

ЧИСЛОВОЙ РЯД ФИБОНАЧЧИ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СИСТЕМОЙ ПЛОСКИХ ОДНОСЛОЙНЫХ РЕШЕТОК РЕЗОНАНСНЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СФЕР

Введение

Крупнейший математик эпохи средневековья Леонардо из Пизы по прозвищу Фибоначчи написал в 1202 году трактат «Liber abaci», в котором приведен числовой ряд 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, Этот ряд в честь автора назвали рядом Фибоначчи, а его члены – числами Фибоначчи. Математик Бине вывел формулу

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad (1)$$

с помощью которой любое число Фибоначчи можно определить непосредственно как некоторую функцию его натурального номера $n=1, 2, 3 \dots$ [1]. Отношение чисел Фибоначчи с номерами $n+1$ и n имеет значение «золотого сечения» $\sim 1,618$.

В математике, естественнонаучных и технических дисциплинах существует постоянное внимание к числам Фибоначчи. Представляется интересным исследовать некоторые электродинамические структуры, которые можно подчинить ряду Фибоначчи.

Целью работы является решение задачи о рассеянии электромагнитных волн системой плоских однослойных решеток, построенных из малых однородных резонансных магнитоэлектрических сфер, пространственное распределение которых подчинено числовому ряду Фибоначчи. В данной задаче длина рассеиваемой волны может быть соизмерима с постоянными решетки, что позволяет учесть влияние решеточных структурных резонансов электромагнитного взаимодействия сфер на внутренние резонансы сфер решетки. Это решение описывает области аномальной дисперсии решеток.

Постановка и решение задачи

Рассмотрим в декартовой системе координат порождающее пространственную систему простых плоских однослойных решеток координатное представление вида, рис. 1,

$$\begin{aligned} x_{p,s} &= [s - \{(-1)^s - 1\}0.5]d - (-1)^{s-1} x_{p,s=0} \quad \left(s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \left[\frac{1}{\sqrt{5}} (\alpha^{|t|+1} - \beta^{|t|+1}) - 1 \right] \right), \\ y_{p,t} &= [t - \{(-1)^t - 1\}0.5]h - (-1)^{t-1} y_{p,t=0} \quad (t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \\ z_p &= z_0 + l_p = z_0 + pl \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$, $\beta = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$, $|t|+1 = n$; величины d, h определяются условиями $x = 0, x = d; y = 0, y = h$, а $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ – координаты порождающих решетку узлов и находящихся внутри области

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_{p,s=0} \leq d, \\ 0 &\leq y_{p,t=0} \leq h, \\ -z &< z_p < z. \end{aligned} \quad (3)$$

Координаты $x_{p,s}, y_{p,t}, z_p$ – определяют положение узлов вне пределов области (3) и являются функциями значений координат $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$. В координатное представление (2)

можно ввести зависимость от времени, если координаты узлов $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ внутри области (3) считать некоторыми функциями времени. Каждому узлу решеток (2) сопоставляется упорядоченная тройка чисел $c = (p, s, t)$, выделенный узел решеток будем обозначать $c' = (p', s', t')$.

Значение индекса p определяет номер простой плоской решетки, рис. 2, а значения индексов s, t задают положение узла p -й простой плоской решетки. Нужный тип элементарной ячейки сложной плоской однослойной решетки формируют из p порождающих простые плоские решетки узлов внутри области (3), которую повторит за пределами области (3) координатное представление (2) в виде определенной сложной плоской однослойной решетки.

Задавая максимальные значения чисел p, s, t , можно рассматривать конечные и бесконечные решетки. Числа Фибоначчи определяют число узлов вдоль оси x (2) для заданной точки $(p, s = 0, t)$.

На рис. 2 представлена система простых плоских однослойных решеток, когда порождающий узел решетки находится в центре области (3), для случая $p=1, 2, 3$ и с распределением узлов вдоль оси x , подчиняющимся числам Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. Каждой тройке чисел $(p, s = 0, t)$ плоскости $y_{p,t}, z_p$ ставится в соответствие определенное число Фибоначчи, например, точке $(p = 1, s = 0, t = -4)$ – число 5, а точке $(p = 3, s = 0, t = 7)$ – число 21.

Между тройкой чисел $(p, s = 0, t)$ плоскости $y_{p,t}, z_p$ и числом Фибоначчи существует связь, определяемая функцией (1)

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{|t|+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{|t|+1} \right].$$

Отсюда числа s , определяющие координаты узлов вдоль оси x (2), задаются последовательностью

$$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \left[\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\alpha^{|t|+1} - \beta^{|t|+1} \right) - 1 \right],$$

где $|t| = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$.

Если изменять координаты узлов, находящихся в пределах области (3), то, в соответствии с координатным представлением (2), положения узлов решеток вне области (3) будут также соответствующим образом смещаться, что позволяет перестраивать пространственную конфигурацию решеток.

Полагаем, что в узлы решеток (2) помещаются центры $N = \sum_p N_p$ малых однородных резонансных магнитоэлектрических сфер с проницаемостями ϵ_c, μ_c и радиусами $a_c (c \in N)$, где N_p – число сфер p -й плоской решетки. Проницаемости заполнения пространства вне сфер – ϵ_0, μ_0 .

Поля будем записывать в виде $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$, $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$.

Расстояние между центрами сфер c и c' представим (2)

$$r_{cc'} = \sqrt{(x_{p',s'} - x_{p,s})^2 + (y_{p',t'} - y_{p,t})^2 + (z_{p'} - z_p)^2}. \quad (4)$$

Считаем, что вне сфер $a_c/\lambda \ll 1$, но внутри сфер возможен резонансный случай $a_c/\lambda_g \sim 1$, где λ – длина волны вне сферы, а λ_g – длина волны в сфере.

Для решения задачи используем интегральные уравнения [3] и решать ее будем в два этапа. На первом этапе найдем внутреннее поле рассеивающих сфер, а на втором найдем поле, рассеянное системой решеток сфер.

Рассеянное поле по известному внутреннему полю рассеивателей определим через электрический $\bar{\Pi}^{\mathcal{E}}$ и магнитный $\bar{\Pi}^{\mathcal{M}}$ потенциалы Герца решетки

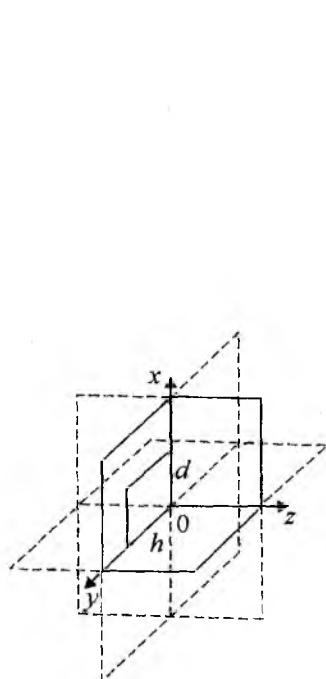


Рис. 1

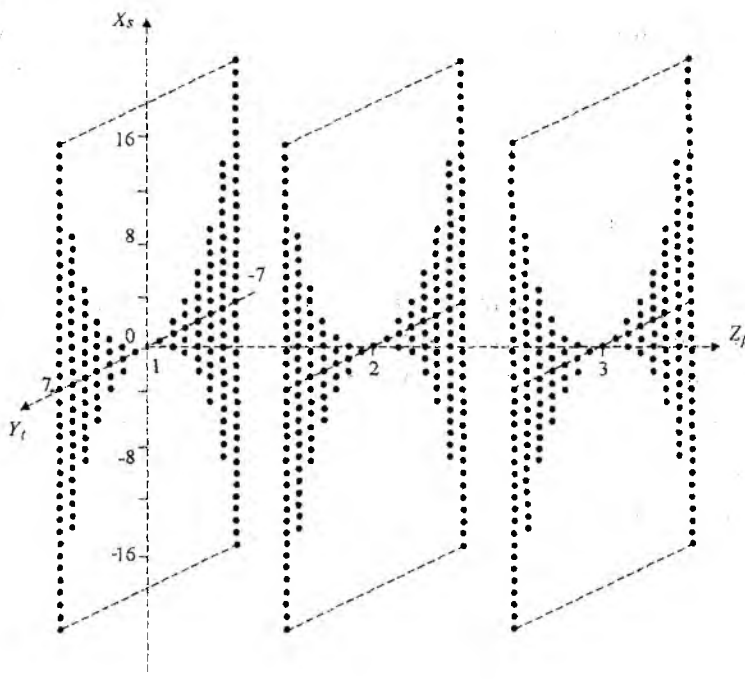


Рис. 2

$$\begin{aligned}\bar{E}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0)\bar{\Pi}^{\mathcal{E}} - ik\mu_0[\nabla, \bar{\Pi}^{\mathcal{M}}], \\ \bar{H}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0)\bar{\Pi}^{\mathcal{M}} + ik\varepsilon_0[\nabla, \bar{\Pi}^{\mathcal{E}}].\end{aligned}\quad (5)$$

Потенциалы Герца рассеянного поля отдельными сферами имеют вид

$$\begin{aligned}\bar{\Pi}_c^{\mathcal{E}} &= \frac{1}{4\pi V_c} \int \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - 1\right) \bar{E}_c^0(\bar{r}') f_c(|\bar{r} - \bar{r}'|) dV, \\ \bar{\Pi}_c^{\mathcal{M}} &= \frac{1}{4\pi V_c} \int \left(\frac{\mu_c}{\mu_0} - 1\right) \bar{H}_c^0(\bar{r}') f_c(|\bar{r} - \bar{r}'|) dV,\end{aligned}\quad (6)$$

где $f_c(|\bar{r} - \bar{r}'|)$ является решением уравнения

$$\Delta f(|\bar{r} - \bar{r}'|) + k^2\varepsilon_0\mu_0 f(|\bar{r} - \bar{r}'|) = -4\pi\delta(|\bar{r} - \bar{r}'|),$$

удовлетворяющего условию излучения на бесконечности, и имеет вид

$$f(|\bar{r} - \bar{r}'|) = \frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}|\bar{r} - \bar{r}'|}}{|\bar{r} - \bar{r}'|},\quad (7)$$

а $\bar{E}_c^0(\bar{r}')$, $\bar{H}_c^0(\bar{r}')$ – внутренние поля рассеивателей, V_c – объем рассеивателей.

Если учесть, что для внешних точек сферы ($r > r'$) интеграл по объему сферы от функции Грина для свободного пространства (7) имеет вид

$$W(\bar{r}) = \int_{V_c} \frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}|\bar{r} - \bar{r}'|}}{|\bar{r} - \bar{r}'|} dV = \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r}}{r},\quad (8)$$

где $k_1 = k\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $k = 2\pi/\lambda$, r – расстояние от центра до внешних точек сферы, то можно построить уравнения для внутренних полей c' сферы, используя результаты, полученные в [4], в виде

$$\begin{aligned} \bar{E}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t) &= \frac{(\varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0) + \theta_{1c'}^2 \varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + i\theta_{1c'}(\varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0)}{3\varepsilon_0 e^{i\theta_{1c'}}} \bar{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \\ &- \sum_p \sum_s \sum_t \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \varepsilon_0 \mu_0) \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_{c'\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{cc'}^\varepsilon(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) - \right. \\ & (p,s,t) \neq (p',s',t') \\ & \left. - ik\mu_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{c\varepsilon\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{cc'}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t) &= \frac{(\mu_{c'\varepsilon\phi} + 2\mu_0) + \theta_{1c'}^2 \mu_{c'\varepsilon\phi} + i\theta_{1c'}(\mu_{c'\varepsilon\phi} + 2\mu_0)}{3\mu_0 e^{i\theta_{1c'}}} \bar{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \\ &- \sum_p \sum_s \sum_t \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \varepsilon_0 \mu_0) \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{c\varepsilon\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{cc'}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) + \right. \\ & (p,s,t) \neq (p',s',t') \\ & \left. + ik\varepsilon_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_{c\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{cc'}^\varepsilon(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\bar{E}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t)$, $\bar{H}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t)$ и $\bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$, $\bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$ – поле падающей волны в сфере и внутреннее поле сфер соответственно, $\theta_{1c'}^2 = k^2 a_c^2 \varepsilon_0 \mu_0$.

Величины $W_{cc'}^\varepsilon(\vec{r})$, $W_{cc'}^M(\vec{r})$ имеют вид (4), (8), (9)

$$\begin{aligned} W_{cc'}^\varepsilon(\vec{r}) &= \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r_{cc'}}}{r_{cc'}}, \\ W_{cc'}^M(\vec{r}) &= -\frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r_{cc'}}}{r_{cc'}}, \end{aligned} \quad (10)$$

а величины $\varepsilon_{c\varepsilon\phi}$, $\mu_{c\varepsilon\phi}$ представим как [2, 4, 5]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c\varepsilon\phi} &= \varepsilon_c F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}), \\ \mu_{c\varepsilon\phi} &= \mu_c F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}), \end{aligned} \quad (11)$$

где
$$F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}) = \frac{2(\sin ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} - ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \cos ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c})}{(k^2 a_c^2 \varepsilon_c \mu_c - 1) \sin ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} + ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \cos ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}}.$$

На рис. 3 представлены особенности поведения $\text{Re} F(\theta)$ (сплошная кривая) и $\text{Im} F(\theta)$ (пунктирная кривая) в зависимости от $\text{Re} \theta$ при разных значениях тангенса угла диэлектри-

ческих потерь $\text{tg } \delta_\varepsilon$ (1 кривая – $\text{tg } \delta_\varepsilon = 0$; 2 кривая – $\text{tg } \delta_\varepsilon = 0,05$; 3 кривая – $\text{tg } \delta_\varepsilon = 0,1$) и $\mu_c = 1$, здесь $\theta = ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}$.

Первые слагаемые справа в уравнениях (9) связаны с внутренним полем выделенной сферы, а вторые слагаемые учитывают влияние на выделенную сферу всех остальных сфер.

Для определения внутреннего поля имеем алгебраическую систему $2N$ векторных неоднородных уравнений (9) или же для $x-, y-, z-$ составляющих $6N$ уравнений с $6N$ неизвестными.

В основной матрице алгебраической системы уравнений (9) содержатся сведения об особенностях электромагнитного взаимодействия между сферами решеток рассматриваемого типа.

Решение системы уравнений (9) для сферы c' имеет вид:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) &= \frac{1}{\Delta^{\text{эм}}_c} \sum_c (\hat{g}_c^{\text{эс}c'} \vec{E}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t) + \hat{\beta}_c^{\text{эс}c'} \vec{H}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t)), \\ \vec{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) &= \frac{1}{\Delta^{\text{эм}}_c} \sum_c (\hat{\beta}_c^{\text{мс}c'} \vec{H}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t) + \hat{g}_c^{\text{мс}c'} \vec{E}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t)), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\Delta^{\text{эм}}$ – детерминант основной матрицы системы уравнений (9).

Если предположить, что у всех сфер с одинаковым индексом p внутреннее поле равно, например, внутреннему полю сферы $(p, s = 0, t = 0)$, то систему уравнений (9) можно свести к системе $2(2|p|+1)$ уравнений. В случае, когда все сферы решетки одинаковы и можно предположить, что и внутренние поля сфер одинаковы, то систему уравнений (9) можно свести к двум векторным неоднородным уравнениям [4].

Если электромагнитным взаимодействием между сферами решетки можно пренебречь, то выражения для внутреннего поля произвольной сферы решетки (12) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) &= \frac{3\varepsilon_0 e^{i\theta_{1c}}}{(\varepsilon_{c\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0) + \theta_{1c}^2 \varepsilon_{c\varepsilon\phi} + i\theta_{1c}(\varepsilon_{c\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0)} \vec{E}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t), \\ \vec{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) &= \frac{3\mu_0 e^{i\theta_{1c}}}{(\mu_{c\varepsilon\phi} + 2\mu_0) + \theta_{1c}^2 \mu_{c\varepsilon\phi} + i\theta_{1c}(\mu_{c\varepsilon\phi} + 2\mu_0)} \vec{H}_{0(p,s,t)}(\vec{r}',t). \end{aligned}$$

Потенциалы Герца $\vec{\Pi}^{\text{э}}$ и $\vec{\Pi}^{\text{м}}$ рассеянного системой плоских решеток поля по известному внутреннему полю (12) отдельных рассеивателей представим в виде суперпозиции потенциалов Герца отдельных сфер решеток (6) как

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}^{\text{э}}(\vec{r},t) &= \sum_p \sum_s \sum_t \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left(\frac{\varepsilon_{c\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \vec{E}_c^0(\vec{r}',t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}, \\ \vec{\Pi}^{\text{м}}(\vec{r},t) &= -\sum_p \sum_s \sum_t \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left(\frac{\mu_{c\varepsilon\phi}}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}_c^0(\vec{r}',t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}. \end{aligned} \quad (13)$$

В выражениях (13)

$$r_{(p,s,t)} = \sqrt{(x - x_{p,s})^2 + (y - y_{p,t})^2 + (z - z_p)^2}, \quad (14)$$

где координаты (x, y, z) определяют вне сфер точку наблюдения поля, рассеянного системой плоских решеток, а координаты $(x_{p,s}, y_{p,t}, z_p)$ – точку нахождения центра рассеивающей сферы решетки.

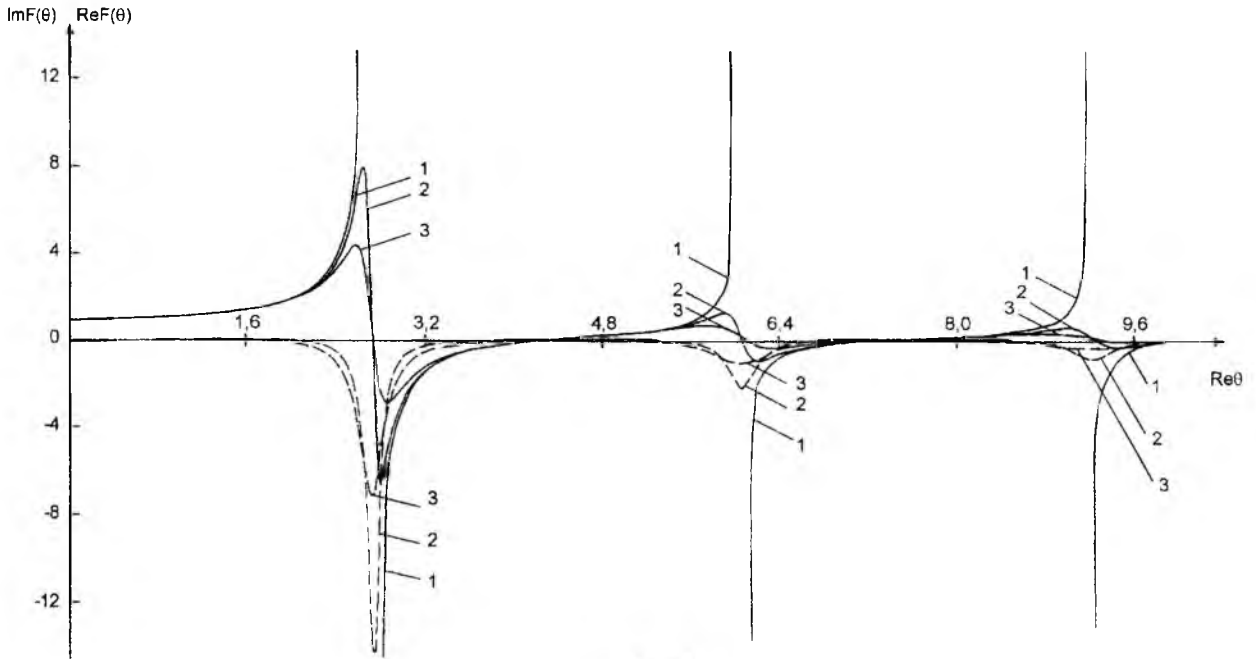


Рис. 3

Тогда, учитывая (13), из (5) найдем рассеянное системой плоских решеток поле

$$\begin{aligned} \bar{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \sum_c \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left\{ \left(\frac{\epsilon_{c3}\phi}{\epsilon_0} - 1 \right) \bar{L}_c \bar{E}_c^0(\vec{r}') - \right. \\ &\quad \left. - ik\mu_0 \left(\frac{\mu_{c3}\phi}{\mu_0} - 1 \right) (-1) \bar{P}_c \bar{H}_c^0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)}, \\ \bar{H}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \sum_c \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left\{ \left(\frac{\mu_{c3}\phi}{\mu_0} - 1 \right) (-1) \bar{L}_c \bar{H}_c^0(\vec{r}') + \right. \\ &\quad \left. + ik\epsilon_0 \left(\frac{\epsilon_{c3}\phi}{\epsilon_0} - 1 \right) \bar{P}_c \bar{E}_c^0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где \bar{L}_c и \bar{P}_c – функциональные матрицы, которые имеют вид

$$\bar{L}_c = \begin{bmatrix} \Psi_{xxc} & \Psi_{yxc} & \Psi_{zxc} \\ \Psi_{yxc} & \Psi_{yyc} & \Psi_{zyc} \\ \Psi_{zxc} & \Psi_{zyc} & \Psi_{zcc} \end{bmatrix}; \quad \bar{P}_c = \begin{bmatrix} 0 & \Psi_{zc} & \Psi_{yc}^0 \\ \Psi_{zc}^0 & 0 & \Psi_{xc} \\ \Psi_{yc} & \Psi_{xc}^0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Величины, входящие в функциональные матрицы (16), запишем в виде (2), (14)

$$\begin{aligned} \Psi_{xxc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(x-x_{p,s})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x-x_{p,s})^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{p,s})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{yyc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(y-y_{p,t})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(y-y_{p,t})^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(y-y_{p,t})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{zcc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(z-z_p)^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(z-z_p)^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(z-z_p)^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4}, \end{aligned}$$

$$\Psi_{xyc} = \Psi_{yxc} = \frac{3(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^4},$$

$$\Psi_{xzc} = \Psi_{zxc} = \frac{3(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^4},$$

$$\Psi_{yzc} = \Psi_{zyc} = \frac{3(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^4},$$

$$\Psi_{xc} = \frac{(x-x_{p,s})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(x-x_{p,s})}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{xc}^0 = -\Psi_{xc},$$

$$\Psi_{yc} = \frac{(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{yc}^0 = -\Psi_{yc},$$

$$\Psi_{zc} = \frac{(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{zc}^0 = -\Psi_{zc}.$$

Поле в произвольной точке пространства, лежащей вне сфер решеток, определим в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t),$$

где $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ – невозмущенное поле падающей волны.

Из детерминанта уравнений (9) находятся резонансные условия для случая, когда $a_c/\lambda_g \sim 1$ внутри сфер. Если ϵ_c, μ_c сфер решеток действительны, то резонансные условия находим из выражения

$$\det \text{Re} \|\alpha_{ij}\| = 0,$$

разрешая его относительно функции $F(ka_c\sqrt{\epsilon_c\mu_c})$ (11), рис. 3, где $\|\alpha_{ij}\|$ – основная матрица системы уравнений (9) [4, 6, 7].

Заключение

Впервые рассмотрено рассеяние волн на решетках резонансных магнитоэлектрических сфер, анизотропная топологическая структура которых задается числовым рядом Фибоначчи.

Предложенное решение может быть полезно для разработки устройств по управлению полем излучения электромагнитных излучателей [8], в которых используются тонкие эффекты электромагнитного взаимодействия решеточных структурных резонансов и внутренних резонансов сфер решетки.

Список литературы: 1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука. 1978. С. 141. 2. Козарь А.И., Хижняк Н.А. Отражение электромагнитных волн от резонансной диэлектрической сферы в волноводе // Укр. физ. журн. 1970. Т. 15. С. 847 – 849. 3. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка. 1986. С. 279. 4. Козарь А.И. Рассеяние электромагнитных волн системой плоских однослойных решеток резонансных магнитоэлектрических сфер // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2002. Вып. 130. С. 42 – 53. 5. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит. 1954. С. 216. 6. Козарь А.И. Рассеяние электромагнитных волн в волноводе с однородными магнитоэлектрическими сферами // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. 2002. 7. Спец. выпуск С. 183 – 189. 7. Козарь А.И. Фигурные числа (арифметическая прогрессия) и рассеяние электромагнитных волн на пространственных решетках резонансных магнитоэлектрических сфер // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. 2003. Т. 8. № 2. С. 206 – 212. 8. Kozar’A.I. Scattering of electromagnetic fields on complex spatial lattices of magnetodielectric spheres // IEEE Proceedings IVth International Conference on “Antenna theory and techniques”. Sevastopol. Ukraine. September 9-12. 2003. Vol. 1. P. 145 – 148.