

УДК 519.71

## ГИБРИДНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ РАСШИРЕНИЙ НЕЧЕТКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Е. И. Кучеренко<sup>1</sup>, Д. Е. Краснокутский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ХНУРЭ, Харьков, Украина, kucherenko@kture.kharkov.ua

<sup>2</sup>ХНУРЭ, Харьков, Украина, kuzzman@gmail.com

Сформулирована и решена задача расширения нечетких моделей на основе классов нейро-фаззи сетей Петри. Предложен комплекс утверждений, формализующих условия разрешенности переходов в условиях синхронизации нечетких процессов с использованием нечетких раскрашенных ингибиторных дуг сетей Петри.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА, НЕЧЕТКИЕ СЕТИ ПЕТРИ, ГАЗОРАС-ПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ.

### Введение

Ряд важных объектов промышленного назначения функционирует в условиях априорной неопределенности, характеризуется нечетким пространством состояний, что требует новых интеллектуальных подходов для повышения достоверности принимаемых решений. Следует также отметить, что современные объекты часто характеризуются функциональной и территориальной распределенностью [1], сложной иерархией взаимодействия их компонент [2]. Это ставит достаточно высокие требования к математическому аппарату и эффективности методов моделирования и анализа процессов предметной области.

Существующие подходы к построению и анализу систем управления и обработки данных в таких условиях [3, 4] обычно малоэффективны из-за их функциональной ограниченности, а в ряде случаев они не дают практических подходов к решению поставленных задач. Перспективным аппаратом построения систем является применение нечеткой логики Л. Заде, а для моделирования и анализа сложных процессов при решении комплекса поставленных задач целесообразным является использование аппарата сетей Петри (СП) [5] и его расширений [6, 7, 8].

Однако ординарные СП, возможные их расширения при решении прикладных задач обычно не учитывают или учитывают не в полной мере такие важные характеристики процессов, как нечеткость представления и обработки данных [5], сложное взаимодействие и динамику процессов в реальных системах [6]. Требуется также учет ряда дополнительных факторов для адекватного отображения предметной области. К ним, в первую очередь, следует отнести параметры времени, сложности, надежности, стоимости и другие, отображающие конкретные предметные области.

Существующие решения на основе интегрированных (СП (ИСП) [7] являются наиболее совершенными, но и они требуют новых решений. Поэтому работа является актуальной. В связи с этим

целесообразно рассмотреть возможность создания эффективных моделей, построенных на идеях и принципах нечеткой логики, теориях распределенных и иерархических систем и моделей.

Целью данной работы является повышение эффективности систем вычислительного интеллекта на основе разработки и внедрения математических моделей анализа и модификации нечетких динамических процессов, отображающих предметные области.

### 1. Постановка задачи

Пусть существует множество нечетких процессов  $\{PR_i^{(S)}\}, i \in I.$  (1)

Процессы (1) при целенаправленном взаимодействии на множестве декартова произведения

$$\{PR_k^{(S)}\} \times \{PR_l^{(S)}\} \times \dots \times \{PR_u^{(S)}\},$$

$$k \in K, l \in L, u \in U, K \subset I, L \subset I, U \subset I, \quad (2)$$

причем в общем случае для (2) справедливо

$$K \cap L \cap U = \emptyset,$$

реализуют некоторый комплекс взаимодействующих задач  $T_s$ . Задачи  $T_s$  определены согласно логики функционирования сложного объекта.

Процессы (1) и их взаимодействие (2) могут быть синхронизированы, развиваться во времени  $t$ , могут быть определены в детерминированном, вероятностном, нечетком пространствах состояний.

Необходимо предложить подходы к построению и реализации таких моделей, адекватно отображающих процессы (1) и взаимодействие (2) реальных объектов и систем.

### 2. Построение модифицированных математических моделей с использованием нечеткой логики

Как показал предварительный анализ, перспективным и целесообразным для решения поставленной задачи является применение нечетких СП и их модификаций.

Учитывая изложенное выше, существенные ограничения и недостатки известных моделей, в исследованиях [7] предложены новые решения и подходы к дальнейшему развитию идей по построению математических моделей. Рассмотрены классы нечетких сетевых моделей (НСМ), которые интегрируют преимущества моделей на основе СП и нейро-фаззи сетей (НФС). Они во многом свободны от недостатков и ограничений образующих их моделей.

Математическую НСМ представим как:

$$\tilde{S}(f) = \langle \tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}(f), \tilde{M}(f)_0, L \rangle, \quad (3)$$

где  $\tilde{P} = \{\tilde{p}_j : \mu_{\tilde{p}_j}(k)\}$  — конечное множество нечетких позиций  $\tilde{p}_j$ ,  $\mu_{\tilde{p}_j}(k)$  — функция принадлежности  $j$ -й нечеткой позиции множеству  $\tilde{P}$ ,  $k$  — некоторая переменная, определяющая аргумент функции  $\mu_{\tilde{p}_j}(k)$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $\tilde{P} \neq \emptyset$ ,  $|\tilde{P}| = m$ ;  $\tilde{T} = \{\tilde{t}_i : \mu_{\tilde{t}_i}(k)\}$  — конечное множество нечетких переходов  $\tilde{t}_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\tilde{T} \neq \emptyset$ ,  $|\tilde{T}| = n$ ;  $\mu_{\tilde{t}_i}(k)$  — функция принадлежности  $i$ -го нечеткого перехода,  $\tilde{F}(f) : (\tilde{P} \times \tilde{T}) \cup (\tilde{T} \times \tilde{P}) \rightarrow \{x_{ij}(k), y_{ij}(k)\}$  — нечеткая функция инцидентностей  $\tilde{P}$  и  $\tilde{T}$ ,  $x_{ij}(k)$ ,  $y_{ij}(k)$  — функции принадлежности входной и выходной инцидентностей некоторых нечетких позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  и нечетких переходов  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$ .

Начальное пространство состояний определяется вектором нечеткого начального маркирования  $\tilde{M}(f)_0$  нечетких позиций  $\tilde{P}$  модели. Тогда

$$\tilde{M}(f)_0 = \{\tilde{M}(F) : z_{\tilde{p}_j}(k),$$

$\tilde{M}(\tilde{p}_j) \rightarrow [0, 1]$  — нечеткое маркирование нечеткой позиции  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  НСМ,  $z_{\tilde{p}_j}(k)$  — функция принадлежности маркирования  $j$ -ой нечеткой позиции  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$ ;  $L$  — некоторый предикат от множества переменных  $\{x_u\}$ ,  $u \in U$ .

С увеличением размерности моделируемой системы эффективность подходов построения НСМ уменьшается из-за большой размерности модели и необходимости учета множества дополнительных параметров, характеристик, условий  $\{x_u\}$ ,  $u \in U$ .

Действенным средством снижения размерности сетевых моделей можно считать раскрашенные нечеткие сети Петри.

В работе [7] введено понятие сетей, которые представлены следующим образом:

$$\tilde{S}_C(f) = \langle \tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}_C(f), \tilde{M}_{oc}(f), \tilde{M}_C(f), L\{x_u\}, \tilde{C}, \tilde{V}, \tilde{K} \rangle, \quad (4)$$

где  $\tilde{P}$  — множество нечетких позиций;  $\tilde{T}$  — множество нечетких переходов;  $L\{x_u\}$ ,  $u \in U$  — некоторый предикат, отнесенный на модели к множеству позиций, переходов, функции инцидентности в

пространстве состояний нечетких взаимодействующих процессов и определяющий дополнительные условия выполнения переходов;

$$\tilde{F}_C(f) = (\tilde{P} \times \tilde{T}) \cup (\tilde{T} \times \tilde{P}) \quad (5)$$

нечеткая функция инцидентностей сети  $\tilde{S}_C(f)$ ;  $\tilde{C}$  — функция цвета маркера, определяющая в данном случае цвет  $C$  каждого из маркеров  $\tilde{M}(\tilde{p}_j)$  для позиций сети;  $\tilde{V}$  — условия срабатывания переходов в зависимости от цвета маркера;  $\tilde{K}$  — емкость маркеров в позициях с учетом  $\tilde{C}$ ;  $\tilde{M}_C(f)_0$  — вектор начальной маркировки;  $\tilde{M}_C(f)$  — вектор текущей маркировки.

Как следует из (4), сеть интегрирует сеть (3) и преимущества раскрашенных СП [5]. Ввод предиката  $L\{x_u\}$ ,  $u \in U$  в модель (4), а также ввод свойств  $\tilde{C}$ ,  $\tilde{V}$ ,  $\tilde{K}$  существенно увеличивает возможности модели по сравнению с существующими подходами. Все это позволяет нам рассматривать (4) как существенное расширение существующих нечетких моделей.

Однако в сетях (4) отсутствуют средства синхронизации выполнения переходов из  $\tilde{T}$ , их применение затруднено при моделировании процессов, для которых актуальна их синхронизация. В связи с этим введем в функцию инцидентности сети раскрашенные ингибиторные дуги. Существующие подходы к применению ингибиторных дуг [5] основаны на множестве  $\{0, 1\}$ , что в реальных системах в нечетком пространстве состояний плохо применимо.

**Утверждение 1.** Если задана сеть ИСП<sub>2</sub>, то для синхронизации выполнения некоторых нечетких переходов

$$\exists t_i(sn) \in \tilde{T} \quad (6)$$

во входную компоненту  $In = \tilde{P} \times \tilde{T}$  ее функции инцидентности  $\tilde{F}(f) = (\tilde{P} \times \tilde{T}) \cup (\tilde{T} \times \tilde{P})$  достаточно ввести нечеткие ингибиторные (запрещающие) дуги

$$Arc(sn)_\alpha \in \{Arc_p\}, \alpha \in A, \beta \in B, A \subseteq B. \quad (7)$$

Справедливость утверждения 1 непосредственно следует из определения ингибиторной дуги [5]. Введение же свойств цвета и нечеткости расширяет функцию ингибиторной дуги (7).

Пусть существует некоторый разрешенный переход (6) сети (4) [7]. Определим для него дополнительные условия разрешенности с учетом ввода дуги (7).

**Утверждение 2.** Некоторый переход (6) разрешен, если для него дополнительно существует входная дуга (7) от инцидентной входной позиции  $p_j \in \{p_j(in)\}$  и справедливо

$$\begin{aligned} \exists t_i(sn) \in \tilde{T} | (((\tilde{M}_C(f)_{p_j \in \tilde{P}_i(m)}) = 0) \& \\ \&(x_{y_j}(k) > x_{y_j}(k)^*)) \& (\tilde{V}_C(sn) = \text{true})), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\tilde{V}_C(sn)$  — условия срабатывания переходов в зависимости от цвета маркера.

Справедливость утверждения 2 следует из условий функционирования входной ингибиторной дуги данного перехода с учетом ввода дополнительно функции цвета и допустимого нижнего порогового значения функции принадлежности  $x_{y_j}(k)^*$ .

**Утверждение 3.** Если существует модель (4) и для некоторых переходов (6) введены дополнительно нечеткие ингибиторные дуги (6), то ее функция инцидентности может быть представлена, как

$$\tilde{F}_C^M = \tilde{F}_C(f) \cup \tilde{F}_C(Arc), \quad (9)$$

где  $\tilde{F}_C(Arc)$  — входная инцидентность некоторого перехода (6), определяемая ингибиторной дугой (7).

Справедливость утверждения 3 определяется сущностью функции инцидентности (5) и предлагаемой в работе конструкции на основе нечетких ингибиторных дуг (7).

Тогда предлагаемая в работе модель может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_C^{(M)}(f) = \langle \tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{F}_C^{(M)}(f), \tilde{M}_{0C}(f), \\ \tilde{M}_C(f), L(x_u), \tilde{C}, \tilde{V}, \tilde{K} \rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Для отображения и формализации процессов на модели в работе [7] сформулированы следующие правила интерпретации компонент модели:

- множество нечетких переходов  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  интерпретирует множество нечетких действий  $\{\tilde{d}_r\}, r \in R$  моделируемых нечетких процессов;
- множество нечетких позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  НСМ  $\tilde{S}(f)$  интерпретирует множество нечетких условий  $\tilde{U}_l, l \in L$  выполнения множества нечетких действий  $\{\tilde{d}_r\}$ ;
- динамика моделируемых процессов интерпретируется перемещением нечетких меток на множестве нечетких позиций  $\{\tilde{p}_j\}$  через множество разрешенных нечетких им инцидентных переходов;
- функция цвета маркера  $\tilde{C}$ , определяющая в данном случае цвет  $c$  каждого из маркеров  $\tilde{M}(\tilde{p}_j)$  для позиций сети, интерпретирует множество признаков маркера, отображающего некоторую физическую сущность объекта моделирования;
- пространство состояний  $\{\tilde{A}_j\}, j \in J$  динамических взаимодействующих нечетких процессов интерпретируется множеством векторов маркирования  $\{\tilde{M}(f)_s\}, s \in S$  множества позиций  $\{\tilde{p}_j\}$  в пространстве состояний НСМ.

**Замечание.** НСМ, построенные на расширении нечетких СП  $\tilde{S}_C^{(M)}(f)$ , обладая значительными функциональными возможностями моделирования, не всегда позволяют эффективно исследовать также сложные процессы типа временных рядов, решать задачи идентификации, прогнозирования для непрерывных и дискретных процессов. Этими свойствами обладают искусственные нейронные сети и их расширения — нейро-фаззи сети (НФС) [7, 9, 10].

В связи с этим целесообразно рассмотреть возможность применения НФС в составе расширений НСМ.

### 3. Развитие НСМ на основе интеграции расширений нечетких сетей Петри и нейро-фаззи сетей

В задачах моделирования сложных интеллектуальных систем большой размерности моделями на основе сетей (10) может также возникнуть проблема, связанная с недопустимо большой размерностью модели. Это снижает ее преимущества и делает слабо адаптируемой к объекту моделирования.

Таким образом, как уже отмечалось выше, для снижения размерности модели удобно применить модели на основе интеграции сетей класса (10) и НФС. Такой подход концентрирует преимущества и достоинства образующих моделей, а также снижает размерность и расширяет их возможности [7].

**Утверждение 4.** Пусть существует расширенная модель  $\tilde{S}_C^{(M)}(f)$  и модель на основе НФС  $\tilde{S}_N(f)$ , и интеграция этих моделей

$$\tilde{S}^{(Int)}(f) = \tilde{S}_C^{(M)}(f) \cup \tilde{S}_N(f) \quad (11)$$

может быть представлена в виде реализации следующих действий:

— для некоторых переходов  $\tilde{t}_i \in \tilde{T}$  введены дополнительно процедуры

$$\tilde{P}r_{ki} \in \{\tilde{P}r_k\}, k \in K, i \in I; \quad (12)$$

— для некоторых позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  введены дополнительно процедуры

$$\tilde{P}r_{kj} \in \{\tilde{P}r_k\}, k \in K, j \in J; \quad (13)$$

— для некоторых маркировок позиций  $\tilde{M}_{C\alpha}(\tilde{p}_j) \in \tilde{M}_C(f)$  с учетом цвета маркера введены дополнительно процедуры

$$\tilde{P}r_{k\tilde{M}(\tilde{p}_j)} \in \{\tilde{P}r_k\}, k \in K, j \in J, \quad (14)$$

причем процедуры (12), (13), (14) реализуются моделями на основе сетей  $\tilde{S}_N(f)$ .

Справедливость утверждения 4 непосредственно следует из определения моделей на основе сетей  $\tilde{S}_C^{(M)}(f)$  и возможности реализации процедур  $\tilde{P}r_k, k \in K$  моделями на основе сетей  $\tilde{S}_N(f)$ .

Результаты выполнения процедур (12), (13), (14) определяют дополнительные условия разрешенности (8) переходов  $\tilde{l}_i \in \tilde{T}$  и маркирования позиций  $\tilde{p}_j \in \tilde{P}$  с учетом цвета маркирования  $\tilde{M}_{C_a}(\tilde{p}_j) \in \tilde{M}_C(f)$  при моделировании сложных процессов моделями на основе сетей  $\tilde{S}_N(f)$ . Обозначив разрешенность некоторого перехода сети  $\tilde{S}_C^{(M)}(f)$  с учетом (8) как  $\tilde{R}_C^{(M)}(f)$ , сформулируем следующее утверждение.

**Утверждение 5.** Если существует сеть  $\tilde{S}^{(Int)}(f)$  (11), то разрешенность ее переходов может быть представлена в виде:

$$\tilde{R}_C^{(Int)}(f) = (R_C^{(M)}(f) = \text{true}) \& \& (\tilde{P}r_k \in \{\tilde{P}r_k\} | \tilde{P}r_k = \text{true}). \quad (15)$$

Справедливость (15) непосредственно следует из условия разрешенности переходов [7], а также выражений (8), (11) и условия истинности выполнения процедур (12), (13), (14).

#### 4. Приложения научных результатов

Важным направлением повышения уровня конкурентоспособности производственных объектов является контроль и оценка технического состояния ресурсов как в текущее время, так и в прогнозном будущем на основе интеллектуальных средств принятия решений.

Особенно это актуально в системах газотранспортных и газораспределительных магистралей регионов Украины. При этом необходимо учитывать как объективные, так и субъективные факторы, способные влиять на объект контроля. Важными составляющими являются также влияние метеорологических факторов, физико-химической составляющей среды функционирования трубопроводов, состав объекта транспортировки. Большинство существующих факторов плохо формализуемы, и их влияние может быть выполнено на основе нечетких оценок экспертов.

Для решения актуальных задач оценки состояния объекта в нечетких условиях авторами предложены подходы с использованием научных результатов данной работы. В практических реализациях реального объекта внедрение позволило, по оценкам экспертов, существенно повысить достоверность принимаемых решений по оценке состояния объекта, что подтверждено внедрениями.

#### Выводы

1. Сформулирована и решена задача расширения модели на основе классов нейро-фаззи сетей Петри, которая отличается от существующих подходов наличием средств синхронизации нечетких процессов с использованием впервые введенных нечетких раскрашенных ингибиторных дуг сетей Петри.

2. Предложен комплекс утверждений, формализующих условия разрешенности переходов в условиях синхронизации нечетких процессов на основе нечетких раскрашенных ингибиторных дуг сетей Петри, что позволяет адекватно отображать и моделировать реальные процессы предметных областей.

3. Внедрение научных результатов в задачах оперативного контроля состояния газотранспортных и газораспределительных магистралей региона подтвердило эффективность и достоверность предложенных подходов.

4. Перспективным направлением дальнейших исследований является адаптация разработок на иерархические и распределенные плохо формализуемые объекты различного назначения.

**Список литературы:** 1. Вейцман К. Распределенные системы мини- и микроЭВМ: Пер. с англ. / Под ред. Васильева Г.П. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 362 с. 2. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. — М.: Мир, 1976. — 344 с. 3. Дмитриев А.К., Мальцев П.А. Основы теории построения и контроля сложных систем. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1988. — 192 с. 4. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. — М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1983. — 350 с. 5. Murata T. Temporal uncertainty and fuzzy-timing high-level Petri nets // Proc. 17th Int. Conf. of Application and Theory of PNs, Osaka, Japan, June 26 / IEEE Computer Society Press. — Los Alamitos, CA, 1996. — P. 11–28. 6. Pedrycz W., Gomide F. A generalized fuzzy Petri net model // IEEE Trans. on Fuzzy System. — 1994. — 2. — № 4. — P. 295–301. 7. Бодянский Е.В., Кучеренко Е.И., Михалев А.И. Нейро-фаззи сети Петри в задачах моделирования сложных систем / Монография — наукове видання. — Дніпропетровськ: Системні технології. — 311 с. 8. Koriem S.M. A fuzzy Petri net tool for modeling and verification of knowledge — Based Systems // The Computer Journal. — 2000. — 43. — № 3. — P. 206–223. 9. Руденко О.Г., Бодянский Е.В. Основы теории искусственных нейронных сетей. — Харьков: Телетех, 2002. — 317 с. 10. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польск. И.Д. Русинского. — М.: Горячая линия — Телеком, 2004. — 452 с.

Поступила в редколлегию 02.03.07