Харківський національний університет радіоелектроніки

БАРАНОВ Олексій Васильович

УДК 519.854.2

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА КЛАСАХ МНОЖИН ПЕРЕСТАНОВОК У ГЕОМЕТРИЧНОМУ ПРОЕКТУВАННІ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Харків – 2010

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті радіоелектроніки, Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України.

Науковий керівник доктор технічних наук, професор, **Гребеннік Ігор Валерійович**, Харківський національний університет радіоелектроніки, професор кафедри системотехніки.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник **Семенова Наталія Володимирівна**, старший науковий співробітник відділу методів дискретної оптимізації, математичного моделювання та аналізу складних систем Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України;

доктор технічних наук, професор, **Комяк Валентина Михайлівна**, професор кафедри фізико-математичних дисциплін Національного університету цивільного захисту України.

Захист відбудеться „ 8 ” лютого 2011 р. о 15:00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 у Харківському національному університеті радіоелектроніки, за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки, за адресою: 61166, м. Харків, пр. Леніна, 14.

Автореферат розісланий „ 6 ” січня 2011 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Безкоровайний В. В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Проблеми побудови математичних моделей задач розміщення геометричних об'єктів та розв'язання задач комбінаторної оптимізації є актуальними в Україні та за кордоном. Це підтверджується великою кількістю наукових робіт вітчизняних та іноземних авторів – академіків НАН України: Михалевича В.С., Сергієнка І.В., Рвачова В.Л., Шора Н.З., член-кореспондентів НАН України: Стояна Ю.Г., Бублика Б.Н., Ляшка С.І., професорів: Донця Г.А., Наконечного О.Г., Гуляницького Л.Ф., Ємця О.О., Панішева А.В., Яковлева С.В., Комяк В.М., д. ф.-м. н. Семенової Н.В., H. Dickhoff, M. Bona, K.A. Dowsland, D.L. Kreher та інших.

До задач геометричного проектування відносять задачі упаковки, розкрою і покриття. Крім того, до таких задач зводиться багато практичних актуальних задач компонування обладнання, теорії розкладів і багато інших. Більша частина цих задач є NP-складними, і тому розробка методів їх розв'язання за прийнятний час є актуальною задачею. Багато задач розміщення мають дискретні параметри. Крім того, розв'язання великої кількості практичних задач розміщення пов'язано з використанням дискретних математичних моделей та методів аналізу.

У дисертаційній роботі розглядаються комбінаторні задачі геометричного проектування. Розв'язанню цього класу задач та розвитку теорії геометричного проектування присвячені роботи Стояна Ю.Г. та його учнів: Гіля М.І, Гребенніка І.В., Панкратова О.В., Чугая А.В. та інших.

Велику кількість задач геометричного проектування становлять задачі, математичні моделі яких будуються на основі перестановок. При цьому особливості змістовних постановок зазначених задач викликають необхідність введення в математичні моделі різних обмежень, що істотно впливають на області допустимих розв'язків. Отже, можна говорити про виділення класів комбінаторних множин, які є підмножинами класичної множини перестановок. Врахування специфіки перестановок дозволяє зменшити надлишковість описання областей допустимих розв'язків задач цього класу і за рахунок цього підвищити ефективність методів розв'язання задач комбінаторної оптимізації на перестановках.

У роботі досліджуються комбінаторні множини в класі множин перестановок. Пропонуються методи розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування, області допустимих розв'язків яких можуть бути описані різними комбінаторними множинами в класі перестановок.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в рамках розділу №236-4 «Математичне моделювання процесів прийняття рішень в умовах інтервальної невизначеності параметрів при створенні інтелектуальних систем розв'язання задач розміщення геометричних об'єктів» науково-дослідної роботи «Розробка математичних моделей і програмних засобів прийняття багатокритеріальних рішень в умовах невизначеності» д/б № 236 (№ДР 0109U002571), у розробці якої автор брав учать як виконавець. Автору належать описані у дисертації задачі, математичні моделі, методи їх аналізу та комплекси програм.

Мета і задачі досліджень. Метою дослідження є розробка нових та вдосконалення існуючих математичних моделей та методів розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів на класах множин перестановок за рахунок скорочення надлишковості в описі областей допустимих розв'язків і врахування властивостей цільових функцій задач даного класу. Досягнення поставленої мети передбачає постановку і розв'язання цілого комплексу задач:

– дослідження існуючих та побудова нових класів комбінаторних множин перестановок як засобів математичного моделювання і розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування;

– дослідження екстремальних властивостей різних класів функцій, заданих на комбінаторних множинах перестановок, аналіз відповідних класів оптимізаційних моделей;

– побудова нових та вдосконалення існуючих математичних моделей задач геометричного проектування із використанням комбінаторних множин в класі перестановок;

– розробка нових або адаптація під нові класи задач відомих методів комбінаторної оптимізації, які використовують властивості розв'язуваних задач комбінаторної оптимізації;

– створення комплексу програм, орієнтованих на розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування на класах множин перестановок.

Об'єкт дослідження: процес розміщення геометричних об'єктів у заданій області.

Предмет дослідження: математичні моделі та методи розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів на класах множин перестановок.

Методи дослідження: у роботі використовуються такі методи дослідження: методи багатовимірної геометрії та лінійної алгебри – для дослідження властивостей класів множин перестановок, відображених в евклідів простір; опуклий аналіз – для побудови оцінок мінімуму опуклих продовжень функцій, заданих на класах множин перестановок; методи оптимізації – для розв'язання оптимізаційних задач геометричного проектування; методи геометричного проектування для побудови математичних моделей задач розміщення геометричних об'єктів.

Наукова новизна результатів дисертаційної роботи:

Вперше:

– розроблено метод оптимізації лінійних функцій з лінійними обмеженнями на комбінаторних множинах, в основі якого лежать визначення фундаментальної системи розв'язків системи лінійних обмежень-нерівностей в комбінації зі схемою випадкового пошуку та розв'язки допоміжних екстремальних задач на комбінаторних множинах. Побудовано оцінки розв'язків, отриманих розробленим методом. Це дозволяє розв'язувати задачі комбінаторної оптимізації з лінійною цільовою функцією і лінійними обмеженнями на класах комбінаторних множин;

– побудовано математичну модель двокритеріальної задачі упаковки n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді. Запропоновано підхід до розв'язання задачі на основі схеми послідовної оптимізації критеріїв і методу гілок та меж. Це дає можливість враховувати розташування центра ваги системи при розв'язанні задач щільної упаковки n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді.

Отримали подальший розвиток:

– метод дослідження екстремальних властивостей опуклих і сильно опуклих функцій, заданих на дискретних множинах. Запропоновані оцінки мінімуму опуклих і сильно опуклих функцій з урахуванням лінійних обмежень на класах комбінаторних множин перестановок. Побудовано оцінки та достатні умови мінімуму опуклих і сильно опуклих функцій на нових класах множин перестановок: множинах перестановок кортежів і композиції перестановок. Це дає можливість реалізації методів типу гілок та меж і оцінювання наближених розв'язків для задач оптимізації на зазначених класах множин;

– метод оптимізації оцінок мінімуму опуклих і сильно опуклих функцій на класах комбінаторних множин перестановок на основі використання методів недиференційованої оптимізації. Це дозволяє підвищити ефективність оцінок, що використовуються в методах типу гілок та меж;

– математична модель задачі розміщення n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді в частині врахування ортогональної орієнтації n-вимірних паралелепіпедів за допомогою перестановок їх лінійних розмірів. Це дозволяє одержувати більш ефективні розв'язки задач розміщення.

Практичне значення результатів. Побудовані математичні моделі і розроблені методи та алгоритми можуть служити основою для побудови систем розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування в різних галузях, таких як проектування планів розкрою матеріалу в металообробній, текстильній галузях промисловості, при упаковці вантажів для перевезення, при складуванні контейнерів, компоновці обладнання тощо.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати дисертаційної роботи отримані здобувачем особисто і опубліковані в наведених роботах. У роботах, які виконані в співавторстві, здобувачеві належать такі результати: [1] – метод розв'язання лінійних оптимізаційних задач з лінійними обмеженнями на класах множин перестановок, проведення обчислювальних експериментів, побудова оцінок розв'язків; [2] – оптимізація оцінок опуклих і сильно опуклих функції на множинах перестановок кортежів та композиції перестановок; [3] – оцінки та достатні умови мінімуму опуклих і сильно опуклих функції на множині композиції перестановок; [4] – підходи до розв'язання оптимізаційних задач на множині композиції перестановок; [5] – математична модель задачі розміщення n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді з урахуванням їх ортогональної орієнтації, спосіб використання Ф-функції пари n-вимірних паралелепіпедів для врахування їх ортогональної орієнтації; [6] – модифікації методу розміщення n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді з урахуванням їх ортогональної орієнтації; [7] – математична модель багатокритеріальної задачі упаковки n-вимірних паралелепіпедів у n-вимірному паралелепіпеді, реалізація математичної моделі багатокритеріальної задачі упаковки n-вимірних паралелепіпедів з урахуванням мінімізації відхилення центру ваги системи від заданої точки області розміщення. Усі співавтори із задекларованим особистим внеском Баранова О.В. згодні.

Апробація результатів дисертації. Основні результати роботи доповідались і отримали позитивні відгуки на конференціях і наукових семінарах: міжнародній конференції «Штучний інтелект. Інтелектуальні і багатопроцесорні системи» (Таганрог–Донецьк–Мінськ, 2006 р.), міжнародній конференції «Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності (PDMU)» (Київ–Рівне, 2008), всеукраїнській науково-практичній конференції «Інформатика і системні науки» (Полтава, 2010), міжнародних молодіжних форумах «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті» (Харків, 2006–2010); на семінарі відділу методів дискретної оптимізації, математичного моделювання та аналізу складних систем Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України під керівництвом академіка НАН України Сергієнка І.В. (грудень 2010 р); на семінарі відділу математичного моделювання та оптимального проектування Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України під керівництвом член-кореспондента НАН України Стояна Ю.Г. (листопад 2010 р).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 16 наукових робіт, у тому числі 8 статей, з яких 7 статей у наукових журналах та збірниках наукових праць, які входять до переліків ВАК України, 8 доповідей і тез, опублікованих у матеріалах наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків по роботі, чотирьох додатків та списку використаних джерел. Обсяг дисертації – 176 сторінок, в тому числі 123 сторінки основного тексту з 6 рисунками (3 стор.) та 3 таблицями (2 стор.); додатків – 33 сторінки із 14 рисунками та 11 таблицями, список використаних джерел із 182 найменувань – 20 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, викладено мету і завдання роботи, об’єкт, предмет та методи дослідження. Сформульовано наукову новизну, практичне значення, відповідність роботи державним науковим програмам.

У першому розділі розглянуто особливості математичного моделювання та розв’язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування.

Виконано аналіз іноземних та вітчизняних публікацій, виділено клас технічних задач, в яких необхідно щільно розмістити об'єкти, що мають форму паралелепіпедів в деякій області розміщення у відповідності з деяким критерієм ефективності. Такі задачі виникають при завантаженні контейнерів у вантажні відсіки автомобілів або кораблів, при складанні розкладів та плануванні робіт, при розкрої матеріалів і багато інших. З огляду на значну складність зазначених задач, при їх математичному моделюванні та розв’язанні частина параметрів задач враховується як дискретні. Розробка нових та вдосконалення існуючих математичних моделей таких задач є актуальним завданням. У деяких випадках при побудові моделей необхідно вводити нові класи комбінаторних множин, які б дозволили більш адекватно описати задачі, підвищити ефективність методів їх розв’язання.

Зроблено висновок, що значне місце серед комбінаторних оптимізаційних задач займають задачі на перестановках. Додаткові обмеження на змінні в таких задачах дозволяють виділити класи множин перестановок, до яких також можна віднести композиційні k-образи комбінаторних множин, які введені в роботах Стояна Ю.Г. та Гребенніка І.В.

Зазначено, що багато методів розв'язання комбінаторних задач геометричного проектування втрачають свою ефективність при використанні некласичних множин при описі областей допустимих розв’язків задач. Тому актуальною задачею є модифікація відомих та розробка нових методів, які б використовували комбінаторні властивості таких множин для ефективного розв’язання поставлених задач.

Сформульовано задачі дослідження та загальну математичну модель розглянутих в роботі комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування на класах множин перестановок:

$$k(a) \to extr; \quad a \in A \subseteq P, \tag{1}$$

де k – відображення, яке задане на підмножині A комбінаторної множини перестановок P.

У другому розділі описуються нові класи комбінаторних множин перестановок – перестановки кортежів та композиція перестановок, які будуються на основі композиційних k-образів комбінаторних множин.

Нехай $M_i = \{z_1^i, z_2^i, ..., z_{n_i}^i\}$, $i \in J_n^0 = \{0,1,..., n\}$ – множини довільних елементів. Побудуємо множини Z_i, кожна з яких являє собою множину всіх підмножин множини M_i, $i \in J_n^0$. Візьмемо довільні $z^i = (z_{\beta_1}^i, z_{\beta_2}^i, ..., z_{\beta_{k_i}}^i) \in Z_i$, $\beta_l \in J_{n_i}$, $l \in J_{k_i}$, $J_k = \{1,2,..., k\}$, $i \in J_n^0$. Сформуємо комбінаторні множини Y_i, які породжено кортежами z^i, де $y = (z_{j_1}^i, z_{j_2}^i, ..., z_{j_{m_i}}^i) \in Y_i(z^i)$, $\{j_1, j_2, ..., j_{m_i}\} \subset \{\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{k_i}\}$ за допомогою відображень $\Gamma_{Y_i} : Z_i \to Y$, $Y = \bigcup_{z^i \in Z_i, i \in J_n^0} Y_i(z^i)$.

Множини $Y_i \subset Y_i$, $i \in J_n^0$, є базовими комбінаторними множинами. Відповідні відображення Γ_{Y_i}, $i \in J_n^0$, називають базовими відображеннями. Введена операція n-композиції комбінаторних множин. Нехай комбінаторна множина Y_0 породжена елементами $z_1^0, z_2^0, ..., z_n^0$, комбінаторні множини $Y_1, Y_2, \ , Y_n$ породжені елементами $z^1, z^2, \ , z^n$, $z^i = \{z_1^i, z_2^i, ..., z_{n_i}^i\}$, $i \in J_n$. Операція n-заміщення для комбінаторних множин Y_0, Y_1, Y_2, , Y_n, полягає в заміні кожного елемента $z_1^0, z_2^0, ..., z_n^0$ множини Y_0 елементами множин $Y_1, Y_2, \ , Y_n$ відповідно, в результаті чого отримано елемент деякої множини W_z. Кожний елемент z_i^0 може бути заміщений будь-яким елементом множини Y_i, $i \in J_n$.

Операція n-композиції множин Y_0; $Y_1, Y_2, \ , Y_n$ представлена за допомогою базових відображень. Оскільки $y = (z_{t_1}^0, z_{t_2}^0, ..., z_{t_n}^0) \in Y_0$, $z_{t_j}^0 \in Y_i(z^i)$, $t_j \in J_n$, $i \in J_n$, $j \in J_n$, то W_z представляється за допомогою відображень:

$$W_z = \Gamma_W \circ \Gamma_Y(x),$$

де $\Gamma_Y : Z_0 \to Y$; $\Gamma_W : Y \to W$; $W = \bigcup_{z^i \in Z_i,\, z_i^0 \in Y_i(z^i)} W_z$.

Для будь-якого $Y_0 \subset Y$ справедливо: $\Gamma_W(Y_0) = W_z \subset W$, $w = (z_1^1, z_2^1, ..., z_{n_1}^1, z_1^2, z_2^2, ..., z_{n_2}^2, ..., z_1^n, z_2^n, ..., z_{n_n}^n) \in W_z$.

Визначення (Стоян Ю.Г., Гребеннік І.В.). Комбінаторна множина W_z називається *композизійним k-образом комбінаторних множин* Y_0; $Y_1, Y_2, \ , Y_n$, $Y_{11}, Y_{12}, \ , Y_{1n_1}$, , $Y_{\underbrace{1...1}_{k}}$, , $Y_{nn_1...n_{k-1}}$, який породжений елементами $z^{k1}, z^{k2}, \ , z^{k\eta}$, якщо

$$W_z = \Gamma_k \circ \Gamma_{k-1} \circ ... \circ \Gamma_0(z).$$

Композиційний образ комбінаторних множин P_{nk}; $T_1, T_2, ..., T_n$, породжений множинами $\{z_1^1, z_2^1, ..., z_m^1\}$, $\{z_1^2, z_2^2, ..., z_m^2\}, \ldots, \{z_1^n, z_2^n, ..., z_m^n\}$. Тут $T_i = \{(z_1^i, z_2^i, ..., z_m^i)\}$ – кортеж, який складено із елементів $\{z_1^i, z_2^i, ..., z_m^i\}$, $z_j^i \in R$, $i \in J_n = \{1, 2, ..., n\}$, $j \in J_m$. При цьому серед n множин T_i є різними. Ця множина позначається $PT_{nk}(T_1, T_2, ..., T_n)$ або PT_{nk}^m і називається *множиною перестановок кортежів*. Множина PT_{nk}^m являє собою множину перестановок кортежів $z^i = (z_1^i, z_2^i, ..., z_m^i)$, тобто впорядкованих наборів виду $w \in PT_{nk}^m$, $w = (z^{i_1}, z^{i_2}, ..., z^{i_n})$ = $(z_1^{i_1}, z_2^{i_1}, ..., z_m^{i_1}, z_1^{i_2}, z_2^{i_2}, ..., z_m^{i_2}, ..., z_1^{i_n}, z_2^{i_n}, ..., z_m^{i_n})$, де $i_s, j_s \in J_n$, $i_s \neq j_s$, $s \in J_n$. Елементи множини PT_{nk}^m різняться тільки порядком слідування кортежів z^i в наборах.

Композиція перестановок PW_N являє собою композиційний образ комбінаторних множин P_{nk}; $P_{m_1 k_1}$, $P_{m_2 k_2}, \ldots, P_{m_n k_n}$, який породжено множинами $\{a_1^1, a_2^1, ..., a_{m_1}^1\}$, $\{a_1^2, a_2^2, ..., a_{m_2}^2\}, \ldots, \{a_1^n, a_2^n, ..., a_{m_n}^n\}$. Тут P_{nk} – множина перестановок із n елементів, k із яких є різними, $a_i^j \in R^1$, $i \in J_{m_i}$, $j \in J_n$, $J_s = \{1, 2, ..s\}$. Множина PW_N складається із елементів вигляду $w = (\bar{w}_{i_1}, \bar{w}_{i_2}, ..., \bar{w}_{i_n})$, де $\bar{w}_j = (a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, ..., a_{s_{m_j}}^j)$, $j \in J_n$. В наборі $\bar{w}_1, \bar{w}_2, ..., \bar{w}_n$ k елементів є різними, серед елементів $a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, ..., a_{s_{m_j}}^j$ рівно k_j різних. Послідовність індексів $(s_1, s_2, ..., s_{m_j}) \in L_{m_j}$, а $(i_1, i_2, ..., i_n) \in L_n$ де через L_k позначено множину всіх можливих перестановок елементів індексної множини J_k. Множина PW_N являє собою множину перестановок впорядкованих наборів $\bar{w}_j = (a_{s_1}^j, a_{s_2}^j, ..., a_{s_{m_j}}^j)$. При цьому кожний набір $\bar{w}_j$ є елементом комбінаторної множини перестановок $P_{m_j k_j}$, яка породжена множинами $\{a_1^j, a_2^j, ..., a_{m_j}^j\}$. Таким чином, елементи множини PW_N відрізняються порядком слідування елементів $\bar{w}_j \in P_{m_j k_j}$ і порядком слідування елементів $a_1^j, a_2^j, ..., a_{m_j}^j$ у наборі $\bar{w}_j$, $j \in J_n$.

Здійснено відображення множин перестановок кортежів та композиції перестановок в евклідів простір:

$$f : W_z \to R^N, \forall w = (w_1, w_2, \ldots, w_N) \in W_z, \tag{2}$$

де $x = f(w) = (x_1, x_2, \ldots, x_N) \in E \subset R^N$; $x_i = w_i, i \in J_N$.

У результаті відображення (2) кожному елементу з W_z ставиться у відповідність множина точок евклідового простору $E \subset R^N$, координати яких беруть значення всіляких елементів із множини W_z. В результаті відображення отримано множини перестановок кортежів та композиції перестановок в евклідовому просторі $ET_{nk}^m = f(PT_{nk}^m)$, $EW_N = f(PW_N)$. Нехай E_z – образ комбінаторної множини в евклідовому просторі при відображенні вигляду (2), $E_z \in \{ET_{nk}^m, EW_N\}$.

Сформульовано еквівалентну (1) задачу оптимізації функції $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) \to extr; \quad x \in X \subseteq E_z, \tag{3}$$

де $x = f(a)$; $\varphi(x) = \kappa(a)$ $\forall a \in P$; X, E_z – образи відповідно множин A, P в просторі R^N при відображенні f.

При реалізації методів комбінаторної оптимізації використано властивості множин ET_{nk}^{m}, EW_N, такі як належність точок множин гіперплощинам, сферам, розподілення точок по сімействам паралельних площин та інші.

У третьому розділі наводиться класифікація та опис комбінаторних оптимізаційних моделей задач геометричного проектування, області допустимих розв'язків яких задано різними класами комбінаторних множин перестановок.

Евклідова комбінаторна лінійна задача без додаткових обмежень:

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{N} c_i x_i \to \min, \tag{4}$$

де $x = (x_1, x_2, ..., x_N) \in EW_N \subset R^N$; $c = (c_1, c_2, ..., c_N) \in R^N$.

Елементами множини EW_N є вектори $e = (e_{i_1}, e_{i_2}, ..., e_{i_n})$. Доведено наступне твердження.

Теорема 1. *Мінімум лінійної функції* $\varphi(x)$ *задачі (4) на множині* EW_N *досягається у точці:* $x^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_N^*) \in EW_N$, де $x^*_{(j-1)m+r_t} = e_{s_t}^{i_j}$, $t \in J_m$, $j \in J_n$, $\{r_1, r_2, ..., r_m\}$ та $\{s_1, s_2, ..., s_m\}$ такі, що $c_{(j-1)m+s_1} \ge c_{(j-1)m+s_2} \ge ... \ge c_{(j-1)m+s_m}$ та $e_{r_1}^{i_j} \le e_{r_2}^{i_j} \le ... \le e_{r_m}^{i_j}$, а послідовність $\{i_1, i_2, ..., i_m\}$ задовольняє (5).

$$e_{i_1} \underset{c}{\prec} e_{i_2} \underset{c}{\prec} ... \underset{c}{\prec} e_{i_n}, \tag{5}$$

де $e_{i_j} \underset{c}{\prec} e_{i_k}$ відношення порядку на елементах множини EW_N:

$$e_{i_j} \underset{c}{\prec} e_{i_k} \Leftrightarrow (e_1^{i_j}, e_2^{i_j}, ..., e_m^{i_j}) \underset{c}{\prec} (e_1^{i_k}, e_2^{i_k}, ..., e_m^{i_k}) \Leftrightarrow ((\sum_{t=1}^{m} c_{(j-1)m+s_t} e_{p_t}^{i_j} +$$
$$+ \sum_{t=1}^{m} c_{(k-1)m+r_t} e_{q_t}^{i_k} - \sum_{t=1}^{m} c_{(j-1)m+\alpha_t} e_{\gamma_t}^{i_k} - \sum_{t=1}^{m} c_{(k-1)m+\beta_t} e_{\delta_t}^{i_j}) \le 0), \quad i \in J_n \tag{6}$$

Послідовності індексів задовольняють вимоги: $\{s_1, s_2, ..., s_m\}$: $c_{(j-1)m+s_1} \ge c_{(j-1)m+s_2} \ge ... \ge c_{(j-1)m+s_m}$, $\{q_1, q_2, ..., q_m\}$: $e_{q_1}^{i_k} \le e_{q_2}^{i_k} \le ... \le e_{q_m}^{i_k}$; $\{r_1, r_2, ..., r_m\}$: $c_{(k-1)m+r_1} \ge c_{(k-1)m+r_2} \ge ... \ge c_{(k-1)m+r_m}$; $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m\}$: $c_{(j-1)m+\alpha_1} \ge c_{(j-1)m+\alpha_2} \ge ... \ge c_{(j-1)m+\alpha_m}$; $\{\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_m\}$: $e_{\gamma_1}^{i_j} \le e_{\gamma_2}^{i_j} \le ... \le e_{\gamma_m}^{i_j}$, $\{\delta_1, \delta_2, ..., \delta_m\}$: $e_{\delta_1}^{i_k} \le e_{\delta_2}^{i_k} \le ... \le e_{\delta_m}^{i_k}$; $\{\beta_1, \beta_2, ..., \beta_m\}$: $c_{(k-1)m+\beta_1} \ge c_{(k-1)m+\beta_2} \ge ... \ge c_{(k-1)m+\beta_m}$.

Сенс введеного відношення порядку полягає в тому, що два вектори e_{i_j} та e_{i_k} знаходяться у відношенні $\underset{c}{\prec}$, якщо при транспозиції значень координат

$x_{m(j-1)+1}$, $x_{m(j-1)+2}$, , $x_{m\cdot j}$ та $x_{m(k-1)+1}$, $x_{m(k-1)+2}$, , $x_{m\cdot k}$ точки $x \in EW_N$, приймають відповідно впорядковані значення координат векторів e_{i_j} та e_{i_k}, значення функції $\varphi(x)$ вигляду (4) зростає. На основі теореми 1 були розв'язані задачі мінімізації норми різниці між довільною точкою простору та точками множини EW_N, визначено діаметр множини EW_N.

Евклідова комбінаторна лінійна задача з лінійними обмеженнями:

$$L(x) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i x_i \to \min; \tag{7}$$

$$Cx \le d; \tag{8}$$

$$x \in E_z \subset R^N, \tag{9}$$

де $C = [C_{ji}]_{m\times N}$; $d \in R^N$; $\alpha_i \in R$; $x_i \ge 0$; $i \in J_N$; $j \in J_m$; $J_k = \{1,2,...,k\}$; $E_z \subset R^N$ – комбінаторна множина, для якої може бути отримано розв'язок задачі (4) та знайдено $x^0 = \arg\min_{x\in E_z} \|x-c\|^2$, $c \in R^N$ – довільна точка.

Опукла евклідова комбінаторна задача:

$$\varphi(x) \to \min,\ x \in E_z, \tag{10}$$

де $\varphi(x)$ – опукла (сильно опукла с параметром $\rho > 0$) на опуклій множині $V \supset convE_z$ функція.

На основі відомих результатів, які отримано в роботах Стояна Ю.Г. та Яковлева С.В., реалізовано методи побудови опуклих та сильно опуклих продовжень функції $\varphi(x)$ задачі (3), побудовано оцінки та доведено достатні умови мінімуму опуклих та сильно опуклих функцій на множинах перестановок кортежів. Оцінки мають вигляд:

$$\min_{y\in E_z}\varphi(y) \ge \varphi(x) - (\nabla\varphi(x), x) + \min_{y\in E_z}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_i} y_i; \tag{11}$$

$$\min_{y\in E_z}\varphi(y) \ge \varphi(x) - \frac{1}{4\rho}\|\nabla\varphi(x)\|^2 + \rho\min_{y\in E_z}\left\|y - x + \frac{1}{2\rho}\nabla\varphi(x)\right\|^2; \tag{12}$$

$$\min_{y\in E_z}\varphi(y) \ge \varphi(y^*) + \rho\cdot\min_{y\in E_z}\|y-y^*\|^2, \tag{13}$$

де $y^* = \arg\min_{y\in V}\varphi(y)$, $x \in V$. Для розв'язання задач у правих частинах оцінок (11) – (13) було використано результати теореми 1.

Опукла евклідова умовна комбінаторна задача з лінійними обмеженнями:

$$\varphi(x) \to \min;\ Cx \le d,\ x \in E_z \subset R^N, \tag{14}$$

де $\varphi(x)$ – $C=[c_{ij}]_{m\times n}$, $c_{ij}\in R$; $d\in R^N$.

У цьому випадку оцінки мінімуму мають вигляд:

$$\min_{y\in P}\varphi(y)\geq\varphi(x)-(\nabla\varphi(x),x)+\min_{y\in P}(\nabla\varphi(x),y)\,; \tag{15}$$

$$\min_{y\in P}\varphi(y)\geq\varphi(x)-\frac{1}{4\rho}\left\|\nabla\varphi(x)\right\|^2+\rho\min_{y\in P}\left\|y-x+\frac{1}{2\rho}\nabla\varphi(x)\right\|^2; \tag{16}$$

$$\min_{y\in P}\varphi(y)\geq\varphi(y^*)+\rho\cdot\min_{y\in P}\left\|y-y^*\right\|^2, \tag{17}$$

де $P=\{x\,|\,x\in E_z\subset R^N, Cx\leq d\}$, $x\in V$.

Для розв’язання задач у правих частинах оцінок (15) – (17) було використано розроблений в дисертації метод на основі схеми випадкового пошуку, знаходження фундаментальної системи розв’язків системи лінійних обмежень-нерівностей та використання властивостей комбінаторних множин, який описано в четвертому розділі.

Розглянуті комбінаторні оптимізаційні моделі становлять основу математичних моделей класу задач геометричного проектування.

Задача розміщення n-вимірних паралелепіпедів (n-паралелепіпедів) з можливістю зміни їх ортогональної орієнтації в n-паралелепіпеді. У роботах професора Гіля М.І та його учнів побудовано математичну модель та розв’язано задачу розміщення орієнтованих n-паралелепіпедів у n-паралелепіпеді. Узагальненням цієї задачі є задача розміщення n-паралелепіпедів у n-паралелепіпеді із урахуванням їх ортогональної орієнтації, що полягає у наступному: необхідно упакувати n-паралелепіпеди $P_i=\{x\in R^n$: $x=(x_1,x_2,...,x_n)\,|0\leq x_k\leq a_{ik}, k\in J_n=\{1,2,...,n\}\}$, $i\in J_N$, $a_i=(a_{i1},a_{i2},...,a_{in})$ – вектор лінійних розмірів n-паралелепіпеда, з урахуванням можливості їх поворотів на кут $\pi/2$ в n-паралелепіпед $D_0=\{x\in R^n$, $x=(x_1,x_2,...,x_n)\,|0\leq x_k\leq b_{0k}, k\in J_n\}$, таким чином, щоб паралелепіпеди попарно не перетинались і довжина d ребра b_{01}, що характеризує зайняту частину області D_0, була мінімальною.

$$X^*=\arg\min_{X\in W\subset R^{2Nn+1}}F(X), \tag{18}$$

де $F(X)=d$, $d=$ b_{01}; $X=(u,v,d)$; $u=(u_1,u_2,...,u_n)$ – параметри розміщення n-паралелепіпедів; $v=(v_1,v_2,...,v_n)$ – вектори параметрів, що характеризують ортогональну орієнтацію n-паралелепіпедів; W – область допустимих розв’язків, що описується системою нерівностей на основі апарату Φ-функцій.

$$W = \begin{cases} \Phi_{ij}(u_i, u_j, v_i, v_j) \geq 0, i, j \in J_N, i < j, \\ \Phi_{0j}(u_0, u_j, v_j) \geq 0, j \in J_N. \end{cases} \tag{19}$$

В роботі шляхом введення у Φ-функцію векторів параметрів враховано можливість ортогональної орієнтації n-паралелепіпедів.

Зазначимо, що послідовності n-паралелепіпедів із урахуванням їх ортогональної орієнтації можуть бути описані за допомогою множини композиції перестановок. Це дає можливість використовувати властивості цієї множини для розробки методів розв'язання розглянутої задачі.

На основі задачі (18) побудована математична модель задачі розміщення прямокутної поліграфічної продукції на аркушах матеріалу.

Багатокритеріальна задача упакування n-паралелепіпедів з можливістю зміни їх ортогональної орієнтації в n-паралелепіпеді. Задача розміщення n-паралелепіпедів з можливістю зміни їх ортогональної орієнтації може бути узагальнена на багатокритеріальний випадок наступним чином. Нехай розміщення n-паралелепіпедів P_i, $i \in J_N$, в області D_0 характеризується векторним критерієм $F = (F_1, F_2)$, де F_1 – довжина d ребра b_{01}, F_2 – характеристика відхилення центра ваги розміщених паралелепіпедів від заданої точки області D_0. Необхідно упакувати n-паралелепіпеди P_i, $i \in J_N$, з урахуванням можливості їх поворотів на кут $\pi/2$ і дзеркальних відображень в n-паралелепіпеді D_0 так, щоб паралелепіпеди попарно не перетиналися і критерії F_1 и F_2 досягали мінімального значення.

$$X^* = \underset{X \in W \subset R^{3Nn+1}}{\arg\min} (F_1(X), F_2(X)), \tag{21}$$

$$X_1^* = \underset{X \in W \subset R^{3Nn+1}}{\arg\min} (F_1(X)), \tag{22}$$

$$X_2^* = \underset{X \in W \subset R^{3Nn+1}}{\arg\min} (F_2(X)), \tag{23}$$

$$L \cdot X \leq h, \tag{24}$$

де $F_1(X) = d$; $F_2(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^c(y) - c_i^d)^2$; $M = \sum_{i=1}^{N} M_i$, M_i – вага i-го n-паралелепіпеду; $X_c = (x_1^c, x_2^c, ..., x_n^c)$, $x_i^c(y) = \frac{1}{M} \sum_j M_j \cdot (m_i^{0j} + 2(U_{ji} - m_i^{0j}) \cdot y_i^j)$ – центр ваги системи розміщених n-паралелепіпедів; $C_d = (c_1^d, c_2^d, ..., c_n^d)$, $j = 2, 3, ..., n$, $c_1^d = \frac{d}{2}$, $c_j^d = \frac{b_{0j}}{2}$; $L = [L_{ij}]_{m \times (n \cdot N)}$, m – кількість лінійних обмежень, що описують деякий окіл точки C_d, в межах якого може знаходитися центр ваги розміщених паралелепіпедів. Область допустимих розв'язків задачі описується системою (19).

Центром ваги n-паралелепіпеда P_i є точка $m_i = (m_1^i, m_2^i, ..., m_n^i)$, яка з урахуванням різноманітних поворотів на кут $\pi/2$ і дзеркальних відображень знаходиться в одній з 2^n вершин n-паралелепіпеда $H_i \subseteq P_i$, у якого геометричний центр збігається з геометричним центром P_i, а однією з вершин є точка $m_{0i} = (m_1^{0i}, m_2^{0i}, ..., m_n^{0i}) \in P_i$, $i \in J_N$. Усі вершини n-паралелепіпеда $H_i \subseteq P_i$ можуть бути отримані за формулою: $m_j^i = m_j^{0i} + 2\mu_j^i y_j^i, \mu_j^i = u_{ij} - m_j^{0i}$, $y_j^i \in \{0,1\}$, $j \in J_n$, $i \in J_N$. Таким чином, задача (23) – (24) полягає в знаходженні такої послідовності значень булевих змінних $y = (y_1, ..., y_{Nn})$, що визначає розміщення центрів ваги всіх n-паралелепіпедів, яка б мінімізувала критерій $F_2(X)$.

У четвертому розділі розглядаються точні та наближені методи розв’язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування, області допустимих розв’язків яких задано комбінаторними множинами.

Оптимізація оцінок мінімуму опуклих та сильно опуклих функцій цілі. Структура оцінок (11) – (13) та (15) – (17) дозволяє проводити їх оптимізацію за параметром $x \in V$ та обираючи значення $\rho > 0$ при побудові сильно опуклих продовжень $\varphi(y)$ з метою отримання якомога більших значень оцінок мінімуму. Таку задачу оптимізації розв’язано чисельно за допомогою методів недиференційованої оптимізації. У результаті вдалося наблизитися до мінімуму функції цілі на 90% – 95%, що на 50% – 60% краще, аніж розрахунок оцінок в довільній точці $x \in V \supset convE_z$.

Метод розв’язання евклідової комбінаторної лінійної задачі з лінійними обмеженнями (7) – (9). Для розв’язання задачі розроблено метод на основі схеми випадкового пошуку, знаходження фундаментальної системи розв’язків системи лінійних нерівностей-обмежень та використання властивостей комбінаторних множин. Метод полягає у наступному:

Крок 1. Задається кількість серій експериментів та кількість тестових точок в кожній серії. З ціллю звуження області пошуку розв’язку задачі (7) – (9) система лінійних обмежень (8) доповнюється додатковими лінійними обмеженнями таким чином, щоб розв’язком такої системи був опуклий обмежений багатогранник.

Крок 2. Використовуючи відомі методи, будується фундаментальна система розв’язків доповненої системи лінійних нерівностей-обмежень. Загальна формула невід'ємних розв'язків доповненої системи (8) визначається виразом:

$$z = \frac{p_1 z^1 + p_2 z^2 + ... + p_l z^l}{p_1 z_{N+1}^1 + p_2 z_{N+1}^2 + ... + p_l z_{N+1}^l}, \tag{25}$$

де $z^1, z^2, ..., z^l$ – знайдені фундаментальні рішення допоміжної системи однорідних лінійних нерівностей; $z_{N+1}^1, z_{N+1}^2, ..., p_l z_{N+1}^l$ – їх останні координати; $p_1, p_2, ..., p_l$ – довільні дійсні числа, що задовольняють умову:

$p_1 z_{N+1}^1 + p_2 z_{N+1}^2 + ... + p_l z_{N+1}^l \geq 0$. Формула (25) дозволяє отримати всі розв'язки системи (8) при зміні значень параметрів p_i, $i \in J_l$.

Крок 3. За допомогою формули (25) будуються точки всередині області пошуку, шляхом задавання випадкових значень параметрів p_i. Для кожної точки знаходиться найближча допустима точка множини E_z як розв'язок задачі мінімізації норми різниці між заданою точкою та точками комбінаторної множини E_z. Серед усіх знайдених точок обирається найкраща – наближений розв'язок задачі (7) – (9).

Крок 4. Додається нове лінійне обмеження, таким чином, щоби відсікти частину області пошуку, яка містить розв'язки з більшим значення цільової функції, ніж отримане.

Крок 5. Перехід до кроку 3 і проведення нової серії експериментів та знаходження наближеного розв'язку задачі (7) – (9).

Оцінка отриманого розв'язку проведена шляхом його порівняння з безумовним мінімумом та з розв'язком задачі лінійного програмування.

Метод розв'язання задачі розміщення n*-паралелепіпедів з можливістю зміни їх ортогональної орієнтації в* n*-паралелепіпеді.* Для розв'язання задачі (18) – (19) застосовано метод, який є комбінацією послідовно-одиночного алгоритму, що використовується для отримання локальних мінімумів задачі та методу околів, що звужуються (МОЗ) для наближення до глобального екстремуму. Результати порівняння розв'язків тестових задач, отриманих розробленим методом, с результатами інших методів з сайту ESICUP (The EURO Special Interest Group on Cutting and Packing) наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Результати порівняння розробленого методу з відомими методами

Кількість елементів (2d)	**16**	**25**	**28**	**49**	**73**
Оптимальний розв'язок	20	40	60	60	90
Знайдений розв'язок (без МОЗ)	23	43	65	66	93
Δ	13	7	8	9	**3**
Знайдений розв'язок (з МОЗ)	22	43	64	64	92
Δ	9	7	6	6	**2**
Δ інших методів (%)					
BL (евристичний метод)	25	39	33	33	31
BLF (евристичний метод)	14	20	17	15	11
GA + BL (метаевристика)	6	10	8	9	11
NE + BLF (метаевристика)	5	7	4	4	4
SA + BL (метаевристика)	4	7	7	6	6

Величина Δ – відхилення від точного рішення – обчислювалась за наступною формулою: $\Delta = (1 - \frac{\text{Оптимальний розвя'зок}}{\text{знайдений розвя'зок}}) \cdot 100\%$. Для задачі з 73 елементами за допомогою запропонованого в дисертації методу було отримано найкращі результати серед розглянутих методів.

Розв'язання двокритеріальної задачі упакування n*-паралелепіпедів з можливістю зміни їх ортогональної орієнтації в* n*-паралелепіпеді.* Для розв'язання задачі (21) – (24) було використано схему послідовної оптимізації критеріїв. На першому етапі розв'язувалась задача (22) – задача розміщення n-паралелепіпедів в n-паралелепіпеді – за допомогою методу на основі послідовно-одиночного алгоритму та МОЗ. На другому етапі для розв'язання задачі (23) – (24) з метою вибору оптимальних положень центрів ваги n-паралелепіпедів шляхом їх поворотів на кут π та дзеркальних відображень використано розроблений метод на основі методу гілок та меж без зміни геометрії розміщення, отриманого на першому етапі. Метод для декомпозиції використовує процедуру фіксації значення k-ї булевої змінної з вектору $y=(y_j,...,y_{Nn})$, тобто $y_k=0$ або $y_k=1$. Оцінку розв'язку на отриманих в результаті декомпозиції підмножинах проведено за допомогою оптимізованих оцінок вигляду (15) – (17).

Всі розглянуті методи були реалізовані програмно у вигляді бібліотек програмного забезпечення.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі одержано результати, які в сукупності є теоретичною основою для математичного моделювання та розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування на перестановках. Побудовано нові та вдосконалені існуючі математичні моделі та методи розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів.

1. Проведено аналіз практичних актуальних задач, математичні моделі яких потребують використання множини з класу перестановок. Зроблено висновок, що для математичного моделювання таких задач можуть бути використані композиційні k-образи комбінаторних множин.

2. Досліджено нові класи множин перестановок: композиція перестановок та перестановки кортежів.

3. Отримано розв'язки задач оптимізації лінійних функцій цілі та норм різниці без додаткових обмежень на множині композиції перестановок.

4. Досліджено екстремальні властивості опуклих і сильно опуклих функцій, заданих на множині композиції перестановок. Побудовано нижні оцінки мінімуму функцій з урахуванням обмежень на змінні і з можливістю додаткової оптимізації.

5. Розроблено математичну модель задачі розміщення n-паралелепіпедів в n-паралелепіпеді з можливістю поворотів n-паралелепіпедів на кут $\pi/2$, яка є узагальненням існуючої моделі розміщення орієнтованих n-паралелепіпедів.

6. Побудовано математичну модель двокритеріальної задачі розміщення n-паралелепіпедів, критеріями в якій є довжина ребра області розміщення, що

характеризує зайняту частину області, та відхилення центру ваги системи від деякої точки області розміщення.

7. Розроблено метод оптимізації лінійних функцій з лінійними обмеженнями на комбінаторних множинах на основі випадкового пошуку, знаходження фундаментальної системи розв'язків системи лінійних нерівностей-обмежень та властивостей комбінаторних множин перестановок. Побудовано оцінки отриманих розв'язків.

8. Отримано розв'язки задачі розміщення n-паралелепіпедів в n-паралелепіпеді з урахуванням їх ортогональної орієнтації із використанням методу на основі послідовно-одиночного алгоритму і методу околів що звужуються. За допомогою методу для ряду задач вдалося отримати кращі розв'язки в порівнянні з відомими методами.

9. Розроблено метод на основі схеми гілок та меж, який дозволяє розв'язувати задачу мінімізації відхилення центру ваги системи від деякої точки області розміщення.

10. Розроблено комплекс програмного забезпечення для розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач геометричного проектування.

11. Запропоновані математичні моделі і методи використано при розв'язанні задач раціонального розміщення заготівок, на листах металу в ЗАТ «Харківметал-2». Розроблений комплекс математичних моделей і програмного забезпечення, використано для автоматизації процесу розміщення прямокутних наліпок на аркушах матеріалу на етапі підготовки поліграфічної продукції до друку в ТОВ Видавництво «Ранок» м. Харкова.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Гребенник И.В. Оптимизация линейных функций с линейными ограничениями на комбинаторных множествах на основе случайного поиска / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Искусственный интеллект. – 2007. –№1. – С. 132–137.

2. Гребенник И.В. Оценки минимума выпуклых функций на классах комбинаторных множеств перестановок / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 2009. – № 1. – С. 81–87.

3. Гребенник И.В. Экстремальные свойства функций на классах композиционных образов комбинаторных множеств. / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Бионика интеллекта. – 2007. – № 1(66). – С. 99–102.

4. Гребенник И.В. Решение некоторых экстремальных задач на множестве композиций перестановок / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Радиотехника. – 2007. – № 149. – С. 12–17.

5. Упаковка n–мерных параллелепипедов с возможностью изменения их ортогональной ориентации в n–мерном параллелепипеде / И.В. Гребенник, А.В. Панкратов, А.М. Чугай, А.В. Баранов // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 5. – С. 122–131.

6. Розміщення прямокутних графічних елементів в поліграфічному виробництві. / О.В. Баранов, Д.В. Грицай, І.В. Гребеннік и др. // Бионика интеллекта. – 2010. – № 1(72). – С. 29–32.

7. Гребенник И.В. Математическое моделирование и решение некоторых многокритериальных задач размещения параллелепипедов. / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Сборник научных трудов ХУВС. – 2010. – №2(24). – С. 49–55.

8. Гребенник И.В. Оптимизация линейных функций на множестве композиций перестановок / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Компю'терне моделювання та інтелектуальні системи: Зб. наукових праць / Під ред. Д.М. Пізи, С.О. Субботіна. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2007. – С.116–121.

9. Баранов А.В. Оптимизация линейных функций с линейными ограничениями на множестве перестановок методом случайного поиска / А.В. Баранов // 10-й міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в XXI ст.», 10-12 квіт. 2006 р.: зб. матеріалів форуму – Харків: ХНУРЭ, 2006. – С. 557.

10. Гребенник И.В. Оптимизация линейных функций с линейными ограничениями на комбинаторных множествах методом случайного поиска / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Искусственный интеллект. Интеллектуальные и многопроцессорные системы : междунар. науч.-техн. конф., 25-30 сент. 2006 г.: тезисы докл. – Донецк, 2006. – С. 303–305.

11. Баранов А.В. Оптимизация линейных функций с линейными ограничениями на композициях перестановок / А.В. Баранов // 11-й міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в XXI ст.», 10-12 квіт 2007р.: зб. матеріалів форуму – Харків: ХНУРЭ, 2007. – С. 116.

12. Гребенник И.В. Оптимизация оценок минимума выпуклых функций на классах комбинаторных множеств / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // 12-й міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в XXI ст.», 1-3 квіт 2008 р.: зб. матеріалів форуму – Харків: ХНУРЕ, 2008. – С. 314.

13. Гребенник И.В. Оптимизация оценок минимума выпуклых целевых функций в комбинаторных оптимизационных задачах принятия решений / И.В. Гребенник, А.В. Баранов // Problems of decision making under uncertainties (PDMU) : междунар. науч.-техн. конф., 12-17 мая 2008 г.: тезисы докл. – К., 2008. – С. 33.

14. Баранов А.В. Размещение n–мерных параллелепипедов с возможностью изменения их ортогональной ориентации в n–мерном параллелепипеде / А.В. Баранов // 13-й міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в XXI ст.», 30 бер – 1 квіт 2009 р.: зб. матеріалів форуму – Харків: ХНУРЕ, 2009. – С. 261.

15. Баранов А.В. Размещение набора графических элементов на листах материала / А.В. Баранов, Д.В. Грицай // 14-й міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь в XXI ст.», 18-20 бер. 2010 р.: зб. матеріалів форуму – Харків: ХНУРЕ, 2010. – С. 202.

16. Баранов А.В. Розміщення прямокутних графічних елементів при виготовленні поліграфічної продукції / О.В. Баранов, Д.В. Грицай // Інформатика та системні науки: міжнар. науч.-техн. конф., 18-20 бер. 2010 р.: тези доп. – Полтава, 2010. – С. 19–22.

АНОТАЦІЯ

Баранов О.В. «Математичні моделі та методи комбінаторної оптимізації на класах множин перестановок у геометричному проектуванні». – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – ХНУРЕ, Харків, 2010.

У дисертаційній вдосконалено та розроблено математичні моделі та методи розв'язання задач геометричного проектування на перестановках.

Проаналізовано нові класи множин перестановок: композиція перестановок та перестановки кортежів. Досліджено екстремальні властивості класів функцій та одержано оцінки мінімуму опуклих функцій на цих множинах. На множині композиції перестановок задано відношення лінійного порядку. Розроблено метод оптимізації лінійних функцій з лінійними обмеженнями на комбінаторних множинах.

Побудовано математичні моделі та отримано розв'язки задачі розміщення n-паралелепіпедів у n-паралелепіпеді з можливістю їх поворотів на кут 90°. Задача узагальнена на багатокритеріальний випадок. Це дозволяє враховувати центри ваги n-паралелепіпедів. Розроблено метод розв'язання задачі мінімізації відхилення центру ваги системи від заданої точки на основі гілок та меж.

Отримані результати використано при розв'язанні задач розміщення поліграфічної продукції та металевих заготівок, а також в навчальному процесі.

Ключові слова: множина перестановок, комбінаторна оптимізація, геометричне проектування, задачі розміщення, багатокритеріальні задачі, випадковий пошук,

АННОТАЦИЯ

Баранов А.В. «Математические модели и методы комбинаторной оптимизации на классах множеств перестановок в геометрическом проектировании». – Рукопись

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – ХНУРЭ, Харьков, 2010.

В диссертационной работе усовершенствованы и разработаны новые математические модели и методы решения комбинаторных оптимизационных задач геометрического проектирования, область допустимых решений которых описывается множеством перестановок.

Проанализированы новые классы множеств перестановок: композиция перестановок и перестановки кортежей, которые построены с использованием аппарата композиционных k-образов комбинаторных множеств, введенных в работах Стояна Ю.Г. и Гребенника И.В.

Исследованы экстремальные свойства классов функций и получены оценки минимума выпуклых и сильно выпуклых функций на множествах перестановок кортежей и композиции перестановок с учетом и без учета линейных

ограничений, которые накладываются на переменные. С целью получения эффективных оценок произведена их оптимизация с помощью методов недифференцируемой оптимизации. На множестве композиции перестановок задано отношение линейного порядка, которое положено в основу решения задач нахождения минимума линейной функции и нормы разности без дополнительных ограничений.

Разработан метод оптимизации линейных функций с линейными ограничениями на комбинаторных множествах, в основе которого лежит схема случайного поиска, нахождение фундаментальной системы линейных ограничений-неравенств и использование свойств комбинаторных множеств. Построены оценки полученных решений, путем их сравнения с безусловным минимумом функции цели и результатами решения задачи линейного программирования.

На основе рассмотренных математических моделей комбинаторных оптимизационных задач построена математическая модель задачи размещения n-мерных параллелепипедов в n-мерном параллелепипеде с возможностью изменения их ортогональной ориентации. Модель является обобщением разработанной ранее модели размещения ориентированных n-мерных параллелепипедов. Область допустимых решений задачи описывается на основе аппарата Ф-функций. Задача решена с использованием комбинации методов последовательно-одиночного размещения и метода сужающихся окрестностей. Произведено сравнение метода с известными методами решения аналогичных задач. На ряде задач рассмотренный метод позволил получить лучшие решения.

На основе рассмотренной математической модели размещения n-мерных параллелепипедов рассмотрена математическая модель размещения полиграфической продукции на листах материала.

Задача размещения n-мерных параллелепипедов обобщена на многокритериальный случай. Построена математическая модель двухкритериальной задачи размещения, в которой в качестве критериев рассмотрены длина ребра области размещения, характеризующая занятую часть области размещения, и отклонение центра тяжести системы от некоторой заданной точки области размещений. В модели каждый размещаемый n-мерный параллелепипед характеризуется линейными размерами, вектором параметров размещения, весом, и расположением центра тяжести, который может быть описан вектором булевых переменных.

Разработан метод решения задачи минимизации отклонения центра тяжести системы от заданной точки области размещения на основе ветвей и границ. Метод заключается в нахождении такой последовательности булевых переменных, которая бы минимизировала заданный критерий качества. Метод использует процедуру декомпозиции, которая заключается в фиксировании значений булевых переменных. Оценка минимума функции цели на выделенных подмножествах произведена с использованием полученных

оптимизированных оценок выпуклых и сильновыпуклых функций с учетом линейных ограничений.

Все методы реализованы в виде комплексов программных средств, с помощью которых проведены вычислительные эксперименты и решены задачи различной размерности.

Полученные результаты использованы при решении задач размещения прямоугольной полиграфической продукции при подготовке печатных изданий и задачи размещения металлических заготовок, аппроксимированных прямоугольниками, при подготовке металла к плазменной резке, а также в учебном процессе.

Ключевые слова: множество перестановок, комбинаторная оптимизация, геометрическое проектирование, задачи размещения, многокритериальные задачи, случайный поиск.

ABSTRACT

Baranov O.V «Mathematical models and methods of combinatorial optimization on classes of permutations sets in geometric design». – Manuscript.

Thesis for Ph.D. degree in Technical Sciences in the specialty 01.05.02 – mathematical modelling and computational methods. – KNURE, Kharkiv, 2010.

In the thesis the mathematical models and methods of solving the geometric design problems on permutation set are improved and developed.

Composition of permutations and permutation of tuples which are the new classes of permutations sets are proposed. The extreme properties of the different functions and the convex function minimum estimates are received on these sets. The linear order relationship is built on the composition of permutations set. The new optimization method of the linear functions with linear constraints defined on the combinatorial sets is proposed.

The mathematical model of the packing problem of the n-parallelepipeds in n-parallelepipeds with the possibility of changing their orthogonal orientation is build. The solution of that problem is received. The packing problem is generalized for the multicriteria case. This allows taking into account the positions of the centers of gravity of n-parallelepipeds. The method of solving the problem of the deviation minimization from the center of gravity of the system to a given point worked out on the basis of branches and bounds is proposed.

The results are used to solve the packing problems of printed matter and metal blanks, and in the educational process.

Keywords: permutation, combinatorial optimization, geometric design, packing, multi task, random search.