

К ВЫВОДУ УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАТОРОВ ДЛЯ МЕТОДА МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Метод мгновенных значений является одним из базовых при спектральном моделировании СВЧ-приборов [1]. В его основе лежит пренебрежение запаздывающими потенциалами в пределах расстояний, сравнимых с периодом замедляющей системы (ЗС), которая рассматривается как колебательная система с N степенями свободы, где N – число ячеек. Предположение о квазистатичности электрического поля в окрестности n -й ячейки позволяет пренебречь частотной зависимостью структуры поля ее парциального вида. Как следствие, даже в случае немонохроматичных полей решение трехмерного волнового уравнения для каждого резонатора ЗС может быть записано методом Фурье в виде ряда по собственным колебаниям полости $E_{0pn}(x, y, z)$ с коэффициентами $T_{pn}(t)$, зависящими от времени по произвольному закону (p – номер парциального вида колебаний ячейки или, что то же самое, номер полосы пропускания ЗС).

Очевидно, что вышеуказанные приближения корректны лишь при относительно слабом взаимодействии ячеек, когда энергия электромагнитного поля в резонаторах существенно превышает энергию поля в элементах связи. Таким образом, метод мгновенных значений пригоден только для ЗС в виде цепочек связанных резонаторов (ЦСР). С другой стороны, квазистатичность поля парциального вида ячейки ЗС является достаточным, но не обязательным условием применимости этого метода. Необходимо лишь, чтобы в анализируемой полосе частот можно было пренебречь частотными зависимостями структуры поля и энергии интересующего нас парциального вида.

Для простоты ограничимся рассмотрением только одной полосы пропускания ЗС, тем более что результаты от этого не станут менее общими. Действительно, если полосы пропускания не перекрываются по частоте, уравнение возбуждения ЦСР можно решать независимо для каждого p -го парциального вида ячейки, формирующего ту или иную полосу. Другими словами, p -й и pp -й виды различных резонаторов следует считать несвязанными, если $p \neq pp$. Систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка для мгновенных значений $T_n(t)$ напряженности поля парциальных видов колебаний каждой ячейки ЦСР можно записать в матричной форме:

$$\frac{d^2 \Gamma}{dt^2} + 2 \|\delta_0\| \frac{d\Gamma}{dt} + \|\omega_0^2\| \Gamma = -\frac{1}{2} \|W_0\|^{-1} \int_V E_0 \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV. \quad (1)$$

Здесь $\Gamma(t)$ – вектор временных функций соленоидального электрического поля в ячейках; $\|\omega_0^2\|$ – матрица квадратов собственных частот и коэффициентов связи парциальных видов ячеек; $\|\delta_0\|$ – матрица коэффициентов затухания; $\|W_0\|$ – матрица единичных энергий; $E_0(x, y, z)$ – вектор единичных структурных функций электрического поля парциальных видов колебаний ячеек ЗС; $j_{exc}(t, x, y, z)$ – плотность возбуждающего (exciting) тока. Под единичными понимаются структурная функция собственного вида n -го резонатора и энергии поля в n -й полости и элементах связи с ней при условии, что $T_n = 1$, $T_m = 0$ ($mn \neq n$). Интегрирование производится по объемам, в которых функции $E_{0n}(x, y, z)$ отличны от нуля, или по всему пространству прибора.

Линейность уравнения возбуждения (1) обусловлена независимостью структуры поля парциального вида от частоты. Решая его, получаем мгновенные значения электрического поля во всех ячейках ЗС. Напряженность соленоидального электрического поля в произвольной точке пространства прибора в текущий момент времени вычисляется по формуле:

$$E(t, x, y, z) = \sum_n E_{0n}(x, y, z) T_n(t), \quad (2)$$

где суммирование осуществляется по всем ячейкам ЗС, единичная структурная функция которых отлична от нуля в данной точке.

Расчет матриц $\|\omega_0^2\|$, $\|\delta_0\|$ и $\|W_0\|$ для неоднородной ЗС достаточно затруднителен. Учитывая, что в большинстве СВЧ-приборов (кроме разнорезонаторных магнетронов) используются однородные ЗС, введем дополнительное предположение об одинаковости значений электродинамических параметров всех ячеек. Внешний вид уравнения (1) при этом не изменится, упростится только форма

вышеуказанных матриц. Например, для ЗС из трех ячеек матрица квадратов собственных частот и коэффициентов связи примет вид:

$$\|\omega_0^2\| = \begin{bmatrix} \omega_{00}^2 & \omega_{01}^2 & \omega_{02}^2 \\ \omega_{01}^2 & \omega_{00}^2 & \omega_{01}^2 \\ \omega_{02}^2 & \omega_{01}^2 & \omega_{00}^2 \end{bmatrix}.$$

Здесь ω_{00}^2 – квадрат собственной парциальной частоты вида колебаний резонатора; ω_{01}^2 – коэффициент связи этого вида с аналогичным видом близлежащего резонатора; ω_{02}^2 – коэффициент связи с видом колебаний резонатора, расположенного через один. Матрицы коэффициентов затухания и единичных энергий имеют схожую форму. Например, δ_{00} – парциальный коэффициент затухания вида колебаний резонатора; δ_{01} – взаимное затухание между двумя соседними ячейками; W_{00} – единичная парциальная энергия вида колебаний; W_{01} – единичная энергия связи для двух близлежащих ячеек и т.д. Коэффициенты на главной диагонали всегда положительны, все остальные могут иметь как положительный, так и отрицательный знак.

Уравнение (1) получено феноменологически, по аналогии с матричными уравнениями для напряжений в квазистационарных цепях [2]. Строгий электродинамический вывод его применительно к произвольной замедляющей системе, по-видимому, невозможен. Поэтому ограничимся следующим компромиссом. Докажем корректность уравнения (1) для двух простейших конструкций ЗС, с тем чтобы в дальнейшем применять его без дополнительных доказательств ко всем остальным системам. За основу выберем ЦСР с квазистатическими активно-индуктивными и активно-емкостными связями в виде диссипативных витков и штырей соответственно. В качестве исходного возьмем уравнение возбуждения обособленного резонатора из работы [3]:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + 2\delta_0 \frac{dT}{dt} + \omega_0^2 T = -\frac{1}{2W_0 V} \int E_0 \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV, \quad (3)$$

где ω_0 , δ_0 , W_0 – собственная частота, коэффициент затухания и единичная энергия вида колебаний в резонаторе; $E_0(x,y,z)$ – единичная структурная функция электрического поля этого же вида.

ЦСР с активно-индуктивными связями

Рассмотрим последовательность одинаковых объемных резонаторов, каждый из которых связан с двумя ближайшими посредством элементов индуктивной связи – витков (рис. 1а), изготовленных из металла с конечной поверхностной проводимостью. Если размеры элемента связи достаточно малы по сравнению с величиной резонатора, структуры поля собственных видов колебаний можно считать такими же, как в аналогичном обособленном резонаторе, а связь между ячейками и изменение собственных частот видов учитывать путем рассмотрения дополнительных токов в витках связи. При этом к плотности возбуждающего тока $j_{exc}(t,x,y,z)$ в уравнении (3) для n -й ячейки добавляются две компоненты: ток в элементе связи (coupling) с предыдущим резонатором $j_{coup\ n-1,n}$ и ток в элементе связи с последующим резонатором $j_{coup\ n,n+1}$:

$$j_{exc\ n} = j_{exc} + j_{coup\ n-1,n} + j_{coup\ n,n+1}.$$

В результате уравнение возбуждения (3) перепишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T_n}{dt^2} + 2\delta_0 \frac{dT_n}{dt} + \omega_0^2 T_n = \\ = -\frac{1}{2W_0} \left(\int_{V_n} E_{0n} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV + \int_{V_n} E_{0n} \frac{\partial j_{coup\ n-1,n}}{\partial t} dV + \int_{V_n} E_{0n} \frac{\partial j_{coup\ n,n+1}}{\partial t} dV \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где V_n – объем n -го резонатора. При невозможности установить четкую границу между резонаторами, в качестве V_n следует брать пространство, где функция $E_{0n}(x,y,z)$ отлична от нуля, или весь объем системы.

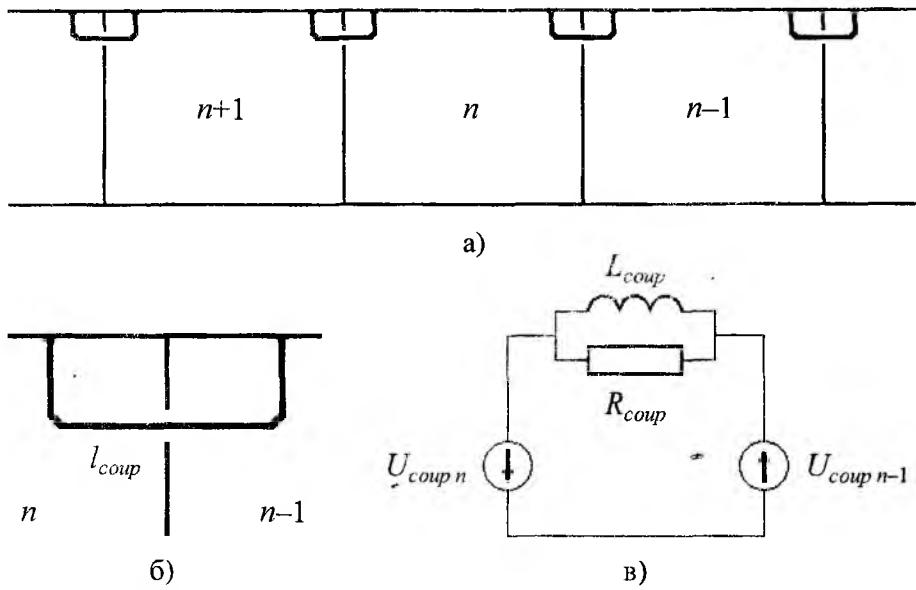


Рис. 1

Пусть проводник, из которого изготовлен виток связи, настолько тонкий, что можно пренебречь изменением единичной структурной функции в его поперечном сечении. Тогда интеграл по объему занимаемому током j_{coup} , преобразуется в интеграл по длине витка l_{coup} (рис. 1б):

$$\int_{V_n} E_{0n}(x,y,z) \frac{\partial j_{coup n-1,n}(t,x,y,z)}{\partial t} dV = \int_{l_{coup n-1,n}} E_{0n}(l) l(l) \frac{\partial i_{coup n-1,n}(t,l)}{\partial t} dl,$$

$$\int_{V_n} E_{0n}(x,y,z) \frac{\partial j_{coup n,n+1}(t,x,y,z)}{\partial t} dV = \int_{l_{coup n,n+1}} E_{0n}(l) l(l) \frac{\partial i_{coup n,n+1}(t,l)}{\partial t} dl, \quad (5)$$

где $i_{coup}(t,l)$ – ток в витке; $l(l)$ – единичный вектор, тангенциальный к витку в данной его точке.

Чтобы найти производную по времени от тока i_{coup} , рассмотрим виток между ячейками $n-1$ и n как квазистационарную цепь (что допустимо вследствие его малых размеров) и построим для него эквивалентную схему, изображенную на рис. 1в. Здесь L_{coup} – эквивалентная индуктивность витка R_{coup} – его эквивалентное активное сопротивление; $U_{coup n-1}$ – ЭДС, индуцируемая в витке частичным видом колебаний предыдущей ячейки; $U_{coup n}$ – ЭДС, индуцируемая частичным видом рассматриваемой ячейки. Емкостью витка пренебрегаем. Аналогичная схема строится для элемента связи между ячейками n и $n+1$. Очевидно, что в таком приближении ток i_{coup} одинаков на всей длине элемента связи, а его полные производные по времени для обоих элементов запишутся как:

$$\frac{di_{coup n-1,n}}{dt} = \frac{1}{R_{coup}} \left(\frac{dU_{coup n-1}}{dt} + \frac{dU_{coup n}}{dt} \right) + \frac{1}{L_{coup}} (U_{coup n-1} + U_{coup n}),$$

$$\frac{di_{coup n,n+1}}{dt} = \frac{1}{R_{coup}} \left(\frac{dU_{coup n}}{dt} + \frac{dU_{coup n+1}}{dt} \right) + \frac{1}{L_{coup}} (U_{coup n} + U_{coup n+1}). \quad (6)$$

В соответствии с использованным ранее предположением, при расчете тока i_{coup} учтен только один частичный вид колебаний в каждой ячейке ЗС.

Индукцированные в витках ЭДС находим по формулам:

$$U_{coup\ n-1} = T_{n-1} \int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n-1}(l) l(l) dl,$$

$$U_{coup\ n} = T_n \int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \quad (7)$$

для одного из них и

$$U_{coup\ n} = T_n \int_{l_{coup\ n, n+1}} E_{0n}(l) l(l) dl,$$

$$U_{coup\ n+1} = T_{n+1} \int_{l_{coup\ n, n+1}} E_{0n+1}(l) l(l) dl \quad (8)$$

для второго.

Определим квадрат собственной парциальной частоты резонатора:

$$\omega_{00}^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{2W_0 L_{coup}} \left[\left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 + \left(\int_{l_{coup\ n, n+1}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Парциальный коэффициент затухания резонатора запишем в виде:

$$\delta_{00} = \delta_0 + \frac{1}{4W_0 R_{coup}} \left[\left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 + \left(\int_{l_{coup\ n, n+1}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Ввиду однородности цепочки, значение коэффициента связи парциальных видов колебаний двух произвольных пар соседних резонаторов одно и то же. Определим его, например, как:

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{2W_0 L_{coup}} \left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n-1}(l) l(l) dl \right) \cdot \left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right). \quad (11)$$

Аналогично коэффициент затухания в элементе связи равен:

$$\delta_{01} = \frac{1}{4W_0 R_{coup}} \left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n-1}(l) l(l) dl \right) \cdot \left(\int_{l_{coup\ n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right). \quad (12)$$

Единичная парциальная энергия вида колебаний резонатора W_{00} и единичная энергия связи W_{01} :

$$W_{00} = W_0, \quad W_{01} = 0. \quad (13)$$

Подставляя выражения (5) – (8) в уравнение (4) с учетом определений (9) – (13), получаем окончательный вид уравнения возбуждения для системы с активно-индуктивными связями:

$$\frac{d^2 T_n}{dt^2} + 2\delta_{01} \frac{dT_{n-1}}{dt} + 2\delta_{00} \frac{dT_n}{dt} + 2\delta_{01} \frac{dT_{n+1}}{dt} + \omega_{01}^2 T_{n-1} + \omega_{00}^2 T_n + \omega_{01}^2 T_{n+1} = -\frac{1}{2W_{00} V_n} \int E_{0n} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV. \quad (14)$$

Проанализируем уравнение (14). Видно, что оно является подмножеством общего матричного уравнения (1) при условии учета связи каждой ячейки только с двумя ближайшими. Характерно, что

матрица единичных энергий $\|W_0\|$ имеет диагональную форму, поскольку в элементах индуктивной связи энергия электрического поля не запасается. Матрицы коэффициентов $\|\omega_0^2\|$ и $\|\delta_0\|$ имеют отличные от нуля элементы только на главной и двух соседних с ней диагоналях.

Знак коэффициентов связи и коэффициентов затухания в элементах связи может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от конфигурации поля парциального вида колебания и конструкции витка. Если колебание имеет зеркальную относительно средней плоскости поперечного сечения резонатора структуру магнитного поля (например, колебания H_{102} или H_{104} в прямоугольной полости, где последний индекс соответствует направлению распространения волны в ЗС), эти коэффициенты положительны. При противоположной структуре (как у колебаний H_{101} или H_{103}) коэффициенты отрицательны. Картина становится обратной, если виток связи выполнить в форме восьмерки (т.е. изменить направление циркуляции тока в одной его половине).

Знак вышеуказанных коэффициентов определяет направление изменения частоты нормальных колебаний и затухания замедляющей системы в целом при переходе от 0-вида к π -виду. При положительных коэффициентах наименьшая нормальная частота ω_q и наименьший коэффициент затухания δ_q достигаются на π -виде, при отрицательных – на 0-виде.

ЦСР с активно-емкостными связями

Рассмотрим последовательность однотипных объемных резонаторов с емкостными связями в виде изогнутых штырей (рис. 2а), концы которых закреплены в держателях из диэлектрика с конечным сопротивлением. Сохраним в силе ранее введенные допущения и предположения относительно размеров элементов связи. На рис. 2б символом l_{coup} теперь обозначена длина штыря. На рис. 2в приведена эквивалентная схема элемента емкостной связи. C_{coup} – эквивалентная емкость штыря; R_{coup} – эквивалентное активное сопротивление шунтирующего его держателя; $U_{coup\ n-1}$ – ЭДС, индуцируемая в штыре парциальным видом колебания предыдущей ячейки; $U_{coup\ n}$ – ЭДС, индуцируемая парциальным видом рассматриваемой ячейки. Индуктивностью штыря пренебрегаем.

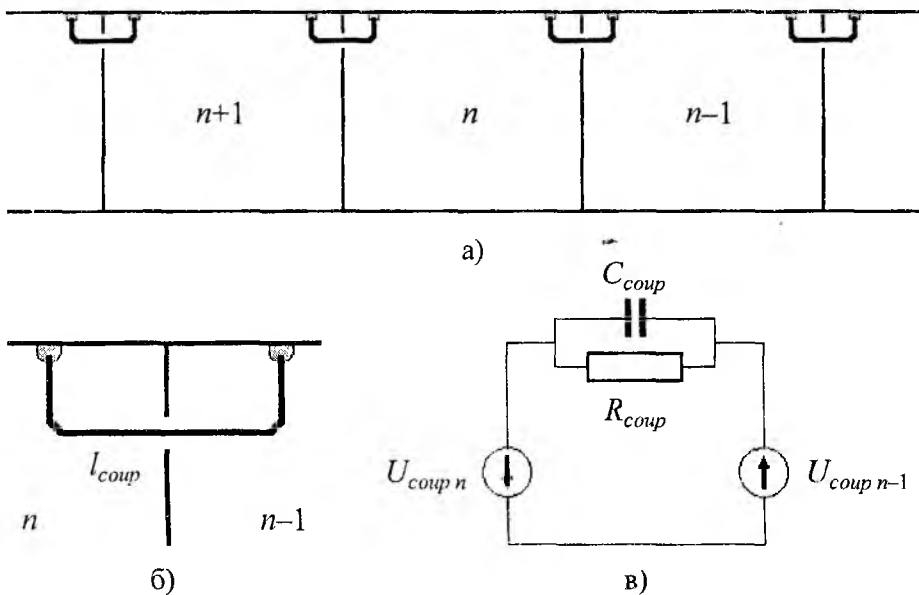


Рис. 2

Очевидно, что в данном случае ток i_{coup} нельзя полагать одним и тем же на всей длине элемента связи. Однако мы можем, как это часто делается в теории антенн, ввести некоторую действующую длину штыря $l_{coup\ e}$ и считать ток i_{coup} одинаковым по всей действующей длине. Тогда его полные производные по времени для обоих элементов запишутся как:

$$\frac{di_{coup\ n-1, n}}{dt} = C_{coup} \left(\frac{d^2 U_{coup\ n-1}}{dt^2} + \frac{d^2 U_{coup\ n}}{dt^2} \right) + \frac{1}{R_{coup}} \left(\frac{dU_{coup\ n-1}}{dt} + \frac{dU_{coup\ n}}{dt} \right),$$

$$\frac{di_{coupn,n+1}}{dt} = C_{coup} \left(\frac{d^2 U_{coupn}}{dt^2} + \frac{d^2 U_{coupn+1}}{dt^2} \right) + \frac{1}{R_{coup}} \left(\frac{dU_{coupn}}{dt} + \frac{dU_{coupn+1}}{dt} \right). \quad (15)$$

Индукцированные в штырях ЭДС находим по формулам (7) и (8), заменив в них l_{coup} на $l_{coup e}$.

Определим в качестве вспомогательных (auxiliary) величин нормированную единичную парциальную энергию вида колебаний W^a_{00} и нормированную единичную энергию связи W^a_{01} . Нормировка осуществляется к единичной энергии этого вида колебаний W_0 обособленного резонатора:

$$W^a_{00} = 1 + \frac{C_{coup}}{2W_0} \left[\left(\int_{l_{coup e, n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 + \left(\int_{l_{coup e, n, n+1}} E_{0n}(l) l(l) dl \right)^2 \right], \quad (16)$$

$$W^a_{01} = \frac{C_{coup}}{2W_0} \left(\int_{l_{coup e, n-1, n}} E_{0n-1}(l) l(l) dl \right) \cdot \left(\int_{l_{coup e, n-1, n}} E_{0n}(l) l(l) dl \right). \quad (17)$$

Определим также вспомогательный парциальный коэффициент затухания δ^a_{00} и вспомогательный коэффициент затухания в элементе связи δ^a_{01} . Они вычисляются по формулам (10) и (12) при условии замены в них l_{coup} на $l_{coup e}$.

Используя перечисленные вспомогательные величины и повторяя действия, описанные выше для системы с индуктивными связями, приходим к промежуточному виду уравнения возбуждения:

$$W^a_{01} \frac{d^2 T_{n-1}}{dt^2} + W^a_{00} \frac{d^2 T_n}{dt^2} + W^a_{01} \frac{d^2 T_{n+1}}{dt^2} + 2\delta^a_{01} \frac{dT_{n-1}}{dt} + 2\delta^a_{00} \frac{dT_n}{dt} + 2\delta^a_{01} \frac{dT_{n+1}}{dt} + \omega_0^2 T_n = -\frac{1}{2W_0 V_n} \int E_{0n} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV. \quad (18)$$

Если исключить из левой части уравнения (18) вторые производные по времени от функций T_{n-1} и T_{n+1} , взамен здесь появятся сами функции T и первые производные от них по времени для всех ячеек замедляющей системы. Следовательно, при наличии емкостной связи между резонаторами электрическое поле в каждом из них непосредственно воздействует на все остальные ячейки, независимо от конструкции элементов связи.

На практике нет необходимости учитывать связь между всеми резонаторами многорезонаторной ЗС. Во-первых, если основная энергия поля сосредоточена в резонаторах, значения коэффициентов связи быстро уменьшаются при удалении ячеек друг от друга. Во-вторых, уравнение (1) игнорирует конечность времени распространения энергии в элементе связи. Есть основания полагать, что погрешность, возникающая вследствие пренебрежения запаздывающими потенциалами между резонаторами, уменьшается при ограничении количества ячеек, связь с которыми учитывается в уравнении возбуждения для каждого резонатора.

Чтобы обеспечить возможность дальнейших выкладок, введем дополнительное упрощение. Предположим, что замедляющая система состоит всего из трех ячеек. Аналитическое рассмотрение более длинной ЗС (например, из пяти резонаторов) нецелесообразно, поскольку при этом резко усложняются выражения для обращенной матрицы единичных энергий. После вышеуказанного преобразования уравнения (18), заключающегося в подстановке значений $d^2 T_{n-1}/dt^2$ и $d^2 T_{n+1}/dt^2$ из аналогичных выражений для ячеек $n-1$ и $n+1$ соответственно, приходим к окончательному виду уравнения возбуждения среднего ($n=2$) резонатора системы:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^2 T_n}{dt^2} + 2\delta_{01} \frac{dT_{n-1}}{dt} + 2\delta_{00} \frac{dT_n}{dt} + 2\delta_{01} \frac{dT_{n+1}}{dt} + \omega_{01}^2 T_{n-1} + \omega_{00}^2 T_n + \omega_{01}^2 T_{n+1} = \\
& = \frac{W_{01}}{2(W_{00}^2 - 2W_{01}^2) V_{n-1}} \int E_{0n-1} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV - \frac{W_{00}}{2(W_{00}^2 - 2W_{01}^2) V_n} \int E_{0n} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV + \\
& + \frac{W_{01}}{2(W_{00}^2 - 2W_{01}^2) V_{n+1}} \int E_{0n+1} \frac{\partial j_{exc}}{\partial t} dV.
\end{aligned} \tag{19}$$

Коэффициенты этого уравнения выражаются через введенные ранее вспомогательные величины и параметры обособленного резонатора следующим образом:

$$\begin{aligned}
\omega_{00}^2 &= \frac{W^{a_{00}} \omega_0^2}{W^{a_{00}^2} - 2W^{a_{01}^2}}, & \omega_{01}^2 &= -\frac{W^{a_{01}} \omega_0^2}{W^{a_{00}^2} - 2W^{a_{01}^2}}, \\
\delta_{00} &= \frac{W^{a_{00}} \delta^{a_{00}} - 2W^{a_{01}} \delta^{a_{01}}}{W^{a_{00}^2} - 2W^{a_{01}^2}}, & \delta_{01} &= -\frac{W^{a_{01}} \delta^{a_{00}} - W^{a_{00}} \delta^{a_{01}}}{W^{a_{00}^2} - 2W^{a_{01}^2}}, \\
W_{00} &= W^{a_{00}} W_0, & W_{01} &= W^{a_{01}} W_0.
\end{aligned}$$

Уравнение (19) по-прежнему является подмножеством общего матричного уравнения (1). Матрица единичных энергий $\|W_0\|$ здесь имеет такую же форму, как и матрицы коэффициентов $\|\omega_0^2\|$ и $\|\delta_0\|$, т.е. отличные от нуля элементы находятся на главной и двух соседних с ней диагоналях. Это объясняется тем, что в штырях связи запасается энергия электрического поля. Коэффициенты при интегралах в правой части уравнения (19) являются элементами обращенной матрицы $(1/2) \|W_0\|^{-1}$.

Сумма этих коэффициентов не равна $1/(2W_0)$, как следовало бы ожидать, например, из анализа возбуждения 0-вида в такой цепочке токами, одинаковыми во всех ячейках. Причина состоит в том, что нормированную единичную парциальную энергию $W^{a_{00}}$ в крайних резонаторах мы брали такой же, как и в среднем, хотя на самом деле это не так. Подобные погрешности, вносимые игнорированием непосредственного взаимодействия полей в достаточно удаленных друг от друга ячейках, снижаются с уменьшением запасаемой в элементах связи энергии по сравнению с энергией в резонаторах.

Таким образом, уравнение возбуждения цепочки связанных резонаторов (1) доказано для двух конкретных конструкций подобной ЗС (с активно-индуктивными и активно-емкостными элементами связи). В реальности все системы имеют комбинированную связь (активно-индуктивно-емкостную), однако с точки зрения математического аппарата это уже не вносит ничего нового. Исходя из общей теории колебательных систем со многими степенями свободы [4], есть основания полагать, что форма уравнения (1) применима для большинства резонаторных ЗС, включая те, элементы связи которых нельзя рассматривать как квазистационарные цепи.

Автор признателен проф. Н.И. Айзапкому и доц. В.К. Пироженко за постановку задачи и обсуждение результатов работы.

Список литературы: 1. Грицунов А.В., Чурюмов Г.И. Спектральное моделирование СВЧ-приборов // Материалы междунар. межвуз. конф. «Современные проблемы электроники и радиотехники СВЧ». Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж». 2001. С. 31 – 34. 2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высш. школа, 1978. 789 с. 3. Грицунов А.В., Галаган А.В. Об использовании уравнения возбуждения второго порядка при моделировании автогенераторов со скрещенными полями // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 8. С. 1719 – 1722. 4. Основы теории колебаний / Под ред. В.В. Мигулина. М.: Наука, 1988. 392 с.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 3.07.2001