ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ ТРАНСПОРТА НА ПРОМЫШЛЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ

В. Г. Харченко, Л. Д. Донин

Харьков

Успешная работа промышленного предприятия во многом зависит от четкой организации всех видов используемых транспортных средств. Современный промышленный транспорт — сложное и многоотраслевое хозяйство. Это автомобили и суда, трубопроводы и конвейеры, канатно-подвесные дороги и погрузочно-разгрузочные машины и механизмы. Транспортные операции межцеховых и внутрицеховых перевозок составляют единый технологический комплекс, четкая работа которого во многом обусловливает ритмичный ход производственного процесса.

Обслуживание производственного процесса транспортными средствами может быть исследовано аналитическими методами теории массового обслуживания. Процесс возникновения запросов на какой-либо из видов транспорта можно представить как поток требований, а длительность их выполнения как время обслуживания. На основе этого могут быть сформулированы математические модели задач теорий массового обслуживания и рассчитаны показатели качества функционирования транспортных средств.

Анализ работы электромостовых кранов с использованием методов теории массового обслуживания был проведен на одном из машиностроительных заводов в механическом цехе.

Для определения характера распределений и параметров потока требований и времени обслуживания использовалась фотография работы электромостовых кранов в пролете цеха. По данным наблюдений вычислялись промежутки времени между моментами появления требований на кран и производилась их группировка по интервалам. Сгруппированные данные наблюдений приведены в табл. 1.

Графический анализ (рис. 1) дал возможность установить показательный характер распределения промежутков времени. Выравнивание эмпирических частот производилось по формуле:

$$\frac{m}{n} = \lambda e^{-\lambda \cdot \Delta t}, \qquad (1)$$

где m — частота повторения одинаковых промежутков времени при наблюдении;

t — время наблюдения, *мин*;

n — общее число наблюдаемых промежутков;

Δt — единичный интервал времени ($\Delta t = 2$ мин.);

λ — искомый параметр потока требований.

Значение параметра определялось несколькими способами: выравниванием эмпирических данных в полулогарифмической сетке координат как величина, обратная среднему промежутку, и др. Для расчетов принята средняя величина параметра ($\lambda = 0{,}19125$).

В табл. 1 приведено теоретическое распределение частот, полученное расчетом по формуле (1) при подстановке в нее принятого параметра.

Проверка тесноты связей между эмпирическим и теоретическим распределением по критерию Пирсона ($\chi^2 = 11{,}98$) подтверждает несу-

Таблица 1

№ п./п.	Интервалы времени, *мин*	Середины интервалов *T мин*	m	m_p	$[m_p-m]$	$\frac{[m_p-m]^2}{m_p}$
1	0— 2	1	86	84,82	— 1,18	0,0164
2	2— 4	3	65	49,33	— 5,62	0,6400
3	4— 6	5	46	35,21	—10,79	3,3000
4	6— 8	7	35	26,24	— 8,76	2,9244
5	8—10	9	25	19,87	— 5,13	1,3244
6	10—12	11	12	13,54	— 1,54	0,1752
7	12—14	13	7	8,32	+ 1,32	0,2094
8	14—16	15	8	5,12	— 3,12	1,9012
9	16—18	17	3	2.08	— 0,92	0,4069
10	18—20	19	3	1,66	— 1,34	1,0817
		100	290			$\chi^2=11,98$

щественность имеющихся отклонений [3]. Исходя из этого поток требований на обслуживание рабочих мест кранами можно считать простейшим [2], что дает возможность полностью описать его с помощью системы функций Пуассона [5].

Поскольку каждый раз наблюдалась только одна вторая часть по-

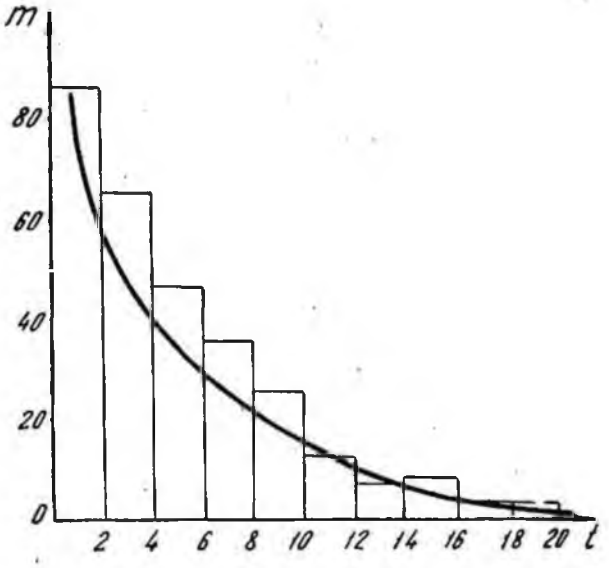


Рис. 1.

тока требований (наблюдения велись за одним краном, в пролете работало два крана), то параметр общего потока составляет:

$$\lambda_{общ} = \lambda \cdot 2 = 0{,}38250. \qquad (2)$$

В пролете 21 — рабочее место, обслуживаемое кранами, поэтому параметр потока требований от каждого

$$\lambda' = \frac{\lambda_{общ}}{21} = 0{,}01821. \qquad (3)$$

Таблица 2

№ п. п.	Интервалы времени, *мин.*	Середины интервалов *T мин*	m	m_p	$[m_p - m]$	$\frac{[m_p-m]^2}{m_p}$
1	0— 2	1	101	99,97	— 1,03	0,0106
2	2— 4	3	67	51,95	—15,05	2,4195
3	4— 6	5	52	33,83	—18,17	8,7590
4	6— 8	7	28	27,83	— 0,17	0,0010
5	8—10	9	20	18,13	— 1,87	0,1929
6	10—12	11	12	9,40	— 2,60	0,7191
7	12—14	13	7	6,14	— 0,86	0,1205
8	14—16	15	1	5,04	4,04	3,2388
9	16—18	17	1	3,29	2,29	1,5940
10	18—20	19	1	2,15	1,15	0,6151
		100	290			$\chi^2 = 12{,}67$

В табл. 2 приведены сгруппированные данные продолжительности выполнения отдельных операций кранами, полученные по резуль-

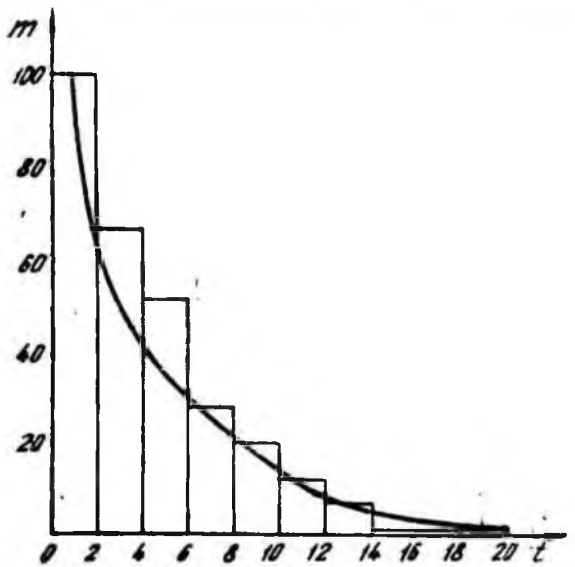


Рис. 2.

татам фотографий. Распределение их (рис. 2) также имеет показательный характер, поэтому выравнивание производилось по формуле.

$$\frac{m}{n} = \nu e^{-\nu t} \cdot \Delta t, \qquad (4)$$

где m — частота распределения продолжительностей обслуживания по интервалам времени;
n — общее число наблюдений;
Δt — единичный интервал времени; ($\Delta t = 2$ *мин*);
ν — искомый параметр времени обслуживания.

Как и в предыдущих расчетах, параметр показательного распределения определялся несколькими способами. Для расчетов принято

среднее значение $\nu=0{,}213367$. Проверка тесноты связи эмпирического и теоретического распределений по критерию Пирсона ($\chi^2=12{,}67$) также дала положительные результаты.

Как известно, наличие простейшего потока требований и показательного времени обслуживания дает возможность применить аналитические методы решения задачи. Поскольку количество рабочих мест в пролете и численность кранов ограничены, а обслуживание не упорядочено, то для расчетов показателей качества функционирования обслуживающей системы была избрана модель с неупорядоченным обслуживанием и ограниченным потоком требований (пуассоновского характера), а также показательным временем обслуживания и конечным числом обслуживающих аппаратов.

Вероятности различных состояний такой системы при различных качествах обслуживающих аппаратов рассчитываются по следующим формулам: [5]

$$P_k=\frac{S!}{k!\,(s-k)!}\cdot\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^k\cdot P_0 \text{ при } 1\leqslant k\leqslant r; \tag{5}$$

$$P_k=\frac{S!}{r!r^{k-r}\,(s-k)!}\cdot\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^k\cdot P_0 \text{ при } r<k\leqslant s; \tag{6}$$

$$P_0=\left[\sum_{k=0}^{r}\frac{S!}{k!\,(s-k)!}\cdot\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^k+\sum_{k=r+1}^{s}\frac{S!}{r!r^{k-r}\cdot(s-k)!}\cdot\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^k\right]^{-1}, \tag{7}$$

где P_k — вероятность того, что в данный момент точно k рабочих мест требуют кран;

r — число кранов;

s — число рабочих мест, которые обслуживают краны.

На пролете во время исследований работало $r^0=2$ крана. Однако, необходимо было знать показатели функционирования работы кранов при другой их численности (например, при $r=1$; 3).

С использованием формул (5) и (6) в табл. 3 рассчитаны отношения вероятности всех возможных состояний системы к вероятности нулевого ее состояния (P_0), т. е. к вероятности того, что в системе нет требований на обслуживание и все краны свободны. Умножением каждой колонки чисел табл. 3 на величину, обратную сумме их по той же колонке получена табл. 4, которая и представляет собой матрицу вероятностей всех возможных состояний системы массового обслуживания в пролете при различной численности кранов ($r=1$; 2; 3).

Таблица вероятностей различных состояний системы дает возможность вычислить целый ряд показателей качества ее функционирования. Так, с ее использованием может быть рассчитано среднее число рабочих мест, простаивающих в обслуживании и в ожидании,

$$M=\sum_{k=1}^{s}k\cdot P_k, \tag{8}$$

среднее число рабочих мест, ожидающих обслуживания (средняя длина очереди),

$$M_1=\sum_{k=r+1}^{s}(k-r)\cdot P_k \tag{9}$$

Таблица 3

k	$\frac{P_k}{P_0}$ при $r=1$	$\frac{P_k}{P_0}$ при $r=2$	$\frac{P_k}{P_0}$ при $r=3$
0	1,0000	1,0000	1,0000
1	1,7926	1,7926	1,7926
2	3,0610	1,5310	1,5310
3	4,9650	1,2420	0,8275
4	7,6300	0,9539	0,4162
5	11,0700	0,7066	0,2050
6	15,1200	0,4728	0,0934
7	19,3600	0,3027	0,0399
8	23,150	0,1809	0,0159
9	25,6800	0,1003	0,0059
10	26,3100	0,0514	0,0020
11	24,7100	0,0241	0,0006
12	21,0900	0,0103	0,0002
13	16,2000	0,0040	
14	11,0700	0,0014	
15	6,6880	0,0004	
16	3,3880		
17	1,4450		
18	0,4890		
19	0,1005		
20	0,0216		
21	0,0018		
	Σ 224,3426	Σ 8,3745	Σ 5,9303

Таблица 4

k	P_k при $r=1$	P_k при $r=2$	P_k при $r=3$
0	0,00446	0,11941	0,16863
1	0,00800	0,21407	0,30230
2	0,01365	0,18282	0,25817
3	0,02214	0,14831	0,13954
4	0,03403	0,11391	0,07018
5	0,04937	0,08438	0,03457
6	0,06744	0,05646	0,01575
7	0,08635	0,03615	0,00673
8	0,10325	0,02160	0,00268
9	0,11453	0,01198	0,00099
10	0,11734	0,00614	0,00034
11	0,11021	0,00288	0,00003
12	0,09406	0,00123	
13	0,07234	0,00048	
14	0,04937	0,00017	
15	0,02983	0,00005	
16	0,01511		
17	0,00614		
18	0,00218		
19	0,00045		
20	0,00010		
21	0,00000		
	0,99998	0,99999	0,99998

и среднее число свободных кранов

$$M_2 = \sum_{k=0}^{r-1} (r-k) \cdot P_k. \qquad (10)$$

При делении показателей M и M_1 на общее количество обслуживаемых рабочих мест в пролете (S), а показателя M_2 — на число кранов в данном варианте получаем (соответственно) коэффициент простоя рабочих мест U (рис. 3), коэффициент нахождения их в очереди на обслуживание d и коэффициент незанятости кранов h. Результаты всех этих расчетов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Показатели	$r=1$	$r=2$	$r=3$
M, ед.	9,34506	2,89182	1,86554
U	0,44500	0,13771	0,08884
$1-U$	0,55500	0,86229	0,91116
d	0,39759	0,06393	0,01122
M_1 ед.	8,34932	1,34263	0,23572
M_2 кранов	0,00446	0,45289	1,36886
h	0,00446	0,22644	0,45628
B, нормо-ч.	7478	11724	12389
C, коп/нормо-ч.	956,7	798, 6	786, 6
$З$, руб	71542	93631	97523

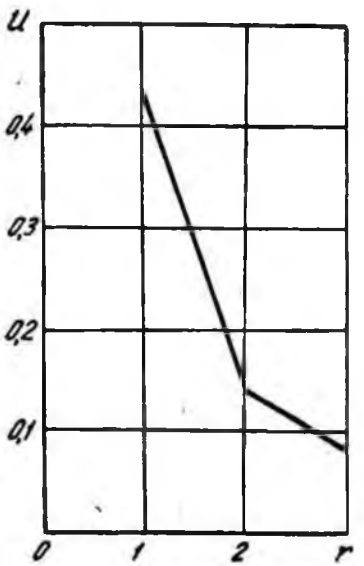


Рис. 3.

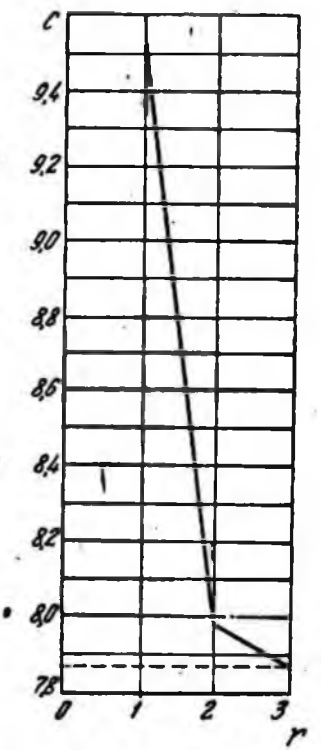


Рис. 4.

По полученным показателям можно сделать вывод о направлениях улучшения обслуживания рабочих мест электромостовыми кранами. Однако принятое решение во всех случаях должно быть обосновано экономически. При существующих во время исследований условиях ($r^0=2$, $U^0=0{,}13771$) пролет выпустил продукции $B^0=11724$ *нормо-ч.* в месяц, расходы на которую $З^0=93631$ руб., в том числе переменные $П^0$ — 58549 руб., условно-постоянные $К^0$ — 35082 руб. Среднемесячная заработная плата стропольщика и крановщика 0 — 166 руб. 54 коп.

В качестве критерия оптимальности, при выборе наилучшего варианта количества кранов, обслуживающих рабочие места, было принято изменение себестоимости (С, *коп./нормо-ч*) единицы выпускаемой продукции (рис. 4). При этом изменение выпуска продукции и переменных расходов на ее производство принимались пропорциональным изменению коэффициента работы ($1-U$). Величина условно-постоянных расходов изменялась только на величину расходов по содержанию крановщиков и стропольщиков. Таким образом, были получены экономические показатели, характеризующие различные варианты количества работающих кранов (см. табл. 5).

Анализ полученных данных показал, что количество кранов, работающих в пролете, не является оптимальным. Если увеличить количество кранов с 2 до 3, то себестоимость одного *нормо-ч.* будет снижена на 7,986 руб. — 7,866 руб. = 0,12 руб., годовой выпуск возрастет с 140688 *нормо-ч.* до 148668 *нормо-ч.*, т. е. на 7980 *нормо-ч.* и даст экономию 148688 × 0,12 руб. = 17840 руб.

Срок окупаемости крана при его стоимости 23080 руб. составит:

$$O_k = \frac{23080 \text{ руб.}}{17840 \text{ руб.}} = 1{,}29 \text{ года.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Алдохин. Оптимальное обслуживание оборудования основных цехов машиностроительных предприятий. Автореф. дисс., Харьков, 1966.
2. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.
3. А. К. Митропольский. Техника статистических вычислений. М., Физматгиз, 1961.
4. И. М. Разумов, Л. Я. Шухгальтер и др. Организация и планирование машиностроительного производства. М., «Машиностроение», 1967.
5. В. Я. Розенберг, А. И. Прохоров. Что такое теория массового обслуживания. М., «Советское радио», 1962.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ НОРМ ВРЕМЕНИ

Г. А. Веремей

Харьков

Как и всякому измерению, затратам рабочего времени присущи случайные и систематические отклонения или погрешности, обусловленные методом нормирования, а также действием многочисленных факторов, в большинстве своем не поддающихся контролю.

В результате нормирования затрат времени полученные нормативные данные являются средними величинами и установленные на их основе нормы практически не совпадают с фактическими затратами. Разность между ними следует рассматривать как погрешность нормирования.