

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ ПАРАМЕТРОВ НА ЭВОЛЮЦИЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В БЕЗГРАНИЧНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СРЕДЕ

Введение

Теоретическое исследование распространения электромагнитных волн в различных средах представляет собой одно из наиболее быстроразвивающихся направлений современной теоретической физики. Поэтому на современном уровне развития средств радиолокации и связи, зондирования нестойких объектов, генерирования и усиления электромагнитных сигналов, развития оптоэлектронной техники [1–15] все чаще приходится учитывать явную зависимость от времени проводимости и проницаемостей сред при решении соответствующих электродинамических задач. Примером может служить задача о необходимости учета временной паразитной модуляции параметров среды лазера, которая может иметь место при модуляции выходного сигнала полупроводникового лазера пакетом импульсов тока [16, 17]. Поэтому возникает необходимость разработки численных методов анализа преобразования электромагнитных волн, вызванных изменением во времени материальных параметров сред.

В данной работе с помощью метода интегральных уравнений [18] получен численно-аналитический алгоритм для численного анализа распространения электромагнитного поля с произвольной пространственно-временной зависимостью в безграничной изотропной диэлектрической среде, проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемости которой синхронно изменяются во времени по произвольному закону. В основе данного алгоритма – использование полученного в [19] одномерного интегрального уравнения Вольтерра второго рода, описывающего преобразование электромагнитных волн в безграничной среде при скачке во времени проводимости, диэлектрической и магнитной проницаемостей

$$E(t, x) = \frac{E_0(t, x)}{m^2} - \frac{1}{a^2} \int_0^t dt' \int_{-\infty}^{\infty} dx' \left\{ \bar{\sigma}_1 + \frac{1}{2} (1 - a^2 m^2) \frac{\partial}{\partial t} \right\} \delta(v_0(t - t') - |x - x'|) E(t', x'), \quad (1)$$

где $E_0(t, x)$ – функция первичного поля; $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака, $\theta(t)$ – единичная функция Хевисайда; $m = \sqrt{\mu_0/\mu_1}$, $a = \sqrt{\varepsilon_0/\varepsilon_1}$, $\bar{\sigma}_1 = 2\pi\sigma_1/\varepsilon_1\mu_1$, $v_0 = c/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; c – скорость света в вакууме, μ_0 и ε_0 – соответственно магнитная и диэлектрическая проницаемости среды до момента времени скачка свойств среды ($t = 0$), μ_1 , ε_1 и σ_1 – соответственно магнитная, диэлектрическая проницаемости и проводимость среды после скачкообразного изменения свойств среды.

Для численного решения любого уравнения удобно перейти к безразмерным переменным. В терминах безразмерных переменных $\tau = kv_0 t$, $\xi = kx$ уравнение (1), распространенное на случай произвольных законов изменения параметров среды, примет вид

$$E(\tau, \xi) = \frac{1}{m^2(\tau)} E_0(\tau, \xi) - \int_0^\tau d\tau' \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{1}{a^2(\tau')} \left\{ b(\tau') + \frac{1}{2} (1 - a^2(\tau') m^2(\tau')) \frac{\partial}{\partial \tau} \right\} \delta(\tau - \tau' - |\xi - \xi'|) E(\tau', \xi'), \quad (2)$$

где

$$a(\tau) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon(\tau/kv_0)}}, \quad m(\tau) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu(\tau/kv_0)}}, \quad b(\tau) = \frac{\sigma(\tau/kv_0)}{kv_0}.$$

Раскрывая внутренний интеграл в (2) посредством использования свойств дельта-функции, сведем двойной интеграл в этом равенстве к криволинейному и затем, произведя интегрирование по пространственной координате ξ , получим следующее уравнение

$$E(\tau, \xi) = \frac{a^2(\tau)}{1 + a^2(\tau)(1 - m^2(\tau))} \times \\ \times \left\{ \frac{E_0(\tau, \xi)}{m^2(\tau)} - \int_0^\tau d\tau' \frac{b(\tau')}{a^2(\tau')} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') + E(\tau', \xi - \tau + \tau')] - \right. \\ \left. - \int_0^\tau d\tau' \frac{1 - a^2(\tau')m^2(\tau')}{2a^2(\tau')} \frac{\partial}{\partial \tau} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') + E(\tau', \xi - \tau + \tau')] \right\}. \quad (3)$$

В полученном уравнении перейдем от дифференцирования по временной к дифференцированию по пространственной координате. Такая замена значительно упрощает проведение дальнейших расчетов, поскольку позволяет избежать необходимости вычисления производной по несимметричной схеме. В результате такого перехода получим уравнение, исходное для дальнейшего численного расчета:

$$E(\tau, \xi) = \frac{a^2(\tau)}{1 + a^2(\tau)(1 - m^2(\tau))} \times \\ \times \left\{ \frac{E_0(\tau, \xi)}{m^2(\tau)} - \int_0^\tau d\tau' \frac{b(\tau')}{a^2(\tau')} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') + E(\tau', \xi - \tau + \tau')] - \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^\tau d\tau' \frac{1 - a^2(\tau')m^2(\tau')}{2a^2(\tau')} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') - E(\tau', \xi - \tau + \tau')] \right\}. \quad (4)$$

Интегральное уравнение (4) описывает трансформацию электромагнитного поля произвольного источника в среде, материальные параметры которой изменяются во времени по произвольному закону и явно определяет величину поля в заданной точке (τ, ξ) . Путь интегрирования определяется формой ядра интегрального уравнения и представляет собой боковые стороны треугольника, определяемые уравнениями $\xi' = \xi \pm (\tau - \tau')$. Интегралы в уравнении (4) аппроксимируются конечными суммами с помощью формулы трапеций. Выбор в пользу данного способа аппроксимации был сделан по причине того, что при выборе другого, более точного метода численного интегрирования, сразу возрастает количество точек, необходимых для расчетов, что приводит к увеличению общего объема вычислений и, как следствие, снижению стабильности численного решения, поскольку численное интегрирование не является основным источником погрешности вычислений в данном случае.

Для проведения численных расчетов на плоскости (τ, ξ) выбирается сетка с размером ячеек $\Delta\tau \leq \Delta\xi$, что удовлетворяет условию устойчивости $\Delta x \leq v\Delta t$ [20]. Чтобы вычислить значение амплитуды поля в некоторой точке (τ_n, ξ_i) , необходимо рассчитать поле внутри

равнобедренного треугольника, боковые стороны которого задаются уравнениями $\xi' = \xi \pm (\tau - \tau')$.

Чтобы избежать многократного вычисления интегралов по отрезкам уже пройденных слоев, выделим из интегралов в (4) интегралы по промежутку времени $[0, \tau_{n-1}]$, вводя следующее обозначение:

$$B_1(\tau_n, \xi_i) = \int_0^{\tau_{n-1}} f(\tau') E(\tau', \xi_i + \tau_n - \tau') d\tau', \quad (5)$$

где в качестве функции $f(\tau)$ понимается подынтегральная функция материальных параметров. Преобразуем его к виду:

$$B_1(\tau_n, \xi_i) = \int_0^{\tau_{n-2}} d\tau' f(\tau') E_n(\tau', \xi_i + \tau_n - \tau') + \int_{\tau_{n-2}}^{\tau_{n-1}} d\tau' f(\tau') E_n(\tau', \xi_i + \tau_n - \tau'), \quad (6)$$

что позволит затем использовать ранее вычисленные значения интегралов на предыдущих слоях. Так как $E(\tau', \xi_i + \tau_n - \tau') = E(\tau', \xi_{i+2} + \tau_{n-2} - \tau')$, то из (6) получим следующее рекуррентное соотношение:

$$B_1(\tau_n, \xi_i) = B_1(\tau_{n-2}, \xi_{i+2}) + \int_{\tau_{n-2}}^{\tau_{n-1}} d\tau' f(\tau') E_n(\tau', \xi_i + \tau_n - \tau'). \quad (7)$$

Тогда выражение (6) приобретет вид, удобный для численного расчета:

$$E(\tau_n, \xi_i) = \frac{a^2(\tau_n)}{1 + a^2(\tau_n)(1 - m^2(\tau_n))} \times \left(\frac{E_0(\tau_n, \xi_i)}{m^2(\tau_n)} - [B_1(\tau_n, \xi_i) + B_2(\tau_n, \xi_i)] - \frac{\partial}{\partial \xi} [B_3(\tau_n, \xi_i) - B_4(\tau_n, \xi_i)] + o(\Delta\tau) \right), \quad (8)$$

где $B_i(\tau, \xi)$, $i = 2, 3, 4$ вычисляются в соответствии с (7). Вклад интеграла по последнему промежутку $[\tau_{n-1}, \tau_n]$ предполагается малым по сравнению с интегралами по предыдущим промежуткам. Поэтому, пренебрегая этим вкладом, из (8) получаем формулу для расчета поля $E(\tau_n, \xi_i)$ через найденные на предыдущих слоях значения этой функции.

Необходимо отметить, что при дифференцировании в (8) по пространственной координате для уменьшения влияния погрешностей интегрирования целесообразно применять метод дифференцирования со сглаживанием [20].

В данной работе выбран размер ячеек сетки $\Delta\tau = 0,5\Delta\xi$ (рис.1). Такая сетка использовалась ранее при численном решении интегрального уравнения Вольтерра, в частности в работах [21–23], где рассматривалась более частная задача – отсутствовал учет изменения во времени магнитной проницаемости.

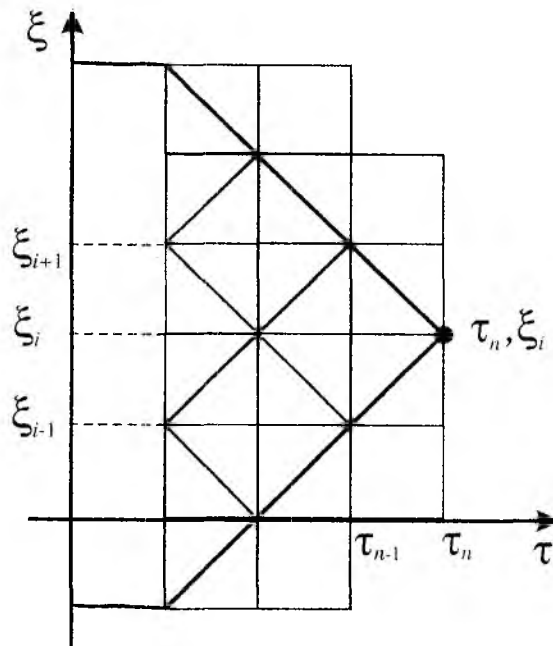


Рис. 1

Оценка погрешности вычислений производится путем сравнения численного с известными аналитическими решениями тестовых задач. В случае достижения удовлетворяющей точности по отношению к решению тестовой задачи вполне оправдано использовать эту же схему для решения другой, похожей задачи, не имеющей точного аналитического решения. Для всех приведенных ниже примеров был выбран шаг сетки $\Delta\tau = 0,02$. В качестве тестовой аналитической задачи рассмотрена задача преобразования плоской монохроматической волны конечным во времени пакетом синхронных импульсов проницаемостей и проводимости, для которой получено точное аналитическое решение в [19]. Сравнение результатов численного счёта с точным решением при $m=1,15$, $a=1,25$, $b=0,01$ приведено на рис. 2, 3. Видно, что численная схема обеспечивает необходимую точность расчета и может быть использована для численного моделирования нестационарных процессов в линейных изотропных полупроводниковых средах.

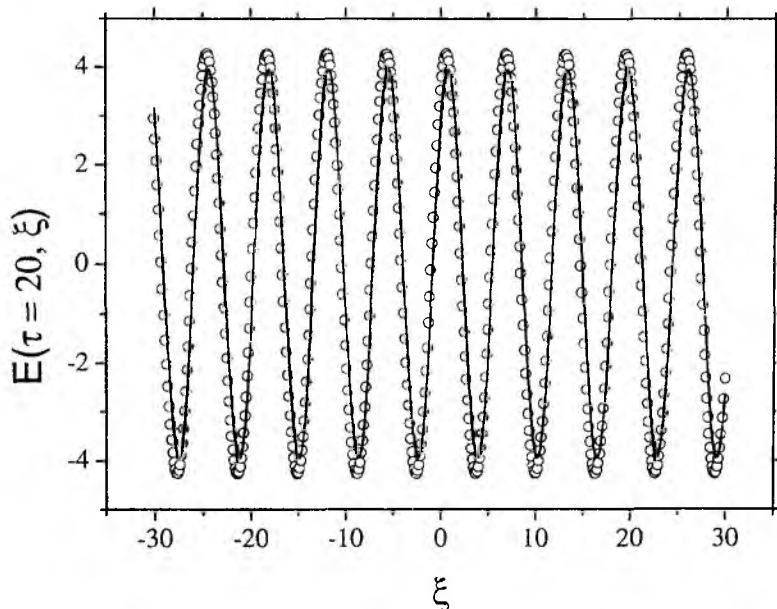


Рис. 2

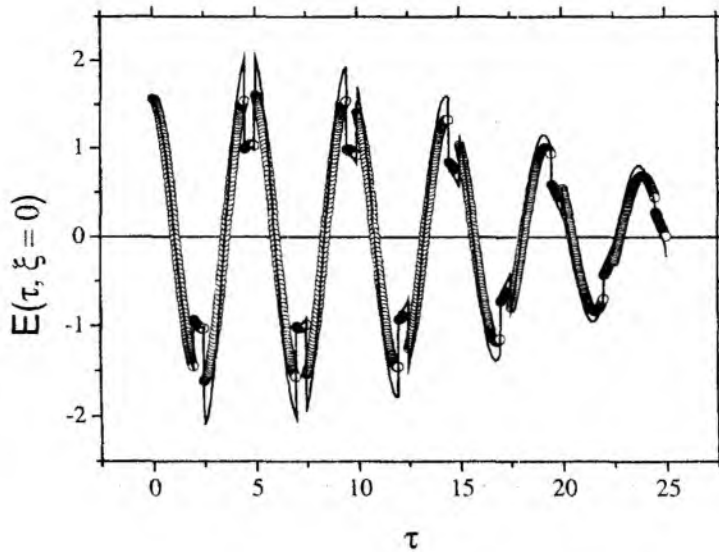


Рис. 3

В качестве иллюстрации алгоритма рассмотрим задачу распространения сигнала в виде гауссова пучка в нестационарной среде при одновременном изменении диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также проводимости, начиная с момента времени $t = 0$. Выбор первичного поля обусловлен тем, что гауссовым пучком можно аппроксимировать спектр излучения лазера. Будем считать, что сигнал описывается выражением

$E(\tau, \xi) = e^{-(\tau - \tau_0 - \xi)^2}$. На рис. 4. приведены «срезы» поля в различные моменты времени в зависимости от координаты ξ . Значения параметров диэлектрика соответствуют тем, для которых проведены расчеты на рис. 3, 4 при $\tau_0 = 5$.

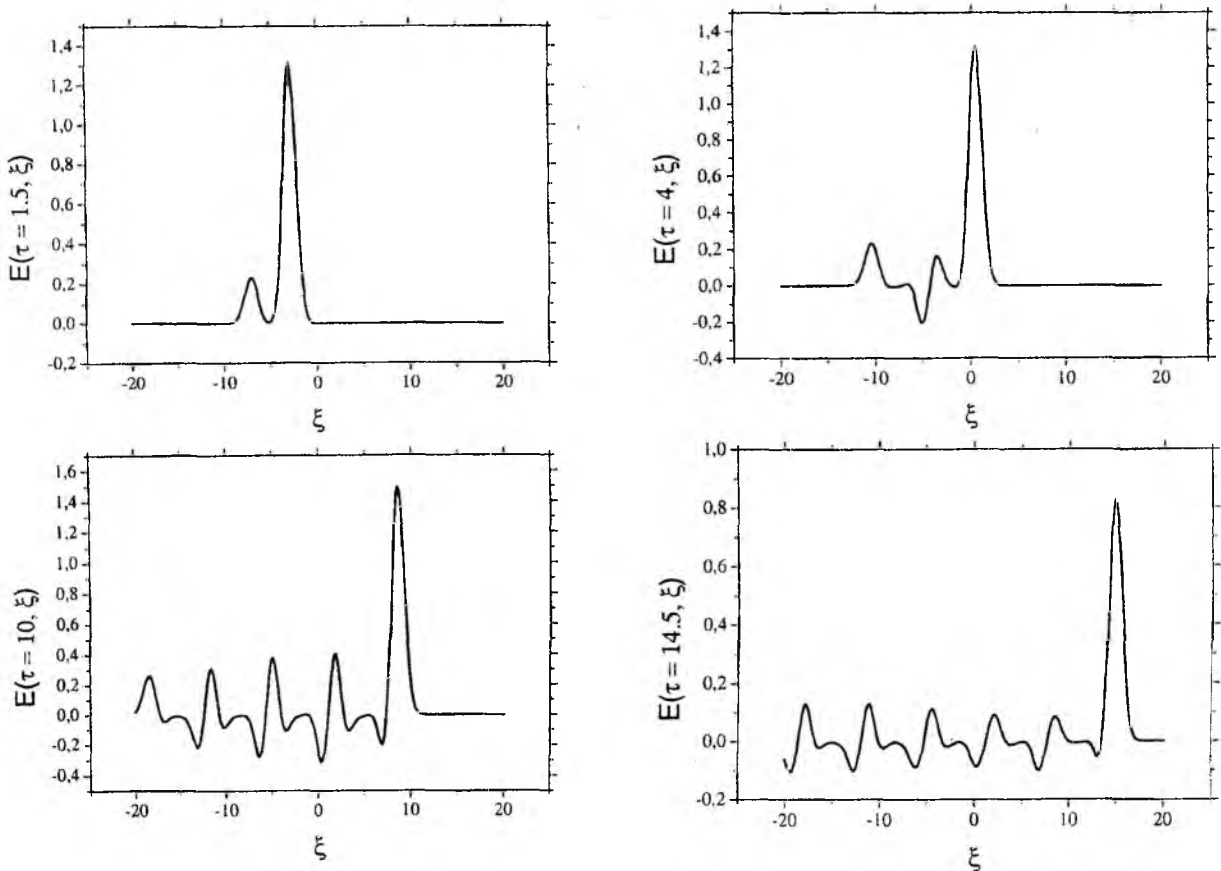


Рис. 4

В качестве второй иллюстрации полученного численно-аналитического алгоритма рассмотрим распространение плоской волны в среде с гармонической модуляцией параметров. Предположим, что проницаемости среды изменяются во времени по закону $1 + A\cos(\Omega\tau + \Phi_0)$, а проводимость, как и ранее, имеет постоянное значение $b = 0,01$. Результаты численных расчетов представлены на рис. 5.

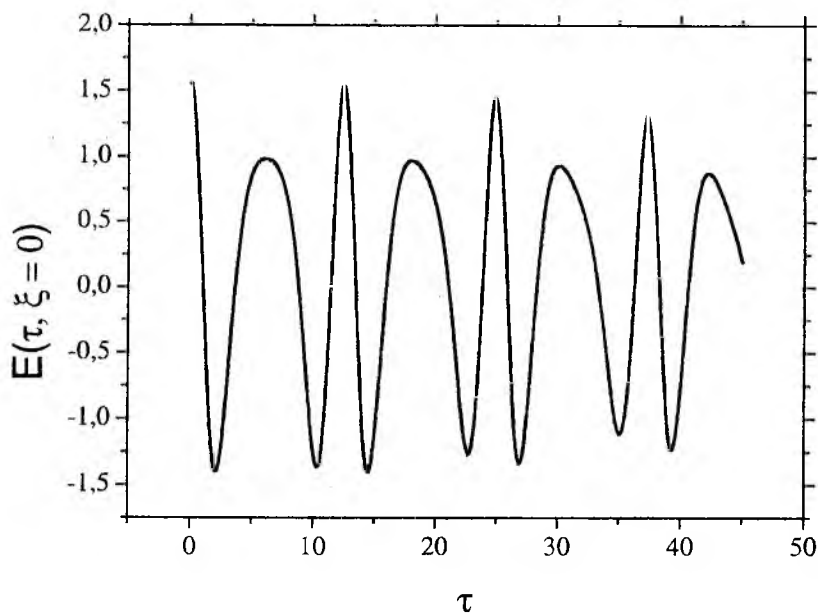


Рис. 5

Таким образом, на основании проведенных численных экспериментов можно сделать вывод, что данная численная схема позволяет проводить эффективное моделирование нестационарных процессов в средах с одновременным изменением всех трех материальных параметров.

Заключение

В статье описано получение численно-аналитического алгоритма для численного анализа распространения электромагнитных волн с произвольной пространственно-временной зависимостью в безграничной изотропной диэлектрической среде, проводимость, диэлектрическая и магнитная проницаемости которой синхронно изменяются во времени по произвольному закону. Проведена апробация данного алгоритма на простейших задачах, имеющих точное аналитическое решение. Апробация показала высокую точность численных решений при использовании данного алгоритма для моделирования нестационарных процессов в средах с одновременным изменением всех трех материальных параметров.

Список литературы: 1. Болотовский Б.М., Плис А.И., Столяров С.Н. Распространение импульсного излучения в нестационарных средах // Радиофизика. 1976. Т. 19, №4. С. 567 – 573. (Изв. высш. учеб. заведений) 2. Мاستрюков А.Ф., Сынах В.С. О нестационарной тепловой самофокусировке импульсов // ПМТФ. 1978, №2. С. 3 – 13. 3. Веденов А.А., Маркин О.А. Распространение мощного лазерного излучения в среде с поглощением // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, №4. С. 1198 – 1211. 4. Абрамович Б.С., Гурбатов С.Н. Нестационарные задачи многократного рассеяния волн в одномерной случайно-неоднородной среде // Радиофизика. 1980. Т. 23, №4. С. 442 – 451. 5. Аверков С.И., Болдин В.П. Волны в недиспергирующих нестационарных неоднородных средах // Радиофизика. 1980. Т. 23, №9. С. 1060 – 1066. 6. Ионосферные эффекты наземных промышленных взрывов и их исследование методами радиозондирования / В.И. Варшавский, В.О. Вугмейстер, А.Д. Калихман, Н.Н. Климов / Исслед. по геомагнетизму, аэронавигации и физике Солнца. 1986. №75. С. 7 – 12. 7. Левин В.А., Сорокин А.А., Старик А.М. К вопросу о распространении импульса излучения в резонансно-поглощающей газовой среде // Доклады АН СССР. 1987. Т. 293, №6. С. 1364 – 1368. 8. Глазов Л.Г., Игнатьев А.В., Рухадзе А.А. Высокочастотный разряд в волновых полях. Горький, 1988. С. 198 – 211. 9. Использование эффекта переключения в неупорядоченных полупроводниках для формирования пикосекундных перепадов электрического напряжения / Балявичус С.,

Тамашьявичус А. и др. // ЖТФ. 1988. Т. 58, №8. С. 1519 – 1523. 10. Левин В.А., Сорокин А.А., Старик А.М. Об изменении показателя преломления при распространении излучения через резонансно-поглощающие газовые среды в режиме кинетического охлаждения // ЖТФ. 1988. Т. 58, №3. С. 567 – 576. 11. Гулин О.Э., Темченко В.В. К вопросу о распространении волн в одномерной среде с пространственно-временными периодическими неоднородностями // Анот. в ж. Радиофизика. 1989. Т. 32, №1. С. 72. (Изв. высш. учеб заведений). Депонир. в ВИНТИ 27.12.1988 г., N 9039-B88. 12. Борисов В.В. Трансформация электромагнитного поля при изменении проводимости среды во времени // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т.29, №5. С. 730 – 737. 13. Глазов Л.Г., Рухадзе А.А. К вопросу о прохождении электромагнитных волн через плазму с быстрорастущей концентрацией // ЖТФ. 1990. Т. 60, №4. С. 47 – 51. 14. Левин В.А., Старик А.М., Таранов О.В. К вопросу о распространения импульса излучения в газовых средах с нестационарной нелинейностью // ЖТФ. 1993. Т. 63, №6. С. 112 – 124. 15. Нерух А.Г., Рыбин О.Н., Щербатко И.В. Воздействие импульсного возбуждения ограниченной среды на плоскую электромагнитную волну // ЖТФ. 1999. Т. 69, №8. С. 84 – 92. 16. Kim Y., Lee H., Lee J. et al. Chirp Characteristics of 10-Gb/s Electroabsorption Modulator Integrated DFB Lasers // IEEE Journal of Quantum Electronics. 2000. Vol. 36, No. 8. P. 900 – 908. 17. Eggleton B. J., Mikkelsen B., Raybon G. et al Tunable Dispersion Compensation in a 160-Gb/s TDM System by a Voltage Controlled Chirped Fiber Bragg Grating // IEEE Photonics Technology Letters. 2000. Vol. 12, No. 8. P. 1022 – 1024. 18. Нерух А.Г., Хиженяк Н.А. Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики. Х.: НПО Тест-Радио, 1991. 19. Слипченко Н.И. Моделирование chirping-эффекта на распространение плоской монохроматической волны в безграничном полупроводнике // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 1. С. 4 – 9. 20. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 21. Емельянов К.М., Нерух А.Г., Федотов Ф.В. Численное исследование распространения электромагнитного сигнала в нестационарной плазме с помощью программного комплекса // Радиоэлектроника и информатика. 2000. № 4 (13). С. 20 – 24. 22. Nerukh A.G., Yemelyanov K.M., Fedotov F.V. Computer modeling of electromagnetic wave propagation in a time-varying medium // Proc. International Conf.on Antenna Theory and Tech. (ICATT- 99). Sevastopol (Ukraine). 1999. P. 429 – 431. 23. Nerukh A.G., Scherbatko I.V., Rybin O.N. The direct numerical calculation of an integral Volterra equation for an electromagnetic signal in a time-varying dissipative medium // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. 1998. Vol. 12, №1. P. 167 – 176.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 18.01.2004