

Аттракторы Кейнсианской модели международной экономики
Неведров К. Ю.

Научные руководители: доц. Наумейко И.В., проф. Сова А.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. ВМ, тел. (057) 70-21-335)
E-mail: igor.naumejko@mail.ru, факс (057) 702-11-13

The study found the solution of the system describing the interaction of two or three states. The stability of this system was investigated. Calculations are implemented in an environment «Mathematica». The results are presented in graphical form.

До сих пор все новые «синергетические» понятия и объекты появились и исследовались в системах нелинейных, но сравнительно малой размерности ($n \leq 4$). Исследование многомерных систем приводит к сложностям как теоретическим, так и вычислительным. Ниже рассматривается модель экономической системы 6-го порядка [1]. Она линейна, однако проявляет сложное поведение, похожее на детерминированный хаос, известный в нелинейных системах. Похожие результаты для Кейнсианской экономической системы в 2006 году активно обсуждались в Интернете. В данной работе предложены модельные параметры экономик 3-х государств, при которых взаимодействие между экономиками приводит к фазовым портретам, похожим на детерминированный хаос типа резонансного тора [2].

Согласно Кейнсу, общая модель экономики для i -ой страны ($i = 1, 2, 3$) и её уравнения выглядят так [1]:

$$\begin{cases} \frac{dY_i}{dt} = A_i(I_i - S_i) + Ex_i - Im_i, \\ \frac{dR_i}{dt} = B_i \left(L_i - \frac{M_i}{P_i} \right) \end{cases}$$

где :

$Y_i, (i = \overline{1,3})$ - национальный доход i -ой страны (фазовая переменная);

$R_i, (i = \overline{1,3})$ - текущая ставка процента в i -ой стране (фазовая переменная).

Все остальные параметры правой части либо постоянны, либо линейно зависят от Y и R .

Введение в изолированные системы фактора международной торговли с помощью функций: $Ex_i = Ex_i(Y_j, Y_k), (i \neq j, k), Im_i = Im_i(Y_i)$ приводит к системе из шести взаимосвязанных уравнений.

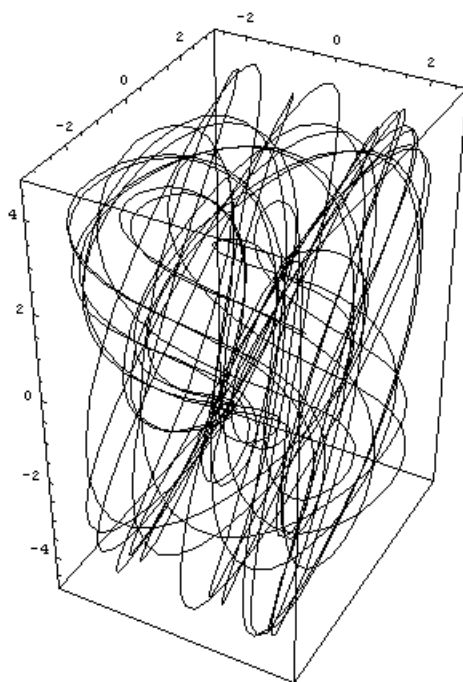
Такая расширенная система состоит из трех связанных ограниченных осцилляторов. Как показано Ньюхаусом, Рюэлем и Такенсом, возмущение движения по трехмерным торах может привести к странному аттрактору. Таким образом, в модели международной торговли была установлена возможность существования странных аттракторов [2].

Все ранее описанное относится к нелинейным системам уравнения, для которых характерны предельные циклы и странный аттрактор. Но так как наша система - линейная с постоянными коэффициентами, то решение для неё ищется в виде $e^{\lambda t} U_t$. Если отношение периодов иррационально, то движение хаотическое, при этом легко видеть, что две точки в начальный момент времени, лежащие рядом с течением времени могут оказаться сколь угодно далеко. Выполняется следующее утверждение:

Если все три автономные экономики принадлежат к осцилляторному типу, введение международной торговли может привести к существованию странного аттрактора в объединенной экономике. Имеем непериодические движения в ограниченной области. Это - странный аттрактор, так как не является точкой или циклом.

Лоренц показал, что существование хаотических траекторий в соответствующих моделях можно установить численным моделированием.

Такое поведение появляется для сочетания параметров, когда вещественные части, по крайней мере, двух собственных чисел равны 0, а мнимые, отвечающие за период колебаний – не сравнимы, т.е. их отношение не рационально. На рисунке ниже приведена полученная численным моделированием в пакете «Mathematica» проекция 6-мерного фазового пространства для рассматриваемой модели на (Y_1, Y_2, Y_3) . Это, очевидное отображение хаотического поведения.



Вывод: существует набор параметров глобального взаимодействия экономик, который позволяет подозревать, что глобализация может породить экономический хаос.

1. Кейнс Дж.Г. Избранные произведения . – М.: Экономика, 1993. –430с.
2. Zhang W.B. Economic dynamics – growth and development. – Berlin.: Economic, 1990. – 316р.