

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГЕНЕРАТОРА СО СКРЕЩЕННЫМИ ПОЛЯМИ

Быстрый прогресс в области вычислительной техники, появление все более мощных ЭВМ предоставляют широкие возможности для исследования приборов СВЧ методом математического моделирования.

По сравнению с предшествующими, предлагаемая модель учитывает как трехмерные физические процессы, так и цилиндрическую форму электродов прибора. В основе модели лежит концепция самосогласованного поля, в котором кинетическое уравнение решается методом крупных частиц. Последний базируется на совместном решении уравнений возбуждения замедляющей системы электронным потоком, уравнения Пуассона, уравнений движения.

Уравнения движения электрона в цилиндрической системе координат записаны с учетом того, что все составляющие магнитного поля, кроме аксиальной, равны нулю:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = |\eta| \frac{\partial U}{\partial r} + r v_\varphi^2 - \omega_c r v_\varphi; \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = |\eta| \frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - 2 \frac{v_r v_\varphi}{r} + \omega_c \frac{v_r}{r}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = |\eta| \frac{\partial U}{\partial z},$$

где $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}; \quad v_\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad v_z = \frac{\partial z}{\partial t}; \quad \omega_c = |\eta| B_{0z};$

η — удельный заряд электрона.

В процессе моделирования динамики электронного потока основную трудность вызывает вычисление частных производных электрического поля в правых частях уравнений системы (1). С учетом квазистатического приближения это поле рассматривается как суперпозиция трех полей: пространственного заряда, постоянного поля в цилиндрическом диодном промежутке и высокочастотного поля электромагнитных колебаний. Сумму первых двух составляющих удобно вычислять, дифференцируя потенциал, полученный из решения уравнения Пуассона для трехмерной области с граничными условиями, описывающими напряжения на электродах прибора. Используемый в модели алгоритм *FACR* решает уравнение Пуассона в трехмерной цилиндрической области с произвольными граничными условиями на радиальных плоскостях (на катоде и аноде), нулевыми на аксиальных (на торцевых экранах) и периодическими граничными условиями в азимутальном направ-

лении. Цилиндричность пространства учитывается с помощью перехода в преобразованную систему координат (ПСК). Сущность этого перехода заключается в конформном отображении цилиндрической области на прямоугольную, при этом шаг сетки в радиальном направлении перестает быть постоянным. Рассматриваемая модель использует ПСК исключительно для решения уравнения Пуассона, все остальные вычисления выполняются с реальными, ненормированными величинами.

Выражения, описывающие преобразование координат [1], имеют следующий вид:

$$r = r_k \exp(k_y Y), \quad \varphi = k_x X; \quad z = k_z Z, \quad k_x = \frac{2\pi}{\rho N}; \quad (2)$$

$$k_y = \frac{1}{M} \ln \frac{r_a}{r_k}, \quad k_z = \frac{W}{L},$$

где X, Y, Z — преобразованные координаты; r_a, r_k, W — размеры рассматриваемой области пространства взаимодействия; M, N, L — числа разбиений сетки по координатам r, φ, z соответственно; ρ — коэффициент, учитывающий, какая часть окружности пространства взаимодействия представлена в модели; для λ -вида колебаний он равен половине числа резонаторов.

Алгоритм расчета напряженностей электрического поля внутри пространства взаимодействия можно разбить на следующие этапы.

1. Вычисление координат X, Y, Z частицы в ПСК исходя из цилиндрических координат φ, r, z :

$$X = \frac{\varphi}{k_x}; \quad Y = \frac{\ln(r/r_k)}{k_y}; \quad Z = \frac{z}{k_z}. \quad (3)$$

2. «Размазывание» заряда по 8 узлам (CIC-метод).

3. Собственно решение уравнения Пуассона (заряды в узлах сетки заменяются вычисленными значениями потенциалов).

4. Сглаживание кулоновского потенциала по 27 узлам методом наименьших квадратов [2]. Получаем напряженности E_x, E_y, E_z в ПСК.

5. Вычисление напряженностей в цилиндрической системе координат по формулам

$$E_r = \frac{E_y}{rk_y}; \quad E_\varphi = \frac{E_x}{k_x}; \quad E_z = \frac{E_z}{k_z}. \quad (4)$$

Необходимость дважды вычислять логарифм для каждой частицы в каждый момент времени практически не снижает быстродействие модели, поскольку в трехмерных моделях «крупных частиц» подавляющая часть времени счета расходуется на решение уравнения Пуассона, а функция логарифма легко табулируется.

Для получения напряженностей высокочастотного электрического поля решаем уравнение Лапласа в цилиндрической об-

ласти, где в качестве граничных условий на катоде задан нулевой потенциал, а на аноде — мгновенное распределение ВЧ напряжения при фазе колебаний, равной нулю. Продифференцировав рассчитанное потенциальное поле, получим две составляющие структурной функции ВЧ поля единичной амплитуды:

$$|e_r| = E_r(r, \varphi); |e_\varphi| = E_\varphi(r, \varphi). \quad (5)$$

Эти функции нам понадобятся для накопления интеграла взаимодействия. Для вычисления правых частей уравнений движения надо структурную функцию домножить на амплитудный и временной множители:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -A_{N/2} E_{r, N/2}(r, \varphi) \cos(\omega_{N/2} t + \psi_{N/2}), \quad (6)$$

где $A_{N/2}$ — амплитуда π -вида колебаний; $\omega_{N/2}$ — круговая частота; $\psi_{N/2}$ — фаза.

Наиболее часто для решения системы (1) используется метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Тем не менее для решения уравнений движения был выбран более экономичный метод, сочетающий экстраполяционные формулы Адамса для скорости и степенные ряды для радиус-вектора [3]:

$$r_{k+1} = r_k + v_k \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4} \left(\frac{19}{6} g_k - \frac{5}{3} g_{k-1} + \frac{1}{2} g_{k-2} \right) + o(\Delta t^5);$$

$$v_{k+1} = v_k + \frac{1}{3} \Delta t \left(\frac{23}{4} g_k - 4g_{k-1} + \frac{5}{4} g_{k-2} \right) + o(\Delta t^4), \quad (7)$$

где g_k, g_{k-1}, g_{k-2} — ускорения, или, что то же самое, правые части уравнений системы (1).

Нестационарный режим рассчитываем путем решения уравнения возбуждения замедляющей системы:

$$\frac{d^2 E_m}{dt^2} + \frac{m\omega_0}{2Q_n} \frac{dE_m}{dt} + m^2 \omega_0^2 E_m = -\frac{1}{N_n} \int_V \frac{\partial j}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}) dV, \quad (8)$$

где E_m — мгновенное значение гармоники с номером m ; ω_0 — холодная частота колебаний; Q_n — нагруженная добротность замедляющей системы; N_n — норма n -го вида колебаний; \vec{j} — возбуждающий ток; $\vec{E}(\vec{r})$ — единичная функция ВЧ поля.

Переходя к скалярным величинам в правой части и меняя местами интегрирование и дифференцирование, получаем интеграл взаимодействия

$$\int_V \frac{\partial j}{\partial t} \vec{E}(\vec{r}) dV = q \frac{\partial}{\partial t} \sum [v_{\varphi i}(\vec{r}, t) E_\varphi(\vec{r}) + v_{r i}(\vec{r}, t) E_r(\vec{r})], \quad (9)$$

где q — заряд модельной частицы. В последнем выражении интеграл по объему пространства взаимодействия заменен суммой по частицам.

Уравнение (8) для каждой рассматриваемой временной гармоники m решаем тем же методом, что и уравнения движения, т. е. по формулам (7). Отказ от обычно применяемого здесь метода прогноза-коррекции связан с неустойчивостью последнего для уравнения второго порядка при большом числе шагов решения.

Получая в качестве решения уравнения (8) зависимость мгновенного значения ВЧ поля от времени, можно вычислить относительное изменение частоты, которое составляет десятки доли процента. Для расчета с приемлемой точностью этого параметра требуется большая выборка по времени, что ведет к увеличению объема вычислений.

Указанного недостатка лишен метод медленно меняющихся амплитуд (ММА):

$$\frac{dA_m}{dt} = -\frac{1}{N_n} m \int_V \vec{j} \vec{E}(\vec{r}) dV \cos(m\omega_0 t + \psi_m) - \frac{m\omega_0}{2Q_n} A_m;$$

$$\frac{d\psi_m}{dt} = \frac{1}{N_n A_m} \int_V \vec{j} \vec{E}(\vec{r}) dV \sin(m\omega_0 t + \psi_m), \quad (10)$$

где A_m — огибающая гармоники с номером m ; ψ_m — фаза гармоники m . Решая систему (10) для каждой гармоники, получаем зависимости их фаз и амплитуд от времени, при этом относительное изменение частоты вычисляем как производную фазы основной гармоники по времени. Систему двух уравнений для амплитуды и фазы решаем методом прогноза-коррекции, используя его как однопроходный.

В процессе расчета стационарного режима с помощью несамоогласованной задачи выполняем решение второго уравнения системы (10), фиксируя при этом амплитуду. Немалую трудность для реализации многовидовой задачи составляет вычисление структурных функций ВЧ полей видов колебаний замедляющей системы. Как и в случае одновидовой задачи, эти функции представляют собой результат дифференцирования решения уравнения Лапласа.

Для проверки алгоритма решения уравнения Пуассона цилиндрическое пространство взаимодействия было равномерно заполнено зарядом. В этом случае частные производные кулоновского поля по φ и по z оказываются равными нулю, а уравнение принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \rho = f(r, \varphi, z) = \text{const}. \quad (11)$$

Решением этого уравнения с граничными условиями

$$U|_{r=r_k} = 0, U|_{r=r_a} = 0 \quad (12)$$

является функция

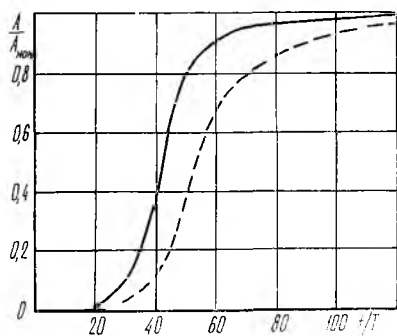
$$U(r) = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \left[\frac{(r_a^2 - r_k^2) \ln r}{\ln(r_a/r_k)} - r^2 + \frac{r_k^2 \ln r_a - r_a^2 \ln r_k}{\ln(r_a/r_k)} \right]. \quad (13)$$

Продифференцировав (13), получим радиальную напряженность

$$E(r) = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\rho}{4\epsilon_0} \left(2r - \frac{r_a^2 - r_k^2}{r \ln(r_a/r_k)} \right). \quad (14)$$

В ходе проверок алгоритмов решения уравнения Пуассона по формуле (13), а также алгоритмов сглаживания и дифференцирования кулоновского потенциала по формуле (14) расхождение составило не более 5 %. Пробный расчет рабочих характеристик генератора со скрещенными полями показал, что при номинальных значениях анодного напряжения и амплитуды ВЧ поля ток анода отличается от полученного экспериментально на 3 %. На рисунке показаны зависимости амплитуды колебаний от времени, рассчитанные путем решения системы двух уравнений первого порядка (пунктирная кривая) и уравнения второго порядка (сплошная кривая) для π -вида колебаний.

По техническим характеристикам модель вполне пригодна для эксплуатации на вычислительных машинах с быстродействием не менее полумиллиона операций в секунду, несмотря



на то что наличие третьего измерения ощутимо увеличивает объем вычислений. С другой стороны, трехмерность модели заметно повышает точность результатов, что особенно актуально в случае приборов с небольшой протяженностью в аксиальном направлении. Одновременно появляется возможность включать в модель многие конструктивные особенности приборов в целях

оптимизации электрических характеристик. К примеру, была выполнена оптимизация коэффициента полезного действия путем подбора эмиссионной площади катода и расстояния между торцевыми экранами.

Предлагаемая модель генератора со скрещенными полями, проверенная на широком классе задач, позволяет получить удовлетворительную точность при относительно небольших затратах машинного времени. Модель может послужить базой для исследова-

дования ряда физических эффектов благодаря учету третьего измерения, таких, например, как влияние на процесс возбуждения колебаний либо перекоса магнитного поля, либо аксиальных неоднородностей электрического поля.

Список литературы: 1. *Шадрин А. А., Шейн А. Г.* К расчету полей пространственного заряда в электронных приборах сверхбыстрым методом Хокни// Радиотехника. 1974. Вып. 28. С. 32—46. 2. *Рошаль А. С.* Сглаживание кулоновского поля в моделях «крупных частиц»//Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1976. Вып. 5. С. 72—78. 3. *Рошаль А. С.* Моделирование заряженных пучков. М., 1979. 224 с.

Поступила в редколлегию 26.10.87

УДК 621.373

В. И. МОЛЯВКО, канд. физ.-мат. наук, *С. И. ПЕТРОВ*,
И. А. СУХОИВАНОВ, канд. техн. наук

ОБ ИСКАЖЕНИИ СИГНАЛОВ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЯХ СВЯЗИ МАЛОЙ ДЛИНЫ

Волоконно-оптические линии связи используются при передаче информации на большие расстояния — десятки, сотни километров и на малые — для связи внутри объектов. В первом случае важное значение имеют мощность передатчиков, чувствительность приемников, уровень потерь и дисперсионные свойства оптических световодов. Во втором случае потери в линии и дисперсия, как правило, не играют большой роли, а избыточная мощность излучения, высокая чувствительность приемников при наличии отражений в соединении световодов и малом затухании, характерном для коротких отрезков линий, могут привести к значительным искажениям информации. Они обусловлены оптическими явлениями в соединениях и отрезках линий, влиянием отраженных сигналов на работу передающих и приемных устройств [1—4].

В статье представлены результаты экспериментального исследования искажений импульсных сигналов при передаче на малые расстояния по многомодовым линиям, обусловленные зазорами в соединениях. Экспериментальная линия связи создана на базе серийно выпускаемых промышленностью передающих (КЭМ-34-4ПД) и приемных (КЭМ-34-4ПР) модулей 1985 г. выпуска. Длина линии составляла 10 м. Использовался многомодовый волоконный световод со ступенчатым профилем показателя преломления. Для реализации различных условий оптического согласования передатчик и приемник подсоединялись к световоду посредством трехкоординатных механических устройств, позволяющих производить продольные и поперечные смещения торцов в зазорах соединений относительно друг друга с погрешностью установки необходимых смещений менее 2 мкм.