Схема электрическая принципиальная. Условия электромагнитной совместимости. Технологические условия монтажа элементов на плате.

8	Коэффициент запаса мощности	$K_{нi}$		Схема электрическая принципиальная.
9	Предельная допустимая температура окружающей среды для нормального функционирования аппарата.	$t_c, ^\circ\text{C}$		Техническое задание на разработку аппарата.
10	Наименьший линейный размер аппарата	$l_{\min}(\text{м})$		Техническое задание на разработку аппарата.

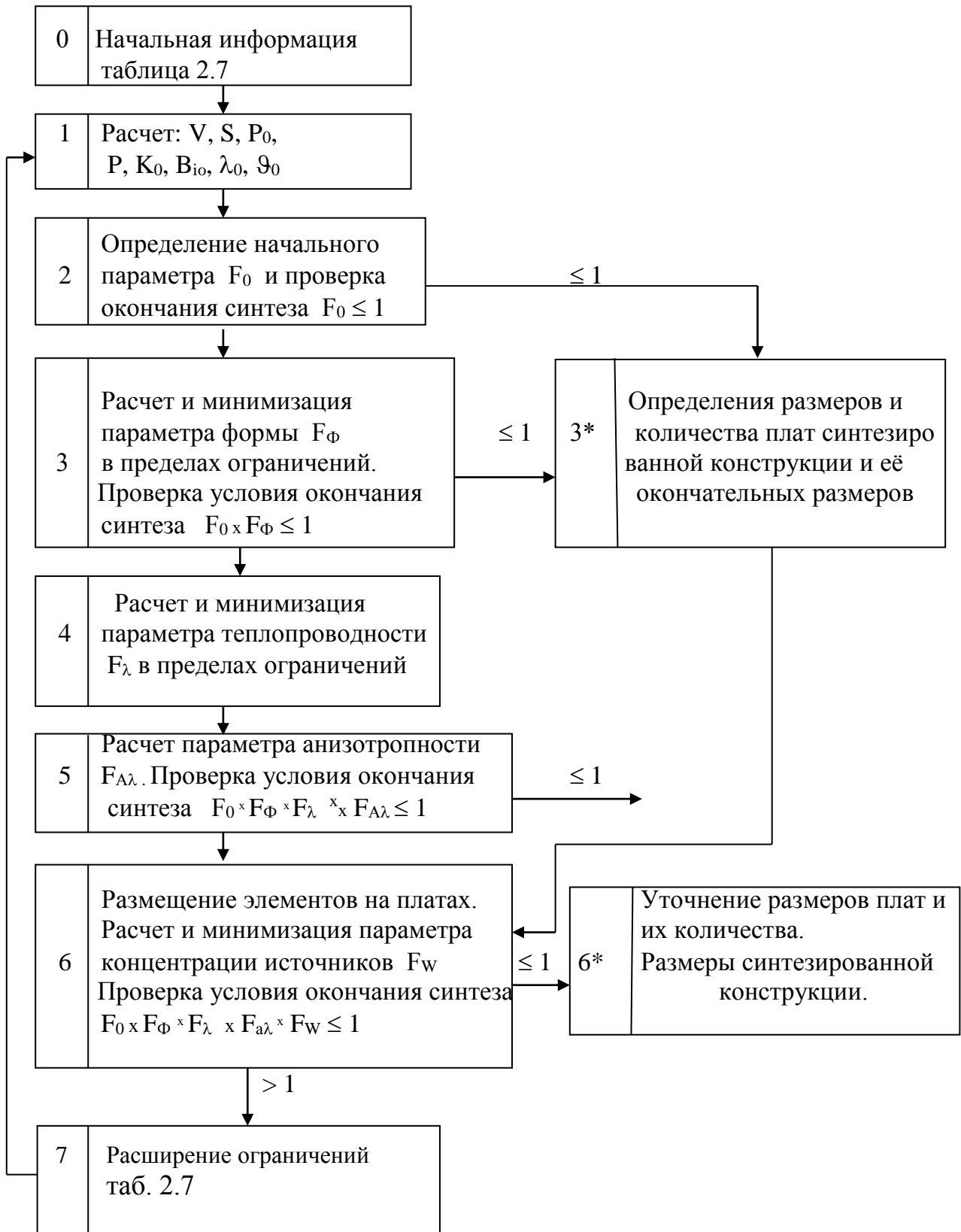


Рисунок 2.11 – Структурная схема теплового синтеза

**Таблица 2.10 – Методика теплового синтеза РЭА**

Но- мер	Название характеристики	Обозначение	Номера формул, таблиц, рисунков, используемых для расчетов	Примечание
1	Объем нагретой зоны	$V(\text{м}^3)$	а) (2.85) – (2.87), б) (2.93) – (2.95). табл.2.9	
2	Поверхность нагретой зоны	$S(\text{м}^2)$	а) (2.96) – форма задана б) (2.97) – форма не задана ( $\ell_{\min}$ табл. 2.9)	
3	Потребляемая мощность	$P_0(\text{Вт})$	$\sum_{i=1}^n m_i \cdot P_{\max \text{ э}i} \cdot K_{\text{н}i}$ таблица 2.7	
4	Удельная мощность	$P_{\text{уд}}$	$\frac{P_0}{S}$	
5	Допустимый максимальный перегрев нагретой зоны	$\vartheta_0(\text{град})$	$\min(t_{\text{э}i} - t_c)$ таблица 2.8	
6	Эффективная теплопроводность нагретой зоны	$\lambda_0 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \right)$	$\lambda_0 = f \left( \frac{\Delta_{\text{пл}}}{\sqrt{V}} \cdot \eta_M \right),$ $\Delta_{\text{пл}} = (\ell_{\text{зе}i} + \Delta_{\text{зе}i}),$ табл. 2.8, рис.2.3 $\eta_M = \frac{\ell_{\max}}{\Delta}, (2.88), (2.89)$	
7	Коэффициент теплопередачи при естественном поверхностном охлаждении воздухом	$K_0 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \right)$	$K_0 = f \left( P_{\text{уд}}; \frac{\Delta}{\sqrt[3]{V}} \right),$ рис. 2.11, табл. 2.8	

8	Начальный критерий Био	$B_{i0}$	(2.63)	
---	------------------------	----------	--------	--

Продолжение таблицы 2.10

9	Начальный параметр	$F_0$	Раздел 2.4. 2 (2.62), табл. 2.2 рис. 2.5	
10	Параметр формы	$F_\Phi$	Раздел 2.4. 3 (2.60) – (2.64), табл. 2.2, рис. 2.9	
11	Размеры плат	$2lx \times 2ly$	рис. 2.8 а, б	
12	Количество плат	$N_{пл}$	$N_{пл} = \frac{l_z}{l_z + \Delta_z + \delta_{пл}}$	
13	Параметр теплопроводности	$F_\lambda$	Раздел 2.4. 4 (2.67) – (2.70), табл. 2.2, рис. 2.9	
14	Параметр анизотропности по теплопроводности	$F_{a\lambda}$	Раздел 2.4. 5 (2.71) – (2.74), табл. 2.2, 2.6	
15	Параметр закона концентрации мощности	$F_w$	Раздел 2.4. 6 (2.70), табл. 2.7,	
16	Размещение элементов на платах		Раздел 2.4. 6,	
17	Параметр объемных стоков	$F_Q$	(2.79)	

В результате теплофизического синтеза получаем конструкцию аппарата, обеспечивающую при суммарной мощности  $P_0$  температурный режим нагретой зоны, не превышающий температуру  $t_0 = \vartheta_0 + t_c$ . В процессе синтеза определяются основные габаритные размеры кожуха и нагретой зоны, количество и расположения плат, а также расположение элементов на платах. Вся эта информация заносится в табл. 2.11.

Таблица 2.11 – Информация о синтезированном аппарате

Но- мер	Наименование характеристики	Обозначение	Значение
1	Габаритные размеры нагретой зоны	$2l_x + 2l_y + 2l_z, (м)$	
2	Габаритные размеры кожуха	$2L_x + 2L_y + 2L_z, (м)$	
3	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta$	
4	Размеры монтажных плат	$2l_x \times 2l_y$	
5	Зазор между платами	$\Delta_{пл}, (м)$	
6	Количество плат	$N_{пл}$	
7	Размещение элементов на платах	$\Delta x, \Delta y, (м)$	
8	Мощность, рассеиваемая аппаратом	$P_0, (Вт)$	
9	Максимальная температура нагретой зоны	$t_0 = \vartheta_0 + P_c$	

### 3 ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА ОДНОБЛОЧНЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ АППАРАТОВ ПО МАКСИМАЛЬНОЙ ДОПУСТИМОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

#### 3.1 Синтез радиоэлектронных аппаратов путём минимизации параметра формы

1. Заполняем таблицу исходных данных (см. табл. 2.8)
2. Согласно структурной схеме рис. 2.11 табл. 2.9 и табл.3.1 производим теплофизический синтез РЭА. Порядок расчёта представлен в табл. 3.2.

Таблица 3.1 – Исходная информация для теплового синтеза одноблочного РЭА

Номер	Характеристика	Обозначение	Пределы изменения параметра	Источники получения информации
1	2	3	4	5
1	Типы элементов	( $I=1, 2, \dots, n$ )	1	схема электрическая принципиальная
2	Количество элементов каждого типа	$m_i$	540	----- " -----
3	Допустимые предельные температуры(на поверхности элемента или в окружающей среде)	$t_{zi} \text{ } ^\circ\text{C}$	65	ТУ, нормализации паспорта и ТУ на элементы
4	Линейные размеры	$l_{xzi}; l_{yzi}; l_{zxi} \text{ (м)}$	0,02·0,009·0,009	----- " -----
5	Максимальная мощность	$P_{\max zi} \text{ (Вт)}$	25	----- " -----

Продолжение табл. 3.1

6	Зазор между элементами	$\Delta_{x_i}; \Delta_{y_i}; \Delta_{z_i}$ (м)	= 0,007; =0,002; = 0,002	схема электрическая, принципиальная. Условия электромагнитной совместимости. Технологические условия монтажа элементов на плате
7	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta$ (м)	0,01	----- " -----
8	Коэффициент запаса мощности	$K_{н_1}$	0,065	схема электрическая, принципиальная
9	Предельная допустимая температура окружающей среды для нормального функционирования аппарата	$t_c$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	20	техническое задание на разработку аппарата
10	Наименьший линейный размер аппарата	$2l_{\min}$ (м)	0,065	----- " -----

Таблица 3.2 – Методика теплового синтеза РЭА

Но-мер	Наименование	Обозначение	Номера расчетных формул, таблиц, рисунков, используемых для	Значение
--------	--------------	-------------	---	----------

			расчёта параметров	
1	<b>Объём нагретой зоны</b>	V (м <sup>3</sup> )	(2.85) –(2.87), табл. 3.1	2.10 <sup>-3</sup>
2	Поверхность нагретой зоны	S (м <sup>2</sup> )	(2.98)	0,094

Продолжение таблицы 3.2

3	Потребляемая мощность	P <sub>0</sub> (Вт)	$\sum_{i=1}^n m_i \cdot P_{\max_{z_i}} \cdot K_{Hi}$	25
4	Удельная мощность	P <sub>уд</sub> (Вт/м <sup>2</sup> )	P <sub>0</sub> /S	266
5	Допустимый максимальный перегрев нагретой зоны	θ <sub>0</sub> (град.)	min <sub>i</sub> (t <sub>zi</sub> -t <sub>c</sub> ), табл. 3.1	45
6	Эффективная теплопроводность нагретой зоны	$\lambda_0 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град.}} \right)$	$\lambda_0 = f \left( \frac{\Delta_{\text{пл}}}{\sqrt[3]{V}} \cdot \eta_M \right)$ , рис. 2.5 $\Delta_{\text{пл}} = (\ell_{z_{zi}} + \Delta_{z_{ш}})$ , табл. 3.1 $\eta_M = \frac{\ell_{\max}}{\Delta i}$ , (2.88), (2.89) i = x, y, z.	0,2 0,011 3,10, 10
7	Коэффициент теплопередачи при естественном поверхностном охлаждении воздухом	K <sub>0</sub> (Вт/м <sup>2</sup> ·град.)	$K_0 = f \left( P_{\text{уд}}, \frac{\Delta}{0,5\sqrt[3]{V}} \right)$ , рис.3.1, табл. 2.2	6
8	Начальный критерий	B <sub>i0</sub>	2.63	2
9	Начальный параметр	F <sub>0</sub>	(2.62) табл. 2.2	2.1 > 1
10	Параметр формы для квадратного бруса	F <sub>φ</sub>	$F_{\phi} = (1 \cdot 1 \cdot \xi_{z_0})$ $\xi_{z_0} = \frac{\ell_{\min}}{0,125V}$ , (2.58), табл. 3.1	0,5 0,14
11	Проверка условия окончания синтеза	F <sub>0</sub> ·F <sub>φ</sub>	F <sub>0</sub> ·F <sub>φ</sub> = 1	≈ 1

12	Размеры плат	$2l_x \times 2l_y$	$2l_{\min} \cdot 2l_{\min}$	$0,065 \times 0,065$
13	Количество плат	$N_{\text{пл.}}$	$N_{\text{пл.}} = \frac{2l_z}{l_{z_0} + \Delta + \delta_{\text{пл.}}}$ $2l_z = \frac{2l_{\min}}{\xi_{z_0}}$	36 450

Продолжение таблицы 3.2

14	Размещение элементов на платах		Элементы на платах размещены равномерно $n_{\text{пл.}} = \frac{m_1}{N_{\text{пл.}}} = \frac{540}{36}$	15
15	Параметр закона концентрации мощности	$F_w$	----- " -----	1

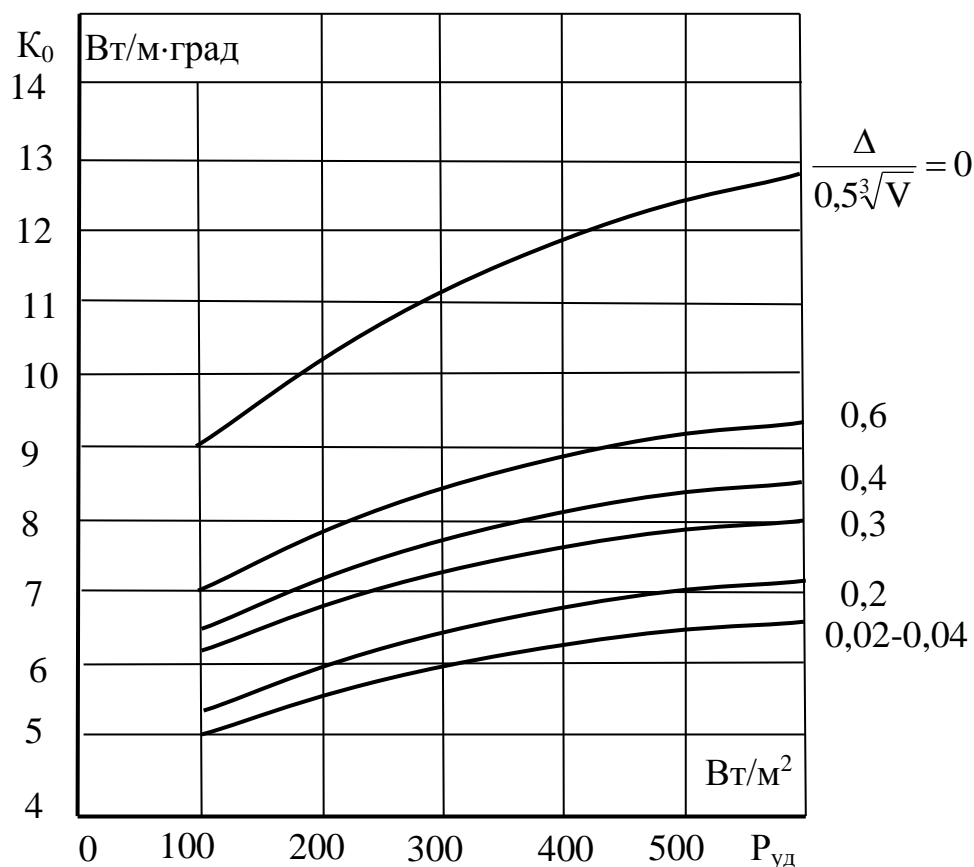


Рисунок 3.1 – Зависимость коэффициента теплопередачи  $K_0$  в условиях естественного воздушного охлаждения кожуха аппарата от удельной мощности  $P_{уд}$  и относительного зазора между нагретой зоной и кожухом  $\Delta/0,5 \sqrt[3]{V}$ .

Степень черноты кожуха  $\varepsilon = 0,9$ , приведенная степень черноты кожуха и нагретой зоны  $\varepsilon_{п} = 0,8$ .

Таблица 3.3 – Информация о синтезированном аппарате

Но-мер	Наименование характеристик	Обозначение	Значения
1	Габаритные размеры нагретой зоны	$2l_x \times 2l_y \times 2l_z$ (м)	0,065×0,065×0,045
2	Габаритные размеры кожуха	$2L_x \times 2L_y \times 2L_z$ (м)	0,075×0,075×0,0463
3	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta_{пл.}$ (м)	0,01
4	Размеры монтажных плат	$2l_x \times 2l_y \times \delta$	0,065×0,065×0,0015

5	Зазор между платами	$\Delta_{\text{пл.}}$ (м)	0,011
6	Количество плат	$N_{\text{пл.}}$	36
7	Размещение элементов на платах	$\Delta_x \cdot \Delta_y$ (м)	0,007, 0,002
8	Мощность, рассеиваемая аппаратом	$P_0$ (Вт)	25
9	Максимальная температура нагретой зоны	$t_0 = \vartheta_0 + t_c$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	65

В табл.3.4 для сравнения приведены значения требуемых и экспериментальных значений температур и мощности.

Таблица 3.4

Но-мер	Наименование	$P_{\text{тр.}}$ (Вт)	$\vartheta_{\text{тр.}}$ (град.)	$P_{\text{опыт.}}$ (Вт)	$\vartheta_{\text{опыт.}}$ (град.)
1	РЭА в форме куба	25	45	25	65
2	Синтезированный РЭА в форме квадратного буса	25	45	25	42

### 3.2 Синтез РЭА путём минимизации параметров формы, теплопроводности, начального параметра

1. Заполняем таблицу исходных данных (см. табл. 2.8).
2. Согласно структурной схемы рис.2.11, табл.2.9 и табл. 3.1 производим теплофизический синтез РЭА. Порядок расчёта представлен в табл. 3.6 .
3. Результаты синтеза и характеристика РЭА представлены в табл. 3.7.

Таблица 3.5 – Исходная информация для теплового синтеза одноблочного РЭА

Но-мер	Характеристика	Обозначение	Пределы изменения параметра
1	Типы элементов	$i$ ( $i=1, 2, 3 \dots n$ )	1
2	Количество элементов каждого типа	$m_i$	1000
3	Допустимые предельные температуры (на	$t_{\vartheta i}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	

	поверхности элемента или в окружающей среде)		
4	Линейные размеры элементов	$l_{x_{эi}}, l_{y_{эi}}, l_{z_{эi}}$ (м)	0,012×0,007×0,007
5	Максимальная мощность	$P_{\max_{эi}}$ (Вт)	28
6	Зазор между элементами	$\Delta_{x_{эi}}, \Delta_{y_{эi}}, \Delta_{z_{эi}}$ (м)	0,003, 0,003, 0,003
7	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta$ (м)	0,01
8	Коэффициент запаса мощности	$K_{нi}$	0,046
9	Предельная допустимая температура окружающей среды для нормального функционирования аппарата.	$t_c$ (°C)	20
10	Наименьший линейный размер аппарата	$l_{\min}$ (м)	0,060
11	Размеры плат	$2L_x \times 2L_y$ (м)	0,2×0,15

Таблица 3.6 – Методика теплового синтеза РЭА

Но-мер	Наименование характеристики	Обозначение	Номера расчётных формул, таблиц рисунков, используемых для расчёта параметров	Значение
1	Объём нагретой зоны	$V$ (м <sup>3</sup> )	$2l_z \times 2l_y \times 2l_{\min}$ ; табл.3.5	$1,8 \cdot 10^{-3}$

Продолжение таблицы 3.6

2	Поверхность нагретой зоны	$S$ (м <sup>2</sup> )	$2(l_x \times 2l_y) + (2l_z \times 2l_{\min}) \cdot 2 + 2(2l_y \times 2l_{\min})$ , табл. 3.5	0,089 м <sup>2</sup>
3	Потребляемая мощность	$P_0$ (Вт)	$\sum_{i=1}^n m_i P_{\max_{эi}} \cdot K_{нi}$ , табл.3.3	28
4	Удельная мощность	$P_{уд.}$ (Вт/м <sup>2</sup> )	$P_0/S$	310
5	Допустимый максимальный перегрев	$\theta_0$	$\min_i (t_{эi} - t_c)$	30

	нагретой зоны	(град.)		
6	Эффективная теплопроводность нагретой зоны	$\lambda_0$ (вт/м·град.)	$\lambda_0 = (\frac{\Delta_{пл}}{\sqrt[3]{V}} \cdot \eta_m)$ , рис. 2.5 $\Delta_{пл.} = (\ell_{z_{oi}} + \Delta_{z_{oi}})$ , табл. 2.9, $\eta_m = \ell_{max} / \Delta_i$ , (2.88), (2.89), $i=x, y, z$ .	0,2 0,010 4.4.4
7	Коэффициент теплопередачи при естественном поверхностном охлаждении воздухом	$K_0$ (вт/м <sup>2</sup> ·град.)	$K_0 = f(P_{уд}; \frac{\Delta}{0,5\sqrt[3]{V}})$ , рис. 3.1	6
8	Начальный критерий Био	$Bi_0$	2.63	2
9	Начальный параметр	$F_0$	(2.62), табл. 2.2	4.3 > 1
10	Параметр формы	$F_\phi$	$F_\phi(0.3, 0.4, 1)$ $\xi_{z_0} = \frac{\ell_{min}}{1,125V}$ , (2.58), табл. 3.1	0,12 0,57
11	Проверка условия окончания синтеза по параметру формы	$F_0 \cdot F_\phi$	= 4,3 · 0,57	2,45 > 1
12	Расчёт и минимизация параметра теплопроводности $F_\lambda$ в пределах ограничений	$F_\lambda$	необходимо минимизировать до по (2.67) при $\lambda_{max} = 2$ вт/м·град. $\delta_m$ (мм)	1/2,45 ≈ 0,4 0,55 0,06
13	Расчёт параметра анизотропности	$F_{a\lambda}$	(2.71) – (2,74)	1.4
14	Проверка условия окончания синтеза		$F_0 \cdot F_\phi \cdot F_\lambda \cdot F_{a\lambda} = 4,3 \cdot 0,57 \cdot 0,55 \cdot 1,4$	1,58 > 1

Продолжение таблицы 3.6

15	Расширение ограничений		табл. 2.8 за счёт ликвидации зазора между нагретой зоной и кожухом	
16	Коэффициент теплопередачи при естественном поверхностном охлаждении воздухом	$K_0$ (вт/м <sup>2</sup> ·град.)	$K_0 = f(P_{уд}; \frac{1}{0,5\sqrt[3]{V}})$ , рис. 4.1, табл. 4.5	12
17	Начальный критерий Био	$Bi_0$	(2.63)	4

18	Начальный параметр	$F_0$	(2.62), табл. 2.2	3.5
19.	Параметр формы	$F_\phi$	(2.64) – (2.66)	0.5
20	Параметр теплопроводности	$F_\lambda$	(2.67) – (2.70) при $\lambda_{\max} = 4$ Вт/м·град. $\delta_m$ ; (мм) табл.2.4	0.38 0.1
21	Расчёт параметра анизотропности	$F_{a\lambda}$	(2.71) – (2.74)	1.5
22	Параметр закона концентрации мощности	$F_w$		1
23	Проверка условия окончания синтеза по всем параметрам		$F_0 \cdot F_\phi \cdot F_\lambda \cdot F_{a\lambda} \cdot F_w =$ $3,5 \cdot 0,5 \cdot 0,38 \cdot 1,5 \cdot 1$	$0,98 < 1$
24	Количество плат	$N_{пл.}$	$N_{пл.} = \frac{2l_z}{l_{z_3} + \Delta + \delta_{пл.}}$	5

Таблица 3.7 – Информация о синтезированном аппарате

Но-мер	Наименование характеристик	Обозначение	Значение
1	Габаритные значения нагретой зоны	$2l_x \cdot 2l_y \cdot 2l_z$ (м)	$0,2 \cdot 0,15 \cdot 0,06$
2	Габаритные размеры кожуха	$2L_x \cdot 2L_y \cdot 2L_z$	$0,22 \cdot 0,17 \cdot 0,08$
3	Зазор между нагретой зоной и кожухом	$\Delta$ (м)	0,01
4	Размеры монтажных плат	$2l_x \cdot 2l_y \cdot \delta$	$0,2 \cdot 0,15 \cdot 0,002$
5	Зазор между платами	$\Delta_{пл.}$ (м)	0,01
6	Количество плат	$N_{пл.}$	5
7	Размещение элементов на платах	$\Delta_x, \Delta_y$ (м)	0,003, 0,003
8	Мощность рассеиваемая аппаратом	$P_0$ (Вт)	28
9	Максимальная температура нагретой зоны	$t_0 = \vartheta + t_c$	50

В таблице 3.8 для сравнения приведены значения требуемых и экспериментальных температур и мощности.

Таблица 3.8

Наименование	$P_{тр.}$ (Вт)	$\vartheta_{тр.}$ (град.)	$P_{опыт}$ (Вт.)	$\vartheta_{опыт}$ (град.)
РЭА	28	30	29	33

## ? КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. За счёт каких конструктивных параметров может быть осуществлена предельная минимизация начального параметра ?
2. С какими линейными размерами аппарата может быть осуществлена эффективная минимизация начального параметра и почему ?
3. С каких линейных размеров минимизация начального параметра практически невозможна и почему ?
4. Почему переход к конструкции в форме квадратного "бруса" обеспечивает наиболее эффективную минимизацию параметра формы ?
5. За счёт каких конструктивных решений можно обеспечить эффективную минимизацию параметра формы ?
6. Как влияют интенсивность системы охлаждения и линейные размеры аппарата на степень минимизации параметра теплопроводности ?
7. При каких конструктивных параметрах наступает предельная минимизация параметра теплопроводности ?
8. При каких значениях эффективной теплопроводности не происходит дальнейшая минимизация параметра теплопроводности ?
9. Как необходимо располагать платы, чтобы обеспечить минимизацию параметра анизотропности по теплопроводности?
10. Как необходимо располагать платы при оптимальной форме квадратного "бруса" и наличии плоских теплостоков ?
11. При каких линейных размерах плат и при каких условиях резко снижается эффективность применения кондуктивных теплостоков ?
12. Какое расположение плат вызывает минимизацию параметра анизотропности по теплопроводности ?
13. Какое расположение тепловыделяющих элементов отрицательно сказывается на температурном режиме элементов по сравнению с равномерным распределением мощности источников ?

14. При каком расположении тепловыделяющих элементов на платах возможна минимизация параметра мощности ?
15. Какими конструктивными параметрами определяется степень минимизации параметра мощности ?
16. При каких линейных размерах аппаратов закон концентрации тепловыделяющих элементов практически не влияет на параметр мощности по сравнению с равномерным распределением ?
17. Какое влияние оказывают плоские теплостоки в аппаратах при неравномерном распределении мощности работающих в условиях естественной конвекции ?
18. Какими факторами определяется оптимальная форма и характер размещения плат с элементами в объеме нагретой зоны ?
19. Из каких условий вытекает оптимальное размещение элементов на платах ?
20. В каких случаях необходимо переходить от поверхностных систем охлаждения к более сложным в конструктивной реализации объёмным системам охлаждения ?

## 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ОСНОВНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ И ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

### 4.1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТЕПЛОВЫХ МАКЕТОВ И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Температурные испытания проведены на тепловых макетах радиоэлектронных аппаратов (РЭА) и охватывают класс одноблочных РЭА со средней ( $\eta_m > 1$ ) и высокой ( $\eta_b \gg 1$ ) плотностью монтажа, собранных на малогабаритных радиоэлементах. Их температурные режимы, размеры элементов, плотность размещения элементов на платах и плотность размещения самих плат показывают, что за структурой своего построения нагретые зоны макетов адекватны нагретым зонам РЭА, выполненным на интегральных, микромодульных схемах или малогабаритных радиоэлементах [62 – 69].

Для изготовления плат применялся стеклотекстолит. В качестве тепловых источников использовались резисторы МЛТ-2. Теплостоки изготавливались из медной фольги  $\delta = 0.2$  мм.

Крепление плат относительно друг друга проводилось четырьмя нетеплопроводными стержнями ( $\lambda_{ст.} = 0.1$  Вт/м. град), диаметром  $\varnothing = 2$  мм, что исключало отвод тепла по стержням из центральной зоны, с максимальной температурой, в менее нагретые зоны макета. Нагретая зона теплового макета помещалась в кожух, изготовленный из дюралюминиевой фольги толщиной  $\delta = 0.1$  мм. Кожух покрывался черным лаком со степенью черноты  $\varepsilon = 0.9$ . Макеты подвешивались на нетеплопроводных нитях в камере спокойного воздуха.

Измерение температур в разных точках тепловых макетов осуществлялось дифференциальными медно-константановыми термопарами, изготовленными из провода  $\varnothing = 0.2$  мм,  $l = 1500$  мм, путем сваривания под флюсом в пламени вольтовой дуги.

Качество изготовленных термопар контролировалось путем измерения омического сопротивления цепи каждой термопары с помощью моста постоянного тока РЗ16, класса 0.2, ГОСТ 7166-66.

Максимальная погрешность измерений составляла  $\pm 0.2\%$  при общем сопротивлении термопары 23-24 Ом.

Крепление термопар осуществлялось клеем БФ-2.

Питание тепловых макетов осуществлялось от универсального источника питания типа УИП-1, контроль которого проводился приборами: сила тока - вольтамперметром М253, класс точности - 0.5; напряжение - вольтамперметром М2007, класс точности - 0.2.

Показания термопар, которые подключились к гальванометру ГЗП-47, во время проведения опытов снимались визуально в делениях прибора через определенные интервалы времени к выходу теплового макета на стационарный режим.

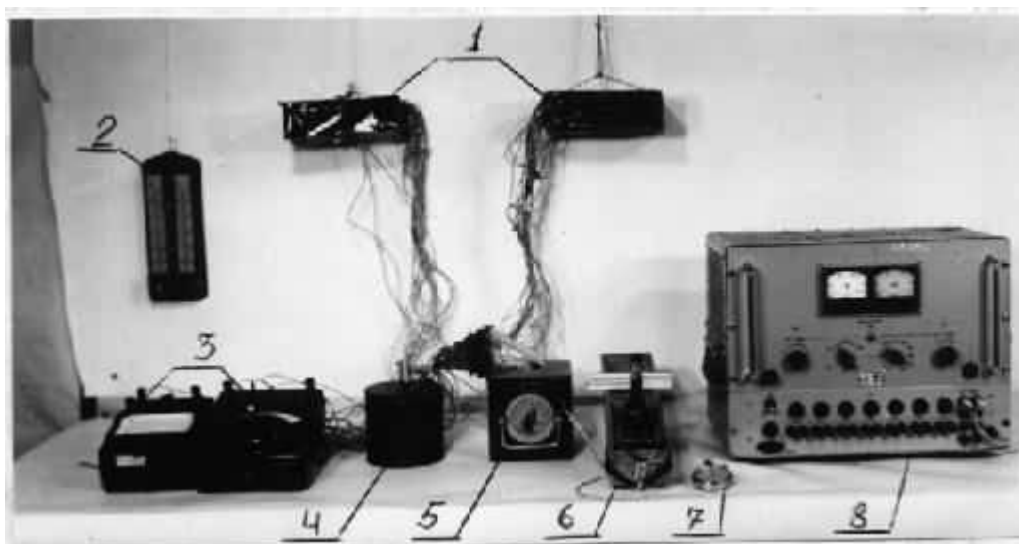
Зеркальный гальванометр ГЗП-47, ГОСТ 7324-55, класс точности 1.0 (цена деления по току  $C = 8.3 \cdot 10^{-8}$ ) был проградуирован совместно с термопарами, с дополнительным сопротивлением МЛТ-2-120 Ом и 20 точечным коммутатором. При таком сопротивлении 1 деление гальванометра соответствует 0.29 град. Коммутатор обеспечивал в процессе тарировки последовательное подключение рабочих концов дифференциальных термопар к гальванометру. Этим учитывалось сопротивление проводов и контактов коммутатора. Стенд для температурных испытаний тепловых макетов представлен на рис. 4.1.

Разброс показаний для гальванометра ГЗП-47 составлял  $\pm 2$  деления, что соответствует  $\Delta_2 = 0.58^\circ\text{C}$ . Средняя квадратичная погрешность серии измерений датчиков (20 шт.) составляла  $\sigma = 0.15$ . Таким образом, суммарная максимальная погрешность измерения температуры, вызванная нестабильностью характеристики термопар и тарировкой, составляла:  $\Delta_r = \pm (2\sigma_1 + \Delta_2) \approx \pm 1^\circ\text{C}$

Отсчет времени проводился секундомером прерываемого действия "51СД", ГОСТ 5072-62, 1класс. Цена деления секундомерной шкалы 0,5 сек.

Результаты обработки экспериментальных данных для установившегося температурного режима приведены в табл. 4.1 - 4.4.

Температура окружающего воздуха в камере спокойного воздуха, где проводились эксперименты, контролировалась с помощью ртутных технических термометров ГОСТ 2823-59. Давление воздуха, измеряемое с помощью барометра, колебалось в пределах 760-740 мм рт. столба; влажность воздуха в лаборатории, измеряемое с помощью психрометра КТЗ-2, составляла 30-40%.



1 – тепловые макеты; 2 – психрометр; 3 – приборы для измерения напряжения и силы тока источников тепла; 4 – сосуд; 5 – коммутатор; 6 – гальванометр;  
7 – секундомер; 8 – УИП-2

Рисунок 4.1 – Стенд для температурных испытаний

## **4.2 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ НАГРЕТОЙ ЗОНЫ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РЕЖИМ АППАРАТА**

Для экспериментального исследования влияния формы нагретой зоны на температурный режим аппарата изготавливались тепловые макеты,

представленные на рис. 4.2 и рис. 4.8, схемы размещения плат и термопар представлены на рис. 4.3. Результаты проведенных исследований представлены в протоколах 49-51, 65-67. Нагретая зона теплового макета (рис. 4.7) набиралась из 9 стеклотекстолитовых плат размером 130x130x1.5 мм. Общая высота нагретой зоны составляла  $2l_z = 45$  мм. В качестве тепловых источников использовались резисторы МЛТ-2, 11 ком. На каждой плате таких резисторов размещалось по 60 штук (5 рядов, в ряду по 12 МЛТ – 2) – т.е. нагретая зона теплового макета была изготовлена с плотным монтажом. Всего в блоке размещалось 540 тепловых источников. Распределение мощности по всему объему было равномерное.

Нагретая зона теплового макета (рис. 4.2) набиралась из 36 стеклотекстолитовых плат размером 65 x 65 x 1.5 мм. Общая высота нагретой зоны составляла 460 мм. На каждой плате равномерно распределялись тепловые источники МЛТ-2 по 15 штук. Всего в блоке размещалось 540 тепловых источников. Распределение мощности по всему объему было равномерное. Монтаж - плотный. Т.е. нагретые зоны тепловых макетов изготавливались адекватными, различие их состояло только по форме. Общая потребляемая мощность для блоков составляла 25 Вт.

Результаты измерений нестационарных тепловых полей для центральных точек нагретых зон тепловых макетов при экспериментальном исследовании приведены на рис. 4.4. Анализ рис. 4.4 показывает, что переход от кубической формы нагретой зоны к форме типа "квадратного бруса" приводит к уменьшению температурного фона в центральной точке блока.



Рисунок 4.2 – Нагретая зона и кожух теплового макета

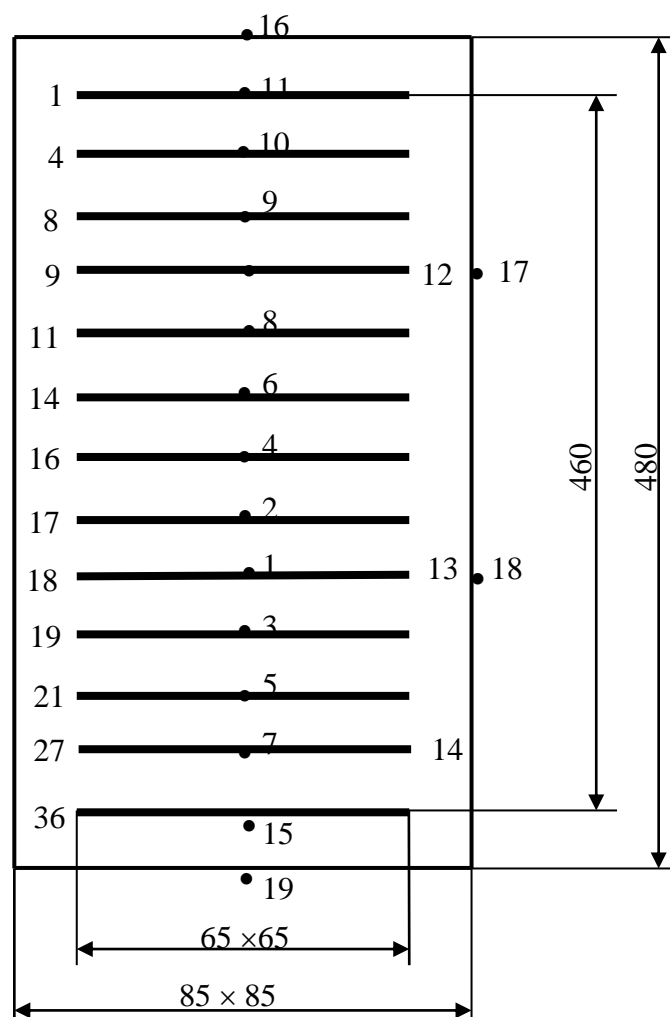


Рисунок 4.3 – Схема размещения плат и термопар

### 4.3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛООБМЕНА

Экспериментальные исследования проводились на тепловых макетах РЭА. Нагретая зона теплового макета РЭА набиралась из пяти стеклотекстолитовых

горизонтально расположенных плат размером 200x150x1.5 мм. Высота нагретой зоны составляла  $2 \ell_{н.з.} = 60$  мм.

Заполнитель между платами - воздух. В качестве тепловых источников использовались резисторы МЛТ-1. На каждой плате, равномерно по всей

поверхности, было размещено по 200 резисторов: 10 рядов, в каждом по 20 резисторов, т.е. был получен плотный монтаж. Общая мощность нагретой зоны составляла  $P_{\text{сум}} = 25$  Вт. Питание резисторов осуществлялось от универсального источника питания УИП-1. Нагретая зона теплового макета РЭА помещалась в кожух, изготовленный из дюралюминиевой фольги  $\delta_{\text{ф}} = 0,1$  мм, покрытой черным лаком ( $\varepsilon=0.9$ ), размером 220x170x80 мм. Зазор между нагретой зоной и кожухом составлял 10 мм. Для увеличения эффективной теплопроводности нагретой зоны стеклотекстолитовые платы заменялись фольгированным стеклотекстолитом, толщиной фольги  $\delta = 0.1$  мм. Влияние введения теплостоков в нагретую зону на температурное поле теплового макета показано на рис. 4.5 (кривая 2) и в протоколах 66 – 71.

Аналогичные экспериментальные исследования, проведенные и для блоков тепловых макетов РЭА, вышеописанной конструкции, когда обеспечивался плотный контакт между теплостоками и кожухом ( $K''' = \infty$ ), т.е. кожух "садился" на нагретую зону, которое обеспечивало увеличение коэффициента теплопередачи (2.9).

Для этого к стеклотекстолитовым платам подклеивалась медная фольга  $\delta_{\text{м}} = 0.2$  мм. Выбор размеров фольги проводился с учетом вывода за границы платы и сгиба сторон на величину зазора, между платами. Фольга по периметру между платами припаивалась, образуя кожух.

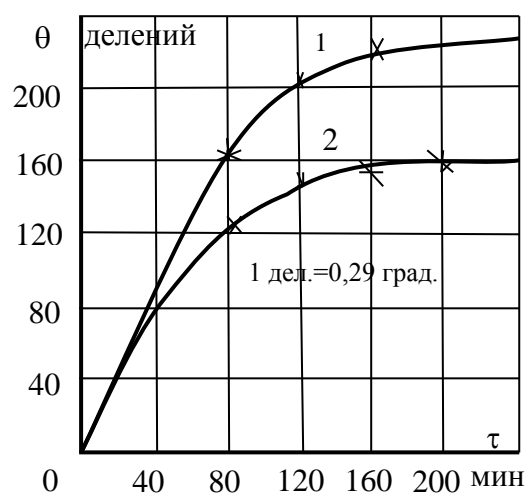
Результаты изменения нестационарного поля для центральной точки тепловых макетов при экспериментальном исследовании представлены на рис. 4.5 (кривая 3).

Анализ рис. 4.5 показывает, что повышение эффективной теплопроводности нагретой зоны за счет введения теплостоков на платах оказывает содействие выравниванию температурного поля блока и снижению общего температурного фона. Так повышение эффективной теплопроводности данного блока от 0.2

Вт/м · град до 3.1 Вт/м · град вдоль плат (x, y) способствует снижению температуры в центральной точке до 22% (кривая 2).

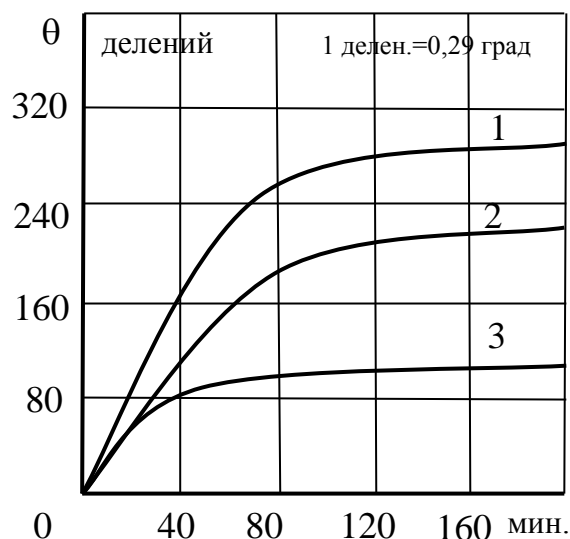
При выводе теплостоков на кожух температурный фон в центральной точке понижается до 50% (кривая 3).

Полученные результаты качественно и количественно удовлетворительно согласуются с результатами теоретических исследований параметра теплопроводности  $F_\lambda$  (2.3.4) и анизотропности  $F_{\alpha\lambda}$ , (2.3. 5) начального параметра  $F_0$  (2.3. 2) и с синтезированными конструкциями (подразделы 3.1, 3.2)



1 – для теплового макета с нагретой зоной 130 x 130 x 115; 2 – для теплового макета с нагретой зоной 65 x 65 x 460;

Рисунок 4.4 – Изменение нестационарного температурного поля в центральной точке тепловых макетов.



1 – при отсутствии теплостоков; 2 – при наличии теплостоков;  
3 – при выводе теплостоков на кожу

Рисунок 4.5 – Значение температуры в центральной точке нагретой зоны.

#### 4.4 ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРА РАЗМЕЩЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА НА ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ МАКЕТА РЭА

Исследование влияния характера размещения источников тепла в нагретой зоне на температурный режим аппарата проводилось на тепловых макетах радиоэлектронных аппаратов, изготавливаемых в лаборатории [63,64].

Тепловой макет для проведения экспериментов №№18 – 33 набирался из 5-ти стеклотекстолитовых плат размером 150x200x1.5 мм, схема которого представлена рис. 4.6. Общая мощность нагретой зоны составляла  $P_{\text{сум.}} = 25$  Вт.

В качестве тепловых источников использовались резисторы МЛТ - 2,4 ком. На каждой плате равномерно по всей поверхности распределялись тепловые источники ( 90 резисторов в 5 рядов, в ряде 18 МЛТ – 2, 4 ком ). Всего в блоке размещалось 450 резисторов. Монтаж - средней плотности. Схема размещения термопар для экспериментов №№ 1-9 представлена на рис. 4.6, для экспериментов №№ 10-33 представлена на рисунке 4.7. Распределение мощности в блоке проводилось согласно данным, представленных в табл. 4.1 и табл. 4.2.

Тепловой макет для проведения экспериментов №№ 34-45, 47, 49-67 набирался из 9 – ти стеклотекстолитовых плат размером 130x130x1,5мм (рис. 4.7).

В качестве тепловых источников использовались резисторы МЛТ-2,4 ком. Для экспериментов №№ 34 – 45, 47 нагретая зона тепловых макетов была изготовлена со средней плотностью монтажа. На одной плате размещалось 40 МЛТ – 2,4 ком, ( 5 рядов, в ряде 8 МЛТ-2 ). Всего в блоке было размещено 360 тепловых источников. Распределение мощностей в блоке производилось согласно данным, представленных в табл. 4.3, а для экспериментов №№ 45 и 47 за счет неравномерного распределения элементов на платах.

В экспериментах №№ 53 – 61 нагретая зона тепловых макетов (рис. 4.8) изготавливалась с высокой плотностью монтажа. На одной плате размещалось 60 МЛТ – 2,4 ком ( 5 рядов, в ряде 12 МЛТ – 2). Всего в блоке размещалось 540 резисторов. Распределение мощностей в блоке проводилось согласно данным, представленных в табл. 4.3.

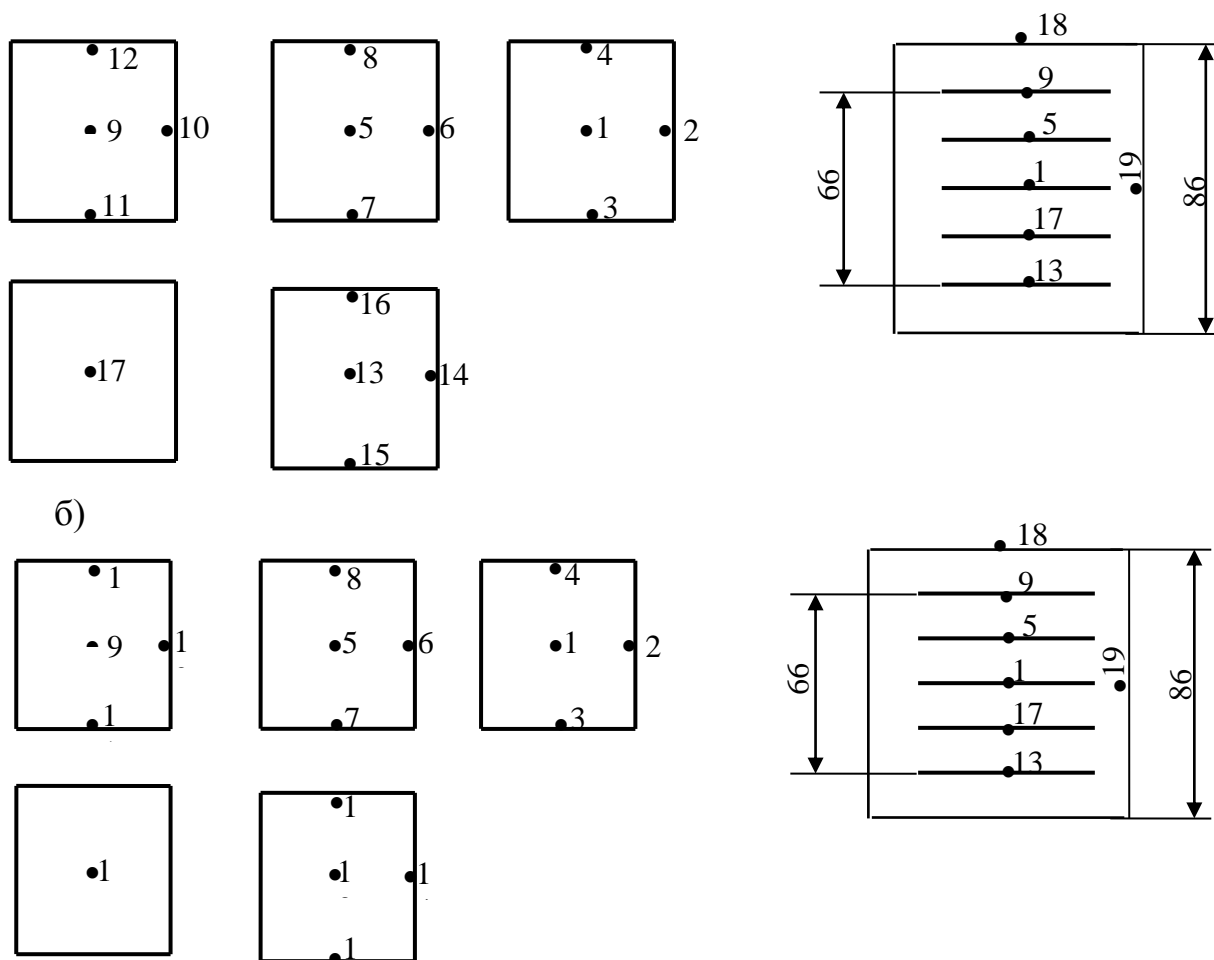


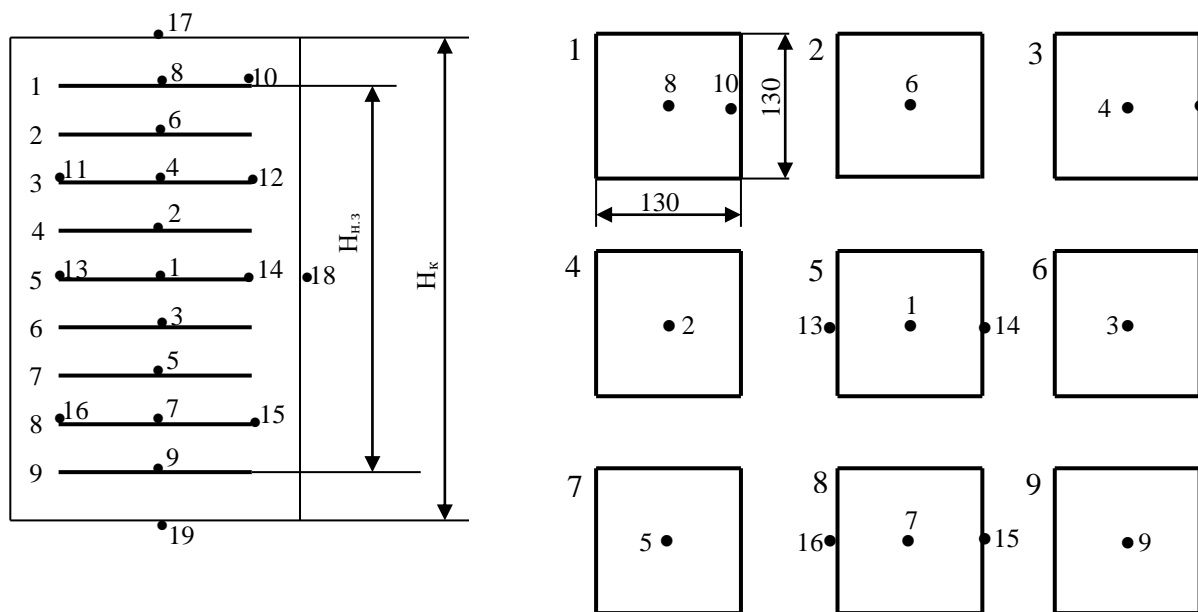
Рисунок 4.6 – Схема размещения плат и термопар

Для экспериментов №№ 62 – 64 на рис. 4.9 представлен характер размещения плат в направлении оси z. Схема размещения термопар для экспериментов №№ 34 – 64 представлена на рис. 4.7.

Результаты обработки экспериментальных данных для установленного температурного режима приведены в табл. 4.1 – 4.4. На рис. 4.10 приведен характер изменения положения максимальной температуры по мере перехода от равномерной концентрации мощности к ее концентрации на периферийных платах в направлении Z.

Анализ таблиц 4.1- 4.4 и рис. 4.10 показывает, что при малых значениях критериям Био, т.е. при низкой эффективности поверхностного охлаждения или при применении теплостоков, влияние закона концентрации источников, практически, не сказывается на изменении максимальной температуры по сравнению с равномерным распределением источников. Имеет место лишь

перемещения максимального перегрева (рис. 4.10, кривая 6) от центра до



периферии.

Рисунок 4.7 – Схема размещения плат и термопар

Полученные количественные изменения параметра  $F_w$  и закон влияния критерия Био удовлетворительно экспонируют с теоретическими исследованиями по минимизации параметра концентрации мощности  $F_w$  (2.3. 6). Эксперименты показали, что наиболее эффективно параметр  $F_w$  минимизируется (до 25%) за счет неравномерности плотности монтажа (табл. 4.3). На центральной плате плотность наименьшая ( $\eta_r \approx 1$ ), а на периферийных – максимальная плотность ( $\eta_r \gg 1$ ).

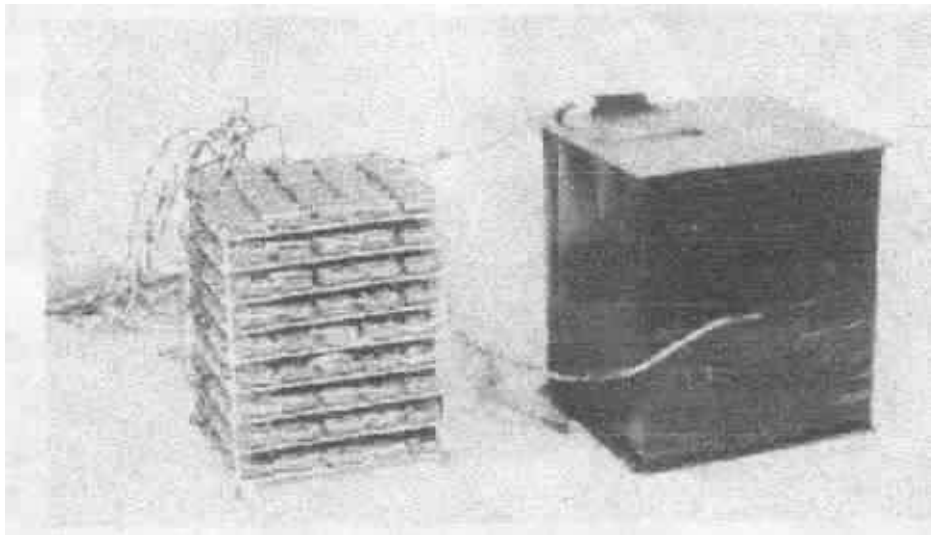


Рисунок 4.8 – Нагретая зона и кожух теплового макета

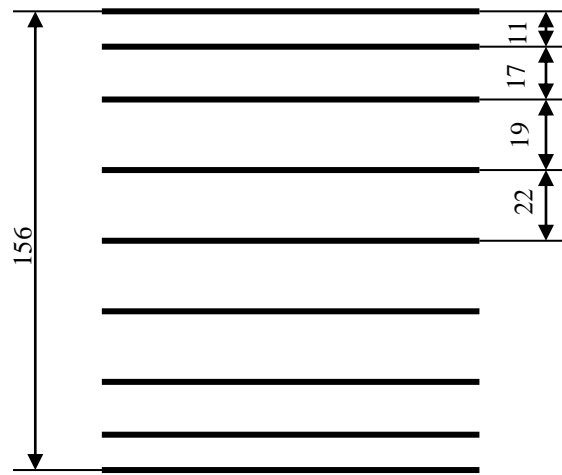
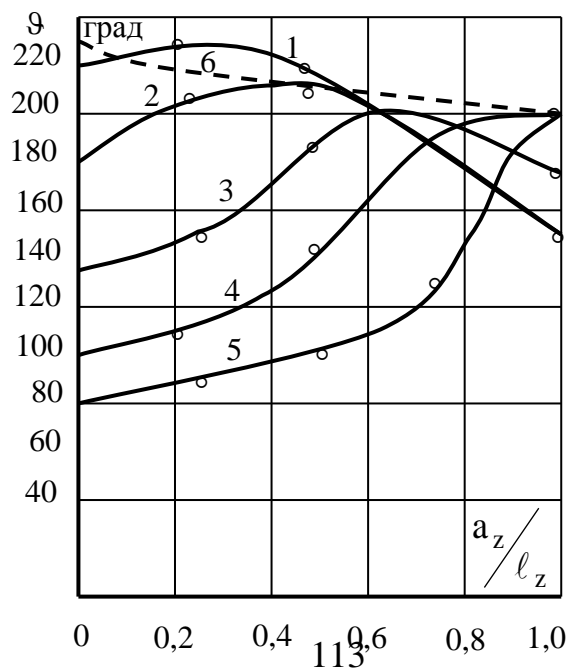


Рисунок 4.9 – Схема размещения плат



- 1 – равномерное распределение мощности  $a_x/l_x = a_y/l_y = a_z/l_z = 0$ ;
- 2 – неравномерное распределение мощности  $a_x/l_x = a_y/l_y = 0$   $a_z/l_z = 0,1$ ;
- 3 – неравномерное распределение мощности  $a_x/l_x = a_y/l_y = 0$   $a_z/l_z = 0,3$ ;
- 4 – неравномерное распределение мощности  $a_x/l_x = a_y/l_y = 0$   $a_z/l_z = 0,5$ ;
- 5 – неравномерное распределение мощности  $a_x/l_x = a_y/l_y = 0$   $a_z/l_z = 0,8$ ;
- 6 – характер перемещения максимальной температуры; по мере концентрации мощности к периферии.

Рисунок 4.10 – Зависимость максимальной температуры от закона концентрации мощности на периферии нагретой зоны.

Таблица 4.1 – Значения установившихся температур в различных точках нагретой зоны в делениях прибора при различной концентрации мощности источников тепла по периферии нагретой зоны

Закон распределения мощности	Наличие тепло стоков	№№ эксп.	№№ термопар																			V <sub>s</sub> Средняя т-ра поверхности н. з.	V <sub>max</sub>	B <sub>i</sub>	F <sub>w</sub> = $\frac{V_{\text{max}} \text{ не равн}}{V_{\text{max}} \text{ равн}}$		
			V <sub>max</sub> Центральная зона				Поверхность нагретой зоны														V <sub>s</sub> Поверхность кожуха				Опыт	Расчет	
			1	5	17	8	9	13	2	3	4	6	7	8	10	11	12	14	15	16	18						19
Равномерный	Без тепло стоков	1	308	297	290	-	237	232	198	184	232	183	196	203	166	184	180	132	142	155	98	72	189	(307) 308	1,3	1	1
		2	305	300	295	-	242	246	217	202	208	208	202	209	184	199	172	153	159	138	90	80	195	305		1	1
	С тепло стоками	3	251	244	225	-	197	189	208	195	209	190	212	201	176	182	158	141	161	141	81	72	183	251	0,1	1	1
		4	245	242	220	-	188	182	214	174	210	196	199	209	176	166	149	137	152	142	85	72	185	(248) 245		1	1
		5	248	242	222	-	192	182	212	176	212	187	208	208	172	168	152	136	160	140	85	71	180	248		1	1
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = \frac{a_z}{a_z} = 0,20$	С тепло стоками	6	222	232	212	-	181	174	207	171	202	192	194	196	166	163	148	130	151	135	83	73	172	232	0,1	0,94	0,99
		7	225	233	214	-	184	172	208	173	204	195	197	199	169	165	150	130	151	138	83	73	174	233		0,95	0,99
	Без тепло стоков	8	281	278	273	-	220	225	194	181	208	177	210	210	154	175	161	132	161	134	99	76	182	281	1,4	0,92	0,97
		9	286	283	276	-	222	224	193	180	209	175	210	210	153	174	160	132	160	133	98	75	181	286		0,93	0,97
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = \frac{a_z}{a_z} = 0,60$	С тепло стоками	12	205	201	198	206	187	180	195	165	200	186	196	-	172	160	160	137	157	142	90	74	172	206	0,1	0,83	0,97
		13	201	199	196	203	185	178	193	163	197	183	194	-	170	160	158	135	156	141	90	73	172	203		0,82	0,97
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_z}{l_z} = 0,60$ $\frac{a_y}{l_y} = 0,90$	С тепло стоками	14	195	193	189	214	189	179	189	155	187	180	183	-	172	166	153	131	156	141	91	74	174	214	0,1	0,86	0,92
		15	194	190	187	212	185	177	187	153	185	176	180	-	170	163	150	132	156	140	89	72	169	212		0,85	0,92
	Без тепло стоков	16	205	203	210	248	204	206	215	155	183	201	181	-	179	168	158	146	155	137	92	77	177	248	1,43	0,81	0,82
		17	204	201	208	244	201	203	212	152	180	197	-	-	176	167	154	143	152	134	90	74	175	244		0,80	0,82

Примечание: 1 деление = 0,29 градусов;  $B_i = \frac{P_0}{S \cdot V_s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{V}$

Таблица 4.2 – Значения установившихся температур в различных точках нагретой зоны в делениях прибора при различной концентрации мощности по периферии нагретой зоны

Закон распределения мощности	Наличие тепло стоков	№№ эксп.	№№ термодатчиков																		V <sub>s</sub> Средняя т-ра поверхности н. з.	V <sub>max</sub>	B <sub>i</sub>	F <sub>w</sub> = $\frac{V_{\text{max}} \text{ не равн}}{V_{\text{max}} \text{ равн}}$			
			V <sub>max</sub> Центральная зона				Поверхность нагретой зоны																	V <sub>s</sub> Поверхность кожуха		Опыт	Расчет
			1	5	17	8	9	13	2	3	4	6	7	10	11	12	14	15	16	18				19			
Равномерный	С тепло стоками	30	216	182	203	209	159	165	189	175	184	162	168	144	145	121	135	152	140	74	70	157	216	0,1	1	1	
		31	214	180	200	207	157	162	188	174	181	161	166	142	143	121	134	150	138	72	69	155	214		1	1	
	Без тепло стоков	32	248	222	231	222	184	183	172	160	166	162	184	145	150	121	121	134	117	81	62	152	248	1,6	1	1	
		33	247	220	229	219	182	182	169	158	164	157	182	143	149	119	119	133	116	79	61	148	247		1	1	
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0,20$ $\frac{a_z}{l_z} = 0$	Без тепло стоков	26	205	190	198	211	150	148	162	160	153	150	188	131	154	121	113	140	112	74	61	142	211	1,8	0,86	0,97	
		27	204	190	196	210	149	139	161	159	152	149	187	130	154	121	111	139	110	74	60	143	210		0,85	0,97	
	С тепло стоками	28	179	170	168	185	135	-	168	155	164	158	168	130	139	122	118	129	122	67	60	141	185	0,1	0,86	0,99	
		29	182	173	172	189	137	115	169	157	167	160	171	132	141	124	117	128	122	68	62	145	189		0,88	0,99	
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0,60$ $\frac{a_z}{l_z} = 0$	С тепло стоками	22	179	171	165	189	135	125	170	151	174	164	178	139	145	138	115	131	119	68	60	145	189	0,1	0,88	0,98	
		23	177	172	165	190	136	127	171	151	176	165	178	140	145	139	116	132	119	68	60	147	190		0,88	0,98	
	Без тепло стоков	24	167	158	157	199	127	119	171	149	188	155	182	144	145	153	114	137	123	66	63	142	199	1,8	0,80	0,82	
		25	167	158	156	196	126	117	168	148	185	157	181	141	146	149	113	136	120	68	64	144	196		0,79	0,82	
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = 0,60; \frac{a_z}{l_z} = 0$ $\frac{a_y}{l_y} = 0,90$	Без тепло стоков	18	133	127	127	205	105	105	187	113	138	181	137	158	122	108	119	104	95	61	62	125	205	1,9	0,83	0,80	
		19	140	134	134	218	110	109	200	120	148	194	146	168	131	115	128	109	101	61	67	118	218		0,88	0,80	
	С тепло стоками	20	177	172	163	193	133	127	178	145	173	172	170	151	138	131	117	127	117	67	63	140	193	0,1	0,89	0,97	
		21	172	168	159	190	129	126	173	143	169	168	166	147	136	129	115	125	115	65	60	141	190		0,88	0,97	

Примечание: 1 деление = 0,29 градусов;  $B_i = \frac{P_0}{\lambda} \cdot \frac{1}{S \cdot V_s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{V}$

Таблица 4.3 – Значения установившихся температур в различных точках нагретой зоны в делениях прибора при периферийной концентрации источников (монтаж средней плотности)

Закон распределения мощности	№№ эксп	№№ термопар																		V <sub>S</sub> Средняя т-ра поверхности н. з.	V <sub>max</sub>	B <sub>i</sub>	F <sub>w</sub> = $\frac{V_{max}}{V_{max}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{неравн} \\ \text{равн} \end{array} \right.$		
		V <sub>max</sub> Центральная зона							Поверхность нагретой зоны									V <sub>S</sub> Поверхность кожуха					Опыт	Расчет	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18						19
Равномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = \frac{a_z}{l_z} = 0$	34	225	232	217	222	202	194	169	147	128	105	125	127	121	144	117	78	60	58	49	122	232	2,0	1	1
	35	230	240	224	230	206	202	175	153	133	114	127	141	126	154	134	77	60	65	53	129	(240) 234		1	1
	36	222	230	208	220	200	195	168	153	126	105	136	124	145	126	92	104	60	58	51	123	230		1	1
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,10$	37	182	207	190	210	193	190	165	146	126	103	123	118	127	108	92	104	57	53	51	116	210	2,3	0,90	0,95
	38	180	204	188	208	190	188	163	143	124	102	121	117	124	107	92	102	55	52	50	114	208		0,89	0,95
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,30$	39	133	147	142	193	187	193	177	153	140	106	106	108	107	88	94	108	58	48	53	112	193	2,3	0,82	0,9
	40	134	147	143	194	182	194	178	154	141	107	107	110	110	89	95	110	60	48	54	113	194		0,83	0,9
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,50$	41	105	113	112	145	145	197	190	183	167	117	93	88	102	76	98	122	68	45	62	116	197	2,3	0,84	0,82
	42	106	114	111	144	145	196	190	178	167	116	93	87	107	76	98	122	69	44	63	116	196		0,83	0,82
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,80$	43	80	84	80	100	100	132	140	199	195	110	76	70	89	58	69	105	77	30	71	108	199	2,4	0,85	0,73
	44	81	86	82	103	102	135	142	201	197	116	79	71	92	61	71	109	78	38	74	110	201		0,86	0,73
Линейная неравномерность мощности от центра до периферийных плат за счёт повышения плотности монтажа	45	167	175	157	191	171	187	168	151	139	109	115	110	131	98	82	103	59	52	57	115	175	2,3	0,75	-
	47	170	177	162	194	176	192	172	157	142	112	118	112	128	103	87	96	61	54	59	117	117		0,76	-

Примечание: 1 деление = 0,29 градусов;  $B_i = \frac{P_0 \cdot 1}{S \cdot V_s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{V}$

Таблица 4.4 – Значения установившихся температур в различных точках нагретой зоны в делениях прибора при периферийной концентрации

источников тепла (плотный монтаж)

Закон распределения мощности	№№ эксп	№№ термопар																			V <sub>s</sub> Средняя т-ра поверхности н. з.	V <sub>max</sub>	B <sub>i</sub>	F <sub>w</sub> = $\frac{V_{\text{max}} \text{ не равн}}{V_{\text{max}} \text{ равн}}$	
		V <sub>max</sub> Центральная зона							Поверхность нагретой зоны									V <sub>s</sub> Поверхность кожуха						Опыт	Расчет
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19					
Равномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = \frac{a_z}{l_z} = 0$	49	246	245	239	230	225	204	194	151	194	107	123	141	113	157	116	94	67	56	66	128	246	2.40	1	1
	50	221	220	214	207	202	183	174	137	134	94	116	123	105	138	102	85	61	50	59	115	(232) 221		1	1
	51	229	228	222	215	212	189	181	142	138	98	121	128	108	144	106	88	61	49	61	119	229		1	1
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,10$	53	239	252	246	247	242	228	215	173	165	137	107	167	104	172	143	100	76	66	76	141	252	2.1	1	0.97
	54	225	238	232	234	229	215	204	161	156	134	98	164	103	169	159	91	71	64	71	135	238		1	0.97
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,30$	55	183	194	192	222	229	226	224	184	179	143	94	153	96	144	151	96	80	62	80	138	229	2.1	0.99	0.90
	56	182	192	189	220	225	221	20	179	178	127	98	140	100	130	136	109	75	58	80	133	225		0.97	0.90
	57	190	199	197	226	233	227	225	185	181	131	101	145	94	135	141	113	78	60	83	136	233		1.00	0.90
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,50$	58	154	159	160	185	198	220	237	195	208	137	90	120	-	115	147	112	83	56	94	125	237	2.3	1.0	0.85
	59	149	155	156	180	193	214	232	192	203	134	88	117	-	110	143	110	80	54	91	122	232		1.0	0.85
Неравномерный $\frac{a_x}{l_x} = \frac{a_y}{l_y} = 0$ $\frac{a_z}{l_z} = 0,80$	60	120	121	125	137	155	158	200	199	241	240	75	96	85	95	127	102	92	52	107	129	200	2.3	0.86	0.74
	61	116	119	125	136	154	157	198	193	239	139	75	96	85	95	126	102	91	52	106	128	198		0.85	0.74

Линейная неравномерность мощности от центра до периферийных плат за сет повышения плотности монтажа	62	203	212	195	208	188	187	167	148	129	121	103	135	118	135	85	79	65	56	54	117	212	2.5	0.91	-
	63	203	210	194	207	186	187	165	146	125	118	101	133	115	132	82	77	62	52	52	114	210		0.91	-
	64	205	213	196	209	188	188	167	149	128	121	104	127	119	136	86	80	66	56	55	117	213		0.92	-

Примечание: 1 деление = 0,29 градусов;

$$B_i = \frac{P_0}{S \cdot V_s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{V}$$

## **? КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что Вы понимаете под плотным монтажом РЭА ?
2. Как влияет эффективная теплопроводность на температурное поле РЭА?
3. При проведении экспериментов, для изучения температурного поля аппарата, в качестве температурных источников какой вид элементов Вы предпочитаете использовать?
4. Какие термопары называются дифференциальными и из какого материала их изготавливают?
5. Каким образом обеспечивается крепление термопар к платам, элементам и т. д. чтобы получить наименьшую погрешность при проведении экспериментов?
6. Влияет ли диаметр проводов применяемых для изготовления термопар на точность измерения?
7. Влияет ли форма нагретой зоны РЭА на температурный режим аппарата?
8. Изменяется ли температурный фон в центральной точке аппарата при переходе от кубической формы нагретой зоны к форме квадратного "бруса"?
9. Изменится ли температурный фон аппарата в центральной точке при выводе теплостокков на кожух? И на какую величину?
10. Что Вы понимаете под теплостокками?
11. Влияет ли толщина теплостокков на температурный фон аппарата?
12. Какое влияние оказывает на температурный режим аппарата величина зазора между нагретой зоной и кожухом?
13. До каких значений целесообразно повышать эффективную теплопроводность между нагретой зоной и кожухом аппарата?
14. Каким образом за счёт размещения радиоэлементов можно понизить температурный фон в центральной точке аппарата?

15. Сказывается ли влияние закона концентрации источников на температурный фон аппарата при низкой эффективности поверхностного охлаждения?

16. В каком месте располагается максимальная температура в аппарате?

17. Как влияет характер размещения источников тепла на температурное поле аппарата?

18. Где размещается максимальная температура в аппарате при периферийном расположении источников тепла?

## 5 РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА НА ТЕЛА С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ ПЕРЕМЕННОЙ МОЩНОСТИ

Условие постоянства мощности источников энергии, которое лежит в основе выводов теории регулярного режима, ограничивает ее применение к исследованию температурных полей РЭА с переменной (температурозависимой) рассеиваемой мощностью.

Представляет практический интерес рассмотреть возможность применения методов регулярного режима для исследования температурных полей РЭА с переменной мощностью.

С целью упрощения математических преобразований решение поставленной задачи рассмотрим на примере односоставного тела.

Согласно общего определения [23] регулярным режимом называется такой тепловой режим, который начиная с некоторого момента времени  $\tau_p$  может быть математически описан для некоторой температуры  $\xi$  достаточно простым законом изменения температурного поля тела со временем  $\tau$ , и притом законом, общим для всех точек тела.

Для распространения общей теории регулярного режима на тела с переменной мощностью необходимо решить таким образом три задачи:

- установить вид простого математического закона изменения температуры  $\xi$  во времени;
- установить, является ли этот закон, начиная с некоторого  $\tau_p$ , общим для всех точек тела, то есть возможен ли вообще процесс регуляции и чем отличаются закономерности процессов от случая постоянной мощности;
- установить, начиная с какого момента времени  $\tau_p$  простой математический закон изменения температуры  $\xi$  во времени, является общим

для всех точек тела, то есть какова длительность иррегулярного (неупорядоченного) теплового режима.

### 5.1 Математический закон изменения температуры во времени на стадии регулярного режима

Для установления вида математического закона изменения температуры во времени на стадии регулярного режима докажем следующее положение:

– если в теле с внутренним источником (стоками) энергии или без источников энергии в процессе нагревания (охлаждения) имеет место регулярный тепловой режим, то математическое выражение закона изменения температуры во времени является решением уравнения закона сохранения энергии системы.

Доказательство:

Выражение закона сохранения энергии для тела с внутренними источниками энергии за элементарный отрезок времени может быть записано:

$$\int_V C \cdot \gamma \cdot \delta\vartheta \cdot dV + \int_S \alpha \cdot \vartheta \cdot \delta\tau \cdot dS = \int_V W \cdot \delta\tau \cdot dV, \quad (5.1)$$

где  $W(x, y, z, \vartheta, \tau)$  – удельная мощность источников энергии,  $\text{вт} \cdot \text{м}^{-3}$ ;

$C(x, y, z)$  – удельная теплоемкость,  $\text{дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$ ;

$\gamma(x, y, z)$  – плотность,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ;

$\alpha(x, y, z)$  – коэффициент теплоотдачи,  $\text{вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{град}^{-1}$ .

Применяя теорему о среднем и считая, как это принято в теории регулярного режима, теплофизические коэффициенты  $C$ ,  $\gamma$  и  $\alpha$  независимы от температуры, получим:

$$C \cdot \bar{\gamma} \cdot \int_V \delta \vartheta \cdot dV + \bar{\alpha} \cdot \delta \tau \cdot \int_S \vartheta \cdot dS = \int_V W \cdot \delta \tau \cdot dV \quad (5.2)$$

Если ввести в рассмотрение среднеобъемную  $\vartheta_V = \int_V \vartheta \cdot dV$  и среднеповерхностную  $\vartheta_S = \int_S \vartheta \cdot dS$  температуры, то после деления на  $\delta \tau$  получим из уравнения (5.2):

$$C \cdot \bar{\gamma} \cdot V \cdot \dot{\vartheta}_V + \bar{\alpha} \cdot S \cdot \vartheta_S = \int_V W \cdot dV. \quad (5.3)$$

Введем критерий  $\psi = \frac{\dot{\vartheta}_S}{\vartheta_V}$ , который не зависит от времени в силу условия, что в системе наступил регулярный режим. Поэтому выражение (5.3) примет следующий вид:

$$\dot{\vartheta}_V + m \vartheta_V = \frac{1}{C} \cdot \int_V W \cdot dV \quad (5.4)$$

где  $C$  – полная теплоемкость системы,  $c \cdot \gamma \cdot v$ , дж·град.<sup>-1</sup>;

$$m = \frac{\bar{\alpha} \cdot S \cdot \psi}{C}, \text{ c}^{-1}.$$

Решение дифференциального уравнения (5.4) зависит от вида правой части, то есть от характера функции  $W(x, y, z, \vartheta, \tau)$ , и от начальных условий. Так как на стадии регулярного режима начальное состояние влияния не оказывает, то для краткости изложения примем, что регуляризация наступает с момента  $\tau = \tau_p = 0$  и

$$\vartheta_v /_{\tau=0} = \vartheta_{v_0} \quad (5.4')$$

Таким образом, решая уравнение (2.4) относительно среднеобъемной температуры получим функцию  $\vartheta_v(\tau)$ . В силу непрерывности температурного поля в теле всегда найдется некоторая точка  $j$ , температура которой тождественно равна среднеобъемной температуре, то есть  $\vartheta_j = \vartheta_v$ , а соответственно, закон изменения во времени среднеобъемной температуры, полученный путем решения уравнения (5.4) есть одновременно и законом изменения во времени температуры всех точек системы на стадии регулярного режима.

В частности, для случая простого охлаждения (нагрева)  $W = 0$  и уравнения (5.4) имеем решение:

$$\xi_v = \vartheta_v(\tau) = \vartheta_{v_0} \cdot e^{-m_0\tau}. \quad (5.5)$$

Для случая нагрева с источниками энергии постоянной мощности ( $W = W(x,y,z)$ , а интеграл  $\frac{1}{C_v} \int W dV = P$ ):

$$\vartheta_v(\tau) = \vartheta_{vcm}(1 - e^{-m\tau}) + \vartheta_{v_0} e^{-m\tau}$$

и

$$\xi_v = \varepsilon_v(\tau) = \vartheta_{vct} - \vartheta_v(\tau) = (\vartheta_{vct} - \vartheta_{v_0}) \cdot e^{-m\tau} \quad (5.6)$$

где  $\vartheta_{vcm} = \frac{P}{c \cdot m}$ .

Выражения (5.5) и (5.6) подтверждают выводы теории регулярного режима, что в системах с источниками энергии постоянной мощности или без источников энергии на стадии регулярного режима разностная температура  $\varepsilon$  между установившимся (стационарным) значением температуры  $\vartheta_{ct}$  в данной

точке и ее текущим значением  $\vartheta$  или избыточная температура  $\vartheta = t - t_c$  изменяется по простому экспоненциальному закону.

Доказанное выше положение не только позволяет установить вид временной зависимости, но и показывает каким путем следует вести обработку экспериментальных данных для выявления наличия регулярного режима. В случае простого охлаждения (5.5) о регуляризации свидетельствует линейный закон изменения температуры  $\vartheta$  в полулогарифмической системе координат:

$$\ln \vartheta = f(\tau), \quad (5.7)$$

а при нагревании с источниками энергии постоянной мощности (2.6) – температуры  $\varepsilon$ :

$$\ln \varepsilon = f(\tau). \quad (5.8)$$

Рассмотрим теперь характер закона изменения температуры во времени на стадии регулярного режима для случая, когда мощность источников линейно зависит от температуры:

$$W = W_0(x, y, z) \cdot (1 \pm \beta \vartheta), \quad (5.9)$$

где  $\beta(x, y, z)$  – температурный коэффициент, град<sup>-1</sup>;

$W_0(x, y, z)$  – начальная удельная мощность источников энергии при  $\vartheta = \vartheta_0$ .

Подставим выражение (5.9) в правую часть уравнения (5.4):

$$\frac{1}{C} \cdot \int_V W dV = \frac{P_0}{C} \cdot (1 \pm \beta \vartheta) dV \quad (5.10)$$

Применим к (5.10) теорему о среднем и введенное выше определение среднеобъемной температуры:

$$\frac{1}{C} \cdot \int_V W dV = \frac{P_0}{C} \cdot (1 \pm \beta \vartheta) \quad (5.11)$$

где  $P_0 = \sum_{i=1}^n P_{0i}$  – полная (суммарная) мощность источников энергии, Вт.

Подставим выражение (5.11) в уравнение (5.4) и решим последнее относительно среднеобъемной температуры при наличии условия (5.5):

$$\vartheta_V(\tau) = \vartheta_{V_{cm}} \cdot (1 - e^{-m^* \tau}) + \vartheta_{V_0} \cdot e^{-m^* \tau}$$

и

$$\xi_V = \varepsilon_V(\tau) = \vartheta_{V_{CT}} - \vartheta_V(\tau) = (\vartheta_{V_{CT}} - \vartheta_{V_0}) \cdot e^{-m^* \tau} \quad (5.12)$$

где  $m^* = m \pm \frac{\beta P_0}{C}$ ;

$$\vartheta_{V_{CT}} = \frac{P_0}{C \cdot m^*}.$$

Из уравнения (5.12) следует, что в системах с источниками энергии, мощность которых линейно зависит от температуры, для разностной температуры  $\varepsilon$  на стадии регулярного теплового режима так же, как и при постоянной мощности источников (5.6), имеет место простая экспоненциальная зависимость (5.12) во времени.

## **5.2. Регулярный тепловой режим тела с внутренними источниками энергии, мощность которых является линейной функцией температуры**

Для решения вопроса о возможности распространения математического закона (5.12) на все точки тела, то есть для установления существования

регулярного режима, начиная с некоторого момента  $\tau_p$ , проведем анализ общего решения уравнения теплопроводности твердого тела при предельных условиях третьего рода и постоянных теплофизических коэффициентах.

Уравнение теплопроводности для однородного тела с внутренними источниками энергии, мощность которых линейно зависит от температуры, граничные и начальные условия для них можно записать в виде:

$$\frac{\partial \vartheta(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 \cdot \vartheta(x, y, z, \tau) + \frac{W_0}{C \cdot \gamma} \cdot [1 \pm \beta \cdot \vartheta(x, y, z, \tau)]; \quad (5.13)$$

$$\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial n} + h \vartheta \right)_s = 0; \quad (5.14)$$

$$\vartheta(x, y, z, 0) = \vartheta_0(x, y, z). \quad (5.15)$$

Согласно (5.12) введем новую переменную

$$\varepsilon = \vartheta_{cm} - \vartheta; \quad (5.16)$$

и подставим ее в уравнения (5.13) (5.14):

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = a \nabla^2 \vartheta_{cm} + \frac{W_0}{C \cdot \gamma} (1 \pm \beta \vartheta_{cm}) - a \nabla^2 \varepsilon \pm \mu \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma} \cdot \varepsilon; \quad (5.17)$$

$$\left( \frac{\partial \vartheta_{cm}}{\partial n} + h \vartheta_{cm} \right)_s - \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} + h \varepsilon \right)_s = 0 \quad . \quad (5.18)$$

Для установившегося состояния выполняются условия:

$$a \cdot \nabla^2 \cdot \vartheta_{cm} + \frac{W_0}{C \cdot \gamma} (1 \pm \beta \vartheta_{CT}) = 0; \quad \left( \frac{\partial \vartheta_{CT}}{\partial n} + h \cdot \vartheta_{CT} \right) = 0;$$

тогда с (5.17), (5.18) получим:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = a \nabla^2 \varepsilon \pm \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma} \cdot \varepsilon; \quad (5.19)$$

$$\left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} + h \varepsilon \right)_s = 0. \quad (5.20)$$

Применим для решения уравнения метод Фурье, согласно которому частное решение  $\varepsilon_r$  находится в виде произведения двух функций:

$$\varepsilon_r = U^* \cdot T^* \quad (5.21)$$

где  $U^* = U^*(x, y, z)$ ;  $T^* = T^*(\tau)$ .

После подстановки в уравнение (5.19)  $\varepsilon_r$  и разделения переменных получим:

$$\frac{dT^*}{dT^*} = \nabla^2 U^* \cdot \frac{1}{U^*} \pm \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma \cdot a}. \quad (5.22)$$

Правая часть равенства (5.22) является функцией только координат ( $W_0 = W_0(x, y, z)$ ;  $\beta = \beta(x, y, z)$ ), а левая – только времени. Такое равенство возможно в том случае, когда обе его части отдельно равны некоторому постоянному числу. Это число не может быть положительным, так как физически нас интересуют те процессы, в которых рост температуры во времени ограничен. Соответственно уравнение (5.22) примет вид:

$$\frac{d\Gamma^*}{a \cdot T^*} = \nabla^2 U^* \cdot \frac{1}{U^*} \pm \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma \cdot a} = -k^{*2}. \quad (5.23)$$

Уравнение (5.23) для случая постоянной мощности источников энергии ( $\beta = 0$ ) запишется:

$$\frac{d\Gamma^*}{a \cdot T^*} = \nabla^2 U^* \cdot \frac{1}{U^*} = -k^2. \quad (5.24)$$

Положив  $a \cdot k^{*2} = m^*$  и  $a \cdot k^2 = m$ , в обоих случаях приходим к экспоненциальному выражению для  $T$ :

$$T^* = A^* \cdot e^{-m^* \tau}; \quad (5.25)$$

$$T = A \cdot e^{-m \tau}. \quad (5.26)$$

С (5.23) и (5.24) можно получить уравнение для  $U$ :

$$\nabla^2 U^* + \frac{1}{a} \left( m^* \pm \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma} \right) \cdot U^* = 0; \quad (5.27)$$

$$\nabla^2 U + \frac{m}{a} \cdot U = 0. \quad (5.28)$$

Допустим, что ряд частных решений для  $U$  найден, тогда общее решение выражается суммой бесконечного ряда:

$$\varepsilon(x, y, z, \tau) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j^* \cdot U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau}. \quad (5.29)$$

Числа  $m_j^*$  представляют собой ряд положительных возрастающих чисел:

$$0 < m_0^* < m_1^* < \dots \quad (5.30)$$

В силу неравенства (5.30) и ограниченности по модулю величины  $A_j^*$  и  $U_j^*$  ряд (5.29) сходится, поэтому начиная с некоторого момента времени  $\tau_p$  можно пренебречь всеми членами ряда, кроме первого, и тогда, опуская индекс "0", получим:

$$\varepsilon(x, y, z, \tau) = A^* \cdot U^* \cdot e^{-m^* \tau}. \quad (5.31)$$

Остается рассмотреть вопрос о независимости чисел  $m_j^*$  от координат, то есть что закон (5.12), (5.31) является общим для всех точек тела.

Подставим в уравнение (5.19) произвольное частное решение с (5.19):

$$a \nabla^2 (U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau}) + m_j^* U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau} \pm \frac{W_0 \beta}{C \gamma} \cdot U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau} = 0. \quad (5.32)$$

Допустим, что

$$m_j^* = m_j^*(x, y, z) \quad (5.33)$$

то есть является функцией координат, тогда, применяя, оператор Лапласа к произведению функций, получаем:

$$\begin{aligned}
& a \cdot e^{-m_j^* \tau} \nabla^2 U_j^* + a U_j \tau \cdot e^{-m_j^* \tau} (\nabla^2 m_j^* + \tau \cdot \mathbf{B}) - 2e^{-m_j^* \tau} \cdot \tau \cdot \mathbf{D} + \\
& + m_j^* \cdot U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau} \pm \frac{W_0 \beta}{C \gamma} U_j^* \cdot e^{-m_j^* \tau} = 0,
\end{aligned} \tag{5.34}$$

$$\text{где } \mathbf{B} = \left( \frac{\partial m_j^*}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_j^*}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial m_j^*}{\partial z} \right)^2 ;$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial U_j^*}{\partial x} \cdot \frac{\partial m_j^*}{\partial x} + \frac{\partial U_j^*}{\partial y} \cdot \frac{\partial m_j^*}{\partial y} + \frac{\partial U_j^*}{\partial z} \cdot \frac{\partial m_j^*}{\partial z}.$$

Сокращая на  $e^{-m_j^* \tau} \neq 0$  и отбрасывая индекс  $j$ , будем иметь:

$$a U \tau (\nabla^2 m^* + \tau \mathbf{B}) - 2 \tau \mathbf{D} = \mp \frac{W_0 \beta}{C \cdot \gamma} U^* - a \nabla^2 U - m^* U^*. \tag{5.35}$$

Равенство (2.35) должно быть справедливо при любых значениях  $\tau$  в том числе и при  $\tau = 0$ , а это возможно если тождественно равно нулю правая часть, с учетом этого замечания после сокращения на  $\tau$  (для случая  $\tau > 0$ ) получим из равенства (5.35):

$$a U^* \cdot \mathbf{B} \tau + a U \nabla^2 m^* - 2 \mathbf{D} = 0. \tag{5.36}$$

Равенство (5.36) представляет собой полином относительно  $\tau$ .

Чтобы он тождественно равнялся нулю необходимо:

$$a U^* \cdot \mathbf{B} = 0; \quad a U \nabla^2 m^* - 2 \mathbf{D} = 0.$$

Так как  $a \neq 0$ ,  $U^* \neq 0$  ( $U^* = 0$  - тривиальное решение), то  $\mathbf{B} = 0$ , следовательно:

$$\left(\frac{\partial m^*}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial m^*}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial m^*}{\partial z}\right)^2 = 0. \quad (5.37)$$

Из равенства (5.37) следует, что:

$$\left(\frac{\partial m^*}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial m^*}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial m^*}{\partial z}\right) = 0. \quad (5.38)$$

Поэтому предположение (5.33) не верно и  $m_j^*$  от координат не зависит.

Экспоненциальный закон (5.31) или (5.12) становится, таким образом, начиная с некоторого момента  $\tau_p$  общим для всех точек тела законом изменения разностной температуры  $\varepsilon$  во времени, что свидетельствует о регуляризации температурного поля тела с внутренними источниками энергии переменной мощности.

Основной характеристикой регулярного режима является темп регулярного режима, определенный из условия (5.12), то есть показатель экспоненты  $m^*$ .

Рассмотрение уравнений (5.27) и (5.28) показывает, что их общие интегралы для получения характеристических функций  $U_j^*$  и  $U_j$  различны.

При подстановке значений  $U^*$  и  $U$  в общее граничное условие (5.20) получим различные значения темпов регулярного режима  $m^*$  и  $m$ . Таким образом,  $m^* \neq m$  и отличается от  $m$  на некоторую величину поправки  $\Delta m$ .

Поправка  $\Delta m$ , а соответственно и  $m^*$  являются функциями начального распределения источников энергии  $W_0(x, y, z)$  и температурных коэффициентов  $\beta(x, y, z)$ ; знак поправки противоположный знаку приращения мощности с изменением температуры. В этом состоит существенное дополнение расчетных зависимостей теории регулярного режима (раздел 1.3) при ее обобщении на тела с температурозависимыми источниками энергии.

В общем случае величина поправки  $\Delta m$  может быть получена из интегрального уравнения (5.27) с граничными условиями (5.20) при заданном законе распределения начальной мощности источников энергии  $W_0(x, y, z)$  и температурного коэффициента  $\beta(x, y, z)$ .

В частном случае, когда распределение источников энергии равномерное ( $W_0 = \text{const}$ ) и температурные коэффициенты постоянные ( $\beta = \text{const}$ ), согласно (5.37), (5.28) получим:

$$m^* = m \pm \frac{W_0 \beta}{C \gamma}; \quad (5.39)$$

и

$$|\Delta m| = \frac{W_0 \beta}{C \gamma} = \frac{P_0 \beta}{C} \quad (5.40)$$

где  $P_0$  – суммарная (полная) мощность источников энергии, Вт;

$C$  – полная теплоёмкость тела, Дж · град<sup>-1</sup>.

Формулами (5.39) и (5.40) можно пользоваться для оценки расчетов величины поправки. При этом мощность и температурный коэффициент определяются из соотношений:

$$P_0 = \sum_{i=1}^n P_{0i}; \quad (5.41)$$

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i}{n}. \quad (5.42)$$

С (5.27) и (5.39) выходит, что если мощность источников энергии линейно возрастает с ростом температуры, то поправка становится отрицательной величиной. Поэтому при  $m = |\Delta m|$  наступает тепловая неустойчивость и  $\vartheta_{\text{ст}}$  теряет смысл.

### 5.3. Начало регуляризации теплового режима тела с внутренними источниками энергии

Из определения регулярного режима следует, что закономерности, и расчетные зависимости теории регулярного режима могут быть применены к исследованию температурных полей лишь спустя некоторое время  $\tau_p$  после начала теплового процесса.

При экспериментальном определении  $\tau_p$  представляет собой время, начиная с которого добавка  $\Delta\varepsilon$ , вносимая в температуру всеми членами ряда (5.29), кроме первого, оказывается за пределами чувствительности измерительной аппаратуры, то есть когда экспериментальные точки в полулогарифмической системе координат начинают располагаться вдоль прямой линии (5.7), (5.8). В теоретическом плане  $\tau_p$  – время, начиная с которого погрешность  $\Delta\varepsilon$ , вносимая расчетом температуры по (5.31), не превосходит некоторую заданную допустимую величину  $\Delta\varepsilon_{\text{доп}}$ . Таким образом, мы приходим к необходимости исследования скорости сходимости ряда (5.29) для получения оценки времени длительности иррегулярного (дорегулярного) режима  $\tau_p$ .

Перепишем общий интеграл уравнения теплопроводности (5.29) в критериальной форме:

$$\varepsilon(x, y, z, \tau) = \sum A_j^* \cdot U_j \cdot e^{-M_j^* F_{\text{OK}}} \quad (5.43)$$

где  $M_j^* = \frac{m_j^*}{m_\infty}$  – обобщенные критерии тепловой инерции;

$F_{\text{OK}} = \frac{a \cdot \tau}{K}$  – обобщенный критерий Фурье;

$m_\infty = \frac{a}{K}$  – предельное значение темпа регулярного режима ( $H = \infty$ ),  $c^{-1}$ .

Из выражения для  $F_{OK}$  следует, что он характеризует относительное время протекания теплового процесса, выраженное в долях  $m_\infty^{-1}$ .

Вынесем за знак суммы первый член ряда и, опуская индекс "0", получим:

$$\varepsilon = A * \cdot U * \cdot e^{-M * \cdot F_{OK}} + \sum_{j=1}^{\infty} A_j * \cdot U_j * \cdot e^{-M_j \cdot F_{OK}} . \quad (5.44)$$

На стадии регулярного режима ( $F_{OK} \geq F_{OKP}$ ) существует приближённое равенство:

$$\varepsilon \approx A * \cdot U * \cdot e^{-M * \cdot F_{OK}} . \quad (5.45)$$

Ошибка этого приближения выражается суммой ряда:

$$\Delta\varepsilon = \sum_{j=1}^{\infty} A_j * \cdot U_j * \cdot e^{-M_j \cdot F_{OK}} . \quad (5.46)$$

Тогда начало регулярного режима в произвольной точке тела  $\left(\frac{x_i}{L}, \frac{y_i}{L}, \frac{z_i}{L}\right)$

будет определяться неравенством:

$$\Delta\varepsilon_i = \sum_{j=1}^{\infty} A_j * \cdot U_{ji} \cdot e^{-M_j \cdot F_{OKPi}} \leq \Delta\varepsilon_{доп_i} , \quad (5.47)$$

где  $F_{OKPi} = \frac{a\tau_{P_i}}{K}$  – относительное время начала регулярного режима в точке  $i$ .

Для практических расчетов неравенство (2.47) в таком виде мало пригодно, то есть требуется знание значений  $A_j^*$  и  $U_{ji}^*$ , что для тел сложной конфигурации с произвольным законом распределения источников энергии и переменной мощностью представляет большие математические трудности.

Поэтому, ограничим задачу и будем искать лишь предельное значение  $F_{\text{ОКР}}$ , начиная с которого во всех точках системы или по крайней мере в большинстве объема наступит регулярный режим.

В соответствии с этими замечаниями перейдем к получению численной оценки суммы ряда (5.46). В практических целях удобнее пользоваться относительной ошибкой, которую определим, как отношение абсолютной максимальной ошибки  $\Delta \varepsilon_{\text{max}}$  к максимальной температуре  $\varepsilon_{\text{max}}$  к моменту начала регуляризации ( $F_{\text{ок}} = F_{\text{окр}}$ ).

$$\delta \varepsilon = \frac{\Delta \varepsilon_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{max}}}, \quad (5.48)$$

Из определения  $\varepsilon_{\text{max}}$  следует:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \max_i (A_i^* \cdot U_i^* \cdot e^{-M^* \cdot F_{\text{ОКР}}}) = \max_i (A_i^* \cdot U_i^*) \cdot e^{-M^* \cdot F_{\text{ОКР}}}. \quad (5.49)$$

Подставим в (5.48) значение  $\varepsilon_{\text{max}}$  (5.49),  $\Delta \varepsilon_{\text{max}}$  (5.46) и перейдем к неравенству вида:

$$\delta \varepsilon \leq \frac{\max_i |A_j^* \cdot U_{ji}^*| \cdot e^{-M_1^* \cdot F_{\text{ОКР}}}}{\max_i |A_i^* \cdot U_i^*| \cdot e^{-M^* \cdot F_{\text{ОКР}}}} \cdot \sum \frac{\max_i |A_j^* \cdot U_{ji}^*|}{\max_{i,j} |A_j^* \cdot U_{ji}^*|} \cdot e^{(-M_j^* - M_1)} \quad (5.50)$$

Входящие в неравенство  $A_j^*$ ,  $U_{ji}^*$ ,  $M_j^*$  (5.50) являются функциями следующих величин:

$$A_j^* = A_j^*[\Gamma; \varepsilon_0(x, y, z); H];$$

$$U_{ji}^* = U_{ji}^* \left[ \Gamma; H; i \left( \frac{x_i}{L}; \frac{y_i}{L}; \frac{z_i}{L} \right); W_0(x, y, z); \beta(x, y, z) \right]; \quad (5.51)$$

$$M_j^* = M_j[H; W_0(x, y, z); \beta(x, y, z)]$$

где  $\Gamma$  – критерий геометрического подобия;

$\varepsilon_0(x, y, z) = \vartheta_{CT} - \vartheta_0(x, y, z)$  – функция начального распределения температуры  $\varepsilon$ ;

$H$  – обобщенный критерий Био.

При этом ошибка  $\delta\varepsilon$  выражается неравенством:

$$\delta\varepsilon \leq f[\Gamma; H; F_{OKP}; \vartheta_{cm} \cdot \vartheta_0; W_0; \beta]. \quad (5.52)$$

С целью упрощения расчетов воспользуемся теоремой приближённого подобия и введем ряд ограничений:

– для исключения критерия  $\Gamma$  все тела произвольной конфигурации разобьем на три группы: к первой группе будут относиться тела с тремя измерениями одного порядка; ко второй группе - тела с двумя измерениями одного порядка и бесконечно большим третьим; к третьей группе - тела с двумя бесконечно большими измерениями и одним коечным.

Температурные поля тел первой группы согласно теории приближенного подобия подобны температурному полю шара; тел второй группы - температурному полю бесконечного цилиндра; тел третьей группы - температурному полю бесконечной пластины.

В разделе 5.5 будет показано, что критерий приблизительного подобия  $\Gamma$  есть величина обратная относительно коэффициенту формы тела данной группы  $E = \frac{K}{K_{э\Box}}$ .

Поэтому коэффициент формы тела  $K$ , входящий в критерий  $H$  и  $F_{OK}$  будет полностью характеризовать геометрическое подобие, а критерий  $\Gamma = 1$  в пределах каждой группы.

Неравенство (5.45) распадается при этом на три неравенства, соответствующие телам каждой группы, а критерий конфигурации выпадает из рассмотрения.

В процессе функционирования РЭА возможны различные случаи начального распределения температуры к моменту включения аппарата. Однако, типовыми являются следующие два случая:

– температурное поле аппарата равномерное и равняется температуре окружающей среды: \*

$$\vartheta_0(x, y, z) = 0. \quad (5.53)$$

– аппарат включается повторно после недавнего функционирования, тогда согласно теории регулярного режима, можно положить:

$$\vartheta_0(x, y, z) = A \cdot U \cdot e^{-M \cdot F_{OK_{вкл.}}}. \quad (5.54)$$

Нетрудно показать, что в обоих случаях функция начального распределения  $\varepsilon_0$  будет определяться только характером распределения  $\vartheta_{ст}(x, y, z)$ . При этом  $\vartheta_0(x, y, z)$  в неравенстве (5.52) можно опустить.

– источники энергии распределены равномерно, сконцентрированы в центре или сосредоточены на периферии тела. Начальные мощности источников и их температурные коэффициенты близки между собой или

определяются выражениями (5.41) (5.42). Это позволит исключить непосредственное влияние функций  $W_0(x, y, z)$ ,  $\beta(x, y, z)$  на ошибку  $\delta_\varepsilon$ . Количественное влияние характера распределения источников по объему тела на величину,  $\vartheta_{cm}(x, y, z)$  и  $\delta_\varepsilon$  рассмотрено в разделе 5.4.

С учетом выше вышеизложенного, неравенство (5.52) примет вид:

$$\delta\varepsilon_K \leq f(N, F_{OK}, \vartheta_{cm}) \leq \delta\varepsilon_{доп.}; \quad (2.55)$$

к = ш; ц; пл.

Для шара (к), цилиндра (ц) и пластины (пл.) имеют место следующие соотношения:

$$|U_{ji}^*| \leq 1; \quad \max_{j \geq 1} |A_j^*| = |A_1^*|, \quad (5.56)$$

что позволяет усилить неравенство (5.50):

$$\delta\varepsilon_K \leq \frac{|A_1^*|}{A^*} \cdot e^{-M_1^* \left[1 - \frac{M^*}{M_1^*}\right] \cdot F_{OKP}} \cdot \left[1 + \sum_{j=2}^{\infty} \frac{|A_j|}{|A_1^*|} \cdot e^{-M_1^* \left(\frac{M_j^*}{M_1^*} - 1\right) \cdot F_{OKP}}\right]. \quad (5.57)$$

Для критериев  $M_j^*$  согласно (5.39), (5.43) имеет место равенство:

$$M_j^* = \frac{\mu_j^2}{\mu_\infty^2} \pm \frac{P_0 \beta}{\lambda \cdot V} \cdot K. \quad (5.58)$$

Величина поправки  $\left| \frac{P_0 \beta}{\lambda \cdot V} \cdot K \right| < 1$ . Это следует при отрицательном ее значению из условия устойчивости теплового процесса (раздел 5.2), а при положительном значении из ограничений на температурные коэффициенты  $\beta$  электротехнических материалов и приборов [23].

Отношение чисел  $\mu_j$  в (5.58) для всех эталонных тел при  $j \geq 1$  лежит в пределах:

$$\frac{\mu_j^2}{\mu_\infty^2} \geq 2 \div 9 \quad (5.59)$$

Поэтому поправкой в (5.58) для  $j \geq 1$  можно пренебречь:

$$M_j^* \approx M_j = \frac{\mu_j^2}{\mu_\infty^2}. \quad (5.60)$$

На рис. 5.1 приведены зависимости  $\mu_j$  в функции критерия  $B_{i0}$  для  $j=1 \div 4$ .

Анализ таблиц значений  $\mu_j$  и рисунка 5.1 показывает, что для всех  $j \geq 1$  имеет место приближенное равенство:

$$\mu_{j+1} - \mu_j \approx \pi. \quad (5.61)$$

Тогда:

$$\frac{\mu_j}{\mu_1} = 1 + \frac{(j-1)\pi}{\mu_1}. \quad (5.62)$$

\*Случай, когда  $\mathcal{D}_0(x, y, z) \neq 0$  рассмотрен в конце раздела 5.4

Перепишем неравенство (5.57) с учетом (5.60) и выражения для амплитуд  $A_j^*$  (5.90) и (5.92), что позволит получить окончательное выражение для оценки длительности иррегулярного режима при заданном уровне ошибки  $\delta\varepsilon_{\text{доп}}$ .



$P_0$  – полная мощность источников энергии, Вт;

$K$  – коэффициент формы, м<sup>2</sup>;

$\beta$  – температурный коэффициент, град<sup>-1</sup>;

$U$  – объем тела, м<sup>3</sup>;

$\tau_p$  – время начала регулярного режима при заданном уровне ошибки  $\delta\varepsilon_{\text{доп.}}$ , отсчитываемое от начала теплового процесса, с.

Выражения для безразмерных коэффициентов  $|A_j|$ , соотношений  $\frac{|A_j|}{A_1}$ ,

$\frac{M_j}{M_1}$  с учетом (5.59) ÷ (5.61), полученные путем анализа зависимостей для  $A_j$  и значений  $\mu_1$  [58], приведенные в табл. 5.1 для различных значений обобщенного критерия Био.

Таблица 5.1 – Расчетные зависимости для соотношений  $\frac{|A_j|}{A_1}$ ,  $\frac{M_j}{M_1}$  при различных  $N$ .

Но- мер	Форма тела	Пластина		Цилиндр		Шар		j
		Величины	N<1	N>10	N<1	N>10	N<1	
1	$\frac{ A_j }{ A_1 }$	$\frac{1}{j^2}$	$\frac{1,50}{0,50 + j}$	$\frac{1,54}{(0,23 + j)^2} = \frac{J_0(\mu_j)**}{J_0(\mu_j)}$	$\frac{1,77}{0,77 + j} \cdot \frac{J_1(\mu_j)}{J_1(\mu_j)}$	$\frac{1,45}{0,4 + j}$	1	$\geq 2$
2	$ A_j $	$\frac{2Bi^*}{\mu_j^2}$	$\frac{2}{\mu_j}$	$\frac{2Bi}{\mu_j^2 J_0(\mu_j)}$	$\frac{2}{M_j \cdot J_1(\mu_j)}$	$\frac{2Bi}{\mu_j}$	2	$\geq 1$
3	$\frac{M_j}{M_1}$	$j^2$	$\frac{(0,5 + j)^2}{2,25}$	$\frac{(0,33 + j)^2}{1,54}$	$\frac{(0,77 + j)^2}{3,14}$	$\frac{(0,4 + j)^2}{2,1}$	$\frac{(1 + j)^2}{4}$	$\geq 2$

Примечание: \*  $Bi = h \cdot R = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot R$  – Критерий Био

\*\*  $J_0(\mu)$ ;  $J_1(\mu)$  – функция Бесселя первого рода [58].

Численные значения величин  $\frac{|A_1|}{A}$ ,  $\frac{M}{M_1}$   $M$  и  $M_1$  приведены в табл. 5.2, а показателя  $n$ , учитывающего характер распределения источников в теле, в выражении (5.91).

Исследование неравенства (5.63) проведен для ряда значений критерия  $F_{\text{ОКР}}$ .

Случай 1.  $F_{\text{ОКР}} \approx 0$

Неравенство (5.66) примет вид:

$$\delta\varepsilon \leq \frac{|A_1|}{A} \cdot \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n \cdot \left[ 1 + \sum_{j=2}^{\infty} \frac{|A_j|}{|A_1|} \cdot \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^n \right] \leq \delta\varepsilon_{\text{доп.}} \quad (5.68)$$

Преобразуем выражение (5.68) к виду:

$$\delta\varepsilon_k \leq \frac{|A_1|}{A} \cdot \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n \cdot \zeta \leq \delta\varepsilon_{\text{доп.}} \quad (5.69)$$

$k = \text{ш, ц, пл.}$

где

$$\zeta = \left[ \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{|A_j|}{|A_1|} \cdot \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^n \right]. \quad (5.70)$$

Из выражений для  $\frac{|A_j|}{|A_1|}$  и  $\frac{M_1}{M_j}$  (табл. 5.1) следует, что  $\zeta$  (5.70) является

суммой числового ряда, структура которого определяется формой эталонного тела, критерием  $N$  и характером распределения источников  $n$ . Численные значения  $\zeta$  для различных величин  $N$  и  $n$  приведены в табл. 5.3. Методика вычисления суммы числового ряда (5.70) для различных эталонных тел, критерия  $N$  и показателя  $n$  приведены в приложении А.

Анализ неравенства (5.69) и табл. 5.3 позволяет установить следующее:

– регуляризация температурного поля с внутренними источниками энергии всегда наступает быстрее, чем при простом нагревании (источники отсутствуют), так как показатель  $n \geq 0$  при  $\frac{M^*}{M_1} < 1$ , а значение  $\zeta$  уменьшается в 1,5 и более раза. При этом существенное значение имеет характер распределения источников в теле (раздел 5.4).

При неравномерном распределении источников энергии (тела первой группы) или концентрации их на периферии (тела второй группы) числовой ряд (5.70) расходится ( $\zeta = \infty$ ). Это свидетельствует о невозможности регуляризации температурного поля таких тел при  $F_{OKP} \approx 0$ , то есть регуляризация может наступить лишь спустя некоторое время  $\tau_p$  ( $F_{OKP} > 0$ ) после начала теплового процесса.

Для оценочных расчетов можно принять среднее значение  $\zeta$  (с погрешностью в среднем 20 – 30%) для всего диапазона критерия  $0 < N \leq \infty$ , когда ряд (5.70) сходится. Это позволяет записать неравенство в общем, виде:

$$\delta\epsilon_K \leq 2 \frac{A_1}{A} \cdot \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n. \quad (5.71)$$

Количественная оценка с (5.71) для тел третьей группы (пластина) показывает, что переход от равномерного распределения к центральному размещению источников ( $n = 1; 0,5$ ) вызывает рост ошибки  $\delta\epsilon_K$  в 3 раза (при  $N > 1$ ), сосредоточение источников на периферии (эквивалентное отсутствию источников) приводит к 10 кратному росту  $\delta\epsilon_K$ . Для тел второй группы при центральном положении источников ( $n = 0,5, N > 1$ ) имеет место 2 - х кратное увеличение  $\delta\epsilon_K$  по сравнению с равномерным распределением ( $n = 1$ ) источников.

Таблица 5.2 – Значение  $\frac{|A_1|}{A}$ ,  $M$ ,  $M_1$ ,  $\frac{M}{M_1}$  для пластины и шара

Форма тела	Пластина				Шар			
	Величины Н	$\frac{ A_1 }{A}$	M	$M_1$	$\frac{M}{M_1}$	$\frac{ A_1 }{A}$	M	$M_1$
0	0.000	0.000	4.000	0.000	0.000	0.000	2.050	0.000
0.01	0.004	0.010	4.000	0.003	0.143	0.010	2.060	0.005
0.10	0.044	0.092	4.202	0.022	0.131	0.093	2.117	0.044
0.50	0.156	0.346	4.928	0.070	0.461	0.366	2.372	0.155
1.00	0.220	0.524	5.617	0.093	0.659	0.554	2.657	0.208
2.00	0.278	0.697	6.605	0.105	0.815	0.735	3.062	0.240
3.00	0.301	0.780	7.236	0.108	0.902	0.810	3.276	0.247
4.00	0.312	0.819	7.508	0.109	0.941	0.855	3.460	0.247
5.00	0.317	0.846	7.728	0.109	0.955	0.883	3.534	0.250
10.00	0.328	0.922	8.352	0.110	0.985	0.941	3.745	0.251
20.00	0.332	0.964	8.644	0.110	0.998	0.970	3.881	0.251
$\infty$	0.333	1.000	9.000	0.111	1.000	1.000	4.000	0.250

Таблица 5.3 – Значение  $\zeta$  в формуле (5.69)

Но- мер	Закон распределения энергии по объему тела	Пластина		Цилиндр		Шар		Средние значе - ния всех форм	
		H<1	H>10	H<1	H>10	H>1	H<10	H<1	H>10
1	Равномерное распределение	1,08	1,40	1,20	1,80	1,40	2,36	1,20	1,90
2	Центральное распределение	1,64	2,11	3,12	4,24	$\infty$	$\infty$	2,4 без шара	3,2 без шара
3	Периферийное распределение или источники энергии отсутствуют	1,64	$\infty$	3,12	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2,40	$\infty$

Наличие в теле температурозависимых источников энергии способствует ускорению или замедлению процесса регуляризации в зависимости от характера функции (5.9), что непосредственно вытекает с (5.64), (5.65) и величины

отношения в  $\frac{M^*}{M_1^*}$  (5.69).

Аналогичное влияние наблюдается при  $\vartheta_0 \neq 0$ , что  $\frac{A_1^*}{A^*}$  в (5.57).

Случай 2.  $F_{окр} \geq 0,5$

Первый член ряда ( $j = 2$ ) в неравенстве (5.63) выражается зависимостью:

$$a_2 = \frac{|A_2|}{|A_1|} \cdot \frac{|M_1|^n}{|M_2|} \cdot e^{-M_1 \left( \frac{M_2}{M_1} - 1 \right) \cdot F_{ок}} \quad (5.72)$$

Расчеты показывают (табл. 5.2), что при изменении  $0 < H \leq \infty$   $M_1 = 2 \div 9$ ,  $M_2 = 6 \div 25$ .

После подстановки значений  $M_1, M_2, F_{\text{окр}} = 0,5$  в (5.72), получим:

$$a_2 = \frac{|A_2|}{|A_1|} \cdot \frac{|M_1|^n}{|M_2|} \cdot e^{-(2 \div 8)}. \quad (5.73)$$

Согласно (5.56), (5.30) отношение  $\frac{|A_2|}{|A_1|} \leq 1$  и,  $\frac{M_1}{M_2} < 1$  тогда

$$a_2 \leq e^{-(2 \div 8)} \approx (0,1 \div 0,0003). \quad (5.74)$$

Для определения скорости сходимости ряда под знаком суммы в неравенстве (5.63) оценим отношение последующего члена ряда к предыдущему:

$$\frac{a_{j+1}}{a_j} = \frac{|A_{j+1}|}{|A_j|} \cdot \left( \frac{M_j}{M_{j+1}} \right)^n \cdot e^{-(M_{j+1} - M_j) \cdot F_{\text{окр}}}. \quad (5.75)$$

Из (5.60) и (5.63) следует, что разность:

$$M_{j+1} - M_j = 2\sqrt{M_j} \cdot \frac{\pi}{M_\infty} + \frac{\pi^2}{M_\infty^2}. \quad (5.76)$$

Для всех трех эталонных тел  $\mu_\infty \leq \pi$ , а  $M_j \geq 6, j \geq 2$ , следовательно:

$$M_{j+1} - M_j \geq 2\sqrt{6} + 1 \approx 5,9. \quad (5.77)$$

Подставим (5.77) к (5.75) и при условии, что  $\frac{|A_{j+1}|}{|A_j|} < 1, \frac{M_j}{M_{j+1}} < 1,$

$F_{\text{окр}} = 0,5$ , получим:

$$\frac{a_{j+1}}{a_j} \leq e^{-3,0} = 0,05. \quad (5.78)$$

Из неравенств (5.74) и (5.78) следует, что под знаком суммы в (5.66) стоит ряд с первым членом  $a_2 \leq 0,1$ , а каждый последующий член ряда меньше предыдущего более, чем на порядок. Такой ряд сходится, а его сумма практически равна  $a_2 \leq 0,1$ . Поэтому значением суммы неравенстве (5.63) можно пренебречь. Выражение для оценки длительности иррегулярного режима при  $F_{окр} \geq 0,5$  примет вид:

$$\delta\varepsilon_K \leq \frac{|A_1|}{A} \cdot \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n \cdot e^{-M_1^* \left[ 1 - \frac{M^*}{M_1^*} \right] \cdot F_{окр}} \leq \delta\varepsilon_{доп}. \quad (5.79)$$

Числовая оценка всех величин в (5.79) выполняется аналогично к случаю 1 ( $F_{окр} \approx 0$ ).

Из (5.79) следует, что все выводы, сделанные при анализе случая 1 ( $F_{окр} \approx 0$ ) остаются в силе и при  $F_{ок} \geq 0,5$ . Отличие заключается лишь в том, что при  $F_{ок} \geq 0,5$  регуляризация теоретически наступает всегда независимо от характера распределения источников и значений обобщенного критерия Био, Н. Это следует из того, что при  $F_{ок} \rightarrow \infty$ ,  $\delta\varepsilon_K \rightarrow 0$  (5.79). Количественная оценка значений  $F_{окр}$  ( $\tau_p$ ) может быть получен из (5.79) при заданном уровне допустимой погрешности  $\delta\varepsilon_{доп}$ . В заключение следует еще раз подчеркнуть, что универсальность полученных расчетных зависимостей  $\delta\varepsilon_K \leq f(F_{окр}, N)$  (5.69) и (5.79) основывается на теории приближенного подобия температурных полей.

Такое подобие строго выполняется в начале теплового процесса в центральной части тела, а по мере регуляризации распространяется и на периферийные области. Последнее объясняется тем, что критерий приближенного подобия  $A = \frac{1}{E}$  (раздел 5.5), то есть  $A$  характеризует геометрическое подобие на стадии регулярного режима. Это хорошо

подтверждается сравнительными расчетами (рис. 5.2) температурного поля куба [58] при  $Bi = 1$  и  $A = 1,24$  по методу приближенного подобия и методу А.П.Ваничева.

По мере роста критерия  $F_0$  от 0,05 до 0,2 зона совпадения расчётов перемещается от центра к периферии куба. Расчеты по (5.79) для этого случая ( $N = 0,304$ ;  $Bi = 0,304$ ;  $F_{окр} = 9,86$ ;  $F_0 = 9,86 \cdot 0,2 \approx 2$ ) дают значение  $\delta\epsilon_K \leq 1\%$ , то есть при  $F_0 = 0,2$  практически наступает регулярный режим.

Таким образом, для тел будь какой конфигурации расчеты по (5.79) и оценка погрешности  $\delta\epsilon_K$  ( $F_{окр} \approx 0$ ) по (5.69) дают возможность оценить длительность иррегулярного (дорегулярного) режима в центральной зоне тела.

По мере приближения критерия  $A = \frac{1}{E}$  к единице результаты расчета можно распространять на периферийные области тела. Экспериментальные и расчетные данные свидетельствуют о значительной протяженности центральной зоны, где температурное поле тела будь - какой конфигурации практически мало отличается от температурного поля эквивалентного тела данной группы.

Расчетные зависимости (5.69), (2.79) позволяют выбрать следующий алгоритм расчета времени начала регулярного режима:

– при заданных условиях охлаждения  $N$  и допустимом уровне погрешностей расчета температуры  $\delta\epsilon_{доп}$  по (5.69) произвести оценку выполнения условия:

$$\delta\epsilon_K \leq \delta\epsilon_{доп} . \quad (5.80)$$

Если неравенство (5.80) выполняется, то это значит, что регуляризация температурного поля начинается сразу же после начала теплового процесса, то есть  $F_{окр} \approx 0$  и  $\tau_p \approx 0$ .

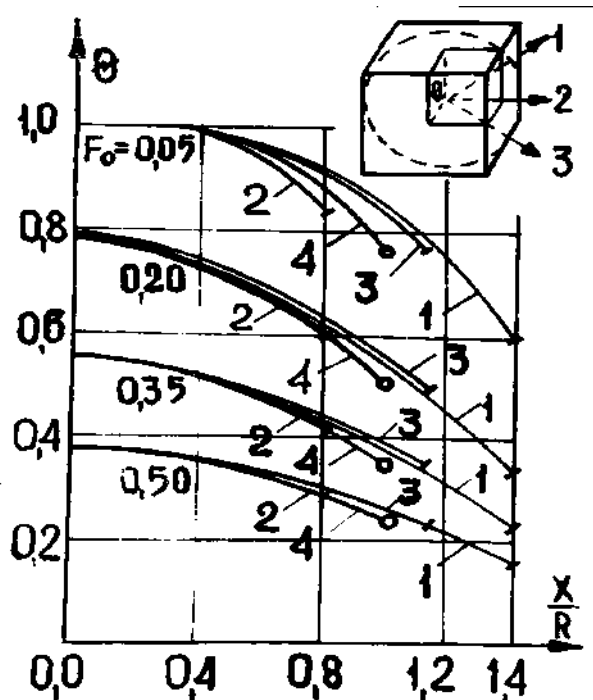
Если неравенство (5.80) не выполняется, то следует перейти к выполнению пункта 2 этого алгоритма.

– при заданных  $\delta\epsilon_{\text{доп}}$  и  $N$  по (5.79) определить значение  $F_{ок}$ , которое определяет относительное время начала регулярного режима. Через  $F_{окр}$  рассчитать время начала процесса регуляризации  $\tau_p$ .

### Примечание:

В практике тепловых расчетов часто задается нужная точность определения избыточной температуры  $\Delta\vartheta_{\text{доп}}$  и известно допустимое значение максимальной температуры перегрева в установившемся режиме  $\vartheta_{\text{ст. max}}$ . Для РЭА следует ожидать  $\vartheta_{\text{ст. max}} = 50 - 100$  град. Между  $\delta\epsilon_{\text{доп}}$  в (5.69), (5.79) и  $\Delta\vartheta_{\text{доп}}$ ,  $\vartheta_{\text{ст. max}}$  согласно (5.16) имеется следующая связь:

$$\delta\epsilon_{\text{доп}} \geq \frac{\Delta\vartheta_{\text{доп}}}{\vartheta_{\text{ст. max}}} \approx \frac{\Delta\vartheta_{\text{доп}}}{50 \div 100} \quad (5.81)$$



1,2,3 – расчет по методу А.П.Ваничева;

4 – расчет по методу приближенного подобия через эквивалентный шар.

Рисунок 5.2 – Температурное поле куба

#### 5.4. Влияние характера распределения источников энергии на длительность иррегулярного режима

При заданной форме тела функция  $W(x,y,z)$  однозначно определяет закон распределения стационарной температуры  $\vartheta_{СТ}(x,y,z)$  в (5.55), который в свою очередь определяет структуру коэффициентов  $A_{j*}$  в общем, решении уравнения теплопроводности (5.29) и в неравенстве (5.63).

Характер влияния распределения источников  $W(x,y,z)$  на длительность иррегулярного режима рассмотрим на примере тела в форме бесконечной пластины толщиной  $2R$ . Начало координат установим в центр пластины. Дифференциальное уравнение теплопроводности в стационарном режиме запишем для двух законов распределения источников энергии при постоянных коэффициентах и постоянной  $t_c$  :

$$\frac{d^2 \cdot \vartheta_{СТ}}{dx^2} = -\frac{W_0}{\lambda} \cdot e^{-\frac{|x|}{R} \cdot \frac{1}{K}} \quad (5.83)$$

и

$$\frac{d^2 \cdot \vartheta_{СТ}}{dx^2} = -\frac{W_0}{\lambda} \cdot e^{-\left(1-\frac{|x|}{R}\right) \cdot \frac{1}{K}} \quad (5.84)$$

где  $K$  – положительное число;

$$0 \leq \frac{|x|}{R} \leq 1.$$

Не сложно видеть, что значение  $K \ll 1$  в (5.83) относятся к центральному, а в (5.84) - к периферийному положению источников энергии в теле.

Значение  $K \gg 1$  соответствуют в обоих уравнениях равномерному распределению источников энергии по объему тела.

Граничные условия третьего рода и условия симметрии для обоих уравнений запишутся равенствами:

$$\left[ \pm \frac{d\vartheta_{CT}}{dx} + h\vartheta_{CT} \right]_{x=\pm R} = 0; \quad \frac{d\vartheta_{CT}}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \quad (5.84')$$

После интегрирования уравнений (5.83), (5.84) при условии (5.84') получим:

$$\vartheta_{CT} = \frac{W_0 R^2}{\lambda} \left[ K^2 \cdot e^{-\frac{1}{K}} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{1}{K} \left[ \frac{|x|}{R} - 1 \right]} - \frac{1}{KhR} \right) + K \left( 1 - \frac{|x|}{R} + \frac{1}{hR} \right) \right]; \quad (5.86)^*$$

$$\vartheta_{CT} = \frac{W_0 R^2}{\lambda} \left[ K^2 \cdot \left( 1 - e^{-\left( 1 - \frac{|x|}{R} \right) \frac{1}{K}} + \frac{|x|}{KR} e^{-\frac{1}{K}} - \frac{1}{K} e^{-\frac{1}{K}} - \frac{1}{KhR} e^{-\frac{1}{K}} \right) + \frac{K}{hR} \right]. \quad (5.87)^*$$

При  $K \ll 1$  решение (5.86)\* (5.87)\* примут вид:

$$\Theta_{cm} = K \left( 1 - \frac{|x|}{R} + \frac{1}{hR} \right); \quad (5.85)$$

$$\Theta_{cm} = \frac{K}{nR} \quad (5.86)$$

где  $\Theta_{cm} = \frac{\vartheta_{cm}}{\frac{W_0 R}{\lambda}}$ .

При  $K \gg 1$  оба решение примут вид:

$$\Theta_{cm} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 + \frac{2}{hR} \right]. \quad (5.87)$$

Коэффициенты  $A_j^*$  пластины выражаются интегралом вида :

$$A_j^* = \frac{\mu_j}{\mu_j + \sin \mu_j \cdot \cos \mu_j} \cdot \frac{2}{R} \int_0^R \Theta_{cm}(x) \cos \mu_j \frac{x}{R} dx, \quad (5.88)$$

где коэффициенты  $\mu_j$  определяются из уравнения:

$$\mu_j \cdot \operatorname{tg} \mu_j = hR = Bi. \quad (5.89)$$

После интегрирования при значениях  $\vartheta_{ct}$  (5.85) - (5.87) получим:

$$A_j^* = A_j \cdot \frac{1}{K_{W_j}} \quad (5.90)$$

где  $K_{W_j} = \frac{\mu_j \sin \mu_j}{K} = \frac{hR}{K} \cos \mu_j$  – центральное положение источников;

$K_{W_j} = \frac{hR}{K}$  – периферийное положение;

$K_{W_j} = \mu_j^2$  – равномерное распределение источников;

$A_j$  – постоянные коэффициенты при  $W_0 = 0$  (отсутствие источников энергии в теле).

Тогда отношение  $\frac{A_j^*}{A_1^*}$  в неравенстве (5.57) с учетом (5.60) примет вид:

$$\frac{A_j^*}{A_1^*} = \frac{A_j}{A_1} \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^n \quad (5.91)$$

где  $n$  – положительное постоянное число;

$n = 1,0$  – равномерное распределение источников;

$n = 0,5$  – центральное расположение источников и  $H \gg 1$ , потому что в этом случае  $\sin \mu_j \approx \sin \mu_1 \approx 1$ .

$n = 0$  – периферийное  $0 \leq H \leq \infty$  и центральное (при  $H < 1$   $\cos \mu_j \approx \cos \mu_1 \approx 1$ ) расположение источников энергии или их отсутствие.

Аналогичные выражения с учетом (5.58) получаются для отношения  $\frac{A_1^*}{A^*}$

$$\frac{A_1^*}{A^*} = \frac{A_1}{A} \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n. \quad (5.92)$$

Путем тождественных размышлений можно показать, что для цилиндра и шара имеют место равенства (5.90), (5.91), (5.92). Анализ равенства (5.63) совместно с (5.90) - (5.92) позволяет сделать следующие выводы о влиянии характера распределения источников энергии на длительность иррегулярного (дорегулярного) режима.

Равномерное распределение источников энергии наиболее благоприятно сказывается на ускорении процесса регуляризации, так как  $n = 1$ , а  $\frac{M_1}{M_j} < 1$  и

$\frac{M^*}{M_1^*} < 1$ . Длительность иррегулярного режима при этом наименьшая.

Концентрация источников энергии в центральной части тела способствует увеличению длительности иррегулярной стадии ( $n = 0,5$ ), а смещение источников на периферию ( $n = 0$ ) приводит к существенному росту длительности иррегулярного режима (раздел 5.3). В последнем случае регуляризация теплового процесса происходит с такой же скоростью, как в телах при отсутствии источников энергии ( простое нагревание или охлаждение ).

При выводе неравенства (5.63) мы ввели условие (5.53). Не представляет больших трудностей распространить неравенство (5.63) на случай, когда начальное температурное поле равномерно, но

$$\vartheta_0(x, y, z) = \vartheta_0 \neq 0. \quad (5.93)$$

Условие (5.93) вызовет существенное изменение только отношения  $\frac{A_1^*}{A^*}$ , которое определяется равенством:

$$\frac{A_1^*}{A^*} = \frac{A_1}{A} \left( \frac{M^*}{M_1^*} \right)^n \cdot \left( \frac{1 - \Theta_0 M_1^{*n} \mu_\infty^{2n}}{1 - \Theta_0 M^{*n} \mu_\infty^{2n}} \right) \quad (5.94)$$

где

$$\Theta_0 = \begin{cases} \frac{\vartheta_0}{W_0 R_{\text{ET}}} & \bullet \text{ при } n=1,0; \\ \frac{\vartheta_0}{W_0 R_{\text{ET}}} \cdot \frac{1}{K} & \bullet \text{ при } n=0,5; \\ \frac{\lambda}{W_0 R_{\text{ET}}} & \bullet \text{ при } n=0,5; \end{cases}$$

$$\mu_{\infty\text{ш}} = \pi; \mu_{\infty\text{ц}} = 2,405; \mu_{\infty\text{пл}} = \frac{\pi}{2};$$

$R_{\text{ET}}$  – радиус (толщина) эталонного тела (шар, цилиндр, пластина), равновеликого по объему исследуемому (5.96).

В силу условия, что  $M_{1^*} > M^*$ , выражение в скобках (2.94) будет меньше, единицы, если  $\vartheta_0 > 0$ , и больше единицы, если  $\vartheta_0 < 0$ . В первом случае следует

ожидать ускорения процесса регуляризации, так как  $\frac{M^*}{M_1^*}$  в (5.63) уменьшается,

а во втором случае регуляризация будет задерживаться, так как  $\frac{M^*}{M_j^*}$  возрастает.

Таким образом, когда равномерное начальное температурное поле характеризуется условием (5.93), в неравенство (5.57), (5.63) нужно подставить значение  $\frac{A_1^*}{A^*}$  с учетом (5.94).

### **5.5 Приближенный метод определения коэффициента формы тел сложной конфигурации**

Для расчета основных характеристик регулярного режима (5.64) вместе с теплофизическими константами материала и среды необходимо знать коэффициент формы тела  $K$  ( $m^2$ ). Для тел основных форм (шар, цилиндр, пластина) есть строгие расчетные зависимости, которые позволяют определить  $K$ . Для тел сложной конфигурации получение таких зависимостей сопряжено с очень большими математическими трудностями. Поэтому, коэффициенты форм тел сложной конфигурации определялись опытным путем. Методика таких испытаний, как и все методы регулярного режима, сравнительно проста и доступна, но вызывает дополнительные затраты времени на изготовление моделей, проведение экспериментов и так далее. Это существенно сдерживало применение методов регулярного режима для исследования температурных полей, когда тело имело деформированную поверхность по отношению к параллелепипеду, цилиндру и др.

С целью получения расчетных зависимостей для  $K$  воспользуемся методом приближенного подобия температурных полей. Это позволит отказаться от необходимости решения уравнения теплопроводности и избежать связанных с ним математических трудностей для тел сложной конфигурации. Коэффициенты формы эталонных тел равны:

$$K_{ш} = \frac{R_{ш}^2}{\pi^2}; \quad K_{ц...} = \frac{R_{ц...}^2}{2,405^2}; \quad K_{пл} = \frac{R_{пл}^2}{\pi^2} \quad (5.95)$$

а значения  $R_{ш}$ ,  $R_{ц}$  и  $R_{пл}$  определяются из условия равенства объемов эталонного и опытного тел по формулам:

$$R_{ш} = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}; \quad R_{ц} = \sqrt{\frac{S_{ц}}{\pi}}; \quad R_{пл} = \frac{V}{2F_{ср}}. \quad (5.96)$$

Нестационарное температурное поле для тела каждой группы на стадии регулярного режима выражается следующей критериальной зависимостью (раздел 5.3):

$$\Theta = \Theta\left(H, F_{ок}, \frac{r}{R_{эт}}\right), \quad (5.97)$$

где  $\Theta$  – относительная температура;  $R_{эт} = R_{ш}; R_{ц}; R_{пл}$ .

Из теории приближенного подобия в явлениях теплопроводности следует:

– при рассмотрении подобия температурных полей тел, относящихся к одной группе, можно исключить обязательность геометрического подобия, а температурные поля на некотором удалении от охлаждаемой поверхности считать практически одномерными;

– имеет место приближённое подобие температурных полей исследуемого и равновеликого по объему эталонного тела данной группы, выполненного из того же материала и имеющего те же условия теплообмена по закону Ньютона с окружающей средой. Теплофизические коэффициенты и температура среды предполагаются постоянными.

$$V = V_{эт}; \quad a = a_{эт}; \quad \lambda = \lambda_{эт}; \quad \alpha = \alpha_{эт}. \quad (5.98)$$

Приближенное подобие означает практически точное подобие в сходственных точках на некотором удалении от охлаждаемой поверхности и

подобие средних температур в сходственных сечениях вблизи и на охлаждаемой поверхности тел в сходственные моменты времени.

Сходственные моменты времени определяются из условия:

$$\tau_{\text{эт}} = A \cdot \tau, \quad (5.99)$$

где  $A = \frac{S}{S_{\text{эт}}}$  – критерий приближенного подобия.

Согласно общей теории подобия, с учетом приведенных выше положений приближенного подобия и (5.97), (5.98) следует, что всегда имеет место равенство определяющих критериев подобия исследуемого и эталонного тела группы:

$$N_{\text{эт}} = N; \quad F_{\text{окэт}} = F_{\text{ок}}. \quad (5.100)$$

Подставляя значение  $N$  и  $F_{\text{ок}}$  в (5.100) с учетом (5.98) приходим:

$$\tau_{\text{эт}} = \frac{\tau}{E}; \quad (5.101)$$

$$E = \frac{K}{K_{\text{эт}}}; \quad (5.102)$$

$$\frac{K}{K_{\text{эт}}} = \frac{S_{\text{эт}}}{S}, \quad (5.103)$$

где  $E$  – относительный коэффициент формы.

Выражение (5.101) - (5.103), с одной стороны выражают существующее при приближенном подобии условие (5.99), а с другой стороны устанавливают связь между А и Е.

Таким образом, относительный коэффициент формы есть величина обратная критерию приближенного подобия.

Равенство (5.103) и (5.95) являются зависимостями для получения относительного и абсолютного значения коэффициента формы тела произвольной конфигурации.

Рассмотрим порядок расчета Е и К на примере тела первой группы в форме куба со стороной l (м):  $S = 6 l^2 \text{ м}^2$ ;  $V = l^3 \text{ м}^3$ ; из условия равновеликости

объемов  $R_{ЭГ} = R_{Ш} = l \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \text{ м}$ ;  $S_{ЭГ} = 4\pi R_{ЭГ}^2 = 4\pi l^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{16\pi^2}} \text{ м}^2$ ; по формуле (5.95);

$K_{ЭГ} = K_{Ш} = \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{16\pi^2}} \text{ м}^2$ : из (5.102), (5.103)  $E = \frac{S_{ЭГ}}{S} = \frac{4\pi l^2}{6l^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{16\pi^2}} = 0,81$  и

$K = E \cdot K_{ЭГ} = 0,81 \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{16\pi^2}} = 0,0321 l^2 \text{ м}^2$ .

В табл. 5.4 приведены значения Е для ряда тел первой группы, полученные расчетом по (5.103).

Для сравнительной оценки таблица содержит значения Е этих же тел, полученные экспериментально или по точным расчетным формулам [22].

Таблица 5.4 – Значение Е для тел первой группы

Но- мер	Форма тела	Е по (2.103)	Е эксперим.	Е расчёт.	δε, 100%
1	Архимедов цилиндр	0,875	-	0,912	4
2	Куб	0,810	-	0,865	6
3	Трёхгранная равносторонняя призма	0,715	0,692	-	3
4	Конус; в сечении правильный треугольник	0,765	0,668	-	15
5	Правильный тетраэдр	0,670	0,635	-	6
6	Тело вращения №1 (рис. 2.3)	0,965	0,960	-	1
7	Тело вращения №2 (рис.2.3)	0,920	0,885	-	4

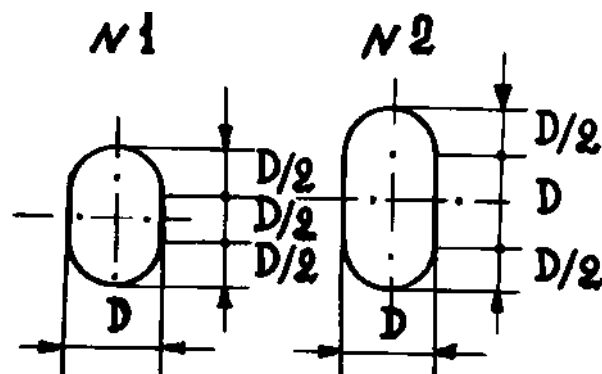


Рисунок 5.3 – Тела вращения

Анализ табл. (5.4) показывает, что расчет относительного коэффициента формы  $E$  по (5.103) удовлетворительно согласовывается с данными экспериментов и расчетами по точным формулам для простых форм.

Для тел с симметричной конфигурацией во всех трех направлениях даже с такой значительной деформацией охлаждаемой поверхности по отношению к шару, как правильный тетраэдр или куб, погрешность расчетов не превышает 6%.

Нарушение симметрии, деформация поверхности преимущественно в одном направлении и т.д. приводят к росту погрешности расчетов. Так для конуса погрешность составила уже 15%.

Таким образом, полученные по методу приближенного подобия расчетные зависимости могут быть использованы для расчета коэффициента формы тел сложной конфигурации.

Для тел с явно выраженной асимметрией формы типа конус, клин или др. погрешность расчета возрастает, но рассмотренный метод позволяет в этом случае значительно упростить и ускорить постановку эксперимента. Модель должна копировать лишь главные очертания формы, а все внешние деформации и искажения учитываются расчетом по (5.102), (5.103), где в качестве  $K_{ЭТ}$  будет выступать полученное из опыта значения коэффициента формы.

Изложенный метод может быть использован в целом ряде других приложений теории регулярного режима. В частности, для экспериментального определения по методу регулярного режима теплофизических коэффициентов и коэффициентов теплообмена непосредственно на натуральных объектах сложной конфигурации, обходя модели.

## ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 5

1. Начиная с некоторого момента времени в теле с температурозависимыми источниками энергии наступает регулярный тепловой режим.

2. Закон изменения температуры во времени так же, как и при постоянной мощности источников, носит экспоненциальный характер (5.31). Это позволяет обобщить теорию регулярного режима на тела с температурозависимыми источниками энергии с учетом дополнений, указанных в п. п. 3 и 4 этих выводов.

3. Темп регулярного режима (показатель экспоненты) становится зависимым от характера начального распределения мощности источников и их температурных коэффициентов и отличается от темпа регулярного режима простого нагревания или случая источников постоянной мощности на некоторую постоянную величину - поправку.

4. При равномерном или близком к равномерному распределению источников поправка не зависит от условий охлаждения и выражается равенством (5.40). В этом случае все расчетные и критериальные зависимости регулярного режима остаются в силе с учетом постоянной поправки (5.40), что позволяет также при экспериментальном исследовании определить темп регулярного режима простого охлаждения, а поправку вводить расчетным путем по (5.40). Такой метод дает наименьшую погрешность опыта.

5. Получены расчетные зависимости (5.63), (5.69), (5.79) и выработан алгоритм для оценки длительности иррегулярного (дорегулярного) теплового режима тел произвольной конфигурации, в основу выводов которых положена теория приближенного подобия температурных полей [24].

6. Показано, что в теле с внутренними источниками энергии регуляризация температурного поля наступает намного быстрее, чем при простом нагревании (охлаждении) без источников энергии. При этом

существенное значение имеет характер распределения источников. Количественная оценка этого влияния дана равенством (5.34) совместно с (5.69) (5.79).

7. Полученные расчетные зависимости (5.102), (5.103) для определения коэффициента формы тела произвольной конфигурации, основанные на теории приближенного подобия температурных полей.

## ВЫВОДЫ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

1. Конструирование современных аппаратов, рядом с разработкой электрических схем требует жёсткого учета температурного режима будущей конструкции. Это ставит перед конструктором задачу осуществлять теплофизическое конструирование на всех стадиях разработки надежной, экономической, малогабаритной РЭА. Попытка эмпирического поиска приемлемого варианта конструкций становится экономически неоправданной. Поэтому, в настоящей работе разработан алгоритм теплофизического конструирования, которое обеспечивает синтез температуростойкой конструкции аппарата.

2. Литературные источники по теплофизическому конструированию РЭА с заданным тепловым режимом представлены, главным образом, журнальными статьями. Основные разработки, направлены на выбор и оптимальное использование воздушных систем охлаждения. Монографии по общему конструированию РЭА предусматривают только проверочные расчеты температурных полей. Теплофизическое конструирование проводится на основе многоразовых расчетов при разных значениях параметров, т.е. используется метод проб и ошибок.

3. Показано, что для решения общей задачи синтеза РЭА с заданным тепловым режимом необходимо, задать допустимые границы изменения параметров синтеза, т.е. ограничение на каждый параметр. Это приводит к необходимости решения прямых задач теплопроводности.

4. При заданных ограничениях на параметры алгоритм теплофизического синтеза РЭА по допустимой температуре может быть получен на основе решения обратной задачи теплопроводности.

5. Современный математический аппарат не позволяет получить аналитическое решение интегрального уравнения (2.55) обратной задачи теплопроводности при произвольном законе изменения допустимой

температуры по объему РЭА. Поэтому, задача была ограничена получением алгоритма синтеза РЭА по максимальной, стационарной допустимой температуре РЭА.

6. Получен алгоритм синтеза для одноблочных РЭА по заданной стационарной максимальной температуре, которая выражается неравенством (2.61).

7. Показано, что процесс теплофизического конструирования сводится к последовательной (рис. 2.11) минимизации параметров синтеза с целью выполнения неравенства (2.61) и удовлетворения ограничениям, наложенным на параметры синтеза техническим заданием, техническими условиями и т.д. (табл. 2.9).

8. По полученному алгоритму произведен синтез РЭА и выполнены экспериментальные исследования температурных полей синтезированных конструкций.

9. По данным эксперимента температурный режим элементов, синтезированных РЭА, удовлетворительно экспонируют с заданным максимальным перегревом.

10. Проведено теоретические и экспериментальные исследования геометрических размеров, формы, теплофизических коэффициентов на параметры синтеза, что позволяет дать рекомендации, обеспечивающие оптимальную минимизацию каждого параметра.

11. Эффективная минимизация начального параметра (подраздел 2.3.2) может быть осуществлена для конструкций аппаратов с линейным размером меньше 0,5 метра за счет перехода к малой плотности монтажа или увеличения эффективности системы поверхностного охлаждения. Для конструкций с линейным размером больше 0,5 метра минимизация начального параметра, практически, невозможна.

12. Установлено, что переход к конструкциям в форме квадратного «бруса» обеспечивает наиболее эффективную минимизацию параметра формы (подраздел 2.3.3). Степень минимизации возрастает с ростом эффективности системы охлаждения аппарата.

13. Степень минимизации параметра теплопроводности (подраздел 2.3.4) зависит от интенсивности системы охлаждения и линейного размера аппарата. При линейных размерах аппаратов больше 0,5 метра, или интенсивном поверхностном охлаждении имеет место крайняя минимизация параметра теплопроводности. Установлено, что увеличение эффективной теплопроводности свыше  $2 - 4 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$  не вызывает дальнейшую минимизацию. Следовательно, не следует стремиться к увеличению теплопроводности заполнителей (компаундов) свыше этих значений.

14. Минимизация параметра анизотропности (подраздел 2.3.5) по теплопроводности требует такого расположения плат, чтобы минимальные размеры нагретой зоны аппарата совпадали с направлением действия максимальной теплопроводности. Для оптимальной формы квадратного «бруса» и плоских теплостоков – это условие требует размещения квадратных плат перпендикулярно большой оси «бруса», что приводит к предельной минимизации параметра анизотропности по теплопроводности. Нарушение этого условия резко снижает эффективность применения кондуктивных теплостоков (табл. 2.5).

15. Концентрация элементов, рассеивающих тепло, к центру нагретой зоны способствует увеличению параметра мощности, т.е. отрицательно сказывается на температурном режиме элементов по сравнению с равномерным распределением мощности источников.

16. Минимизация параметра мощности возможна за счет концентрации (размещения) тепловыделяющих элементов на периферии нагретой зоны аппарата. Степень минимизации определяется интенсивностью поверхностного охлаждения аппарата, величиной эффективной

теплопроводности нагретой зоны и размерами платы. Для аппаратов с линейным размером меньше 0,5 м. и малой эффективностью поверхностного охлаждения или с большей эффективной теплопроводностью закон концентрации тепловыделяющих элементов, практически, не влияет на параметр мощности по сравнению с равномерным распределением. Имеет место лишь перемещение максимальной температуры из центральной зоны к периферии (рис. 4.10).

17. В аппарате с плоскими теплостоками в условиях естественной конвекции неравномерность распределения мощности, практически, не сказывается на максимальном перегреве.

18. Оптимальная форма и характер размещения плат с элементами в объеме нагретой зоны определяются условиями минимизации параметра анизотропности по теплопроводности (см. п.14), а оптимальное размещение элементов на платах вытекает из условия минимизации параметра мощности (табл. 2.8).

19. Показано, что если минимизация всех параметров синтеза в пределах заданных ограничений не обеспечивает выполнения неравенства (2.61), то необходимо от поверхностных систем охлаждения перейти к более сложным в конструктивной реализации объемным системам охлаждения. Синтез аппарата, в этом случае, вырабатывается по алгоритму (2.79) и сводится к оптимальному выбору параметров системы охлаждения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ СУММЫ $\zeta$ ЧИСЛОВОГО РЯДА (5.70) В НЕРАВЕНСТВЕ (5.69).

Пластина

Вариант 1.  $H < 1$ ;  $n = 1.0$

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{|A_j|}{|A_1|} \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^{1.0} \quad (\text{A.1})$$

После подстановки выражений для  $\frac{A_j}{A_1}$ ;  $\frac{M_1}{M_j}$  из таблицы 5.1 при  $H < 1$

(во всех рассмотренных ниже вариантах для короткости записи ссылка на таблицу 5.1 опускается), получим:

$$\xi = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1}{j^2} \cdot \frac{1}{j^2} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^4} = \frac{\pi^4}{90} = 1.08. \quad (\text{A.2})$$

Значение суммы ряда для числовых степенных рядов натуральных чисел, когда степень чётная, приведены в справочной литературе.

Вариант 2.  $H < 1$ ;  $n = 0$

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1}{j^2} \cdot \left( \frac{1}{j^2} \right)^0 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} = \frac{\pi^2}{90} = 1.64. \quad (\text{A.3})$$

Вариант 3.  $H < 10$ ;  $n = 1.0$

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.50}{0.50 + j} \cdot \left[ \frac{2.25}{(0.50 + j)^2} \right]^{1.0} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{3.38}{(0.50 + j)^3}. \quad (\text{A.4})$$

Справочная литература не содержит информации о способах вычисления суммы числового степенного ряда, когда показатель степени  $n$  нечетное или дробное число. Поэтому ниже изложен метод вычисления суммы ряда для произвольных значений  $n > 1$ .

Не трудно показать, что согласно интегрального признака Коши имеет место следующее неравенство:

$$A_{K-1} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(a+j)^n} < A_K, \quad (\text{A.5})$$

$$\text{где } A_{K-1} = \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{(a+x)^n} dx + \sum_{j=1}^{K-1} \frac{1}{(a+j)^n};$$

$$A_K = \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{(a+\chi)^n} d\chi + \sum_{j=1}^K \frac{1}{(a+j)^n}.$$

Из (A.5) следует, что

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(a+j)^n} = \frac{A_{K-1} + A_K}{2} \pm \Delta; \quad (\text{A.6})$$

$$\Delta \leq \frac{A_{K-1} + A_K}{2} = \frac{0.5}{(a+h)^n}. \quad (\text{A.7})$$

После подстановки в (A.6) значений  $A_K$ ,  $A_{K-1}$  и  $\Delta$  получим окончательное выражение для вычисления суммы ряда при произвольных значениях показателя степени  $n > 1$ :

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^n} = \left[ \int_{\kappa}^{\infty} \frac{1}{(a+x)^n} dx + \sum_{j=1}^{K-1} \frac{1}{(a+j)^n} + \frac{0.5}{(a+k)^n} \right] \pm \frac{0.5}{(a+k)^n}. \quad (\text{A.8})$$

Из (А.7) можно получить условие для определения номера (к) последнего члена частичной суммы, представляющий ряд с точностью  $\pm \Delta_{\text{доп}}$ .

$$k \geq (2\Delta_{\text{доп}})^{-\frac{1}{n}} - a. \quad (\text{А.9})$$

Все расчеты суммы ряда (5.70) будем проводить с точностью  $\Delta_{\text{доп}} = 0.01$ , что при значениях суммы больше единицы приводит к ошибке, не превышающей 1%.

Для ряда (А.4) из (А.9) имеем:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{3.38} \right)^{-\frac{1}{3}} - 0.5 = 5.02$$

Принимаем  $k = 5$ . Тогда из (А.8), интересующая нас сумма ряда (А.4) выражается равенством:

$$\begin{aligned} \zeta &= 1 + 3.38 \left[ \int_5^{\infty} \frac{1}{(0.5 + \chi)^3} dx + \sum_{j=2}^4 \frac{1}{(0.5 + j)^3} + \frac{0.5}{(0.5 + 5)^3} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 3.38}{(0.5 + 5)^3} = \\ &= 1 + 3.38 [0.016 + 0.101] \pm 0.01 = 1.4 \pm 0.01 \end{aligned} \quad (\text{А.10})$$

Вариант 4.  $H < 10$ ;  $n = 0.5$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.5}{(0.5 + j)} \cdot \left[ \frac{2.25}{(0.5 + j)^2} \right]^{0.5} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{2.25}{(0.5 + j)^2} \quad (\text{А.11})$$

для ряда (А.11) из (А.9) имеем:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{2.25} \right)^{-\frac{1}{2}} - 0.5 = 10.7$$

Принимаем  $K = 11$ , тогда сумма ряда будет равна (А.8):

$$\zeta = 1 + 2.25 \left[ \int_{11}^{\infty} \frac{1}{(0.5 + x)^2} dx + \sum_{j=2}^4 \frac{1}{(0.5 + j)^2} + \frac{0.5}{(0.5 + 11)^2} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 2.25}{(0.5 + 11)^2} = \quad (\text{A.12})$$

$$= 2.11 \pm 0.01$$

Вариант 5.  $H < 10$ ;  $n = 0$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.5}{(0.5 + j)} \cdot \left[ \frac{2.25}{(0.5 + j)^2} \right]^0 = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{21.5}{0.5 + j} = \infty. \quad (\text{A.13})$$

Ряд (А.13) расходится и сумма его равна  $\infty$ .

Цилиндр

Вариант 1.  $H < 1$ ;  $n = 1.0$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \cdot \frac{I_0(M_1)}{I_0(M_j)} \left[ \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \right]^{1.0}. \quad (\text{A.14})$$

Обработка в логарифмической системе координат значений функции Бесселя первого рода нулевого  $J_0(M_j)$  и первого  $J_1(M_j)$  порядка для  $\mu_j$  при  $H < 1$  и  $H > 10$  показывает, что имеют место следующие зависимости:

$$I_0(M_j) = 0.8M_j^{-0.5} \quad \text{при } H < 1; \quad (\text{A.15})$$

$$I_1(M_j) = 0.8M_j^{-0.5} \quad \text{при } H > 10; \quad (\text{A.16})$$

Тогда их отношения с учетом (2.63) принимают вид:

$$\frac{I_0(M_1)}{I_0(M_j)} = \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^{-0.25} \quad \text{при } H < 1; \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{I_1(M_1)}{I_1(M_j)} = \left( \frac{M_1}{M_j} \right)^{-0.25} \quad \text{при } H < 10 \quad (\text{A.18})$$

После подстановки (A.17) с учетом его выражения из табл. 2.1 в (A.14) получим:

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \cdot \left[ \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \right]^{-0.25} \cdot \left[ \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \right]^{1.0} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{2.14}{(0.23 + j)^{3.5}}. \quad (\text{A.19})$$

Для ряда (A.19) из (A.9) имеем:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{2.14} \right)^{-\frac{1}{3.5}} - 0.23 = 3.6$$

Принимаем  $k = 4$ , тогда сумма ряда составит (A.8):

$$\zeta = 1 + 2.14 \left[ \int_4^{\infty} \frac{1}{(0.23 + j)^{3.5}} d\chi + \sum_{j=2}^3 \frac{1}{(0.23 + j)^{3.5}} + \frac{0.5}{(0.23 + 4)^{3.5}} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 2.14}{(0.23 + 4)^{3.5}} = 1.20 \pm 0.01 \quad (\text{A.20})$$

Вариант 2.  $H < 1, n = 0$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \cdot \frac{I_0(M_1)}{I_0(M_j)} \left[ \frac{1.54}{(0.23 + j)^2} \right]^0. \quad (\text{A.21})$$

Подставим (A.17) в (A.21) и после этого преобразования получим:

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.39}{(0.23 + j)^{1.5}}. \quad (\text{A.22})$$

Для ряда (A.22) из (A.9) получим:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{1.39} \right)^{-\frac{1}{1.5}} - 0.23 = 16.8.$$

Принимаем  $k = 17$ , тогда сумма ряда составит (A.8):

$$\zeta = 1 + 1.39 \left[ \int_{17}^{\infty} \frac{1}{(0.23 + \chi)^{1.5}} dx + \sum_{j=2}^{16} \frac{1}{(0.23 + x)^{1.5}} + \frac{0.5}{(0.23 + 17)^{1.5}} \right] \pm \frac{0.5}{(0.23 + 17)^{1.5}} = \quad (\text{A.23})$$

$$= 3.12 \pm 0.01$$

Вариант 3.  $N > 10$ ;  $n = 1.0$

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.77}{0.77 + j} \cdot \frac{I_1(M_1)}{I_1(M_j)} \left[ \frac{3.14}{(0.77 + j)^2} \right]^{1.0} \quad (\text{A.24})$$

После подстановки (A.18) в (A.24) и преобразований получим:

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{4.18}{(0.77 + j)^{2.5}}. \quad (\text{A.25})$$

Для ряда (A.25) из (A.9) получим:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{4.18} \right)^{-\frac{1}{2.5}} - 0.77 = 7.7.$$

Принимаем  $k = 8$ , тогда сумма ряда составит (А.8):

$$\zeta = 1 + 4.18 \left[ \int_8^{\infty} \frac{1}{(0.77 + j)^{2.5}} dx + \sum_{j=2}^7 \frac{1}{(0.77 + j)^{2.5}} + \frac{0.5}{(0.77 + 8)^{2.5}} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 4.18}{(0.77 + 8)^{2.5}} = \quad (\text{A.26})$$

$$= 1 + 4.18 \cdot 0.191 \pm 0.01 = 1.80 \pm 0.01$$

Вариант 4.  $H > 10$ ;  $n = 0.5$ ;

$$r_1 = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.77}{0.77 + j} \cdot \frac{I_1(M_1)}{I_1(M_j)} \left[ \frac{3.14}{(0.77 + j)^2} \right]^{0.5}. \quad (\text{A.27})$$

После подстановки (А.18) в (А.27) получим:

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{2.36}{(0.77 + j)^{1.5}}. \quad (\text{A.28})$$

Для ряда (А.28) из (А.9) получим:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{2.36} \right)^{-1.5} - 0.77 = 24.0.$$

Принимаем  $k = 24$ , тогда сумма ряда будет (А.8):

$$\zeta = 1 + 2.3 \left[ \int_{24}^{\infty} \frac{1}{(0.77 + x)^{1.5}} dx + \sum_{j=2}^{23} \frac{1}{(0.77 + j)^{1.5}} + \frac{0.5}{(0.77 + 24)^{1.5}} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 2.36}{(0.77 + 24)^{1.5}} = \quad (\text{A.29})$$

$$= 4.24 \pm 0.01$$

Вариант 5.  $H > 10$ ;  $n = 0$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.77}{0.77 + j} \cdot \left[ \frac{3.14}{(0.77 + j)^2} \right]^{-0.25} \cdot \left[ \frac{3.14}{(0.77 + j)^2} \right]^{0.25} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.33}{(0.77 + j)^{0.5}} = \infty \quad (\text{A.30})$$

Ряд (A.30) расходится и сумма его равна  $\infty$ .

В. Шар

Вариант 1.  $H < 1$ ;  $n = 1.0$

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{1.45}{(0.4 + j)} \cdot \left[ \frac{2.10}{(0.4 + j)^2} \right]^{1.0} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{3.04}{(0.4 + j)^3}. \quad (\text{A.31})$$

Для ряда (A.31) из (A.9) получим:

$$k \geq \left( 2 \cdot \frac{0.01}{3.04} \right)^{-\frac{1}{3}} - 0.4 = 4.9.$$

Принимаем  $k = 5$ . Сумма ряда составит при этом (A.8):

$$\zeta = 1 + 3.04 \left[ \int_5^{\infty} \frac{1}{(0.4 + x)^{3.5}} dx + \sum_{j=2}^4 \frac{1}{(0.4 + j)^3} + \frac{0.5}{(0.4 + 5)^3} \right] \pm \frac{0.5 \cdot 2.36}{(0.4 + 5)^3} =$$

$$= 1.4 \pm 0.01 \quad (\text{A.32})$$

Вариант 2.  $H < 10$ ;  $n = 1.0$ ;

$$\zeta = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + 1 \cdot \left[ \frac{4}{(1 + j)^2} \right]^{1.0} = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{4}{(1 + j)^2} = 1 + 4 \left[ \frac{\pi^2}{6} - \left( 1 + \frac{1}{2^2} \right) \right] = 2.36. \quad (\text{A.33})$$

При  $H < 1$  и при  $H > 10$  для  $n = 0$  и  $0.5$  в случае шара получаются расходящиеся ряды  $\zeta = \infty$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

**P** – мощность источников тепла, количество тепла, рассеиваемого поверхностью в единицу времени, *вт*

**Q** – количество тепла, *дж*

$q$  – плотность теплового потока, *вт · м<sup>-2</sup>*

**W** – удельная мощность источников энергии, *вт · м<sup>-3</sup>*

$\alpha_k$  – коэффициент теплоотдачи конвекцией, *вт · м<sup>-2</sup> · град<sup>-1</sup>*

$\varepsilon_k$  – коэффициент конвекции

$\alpha_l$  – коэффициент теплообмена излучением, *вт · м<sup>-2</sup> · град<sup>-1</sup>*

$\varepsilon$  – степень черноты

$\varphi$  – коэффициент облучённости

$\alpha = \alpha_k + \alpha_l$  – суммарный коэффициент теплообмена, *вт · м<sup>-2</sup> · град<sup>-1</sup>*

$k$  – коэффициент конвективно – кондуктивной теплопередачи, *вт · м<sup>-2</sup> · град*

$t$  и  $T$  – температура тела, <sup>0</sup>С и в <sup>0</sup>К

$t_c$  – температура окружающей среды, <sup>0</sup>С

$\vartheta = t - t_c$  – температурный напор, *град*

$\beta$  – коэффициент объёмного расширения, *град<sup>-1</sup>*

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, *вт · м<sup>-1</sup> · град<sup>-1</sup>*

$a$  – коэффициент температуропроводности, *м<sup>2</sup> · сек<sup>-1</sup>*

$c$  – удельная теплоёмкость, *дж · кг<sup>-1</sup> · град<sup>-1</sup>*

$C$  – полная теплоёмкость, *с · γ · V*, *дж · град<sup>-1</sup>*

$\gamma$  – плотность, *кг · м<sup>-3</sup>*

$d$  – диаметр, *м*

**L** – геометрический параметр

$S$  – площадь поверхности теплообмена, *м<sup>2</sup>*

$V$  – Объём тела, *м<sup>3</sup>*

$U$  – периметр, *м*

$R$  – тепловое сопротивление, *град · вт<sup>-1</sup>*

$\sigma$  – тепловая проводимость, *вт · град<sup>-1</sup>*

$Nu = \frac{\alpha_k \cdot L}{\lambda}$  – критерий Нуссельта

$Gr = \beta g \frac{L^3}{\nu^2} (t - t_c)$  – критерий Грасгофа

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $m^2 \cdot \text{сек}^{-1}$

$Re = \frac{v}{a}$  – критерий Рейнольдса

$\tau$  – время, *сек*

$m$  – темп охлаждения (нагревания) тела,  $\text{сек}^{-1}$

$\Gamma$  – критерий геометрического подобия

$E$  – относительный коэффициент формы тела определённой группы

$K$  – коэффициент формы,  $m^2$

$A = E / K_{\text{ст}}$  – критерий приближённого подобия

$\Theta$  – относительная температура

$\xi = \varepsilon = \vartheta_{\text{ст}} - \vartheta$  – разностная температура, где  $\vartheta_{\text{ст}}(x, y, z)$  – стационарная (установившаяся) температура в точке с координатами  $x, y, z$ .

$M = m / m_{\infty}$  – критерий тепловой инерции

$m_{\infty} = K / \alpha$  – предельное значение темпа регулярного режима

$\psi = M / H$  – критерий неравномерности температурного поля

$H = \alpha K S / \lambda V$  – обобщённый критерий Био

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $\text{Вт} / m^2 \cdot \text{град}$ .

$U_j$  – собственные функции задачи

$m = \alpha \cdot S \cdot \psi / c$  – темп регулярного режима,  $\text{сек}^{-1}$

$W_0$  – начальная удельная мощность источников энергии при  $\vartheta = \vartheta_0$

$M_j^* = m_j^* / m_{\infty}$  – обобщённые критерии тепловой инерции

$F_{\text{ок}} = a \cdot \tau / k$  – обобщённый критерий Фурье

$\varepsilon_0 = \vartheta_{\text{ст}} - \vartheta_{(x, y, z)}$  – функция начального распределения температуры  $\varepsilon$

$P_0$  – полная мощность источников энергии, *вт*

$\tau_p$  – время начала регулярного режима при заданном уровне ошибки  $\delta\varepsilon_{\text{доп}}$ , отсчитываемое от начала теплового процесса, *сек*

## ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Дульнев Г.Н., Тарнавский Н.П. Тепловые режимы электронной аппаратуры. Л., "Энергия", 1971. – 248 с.
2. Дульнев Г.Н., Парфёнов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчёта теплового режима приборов. М. "Радио и связь". 1990. – 312 с.
3. Гель П.П., Ивагов - Есипович Н.К. Конструирование электронной аппаратуры, "Энергия", Л., 1972. – 230 с.
4. Фролов А. Д. Теоретические основы конструирования и надёжности радиоэлектронной аппаратуры. "Высшая школа", 1970. – 368с.
5. Пестряков В.В. Конструирование радиоэлектронной аппаратуры. "Советское радио". – М., 1969. – 342 с.
6. Завалишин В.И. О тепловых режимах РЭА. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1970, 1. С. 72-75
7. Дульнев Г.Н., Глушицкий И.В. К расчёту тепловых режимов и надёжности РЭА. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1968, 1. С. 98 – 102.
8. Спокойный Ю.В., Бегельмахер И.Л., Гидалевич В.Б. Выбор плотности компоновки элементов радиоэлектронной аппаратуры при оптимальном её охлаждении, "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1968, 1. С. 28 - 33.
9. Роткоп Л.Л., Спокойный Ю.Е., Кравченко И.П. Анализ влияния тепловых характеристик на габариты и надёжность радиоэлектронных аппаратов. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1969, 1. С.18 – 23
10. Роткоп Л.Л., Гидалевич В.В. Оптимальное размещение радиоэлектронной аппаратуры с принудительным охлаждением. Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1970, 1. С. 38 – 42
11. Роткоп Л.Л., Спокойный Ю.Е., Рейзин И.И. Влияние размещения радиоэлектронной аппаратуры с принудительным охлаждением на её надёжность. Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1971, 1. С. 28 – 29.

12. *Роткоп Л.Л.*, О двух подходах к заданию температуры элементов. Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1971, 1. С. 63 – 68
- 13 *Григолевич Л.Р., Смирнов А.И.* Об учёте тепловых режимов элементов при расчётах РЭА на надёжность. Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1967, 1. С. 68 – 73.
14. *Оксман А.Л.* Исследование и разработка алгоритмической базы машинного проектирования электронных аппаратов, оптимальных по тепловому режиму кандидатская диссертация, ХНУРЭ, 1973. – 116 с.
15. *Вессельман С.Г., Чернышенко А.А., Майко И.М., Оксман А.Л.* Методика выбора конструкции герметических РЭА по результатам теплового расчёта. "Приборы и системы автоматизи", Харьков, 1979, 10. С. 76 – 81.
16. *Поличек Г.П., Тареев А.Н., Терпигорева В.М.* Теплообмен в некоторых конструкциях блоков на микросхемах. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1971, 2. С. 112 – 117
17. *Давыдов В.Ф., Мироненко Ю.П.* Основные способы интенсификации теплообмена в РЭА на микросхемах. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1973, 2. С. 57 – 63.
18. *Спокойный Ю.Е., Кайдаш Е.В., Лернер В.М. и др.* Конвективный теплообмен в плоскостных блоках на микросхемах. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1971, 3.
19. *Дульнев Г.Н., Кайданов А.Н., Колтунова Е.Н.* приближённый анализ тепловых режимов одноблочных РЭА при естественной конвекции. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1974, 1. С. 18 – 23.
20. *Спокойный Ю.Е., Мироненко Г.Г.* Исследование влияния конструктивных характеристик на тепловой режим плоскостной микроэлектронной аппаратуры с естественным охлаждением. Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1972, 1. С.9 – 14.
21. *Спокойный Ю.Г., Мироненко Ю.П.* Исследование влияния конструктивных характеристик на тепловой режим вентилируемой плоскостной

микроэлектронной аппаратуры с естественным охлаждением. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1973, 1. С. 19 – 24.

22. *Майко И.М., Детинов Ю.М., Синотин А.М.* о теплофизическом конструировании одноблочных РЭА с заданным тепловым режимом, "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1974, 1. С. 80 – 87.

23 *Михеев М.А.* Основы теплопередачи. Госинергоиздат. 1966. – 344 с.

24. *Дульнев Г.Н., Польщиков Б.М.* Исследование эффективности кондуктивных теплостоков для охлаждения блоков радиоэлектронных аппаратов с плотным монтажом. Изв. ВУЗов. "Приборостроение", 1971, 3. С. 14 –19.

25. *Мымриков В.И.* Оптимизация скорости воздушного потока при проектировании воздухопроводов систем охлаждения стационарной РЭА. "Вопросы радиоэлектроники". ТРТО, 1972, 2. С. 63 – 68

26. *Хозе А.Н., Рывкин С.А.* Высотно – скоростные характеристики воздушных систем охлаждения. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1977, 1. С. 75 - 79.

27. *Розинов Л.А.* Влияние формы аэродинамических вентиляторов на точность расчёта систем воздушного охлаждения. Вопросы радиоэлектроник", ТРОТО, 1969, 2. С. 87 – 92.

28. *Рапопорт С.Р.* Воздухораспределители для охлаждения РЭА. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1970, 2. С. 63 – 68.

29. *Гидалевич В.Б. Райзин И.И.* Оценка относительной эффективности жидких теплоносителей. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1971, 1.

30. *Дульнев Г.Н.* Экспериментальное исследование тепловых радиоэлектронных аппаратов кассетной конструкции с испарительно-кондуктивной системой охлаждения. Изв. ВУЗов "Приборостроение", 1971, 9. С. 24 – 29.

31. *Дульнев Г.Н., Польщиков Б.М.* Исследование эффективности кондуктивных теплостоков для охлаждения блоков радиоэлектронных

аппаратов с плотным монтажом. Изв. ВУЗов, "Приборостроение", 1971.3. С. 13 – 18.

32. *Дульнева Н.М.* Исследование тепловых режимов радиоэлектронных блоков в микромодульном исполнении. Автореферат канд. диссер., ЛПИ. 1966. – 124 с.

33. *Синотин А.М.* Общая тепловая модель одноблочных радиоэлектронных аппаратов и её математическое описание. // Радиотехника. 2002. № 129. С. 169 – 172.

34. *Майко И.М., Синотин А.М.* Экспериментальное определение эффективной теплопроводности нагретых зон РЭА. "Вопросы радиоэлектроники", ТРТО, 1972, 2. С. 12 – 17.

35. Исследование эффективной теплопроводности нагретых зон РЭА. Отчёт по НИР. № 71-52, ХИРЭ, 1972. – 226 с.

36. Разработка методики коррекции размещения элементов платах с целью обеспечения оптимального теплового режима. Отчёт по НИР № 71-36, ХИРЭ, 1973. – 213 с.

37. Исследование и разработка методики расчёта тепловых режимов релейной и электронной аппаратуры. Отчёт по НИР № 67-72. – 258 с.

38. Исследование и разработка алгоритма расчёта тепловых режимов РЭА. Отчёт по НИР № 70-35. – 166 с.

39. *Майко И.М.* Исследование нестационарных тепловых режимов РЭА. Кандидат. диссерт., ЭНИН. 1970. – 128 с.

40. *Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П., Цветков В.Н.* Экспериментальное определение эффективных коэффициентов теплопроводности блоков РЭА с высокой плотностью монтажа. Изв. ВУЗов, Приборостроение, 1970, 7. С. 16 – 21.

41. *Чернышенко А.А., Майко И.М., Оксман А.Л.* Расчёт нестационарного теплового режима РЭА по методу тепловых балансов. Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1970 7. С. 99 – 104.
42. *Ярышев Н.А.* Теоретические основы измерения нестационарных температур. "Энергия", Л., 1967. – 258 с.
43. *Тихонов А.В., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. "Наука", 1972. – 415 с.
44. *Синотин А. М.* Теплофизические и конструктивные параметры алгоритма синтеза многоплатных РЭА по максимальному допустимому перегреву. // Радиотехника. 2003. № 131. С. 145 – 149.
45. *Синотин А.М.* Алгоритм теплового синтеза различных конструкций одноблочных радиоэлектронных аппаратов. // Прикладная радиоэлектроника. 2004. Т. 3. № 3. С. 110 - 113.
46. *Синотин А.М.* Влияние формы нагретой зоны на максимальный перегрев аппарата. // Радиоэлектроника и информатика. 2003. № 4. С. 27 – 30.
47. *Синотин А.М.* Минимизация перегрева приборов автоматики с учетом параметра формы.-АСУ и приборы автоматики.-Харьков : Вища школа.1987. вып. 81. С. 132 – 135.
48. *Синотин А.М., Невлюдов И.Ш.* Минимизация параметра эффективной теплопроводности нагретых зон радиоэлектронных аппаратов. //Радиоэлектроника и информатика. 2002.№3. С. 18-19.
49. *Синотин А.М.* Минимизация перегрева аппаратуры системы управления за счет эффективной теплопроводности.-АСУ и приборы автоматики.-Харьков: Вища школа.1982, вып.63. С. 57-59.
50. *Синотин А.М., Чернышенко А.А.* Минимизация перегрева аппаратуры системы управления .-АСУ и приборы автоматики.-Харьков: Вища школа.1981, вып.60. С. 107-110.
51. *Синотин А.М. Азаренков В.Г.* Экспериментальное исследование эффективной теплопроводности в радиоэлектронных аппаратах с малой

плотностью монтажа. Библиографический указатель ВИНТИ. Депонированные научные работы. 1984, N1(147), б/о 975.

52. *Синотин А.М., Колесникова Т.А.* Математическая модель сложной системы тел и её эффективная теплопроводность. // АСУ и приборы автоматики. 2004. № 128. С. 16 – 18.

53. *Синотин А.М., Семенец В.В.* Метод определения эффективных теплопроводностей сложных систем тел. // АСУ и приборы автоматики. 2004. № 127. С. 48 – 52

54. *Синотин А.М.* Методы исследования эффективной теплопроводности нагретых зон многоплатных одноблочных радиоэлектронных аппаратов. // 10 - я юбилейная международная научная конференция "Теория и техника передачи, приёма и обработки информации" Сб. тезисов докладов. Ч. 2 – Харьков – Туапсе: ХТУРЭ, 2004. С. 173-174.

55. *Синотин А.М.* Исследование влияния элементов радиоэлектронного аппарата на эффективную теплопроводность в основных направлениях. // АСУ и приборы автоматики. 2003. № 124. С. 61 – 66.

56. *Синотин А.М.* Комбинированный метод определения эффективной теплопроводности для сложных систем при  $\lambda > 1$ . // Прикладная радиоэлектроника. 2004. т.3. № 1. С. 82 – 84.

57. *Синотин А.М., Семенец В.В.* Начало регулярного теплового режима в анизотропных телах. // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 2. С. 20 – 22.

58. *Синотин А.М.* Влияние анизотропии теплопроводности на эффективность минимизации параметра  $F_\lambda$ . Оптимальное размещение плат с плоскими теплостоками. // Радиотехника. 2004. № 136. С. 143 – 145.

59. *Синотин А.М., Невлюдов И.Ш.* Влияние объёма нагретой зоны и интенсивности системы поверхностного охлаждения на максимальный перегрев аппарата. // Радиоэлектроника и информатика. 2002. №4. С. 11-12.

61. *Синотин А.М.* Метод определения коэффициента формы аппарата сложной конфигурации. // Радиоэлектроника и информатика. 2004. № 3. С. 20 – 22.

62. Майко И.М., Синоптин А.М., Чернышенко А.А. Особенности расчета теплонагруженных приборов АСУ с неравномерным распределением мощности.-АСУ и приборы автоматики.-Харьков: Вища школа.1984, вып.69. С. 121 –124.

63. Синоптин А.М. Исследование влияния характера размещения источников тепла на температурное поле аппарата. // АСУ и приборы автоматики. 2002. № 119. С. 50 – 53.

64. Синоптин А.М., Колесникова Т.А. Синтез одноблочных радиоэлектронных аппаратов с заданным тепловым режимом.// Научная сессия МИФИ –2005. Московский инженерно – физический институт. Сборник научных трудов. Том 1. М.2005 С. 223-224.

65. Синоптин А.М. Исследование теплофизических коэффициентов сложных систем. // Прикладная радиоэлектроника. 2005. № 2. Том 4. С . 240 – 242.

66. Синоптин А.М., Колесникова Т.А. Синтез одноблочных радиоэлектронных аппаратов с заданным тепловым режимом. // Сборник научных трудов 2 – го Международного радиоэлектронного форума "Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития." (МРФ 2005) Харьков. 2005. Том 6. С. 103 – 107.

67. Синоптин А.М., Колесникова Т.А. Исследование теплообмена тел простейшей геометрической формы в вакууме. // АСУ и приборы автоматики. 2005. № 131. С. 92 – 96

68. Азаренков В.И., Синоптин А.М. Экспериментальное исследование эффективной теплопроводности в электронных аппаратах с малой плотностью монтажа. // Радиотехника. 2005. № 140. С. 111 – 117.

69. Лыков А.В. Теория теплопроводности. ГИТТИ. 1952. – 392 с.