

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ СИНТЕЗА ЛИНЕЙНЫХ САР ПРИ НЕПРОИЗВОЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ ЗАДАННОЙ ЧАСТИ СИСТЕМЫ

Ю. И. Ларионов

Харьков

Синтез систем автоматического управления, подверженных действию случайных возмущений в классе линейных операторов, представляет большой практический интерес. Решение задачи синтеза по минимуму среднеквадратичной ошибки связано с серьезными затруднениями, когда заданная часть системы — объект управления — $W_0(p)$ неминимально-фазовая. Особенность неминимально-фазовых систем заключается в том, что между фазовой и амплитудной частотными характеристиками не существует однозначной связи и, следовательно, передаточная функция их накладывает определенные ограничения на характеристики всей системы управления в целом.

Объекты проветривания шахт в большинстве случаев являются неминимально-фазовыми с передаточными функциями вида

$$W_0(p) = \frac{b_1 p - b_0}{p^2 + \beta p + 1}. \quad (1)$$

Линейные системы управления ими, рассчитанные по теории Колмогорова-Винера [1—3], без учета дополнительных ограничений на вид передаточной функции не будут удовлетворять условиям грубости. При небольшом отличии параметров регуляторов от рассчитанных, замкнутые системы управления становятся неустойчивыми [4]. Если процессы в САР качественно изменяются при малых изменениях параметров, то такие системы являются негрубыми [5]. Системы, в которых не наблюдается такого явления, называются грубыми.

Нарушение грубости в САР происходит в результате попытки непосредственной компенсации отрицательных свойств заданной части системы такими же отрицательными свойствами регуляторов.

При последовательно включенном регуляторе выражение для функции, определяющей отношение изображений выходного сигнала к входному (передаточная функция замкнутой системы $W(p)$) имеет вид

$$\frac{1}{W(p)} = 1 + \frac{1}{W_p(p) W_0(p)}. \quad (2)$$

Из (2) легко находят передаточную функцию регулятора

$$W_p(p) = \frac{1}{W_0(p)} \cdot \frac{W(p)}{1 - W(p)}. \quad (3)$$

Как известно, передаточная функция замкнутой системы $W(p)$ не может быть выбрана произвольно. При ее нахождении необходимо учи-

тывать некоторые условия, в частности, условия физической реализуемости и устойчивости. Условие физической реализуемости означает, что соответствующие передаточным функциям, в том числе и функциям регуляторов, импульсные переходные функции должны тождественно равняться нулю при отрицательном времени, т. е.

$$w_i(t) \equiv 0 \text{ при } t < 0. \quad (4)$$

Кроме того, передаточные функции замкнутой САР должны иметь все полюсы, лежащие в левой полуплоскости (условие устойчивости). Для рассматриваемого нами объекта управления все эти условия являются необходимыми при решении задачи синтеза, но недостаточно.

При реализации регуляторов их характеристики могут отличаться от желаемых. Если это отличие будет вызывать малое изменение процессов в замкнутой автоматической системе, то как указывалось, такая система представляет собой грубую систему. Поэтому, всякая синтезируемая САР должна удовлетворять условиям грубости.

Предположим, что параметры регулятора отличаются от рассчитанных по формуле (3). В результате передаточная функция замкнутой САР $W(p)$ будет отличаться от оптимальной передаточной функции $W_{\text{опт}}(p)$ на величину отклонения

$$\Delta W(p) = W(p) - W_{\text{опт}}(p). \quad (5)$$

С другой стороны, это отклонение (вариация) может быть записано как

$$\Delta W(p) = \frac{\partial W(p)}{\partial W_p(p)} \Delta W_p(p). \quad (6)$$

В нашем случае вариация может быть представлена следующим образом:

$$\Delta W(p) = \frac{W(p)}{[1 + W_p(p)W_0(p)]^2} \Delta W_p(p). \quad (7)$$

Представим передаточную функцию объекта проветривания (1) в виде

$$W_0(p) = \frac{N(p)}{M(p)} = \frac{n(p)n(-p)}{m(p)m(-p)}, \quad (8)$$

где $n(p)$, $m(p)$ — многочлен, нули и полюсы которых лежат в левой полуплоскости, а $n(-p)$ и $m(-p)$ — многочлены, имеющие нули и полюсы в правой полуплоскости. Тогда,

$$n(p) = 1; \quad n(-p) = b_1 p - b_0;$$

$$m(-p) = 1; \quad m(p) = p^2 + \beta p + 1 = (p + \alpha_1)(p + \alpha_2),$$

где α_1 , α_2 корни $p^2 + \beta p + 1 = 0$.

Запишем (3) в виде

$$W_p(p) = \frac{M(p)}{N(p)} \cdot \frac{W_{\text{опт}}(p)}{1 - W_{\text{опт}}(p)}. \quad (9)$$

Вариация $\Delta W_p(p)$, вызываемая вариациями многочленов $N(p)$ и $M(p)$,

$$\Delta W_p(p) = \frac{\partial W_p(p)}{\partial M(p)} \Delta M(p) + \frac{\partial W_p(p)}{\partial N(p)} \Delta N(p). \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), получим

$$\Delta W_p(p) = \frac{W_{\text{опт}}(p)}{1 - W_{\text{опт}}(p)} \cdot \frac{M(p)}{N(p)} \left[\frac{\Delta M(p)}{M(p)} - \frac{\Delta N(p)}{N(p)} \right]. \quad (11)$$

Далее, подставляя (11) в формулу для последовательной коррекции и учитывая (7), окончательно найдем

$$\Delta W_p(p) = W_{\text{опт}}(p) [1 - W_{\text{опт}}(p)] \left[\frac{\Delta M(p)}{M(p)} - \frac{\Delta N(p)}{N(p)} \right]. \quad (12)$$

Отсюда следует, что для обеспечения условий грубости, передаточная функция синтезированного регулятора не должна содержать нулей и полюсов, близких к нулям и полюсам передаточной функции объекта проветривания $W_0(p)$, лежащим в правой полуплоскости. С учетом (8) (3) принимает вид

$$W_p(p) = \frac{m(p)}{n(-p)} \cdot \frac{W_{\text{опт}}(p)}{1 - W_{\text{опт}}(p)}. \quad (13)$$

Как следует из (13), для того, чтобы передаточная функция регулятора $W_p(p)$ не содержала нулей заданной части системы $W_0(p)$, расположенных в правой полуплоскости, оптимальная передаточная функция замкнутой системы $W_{\text{опт}}(p)$ должна содержать в числе своих нулей нули $n(-p)$. При этом $\Delta W_p(p)$ будет иметь левые полюсы, а передаточная функция

$$W(p) = W_{\text{опт}}(p) + \Delta W(p)$$

будет соответствовать устойчивой системе управления. Это и определяет недостающее условие грубости при синтезе линейной системы управления объектом проветривания, подверженного случайным возмущениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Колмогоров. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей. Изв. АН СССР, серия матем., т. 5, 1941.
2. N. Wiener. Extrapolation, interpolation and smoothing time series N. Y. Wiley, № 4, 1949.
3. М. Пелегрэн. Статистический расчет следящих систем. Изд-во иностр. лит-ры, 1957.
4. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, 1963.
5. А. А. Андронов. Теория колебаний. Собр. трудов, Изд-во АН СССР, 1951.