

621.396(06)

P15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

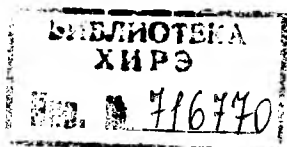
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. М. К. ЯНГЕЛЯ

РАДИОТЕХНИКА

Республиканский
межведомственный
научно—технический
сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 95



2000

КС

ХНУРЕ Radyotekhnika



716770

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО «ОСНОВА»
ПРИ ХАРЬКОВСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ
1990

В сборнике изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований электронных приборов СВЧ. Рассмотрены вопросы расчета и конструирования СВЧ-измерительных приборов, элементов и узлов СВЧ-аппаратуры. Изложены данные исследований в области формирования, синтеза и анализа радиосигналов.

Для преподавателей, научных работников, специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. *А. И. Терещенко* (отв. ред.), канд. техн. наук проф. *В. Д. Кукуш* (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. *Ж. Ф. Пащенко* (отв. секр.), д-р техн. наук проф. *Ю. И. Волощук*, д-р техн. наук проф. *Б. Л. Кащеев*, д-р физ.-мат. наук проф. *В. М. Кузьмичев*, канд. техн. наук доц. *Е. М. Кулешов*, д-р техн. наук проф. *Н. Д. Колпаков*, д-р физ.-мат. наук проф. *О. А. Третьяков*, д-р физ.-мат. наук проф. *Н. А. Хижняк*, д-р техн. наук проф. *А. Г. Шейн*, акад. АН УССР *В. П. Шестопалов*, д-р техн. наук проф. *Я. С. Шифрин*

Ответственный за выпуск д-р техн. наук проф. *Б. Л. Кащеев*

Адрес редакционной коллегии: 310726 Харьков, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-66

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Гаврилова*

В. И. КОРЫСТИН

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СОСТАВНЫХ СИГНАЛОВ
В БАЗИСЕ УОЛША ДЛЯ БЫСТРОГО ПОИСКА ПО ЗАДЕРЖКЕ

Для борьбы с импульсными помехами и кратковременными перерывами при передаче двоичной информации по проводным и радиоканалам используются параллельные составные сигналы (ПСС) в базисе Уолша [1—3], формируемые как

$$S_k(t) = \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t), \quad k = \overline{1, M}, \quad (1)$$

где $\{C_k(m)\}_{m=0, N-1}$ — информационный блок двоичных символов ± 1 ;

$N = 2^n$ — размерность ПСС; $n = 1, 2, 3 \dots$;

$\{W_m(t)\}_{m=0, N-1}$ — система функций Уолша, упорядоченная

по Адамару; M — основание ПСС.

Поиск по задержке таких сигналов может быть проведен с использованием известных [3] методов синхронизации сложных сигналов. В этом случае время поиска оказывается пропорциональным размерности N используемого сигнала и может быть недопустимо велико при больших N . Критичность большинства систем связи к временным характеристикам процесса ввода в синхронизм требует минимизации времени поиска принимаемого сигнала.

В то же время существуют последовательности [4], алгоритм поиска которых основан на методе дихотомии (деление области неопределенности по задержке на две равные части при каждом измерении). Время поиска последних пропорционально значению $n = \log_2 N$.

Двоичные последовательности быстрого поиска (ПБЛ) $A(t)$ имеют длину $N = 2^n$ и конструируются различными способами [4; 5]. Например, при нечетном n все известные конструкции — частные случаи мажоритарного уплотнения n ортогональных функций (компонентов) с периодами $T_i = 2^i$, $i = \overline{1, n}$. В качестве таких функций в [5] используются функции Уолша $W(t)$, а синхропоследовательность записывается так:

$$A(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \rho_m W_m(t). \quad (2)$$

Совокупность коэффициентов ρ_m представляет собой спектр последовательности $A(t)$ в базисе Уолша.

Анализируя выражения (1) и (2), можно сделать вывод, что ПСС в базисе Уолша и ПБП с использованием функций Уолша

имеют одинаковую структуру и отличаются лишь весом и количеством базисных функций Уолша. Поэтому естественно поставить вопрос об использовании метода дихотомии для поиска ПСС в базисе Уолша. Обсуждению этого вопроса посвящена настоящая статья.

Оптимизация синхронизирующего сигнала. Решение задачи будем проводить при следующих ограничениях.

1. Колебание, подлежащее обработке обнаружителем на интервале времени $[(k-1)T, kT]$ (T — длительность сигнала), представляет собой аддитивную смесь ПСС в базисе Уолша и помехи

$$y(t) = S_k(t, C_k, \tau) + n(t). \quad (3)$$

2. Параллельный составной сигнал в базисе Уолша представляет собой многоуровневую ступенчатую функцию с интервалом постоянства амплитуды, равным $\tau_0 = T/N$ (тактыый интервал сигнала), и определяется выражением

$$S_k(t, C_k, \tau) = \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t + \tau), \quad (4)$$

где $\tau = i\tau_0$ — задержка сигнала, принимающая случайное, но постоянное на интервале $[(k-1)T, kT]$ значение $i = \overline{0, N-1}$;

3. Обработка принимаемой реализации осуществляется корреляционными обнаружителями путем разложения по базисным функциям Уолша при наличии идеальной тактовой синхронизации и неограниченной полосе пропускания приемопередающего тракта.

4. Прием сигнала осуществляется на фоне помех типа белого шума с нулевым средним и спектральной плотностью N_0 .

Тогда напряжение на выходе p -го канала корреляционного обнаружителя

$$\begin{aligned} Z_p(\tau) = \frac{2}{N_0} & \left\{ \int_0^{T-\tau} y(t + \tau) W_p(t) dt + \int_{T-\tau}^T y[t - (T - \tau)] \times \right. \\ & \left. \times W_p(t) dt \right\} = \frac{2}{N_0} \left\{ \int_0^{T-\tau} W_p(t) \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t + \tau) dt + \right. \\ & + \int_{T-\tau}^T W_p(t) \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m[t - (T - \tau)] dt + \\ & \left. + \int_0^T n(t + \tau) W_p(t) dt \right\} = q_{ps}(\tau) + q_{pn}(\tau), \quad (5) \end{aligned}$$

где

$$q_{ps}(\tau) = \frac{2}{N_0} \left\{ \int_0^{T-\tau} W_p(t) \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t+\tau) dt + \int_{T-\tau}^T W_p(t) \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m[t-(T-\tau)] dt \right\} - \quad (6)$$

сигнальная составляющая выходного эффекта p -го коррелятора;

$$q_{pn}(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T n(t+\tau) W_p(t) dt - \quad (7)$$

шумовая составляющая выходного эффекта p -го коррелятора;

Шумовая составляющая $q_{pn}(\tau)$ распределена по нормальному закону с параметрами [6]

$$M\{q_{pn}(\tau)\} = 0; D\{q_{pn}(\tau)\} = \frac{N_0 E_m}{2}, \quad (8)$$

где E_m — энергия одной функции Уолша.

Для определения сигнальной составляющей $q_{ps}(\tau)$ выражение (6) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} q_{ps}(\tau) &= \frac{2}{N_0} \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) \int_0^T W_m(t-\tau) W_p(t) dt = \\ &= \frac{2}{N_0} \left\{ C_k(p) \int_0^T W_p(t-\tau) W_p(t) dt + \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq p}}^{N-1} C_k(m) \times \right. \\ &\left. \times \int_0^T W_m(t-\tau) W_p(t) dt \right\} = C_k(p) \cdot r_{pp}(\tau) + \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq p}}^{N-1} C_k(m) \cdot r_{mp}(\tau), \quad (9) \end{aligned}$$

где

$$r_{pp}(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T W_p(t-\tau) W_p(t) dt - \quad (10)$$

периодическая функция автокорреляции (ПФАК) функции Уолша $W_p(t)$;

$$r_{mp}(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^T W_m(t-\tau) W_p(t) dt - \quad (11)$$

периодическая функция взаимной корреляции (ПФВК) функций Уолша $W_p(t)$ и $W_m(t)$.

При выводе формулы (9) учитывалось, что совокупность коэффициентов $\{C_k(m)\}_{m=0, N-1}$ не изменяется на интервале $[(k-1)T, (k+1)T]$.

В рассматриваемом выражении (9) первое слагаемое определяется информационным параметром в измеряемом канале, а второе — перекрестными помехами, возникающими в этом канале из-за нарушения условия ортогональности между принимаемыми и опорными функциями Уолша.

Очевидно, что при наличии цикловой синхронизации ($\tau=0$) условие ортогональности выполняется и второе слагаемое в выражении (9) равно нулю, а сигнальная составляющая определяется уравнением

$$q_{ps}(\tau) = C_k(p) r_{pp}(\tau). \quad (12)$$

Анализируя уравнения (9) и (12) для сигнальной составляющей выходного эффекта p -го коррелятора, можно выделить два направления в организации поиска ПСС.

1. В качестве параметра цикловой синхронизации может быть выбран коэффициент автокорреляции, измеряемой в данном канале функции Уолша.

2. В качестве параметра цикловой синхронизации может быть выбран коэффициент перекрестных помех, возникающих в измеряемом канале.

Для реализации метода дихотомии необходимо определить алгоритм, при котором на каждом шаге поиска сигнала область неопределенности делится пополам.

Представим функции Уолша через функции Радемахера, а систему $\{W_m(t)\}_{m=0, N-1}$ разобьем на ортогональные группы:

$$\begin{aligned} 0\text{-я группа} & \{W_0(t) = 1; \\ 1\text{-я группа} & \{W_1(t) = R_1(t); \\ 2\text{-я группа} & \begin{cases} W_2(t) = R_2(t); \\ W_3(t) = R_2(t) \cdot R_1(t). \end{cases} \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ n\text{-я группа} & \begin{cases} W_{N/2}(t) = R_n(t); \\ W_{N-1}(t) = R_n(t) \cdot \dots \cdot R_1(t). \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

Представление (13) имеет следующие особенности.

1. Любые две функции Уолша, взятые из разных групп, имеют ПФВК, равную нулю при любом сдвиге между ними.

2. Все функции Уолша, принадлежащие одной ортогональной группе, имеют одинаковый период повторения элементов (период минимальной длины), равный периоду базисной для этой группы функции Радемахера $T_j = 2^j \tau_0$, $j = 1, n$.

3. Любые две функции Уолша из j -й ортогональной группы имеют ПФВК, тождественно равную нулю при $\tau = 2^{(j-1)}\tau_0$.

Рассмотренные свойства системы функций Уолша позволяют по первому направлению определить следующую процедуру поиска. Разложение ПСС удобно проводить по функциям Радемахера. Для исключения влияния перекрестных помех поиск необходимо начинать с функции $R_1(t)$. В этом канале перекрестные помехи отсутствуют при любой сдвигке, так как первая ортогональная группа состоит из одной функции $R_1(t)$ и, следовательно, нет источника помех. Кроме того, ФАК $r_{11}(\tau)$ — двухуровневая (± 1) с периодом повторения $T_1 = 2\tau_0$. Для всех четных сдвигов сигнальная составляющая $q_{1s}(\tau)$ выходного эффекта $Z_1(\tau)$ первого корреляционного обнаружителя равна $+1$, а для всех нечетных сдвигов равна -1 . Первый шаг дихотомии реализуется путем максимизации $Z_1(\tau)$. После этого для последующего анализа остается $N/2$ точек, причем таких, при которых ФАК $r_{22}(\tau)$ принимает значения (± 1), а ПФВК $r_{23}(\tau) = 0$. На втором шаге поиска максимизируется $Z_2(\tau)$ путем коррекции задержки на $\Delta\tau = 2\tau_0$ и т. д. Через $n = \log_2 N$ шагов фаза ПСС становится известной точкой. Для определения фазы принимаемая реализация ПСС должна иметь длительность $T_p = KT \log_2 N$, где коэффициент $K \geq 1$ зависит от уровня шума и требуемой вероятности правильного вхождения в синхронизм.

При реализации этого алгоритма необходимо обеспечить определенность в принятии решения на каждом шаге поиска относительно параметров $\{C_k(j)\}_{j=\overline{1,n}}$. С этой целью предлагается функциями Радемахера $\{R_l(t)\}_{l=\overline{1,n}}$ передавать специальный синхрород $\{C_{\text{синхр}}(j)\}_{j=\overline{1,n}}$, известный на приемной стороне системы связи. Такой сигнал назовем ПСС с постоянной фазой функций Радемахера и запишем в виде

$$S_{\text{кпф}}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t) - \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l) W_l(t) + \sum_{l=1}^{N-1} C_{\text{синхр}}(l) W_l(t), \quad (14)$$

где $l = 1, 2, 4, 8, \dots, 2^{j-1}$; $j = \overline{1, n}$; $\{C_{\text{синхр}}(l)\}_{l=\overline{1, N-1}}$ — блок двоичных синхросимволов (± 1), известных на приемной стороне системы связи.

Вопросы технической реализации алгоритма поиска ПСС с постоянной фазой функций Радемахера $S_{\text{кпф}}(t)$ иллюстрируются в работах [6; 7].

Основным недостатком ПСС в базисе Уолша с постоянной фазой функций Радемахера следует считать большое число компонент сигнала, используемых только для синхронизации и не переносящих информацию, что энергетически не выгодно. Например, даже при сравнительно небольшой базе ПСС $N = 1024$, число синхрокомпонент $n = 10$, следовательно, энергия десяти функций Уолша не используется для передачи информации.

Этот недостаток может быть устранен при реализации альтернативного направления решения задачи поиска ПСС.

Сущность такого подхода состоит в измерении на каждом шаге поиска уровня перекрестных помех и выбора такого положения интерпретирования, при котором они отсутствуют.

Как и в первом случае, измерение будем проводить по функциям Радемахера $\{R_j(t)\}_{j=1, n}$. Как известно [3], перекрестные помехи могут быть выделены двумя способами — непосредственно, когда в измеряемом канале сигнал не передается, и косвенно, когда используется такое преобразование сигнала, статистические характеристики которого связаны определенным законом со статистическими характеристиками перекрестных помех.

При непосредственном выделении перекрестных помех функции Радемахера в ПСС отсутствуют, а разложение принимаемой реализации сигнала на приемной стороне осуществляется по функциям Радемахера.

Поиск должен начинаться с измерения перекрестных помех в «пустом» канале второй ортогональной группы, так как в первой группе нет перекрестных помех и функция $R_1(t)$ переносит информацию. Шаг коррекции в этом канале равен одному такту $\Delta\tau = T_2/4$. Для всех четных сдвигов сигнальная составляющая $q_{2s}(\tau)$ выходного эффекта $Z_2(\tau)$ корреляционного обнаружителя сигнала $R_2(t)$ равна 0, а для нечетных сдвигов равна (± 1) . Первый шаг дихотомии реализуется путем обнаружения $Z_2(\tau) = 0$. После этого для последующего анализа остается $N/2$ точек, причем таких, при которых сумма всех ПФВК в третьей ортогональной группе может принимать три значения $+1$, -1 и 0 .

На втором шаге поиска происходит обнаружение величины $Z_4(\tau) = 0$ при шаге коррекции $\Delta\tau = T_3/4 = 2\tau_0$ и т. д. Через $(n-1)$ шагов перекрестные помехи будут равны нулю во всех каналах измерения, а неопределенность задержки будет равна двум точкам $\tau = 0$ и $\tau = T/2$.

Окончательное решение о границах ПСС может быть вынесено на основе косвенного измерения перекрестных помех в информационных каналах [8] или по одной из функций Уолша, передаваемой с известной фазой [9]. Ниже при расчете вероятностных и информационных характеристик предполагается наличие в ПСС одной функции Уолша с постоянной фазой.

Полученный сигнал назовем ПСС в усеченном базисе Уолша и запишем следующим образом:

$$S_{\text{кыб}}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} C_k(m) W_m(t) - \sum_{l=2}^{N-1} C_k(l) W_l(t). \quad (15)$$

Такие сигналы позволяют эффективнее использовать энергетические ресурсы радиолинии за счет уменьшения затрат на синхронизацию.

Однако необходимо отметить определенное снижение помехоустойчивости поиска. Основной областью применения ПСС в усеченном базисе Уолша является область умеренных шумов. В сильных шумах эффективность этого метода поиска падает, а аппаратные затраты возрастают.

Сравнительная оценка параметров синхросигналов. При сравнении синхросигналов $S_{кпф}(t)$ и $S_{куб}(t)$ будем считать, что энергия базисных функций Уолша и мощность, излучаемая передатчиком, одинакова в обоих случаях. Необходимо отметить, что синхросигнал $S_{куб}(t)$ имеет на $(n-1)$ компонент меньше, чем синхросигнал $S_{кпф}(t)$. Поэтому функции Уолша, входящие в сигнал $S_{куб}(t)$, имеют большую амплитуду и меньшую длительность тактового интервала по сравнению с функциями Уолша из сигнала $S_{кпф}(t)$. Соотношение длительностей тактовых интервалов синхросигналов определяется уравнением

$$\tau_{уб} = \frac{N - (n - 1)}{N} \tau_{опф}. \quad (16)$$

Очевидно, что в системе связи, использующей синхросигнал $S_{куб}(t)$, скорость передачи информации $R_{уб} = 1/\tau_{уб}$ оказывается выше, чем в альтернативной системе.

На рис. 1. показан график зависимости отношения $R_{уб}/R_{пф}$ от размерности синхросигнала N .

Из рассмотрения уравнения (16) и рис. 1 видно, что при малых размерностях сигнала с информационной точки зрения эффективнее оказывается синхросигнал $S_{куб}(t)$.

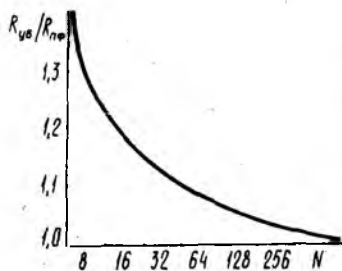


Рис. 1

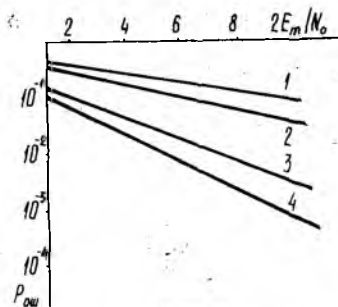


Рис. 2.

Проведем теперь сравнение вероятностных характеристик режимов поиска синхросигналов $S_{куб}(t)$ и $S_{кпф}(t)$.

Для сигнала $S_{кпф}(t)$ вероятность ошибки в оценке синхропараметра на каждом шаге поиска определяется выражением для вероятности ошибки при различении двух детерминированных противоположных сигналов [10]

$$p_{пф} = 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{2E_m}{N_0}}\right), \quad (17)$$

а для сигнала $S_{\text{куб}}(t)$ определяется выражением для вероятности ошибки при обнаружении детерминированного сигнала [10]

$$p_{\text{жуб}} = 1 - \Phi\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2E_m}{N_0}}\right). \quad (18)$$

При фиксированном количестве шагов $n = \log_2 N$ поиск сигнала $S_{\text{кпф}}(t)$ может быть проведен с вероятностью ошибки

$$P_{\text{ош.пф}} = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - p_{\text{jnф}}), \quad (19)$$

а сигнал $S_{\text{куб}}(t)$ с вероятностью

$$P_{\text{ош.уб}} = 1 - \left[\prod_{j=1}^{n-1} (1 - p_{\text{жуб}}) \right] (1 - p_{n\text{уб}}), \quad (20)$$

где $p_{n\text{уб}} = p_{\text{jnф}}$ — вероятность ошибки на последнем шаге поиска сигнала $S_{\text{куб}}(t)$.

На рис. 2 показаны графики зависимости вероятности ошибки от отношения сигнал—шум, построенные по формулам (17)—(20) для $N=8$. Кривая 1 характеризует зависимость $P_{\text{ош.уб}} \times \left(\frac{2E_m}{N_0}\right)$, кривая 2 — $p_{\text{жуб}} \left(\frac{2E_m}{N_0}\right)$, кривая 3 — $P_{\text{ош.пф}} \left(\frac{2E_m}{N_0}\right)$, кривая 4 — $p_{\text{jnф}} \left(\frac{2E_m}{N_0}\right)$.

Из рассмотрения уравнений (17) — (20) и рис. 2 видно, что при фиксированном количестве измерений помехоустойчивость поиска сигнала $S_{\text{кпф}}(t)$ выше, чем сигнала $S_{\text{куб}}(t)$ для любой размерности N сигналов.

Проведенные в работе исследования показали, что в множестве ПСС в базисе Уолша существует по крайней мере две группы синхросигналов, позволяющих провести ускоренный поиск по задержке за $n = \log_2 N$ измерений. Это ПСС с постоянной фазой функций Радемахера и ПСС в усеченном базисе Уолша.

Анализ приведенных выше результатов показал, что при сильных шумах наиболее эффективными являются ПСС с постоянной фазой функций Радемахера, а при умеренных и слабых шумах — ПСС в усеченном базисе Уолша; эффективность ПСС в усеченном базисе Уолша зависит от размерности N используемых сигналов, для малых N она максимальна (до 30 % увеличивается скорость передачи информации) и уменьшается с ростом N .

Список литературы: 1. Окунев Ю. Б., Яковлев Л. А. Широкополосные системы связи с составными сигналами. М., 1968. 104 с. 2. Дядюнов Н. Г., Сецин А. И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы/Под ред. Е. М. Тарасенко. М., 1977. 224 с. 3. Гинзбург В. В., Каяцкас А. А. Теория синхронизации демодуляторов. М., 1974. 216 с. 4. Лосев В. В. Преобразование Фурье на конечных Абелевых группах и полихотомические методы синхронизации//Радиотехника и электроника. 1977. № 9. С. 1922—1925. 5. Лосев В. В. Использование последовательностей быстрого поиска в совмещенных системах//Изв. вузов. Радио-

электроника. 1978. 21, № 7. С. 24—26. 6. А. с. № 932633 СССР, МКИ Н04 J 3/06//Н04 L 7/08. Устройство цикловой синхронизации многоканальных систем связи/А. В. Ивашко, А. Я. Штильберг//Открытия. Изобретения. 1982. № 20. С. 82. 7. А. с. № 1107306 СССР, МКИ Н04 J 3/06//Н04 L 7/02. Устройство синхронизации по групповому сигналу в многоканальных системах связи/Н. П. Суворов, В. И. Корыстин, О. И. Братко//Открытия. Изобретения. 1984. № 29. С. 93. 8. А. с. № 1314471 СССР, МКИ Н04 J 3/06//Н04 L 7/08. Устройство синхронизации по групповому сигналу в многоканальных системах связи/Н. П. Суворов, А. Д. Проскурин, В. И. Корыстин//Открытия. Изобретения. 1987. № 20. С. 24. 9. А. с. № 1239874 СССР, МКИ Н04 J 3/06//Н04 L 7/02. Устройство синхронизации по групповому сигналу в многоканальных системах связи/Н. П. Суворов, В. И. Корыстин, И. К. Костенко//Открытия. Изобретения. 1986. № 23. С. 36. 10. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М., 1983. 320 с.

Поступила в редколлегию 24.05.89

УДК 621.391.253

Ю. В. СТАСЕВ, канд. техн. наук

ВЗАИМОКОРРЕЛЯЦИОННЫЕ И АНСАМБЛЕВЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ И ЛИНЕЙНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

В системах связи с кодовым разделением каналов широкой применяются находят рекуррентные последовательности максимальной длины (ЛРПМ). Это связано прежде всего с хорошими корреляционными свойствами таких последовательностей и простотой реализации устройств их формирования. Однако, как показано в работах [1; 2], ЛРПМ обладают неудовлетворительными ансамблевыми и структурными свойствами и могут быть построены для длительностей $L=2^n - 1$, $n=1, 2, 3, 4, \dots$, что ограничивает их использование в перспективных системах связи. Развитие микропроцессорной техники и ее широкое использование в устройствах формирования и обработки сигналов позволяют применять в системах связи последовательности с более сложными, нелинейными законами формирования, свободными от указанных недостатков. Особый интерес среди нелинейных систем сигналов проявлен к характеристическим последовательностям. Эти последовательности, обладая примерно такими же корреляционными свойствами, как и ЛРПМ (уровень боковых выбросов периодической функции автокорреляции (ПФАК) $R = \pm 2$ при $L \equiv 2 \pmod{4}$ и $R = \{0; -4\}$ при $L \equiv 0 \pmod{4}$), имеют значительно лучшие структурные свойства и могут быть построены для длительностей $L = p^n - 1$, где p — простое.

Перспективы использования характеристических последовательностей в системах, функционирующих совместно с созданными, предопределяют необходимость исследования взаимокорреляционных свойств ЛРПМ и характеристических последовательностей.

ЛРПМ можно генерировать с помощью линейного рекуррент-

ного регистра, символы на выходе которого $\{a_i\}$ удовлетворяют рекуррентному уравнению [3]

$$a_i = \sum_{j=1}^n c_j a_{i-n}, \quad (1)$$

где $i-n > 0$; c_j — коэффициенты в цепи обратной связи линейного рекуррентного регистра.

Алгоритм формирования характеристических последовательностей базируется на понятии двухзначного характера $\psi(x)$ мультипликативной группы поля Галуа $GF(p^n)$. Правило формирования характеристической последовательности $\{a_i\}$ можно представить в виде

$$a_i = \begin{cases} \psi(\theta^i + 1), & \text{если } \theta^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{p}; \\ 1, & \text{если } \theta^i + 1 \equiv 0 \pmod{p}, \end{cases}$$

где θ — первообразный элемент поля $GF(p^n)$.

В работе [4] показано, что основные характеристики системы связи (средняя вероятность ошибки, вероятность ложной тревоги и пропуска сигнала) зависят от статистических характеристик выбросов периодической функции взаимной корреляции (ПФВК). Ниже приводятся результаты исследований статистических характеристик ПФВК, характеристических последовательностей и ЛРПМ.

Статистические характеристики ПФВК: математическое ожидание выбросов M ; среднеквадратичное отклонение математического ожидания выбросов $\sqrt{D_m}$; дисперсия уровня выбросов D ; среднеквадратичное отклонение дисперсии выбросов $\sqrt{D_d}$; среднее значение максимального выброса U_{\max} и среднеквадратичное отклонение максимального выброса $\sqrt{D_{i_{\max}}}$ — оценивались по методике, приведенной в работе [4]. В табл. 1—3 приведены результаты исследований статистических характеристик ПФВК ЛРПМ (табл. 1), характеристических последовательностей (табл. 2), ЛРПМ. В последнем столбце таблиц приведены усредненные значения статистических характеристик ПФВК.

Анализ табл. 1—3 показал, что статистические характеристики ПФВК характеристических последовательностей и ЛРПМ примерно равны. Следовательно, использование характеристических последовательностей совместно с ЛРПМ, как следует из работы [2], не приведет к увеличению вероятности ошибки, вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала.

При построении систем связи с кодовым разделением каналов наряду с взаимокорреляционными свойствами важное значение имеют ансамблевые свойства последовательностей.

В табл. 4 приведены ансамблевые свойства характеристических последовательностей и ЛРПМ.

Данные табл. 4 свидетельствуют о том, что число характеристических последовательностей превышает число ЛРПМ, что поз-

Таблица 1

Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале						Усредненные значения
	15	31	63	127	255	511	
M	0,24	0,14	0,85 · 10 ⁻¹	0,67 · 10 ⁻¹	0,46 · 10 ⁻¹	0,32 · 10 ⁻¹	0,33 √L
√D _M	0,5 · 10 ⁻¹	0,44 · 10 ⁻¹	0,94 · 10 ⁻¹	0,67 · 10 ⁻¹	0,2 · 10 ⁻¹	0,63 · 10 ⁻²	0,38 · 10 ⁻¹
D	0,21 · 10 ⁻¹	0,12 · 10 ⁻¹	0,91 · 10 ⁻²	0,34 · 10 ⁻²	0,17 · 10 ⁻²	0,93 · 10 ⁻³	0,06 √L
√D _D	0,3	0,54 · 10 ⁻¹	0,31 · 10 ⁻¹	0,63 · 10 ⁻¹	0,14 · 10 ⁻¹	0,7 · 10 ⁻²	0,57 · 10 ⁻¹
U _{макс}	2,9 √L	2,9 √L	2,5 √L	3,1 √L	2,9 √L	3,1 √L	3 √L
√DU _{макс}	0,51 · 10 ⁻¹	0,53 · 10 ⁻¹	0,6 · 10 ⁻¹	0,63 · 10 ⁻¹	0,63 · 10 ⁻¹	0,55 · 10 ⁻²	0,17 · 10 ⁻¹

Таблица 2

Параметры ПФВК	Число элементов в сигнале						Усредненные значения
	16	30	66	126	256	508	
M	0,21	0,15	0,82 · 10 ⁻¹	0,63 · 10 ⁻¹	0,51 · 10 ⁻¹	0,34 · 10 ⁻¹	0,35 √L
√D _M	0,71 · 10 ⁻¹	0,58 · 10 ⁻¹	0,98 · 10 ⁻¹	0,71 · 10 ⁻¹	0,29 · 10 ⁻¹	0,73 · 10 ⁻¹	0,45 · 10 ⁻¹
D	0,27 · 10 ⁻¹	0,16 · 10 ⁻¹	0,81 · 10 ⁻²	0,37 · 10 ⁻²	0,27 · 10 ⁻²	0,11 · 10 ⁻¹	0,07 √L
√D _D	0,34	0,64 · 10 ⁻¹	0,35 · 10 ⁻¹	0,66 · 10 ⁻¹	0,19 · 10 ⁻¹	0,66 · 10 ⁻²	0,62 · 10 ⁻¹
U _{макс}	3,1 √L	3,2 √L	3 √L	3,1 √L	3,8 √L	3,2 √L	3,4 √L
√DU _{макс}	0,61 · 10 ⁻¹	0,59 · 10 ⁻¹	0,67 · 10 ⁻¹	0,71 · 10 ⁻¹	0,68 · 10 ⁻¹	0,66 · 10 ⁻¹	0,21 · 10 ⁻¹

Таблица 3.

Параметры ПФВК	15	31	63	127	255	511	1023	Усредненные значения
M	0,19	0,15	$0,94 \cdot 10^{-1}$	$0,72 \cdot 10^{-1}$	$0,49 \cdot 10^{-1}$	$0,35 \cdot 10^{-1}$	$0,25 \cdot 10^{-1}$	$0,76/\sqrt{L}$
\sqrt{DM}	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,2 \cdot 10^{-1}$	$0,7 \cdot 10^{-2}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$	$0,1 \cdot 10^{-2}$	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$0,69 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$
D	$0,25 \cdot 10^{-1}$	$0,14 \cdot 10^{-1}$	$0,54 \cdot 10^{-2}$	$0,29 \cdot 10^{-2}$	$0,14 \cdot 10^{-2}$	$0,71 \cdot 10^{-3}$	$0,36 \cdot 10^{-3}$	$0,02/\sqrt{L}$
\sqrt{DD}	$0,39 \cdot 10^{-2}$	$0,6 \cdot 10^{-2}$	$0,17 \cdot 10^{-2}$	$0,83 \cdot 10^{-3}$	$0,75 \cdot 10^{-3}$	$0,64 \cdot 10^{-3}$	$0,57 \cdot 10^{-3}$	$0,19 \cdot 10^{-2}$
U_{\max}	$2,3/\sqrt{L}$	$2,5/\sqrt{L}$	$2,7/\sqrt{L}$	$3/\sqrt{L}$	$3/\sqrt{L}$	$3,2/\sqrt{L}$	$3,8/\sqrt{L}$	$3,1/\sqrt{L}$
\sqrt{DU}_{\max}	0,13	$0,96 \cdot 10^{-1}$	$0,64 \cdot 10^{-1}$	$0,95 \cdot 10^{-1}$	$0,93 \cdot 10^{-1}$	$0,85 \cdot 10^{-1}$	$0,77 \cdot 10^{-1}$	$0,84 \cdot 10^{-1}$

Тип последовательности	15	31	63	127	255	511	1023
	16	30	60	126	256	508	1020
ЛРПМ	2	6	8	18	16	48	60
Характеристические последовательности	8	8	20	32	128	252	256

воляет при заданном качестве передачи информации расширить число абонентов в системе связи.

Таким образом, характеристические последовательности могут найти широкое применение в перспективных системах связи, функционирующих совместно с системами, где используются ЛРПМ.

Список литературы: 1. Диффи У., Хэллман М. Э. // ТИИЭР. 67, № 3 1979. С. 71—109. 2. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 3. Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 4. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации/Под ред. В. Б. Пестрякова. М., 1973. 424 с.

Поступила в редколлегию 22.05.89

УДК 681.324

В. А. ТИМОНИН, В. И. ПЛОТКИН, канд. техн. наук

О ВЫБОРЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИ ОЦЕНКЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ МОЩНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ

Взаимодействие между источниками мощных электромагнитных помех (МЭМП) и вычислительными системами осуществляется через электромагнитные поля. В реальной обстановке вычислительные системы подвержены воздействию электромагнитных полей излучения от большого числа источников. Ввиду взаимной проницаемости электромагнитных полей в любой области пространства в один и тот же момент времени существуют поля различных источников. В реальных условиях они будут оказывать влияние на нормальную работу вычислительных систем, что может привести к ухудшению качества функционирования этих средств или выходу их из строя [1].

Оценка эффективности вычислительных систем связана с выбором критерия эффективности, который должен отразить сложную взаимозависимость многочисленных факторов, влияющих на функционирование систем. Наиболее полно качество функциони-

рования сложных вычислительных систем, степень соответствия их своему назначению оценивается с помощью показателей эффективности. Под показателем эффективности сложной системы понимается числовая характеристика системы, которая оценивает степень приспособленности системы к выполнению поставленных задач [2]. В общем случае показатель эффективности записывается в виде $K=f(N, S, W, V)$, где N — множество параметров входящих потоков требований; S — множество параметров системы; W — множество параметров элементов системы; V — множество параметров, характеризующих воздействия различных источников электромагнитных помех.

Поскольку функционирование сложной системы протекает, как правило, в условиях значительного влияния внешних случайных факторов, то оценку ее эффективности целесообразно проводить с помощью различных вероятностных характеристик. Наиболее универсальной характеристикой качества функционирования вычислительной системы, которую можно принять в качестве основного показателя ее эффективности, является вероятность выполнения поставленных перед ней задач на требуемом уровне за определенное время τ и при заданных условиях функционирования $P(\tau)$ [3]. Однако вычисление значений $P(\tau)$ при оценке эффективности сложных вычислительных систем сопряжено с непреодолимыми трудностями, обусловленными большим количеством параметров, влияние которых необходимо учесть, и отсутствием явно выраженных функциональных зависимостей, определяющих это влияние. Поэтому практически в качестве основного показателя эффективности приходится выбирать такой показатель, который в отношении полноты оценки системы достаточно близко приближает к показателю $P(\tau)$, но в то же время может быть вычислен с помощью тех или иных методов.

Роль такого показателя эффективности может выполнить относительная пропускная способность вычислительной системы [4]

$$\eta(\Delta t) = \frac{M[N_0(\Delta t)]}{M[N_n(\Delta t)]},$$

где $M[N_0(\Delta t)]$ — математическое ожидание числа обслуженных вычислительной системой требований за интервал времени Δt ; $M[N_n(\Delta t)]$ — математическое ожидание числа поступивших на вычислительную систему требований за этот же интервал времени Δt .

Из-за воздействия различных источников МЭМП возможно такое состояние системы, когда в ходе взаимодействия один или несколько элементов в ней полностью или неполностью выполняют свои функции. Если учесть, что элементов и связей в сложной системе много, то естественно, что число их сочетаний будет чрезвычайно большим. Но это множество состояний системы, характеризующихся только сбоями и отказами отдельных элементов, может привести к различным результатам с точки зрения функ-

ционирования всей системы. Например, возможен случай, когда отказ одного из элементов приводит к тому, что конечный результат в системе не достигается. Но возможны также и случаи, когда и при плохой работе одного или нескольких элементов конечная цель при функционировании системы все же достигается, однако при этом не удовлетворяются заранее определенные ограничения. Таким образом, речь должна идти не о полной потере работоспособности вычислительной системы, а лишь о снижении качества ее работы, т. е. об изменении эффективности системы.

Общий методологический подход к оценке эффективности сложных систем предложен в работе [2]. На основании этого подхода оценку функционирования сложных вычислительных систем можно проводить по величине разности $\Delta\eta(\Delta t) = \eta^0(\Delta t) - \eta^*(\Delta t)$, показывающей, насколько снижается показатель эффективности системы под влиянием МЭМП вследствие сбоев и отказов ее элементов $\eta^*(\Delta t)$ по сравнению с показателем эффективности системы, функционирующей в условиях отсутствия помех $\eta^0(\Delta t)$.

Целью создания сложных систем на базе высокопроизводительных вычислительных комплексов является обеспечение в минимально короткие сроки обработки максимально возможных потоков требований с учетом полноты получаемой информации. Следовательно, в условиях отсутствия внешних помех выбранный показатель эффективности равен 1, так как количество поступивших требований должно быть обслужено системой, иначе создание мощных вычислительных систем неоправданно. Так как достоверность выполнения задач предполагает использование всей входной информации, то вычислительные системы в условиях воздействия МЭМП должны обрабатывать максимально возможные потоки требований. Исходя из этого

$$\Delta\eta(\Delta t) = 1 - \frac{M[N_0^*(\Delta t)]}{M[N_n(\Delta t)],}$$

где $M[N_0^*(\Delta t)]$ — математическое ожидание числа обслуженных вычислительной системой требований в условиях воздействия МЭМП за интервал времени Δt . Согласно работе [5] выражение, представленное в виде дроби, есть коэффициент сохранения эффективности $K_{эф}$.

Таким образом, в условиях мощных электромагнитных помех оценку функционирования вычислительных систем можно проводить с помощью коэффициента сохранения эффективности, причем в качестве показателя эффективности выбирается количество обслуживаемых требований, поступающих на входные элементы вычислительной системы за интервал времени Δt .

Список литературы: 1. Кравченко В. И., Болотов Е. А., Летунова Н. И. Радиоэлектронные средства и мощные электромагнитные помехи. М., 1987. 256 с. 2. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., 1978. 400 с. 3. Лазарев И. А. Композиционное проектирование сложных агрегативных систем. М., 1986. 312 с. 4. Дроздов Е. А., Пятибратов А. П. Основы построения и функционирования вычислительных систем. М., 1973. 368 с. 5. ГОСТ 27.002—83.

Надежность в технике. Термины и определения. Принята в редколлегию 30.06.88

ФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВА ПРИЗНАКОВ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Проблема распознавания образов имеет многочисленные практические приложения [1] и часто сводится к анализу электрических сигналов, с помощью которых может передаваться информация о распознаваемых объектах. Согласно сложившейся концепции [1] процесс распознавания состоит в сравнении характерных признаков сигнала с эталоном и принятии решения о соответствии (или несоответствии) распознаваемого сигнала данному классу.

При этом очевидно, что правильный выбор признаков, содержащих максимум информации о сигнале, в значительной мере предопределяет эффективность распознавания. Однако если процедура принятия решения о принадлежности объекта данному классу широко обсуждалась в литературе [1; 2] и разработана весьма подробно, то методы выбора совокупности (пространства) признаков до настоящего времени находятся в стадии своего становления. Поэтому на практике часто в качестве признаков выбирают те или иные параметры сигналов, которые из общих представлений наиболее информативны в условиях конкретно решаемой задачи.

Тем не менее подобные частные методы не исключают поиска более общего подхода, в связи с чем в настоящей работе сделана попытка формирования пространства признаков с помощью метода траекторного спектрального анализа сигналов в частотно-временном базисе [3], а также приведены результаты разработки и исследования параметров комплекса цифровой аппаратуры на базе ЭВМ типа БЭСМ-6 для выделения указанных признаков.

Использование траекторного спектрального анализа для формирования признаков сигнала. Рассмотрим аналитический сигнал в виде

$$U(t) = A(t) \exp \{j[\omega_0 t + \Phi(t)]\}, \quad (1)$$

где $A(t)$, $\Phi(t)$ — огибающая и фаза сигнала.

Так как информация, передаваемая подобным сигналом, содержится в модулирующих функциях $A(t)$ и $\Phi(t)$, задача распознавания сводится к восстановлению законов амплитудной (АМ) и фазовой (ФМ) (частотной (ЧМ)) модуляции принятого сигнала и сопоставлению их с известным эталоном.

В связи с этим нами предлагается следующий подход, основанный на ранее описанном методе траекторного спектрального анализа [3], суть которого состоит в следующем.

Сопоставим сигналу $U(t)$ некоторую функцию взаимной неопределенности (ФВН)

$$\chi_r(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G_r(t, t') U(t') \exp[-j\omega t'] dt', \quad (2)$$

где $\tilde{G}_\tau(t, t')$ — временное окно, обладающее свойствами импульсной характеристики линейного фильтра и равное нулю вне интервала $|t-t'| \leq \pi/2$.

Физический смысл ФВН нетрудно понять, если учесть, что выражение (2) представляет собой кратковременный (за время τ) спектр сигнала $U(t)$, а его квадрат модуля $|x_\tau(t, \omega)|^2$ описывает поверхность, рельеф которой соответствует перемещению

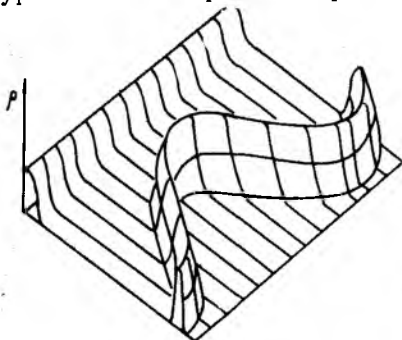


Рис. 1

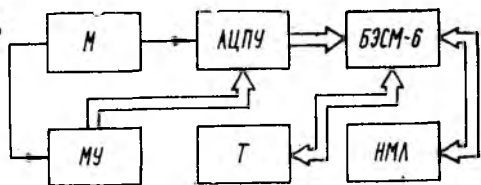


Рис. 2

нию плотности энергии сигнала в пространстве мощность—частота—время (рис. 1).

Проекция поверхности ФВН на плоскость P, t (рис. 1) определяет закон амплитудной модуляции

$$(\tilde{A})t = \left\{ \frac{1}{4\pi\tau} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |x_\tau(t, \omega)|^2 \right\}^{0,5} = \left\{ \frac{1}{2\tau} \int_{-\infty}^{\infty} dt' |G_\tau(t, t') U(t')|^2 \right\}^{0,5} \quad (3)$$

который можно рассматривать как средневзвешенное значение квадрата амплитуды сигнала $U(t)$ на интервале временного окна τ .

Закон частотной модуляции $\omega(t) = d\Phi(t)/dt$ можно определить аналогично, вычисляя проекцию поверхности ФВН на плоскость ω, t (рис. 1) как траекторию движения энергетического центра $\omega(t)$ (ЭЦ) кратковременного спектра (2). При этом в качестве характеристики положения ЭЦ можно использовать значения частоты, соответствующие максимуму ФВН, ее среднему значению или медиане [3], что определяется удобством вычислений для конкретного вида сигнала. В частности, для случая определения ЭЦ в виде медианы:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x_\tau(\omega, t)|^2 d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} |x_\tau(\omega, t)|^2 d\omega = 0,5 \quad (4)$$

в работе [3] показано, что можно обеспечить достаточную для практики точность восстановления законов модуляции сигнала $U(t)$, если длительность временного окна τ выбирается на основе априорной информации о сигнале $\tau = (\Omega_\omega \Delta\omega_m)^{-0,5}$, где Ω_ω — ши-

рина спектра функции $\omega(t) = d\Phi(t)/dt$; $\Delta\omega_m$ — максимальное значение девиации частоты $\omega(t)$, а длительность реализации составляет $T_n \geq 3F_n$, где F_n — нижняя граница спектра функции $\omega(t)$.

При цифровой обработке сигнал $U(t)$ представляется в виде массива данных $U_T(t)$ из L -эквилидистантных отсчетов $U(l)$ с шагом T , $L = \text{int}(T_n/T)$. Поэтому целесообразно ввести дискретную ФВН

$$x_\tau(T_m, \omega_k) = \sum_{l=0}^{L-1} G_\tau[(m-l)T] U(l) e^{-j\omega_k l T}, \quad (5)$$

которая вычисляется в момент времени mT для дискретных частот $\omega_k = k\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — шаг в области частот; $k=0, 1, 2, \dots, K-1$ — число отсчетов в области частот.

При этом закон АМ определяется как

$$|\hat{A}(mT)|^2 = \frac{\Delta\omega}{4\pi\tau} \sum_{k=0}^{K-1} |x_\tau(mT, \omega_k)|^2, \quad (6)$$

а закон ЧМ определяется уравнением

$$\sum_{k=0}^K |x_\tau(mT, \omega_k)|^2 / \sum_{k=0}^{K-1} |x_\tau(mT, \omega_k)|^2 = 0,5, \quad (7)$$

из которого вычисляется положение ЭЦ $\hat{\omega}(mT) = \hat{K}\Delta\omega$ (8).

Однако столь подробное описание законов АМ и ЧМ отличается информационной избыточностью и вряд ли оправдано, особенно для сигналов, содержащих случайную компоненту (помехи, шумы). Поэтому целесообразно ввести такую упорядоченную последовательность усредненных числовых параметров-признаков, которые достаточно полно описывают сигнал $U(t)$, устойчивы по отношению к случайным воздействиям на сигнал, а их информативность убывает с повышением порядка.

Для этого введем совокупность функций взаимного энергетического спектра порядка $r+s$ для законов АМ и ЧМ в виде

$$S_{rs}(\Omega_i) = \tilde{A}_r(\Omega_i) \tilde{W}_s(\Omega_i), \quad (9)$$

где

$$\tilde{A}_r(\Omega_i) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{(M-1)m'} [\hat{A}(mT)]^s e^{-j\Omega_i T m}, \quad (10)$$

$$\tilde{W}_s(\Omega_i) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{(M-1)m'} [\hat{\omega}(mT)]^s e^{-j\Omega_i T m}, \quad (11)$$

M определяется характером расположения совокупности временных окон G_τ на интервале T_n , в частности, при смежных окнах $M = \text{int}(T_n/\tau)$, $m = \text{int}(\tau/T)$, $P, P=0, 1, \dots, M-1$, $m' = \text{int}(\tau/T)$.

Введенные взаимные энергетические спектры образуют матрицу $\|S_{rs}\|$, которая по своему физическому смыслу близка к известной матрице когерентности [4] и позволяет сформировать наглядные информативные признаки сигнала $U(t)$.

Действительно, полагая в (9) $\Omega_i = 0$ и $s = 0$, получаем

$$S_{r_0}(0) = A_r(0) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} [\hat{A}(mT)]^r, \quad (12)$$

и аналогично для $\Omega_i = 0$, $s = 0$

$$S_{0s}(0) = \tilde{W}_s(0) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} [\hat{\omega}(mT)]^s. \quad (13)$$

Как видно, выражения (12), (13) определяют средние выборочные значения законов АМ и ЧМ вдоль оси P и ω соответственно, а сами признаки можно определить как соответствующие средние параметров траектории движения ЭЦ в пространстве P, ω, t .

Например, первые моменты $S_{01}(0)$ и $S_{10}(0)$ равны среднему значению траектории движения ЭЦ в плоскости ω, t (средняя частота сигнала $\bar{\omega} = S_{01}(0)$) и в плоскости P, t (средняя амплитуда сигнала $\bar{A} = S_{10}(0)$). Вторые моменты $S_{02}(0)$ и $S_{20}(0)$ определяют среднеквадратическое значение флуктуации частоты $\sigma_\omega = [S_{02}(0) - S_{01}^2(0)]^{0.5}$ и амплитуды $\sigma_A = [S_{20}(0) - S_{10}^2(0)]^{0.5}$. Перечень признаков можно продолжить, учитывая моменты все более высоких порядков (коэффициенты асимметрии, эксцесса и т. д.), а также рассматривая взаимные моменты $S_{rs}(0) = S_{r_0}(0) S_{0s}(0)$, что позволит более точно определить свойства сигнала $U(t)$. Однако информативность рассмотренных моментов убывает с возрастанием порядка [4], и всегда существует их разумное количество, которым целесообразно ограничиться при решении конкретной задачи распознавания.

Введенные выше признаки характеризуют вид функции распределения частоты и амплитуды и не описывают поведение законов АМ и ЧМ во времени. Поэтому целесообразно в качестве признаков, характеризующих динамику процесса $U(t)$, ввести моменты функции взаимного энергетического спектра (9)

$$M_{rs}^{(n)} = \frac{1}{T} \sum_{l=0}^{l-1} \Omega_l^n |S_{rs}(\Omega_l)|^2. \quad (14)$$

Различные частные случаи выражения (14) имеют наглядный физический смысл и могут быть использованы как информативные признаки, описывающие поведение сигнала во временной области.

Например, можно определить такие важнейшие динамические параметры, как средний период \bar{T}_ω закона ЧМ ($\bar{T}_\omega = 2\pi/M_{01}^{(1)}$ при $r=0, s=1$), закона АМ ($\bar{T}_A = 2\pi/M_{10}^{(1)}$ при $r=1, s=0$) и первый взаимный момент ($\bar{T}_{\omega A} = 2\pi/M_{11}^{(1)}$ при $r=1, s=1$); среднеквадратическое значение флуктуации периода ЧМ ($\sigma_{TA} = 2\pi [M_{01}^{(2)} - (M_{01}^{(1)})^2]^{-0.5}$), периода АМ ($G_{TA} = 2\pi [M_{10}^{(2)} - (M_{10}^{(1)})^2]^{-0.5}$) и второй взаимный момент ($\sigma_{TA\omega} = 2\pi [M_{11}^{(2)} - (M_{11}^{(1)})^2]^{-0.5}$), а также коэффициенты асимметрии, эксцесса и т. д.

Можно также учитывать моменты спектров более высоких порядков ($r+s \geq 2$, получаемых из уравнения (14), однако, как показывает анализ, во многих случаях достаточно ограничиться вычислением первых моментов элементов матрицы $\|S_{rs}\|$, имеющих следующий физический смысл: $S_{01}(\Omega_i)$ — спектр закона АМ, $S_{10}(\Omega_i)$ — спектр закона ЧМ и $S_{11}(\Omega_i)$ — взаимный энергетический спектр АМ и ЧМ.

Комплекс цифровой аппаратуры. В состав комплекса цифровой аппаратуры [5] входят (рис. 2) магнитограф (М) НО-67, маркерное устройство (МУ), блок аналогово-цифрового преобразования и управления (АЦПУ) и ЭВМ типа БЭСМ-6 совместно с ее штатным накопителем на магнитной ленте (НМЛ), терминалом (Т) и другими периферийными устройствами. Магнитограф воспроизводит по одному каналу служебную информацию, необходимую для восстановления условий проведения эксперимента, а исследуемый сигнал считывается по другому каналу. Служебная информация поступает на МУ, где расшифровывается и подается в блок АЦПУ, ко второму входу которого подключен информационный сигнал. В блоке АЦПУ производится преобразование аналогового сигнала в двоичный 6-разрядный цифровой код, согласование скорости потока информации с выхода НО-67 и канала ввода в БЭСМ-6, обеспечение протокола обмена и электрическое согласование логических уровней. Для записи информации в ЭВМ оператор через терминал вызывает пропрограмму ввода, согласно которой БЭСМ-6 обращается к блоку АЦПУ. При этом включается режим «воспроизведение» на магнитографе, и сигналы со служебного и информационного каналов через блок АЦПУ и ЭВМ записываются и хранятся на НМЛ.

Обработка и анализ цифровых данных производится в БЭСМ-6 по программе реализующей собственно алгоритм траекторного спектрального анализа с использованием подпрограмм быстрого преобразования Фурье (БПФ), вычисления моментов и определения медианы, моды и среднего значения спектральных плотностей.

Основные технические характеристики комплекса аппаратуры следующие: полоса пропускания ФНЧ на входе АЦПУ—300 Гц; 1500 Гц; 3000 Гц; соответствующие им частоты дискретизации—1 кГц, 5 кГц, 10 кГц; неравномерность АЧХ ФНЧ < 3 дБ; емкость буферного ОЗУ в блоке АЦПУ — 12 кБайт; динамический диапазон — 36 дБ; шаг квантования — 40 мВ; время преобразования

< 100 нС; тип магнитной ленты (МЛ), используемой на НО-67, И4404-12-21; номинальная скорость движения МЛ—38 см/с; отклонение скорости МЛ от номинального значения $< 0,2$ %; коэффициент колебаний скорости $< 0,2$ %; коэффициент гармонических искажений $< 2,5$ %; максимальный уровень входного сигнала ± 1 В; ЭВМ типа БЭСМ-6 обеспечивает математические операции над числами с плавающей запятой, мантиса которых соответствует 11-значному десятичному числу, а порядок по основанию десять не более ± 19 . При этом возможны вычисления с двойной точностью.

Экспериментальное исследование характеристик комплекса цифровой аппаратуры. Для исследования характеристик разработанного комплекса цифровой аппаратуры нами проведены измерения описанных выше информационных признаков применительно к частотно-модулированному сигналу.

Процесс цифровой обработки сигналов (1) можно условно разделить на несколько этапов. Если классификацию проводить по месту возникновения ошибок (шумов), влияющих на точность определения параметров колебания (1), то процедура обработки делится на три этапа: регистрация и подготовка информации; преобразование и ввод цифровых данных; обработка и анализ цифровых данных.

На первом этапе появление ошибок связано со случайными помехами и шумами в канале сигнала, дефектами на магнитной ленте (МЛ), неравномерностью движения МЛ в лентопротяжном механизме магнитографа и нелинейными и частотными искажениями в его каналах, на втором — с работой реального АЦП, и на третьем — с проведением вычислений на ЭВМ. Другие источники ошибок, связанные, например, со сбоями в цифровой аппаратуре, не учитываются, так как они обнаруживаются и исправляются путем использования кода Хеминга, контроля по модулю два, а также восстановления испорченного слова за счет информационной избыточности. Нами исследованы погрешности, возникающие на втором и третьем этапах, так как ошибки, связанные с регистрацией и подготовкой данных, сравнительно просто устраняются созданием соответствующих условий проведения эксперимента. При этом использовались тест-сигналы с известными параметрами в виде аддитивной смеси широкополосного гаусова шума и напряжения (1), частота которого модулирована по закону $\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega \sin \Omega_0 t$, где $\Delta\omega$ — девиация частоты; Ω_0 — модулирующая частота.

Для формирования подобного сигнала создан измерительный стенд (рис. 3), в котором выходное напряжение генератора сигналов специальной формы (ГСС) типа Г6-26 модулирует по частоте колебания генератора низкочастотных сигналов (ГСН) Г6-31, которые, суммируясь с сигналом генератора низкочастотного шума (ГШН) Г2-57, через attenuator (АТ) подаются на вход многоканального магнитографа.

Параметры тест-сигнала контролировались по сквозному каналу магнитографа с помощью спектроанализатора (СА) С4-73, милливольтметра (МСЗ) В3-48 и осциллографа С1-68. При этом погрешность составляет $\pm 1\%$ для измерения среднего значения частоты ω_0 , значения модулирующей частоты Ω_0 и среднеквадрати-

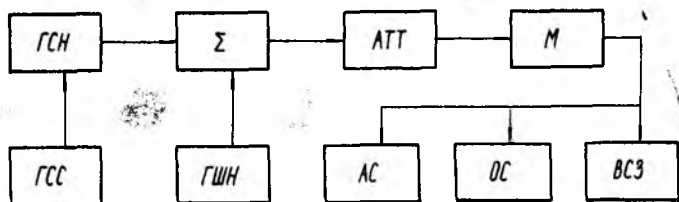


Рис. 3

ческого значения девиации частоты σ_0 , для измерения отношения сигнал-шум $\pm 2,5\%$ и амплитудного значения $\pm 4\%$.

Обработка проводилась с использованием прямоугольного временного окна и в определении ЭЦ спектральной плотности и вычислении $\bar{\omega}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\Omega}$ составляла $|S_T(\omega, t)|^2$.

Положение ЭЦ определялось несколькими способами: как мода спектральной плотности $|S(\omega, t)|^2$, ее медиана (4) и среднее значение.

Таким образом, в данной работе предложен метод формирования пространства признаков сигналов для их распознавания, который наиболее полно использует информацию, заключенную в законах амплитудной и частотной модуляции. Приведено описание разработанного комплекса цифровой аппаратуры на базе ЭВМ типа БЭСМ-6 для измерения предложенной совокупности информационных признаков.

В результате экспериментальных исследований точностных характеристик разработанной аппаратуры сформулированы требования к параметрам обработки сигнала для получения наименьших погрешностей измерения.

Список литературы: 1. Фомин Я. А., Тарловский Г. Р. Статистическая теория распознавания образов. М., 1986. 264 с. 2. Горелик А. Л., Скрипник В. А. Методы распознавания. М., 1977. 222 с. 3. Могила А. А., Хлопов Г. И., Шестопапов В. П. Траекторный спектральный анализ//Радиотехника. 1989. Вып. 91. С. 86—93. 4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., 1982. 624 с. 5. Информационно-измерительная система для исследования радиоволн/В. С. Коростелев, А. Д. Краснянский, Г. И. Хлопов, В. П. Шестопапов//Всерюз. конф. по статистическим методам обработки данных дистанционного зондирования окружающей среды. Рига, 1986. С. 94—95.

Поступила в редколлегию 24.03.89

В. В. ТАЛАЛАЙ, В. В. ЕМЕЛЬЯНОВ, канд. техн. наук,
Т. П. ПЕТРУЧЕК, канд. техн. наук

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ УСТРОЙСТВА ПОВЫШЕНИЯ РАВНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ШУМОВ ПО КАНАЛАМ ТОНАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ

Для повышения равномерности распределения тепловых шумов по каналам тональной частоты при частотно-разнесенном приеме в работе [1] предложено устройство, использующее инверсию группового спектра на входе одного из частотных модуляторов передатчиков с последующей обратной инверсией инвертированного спектра на выходе демодулятора перед устройством сложения.

Оценим эффективность работы предложенного устройства, взяв за критерии эффективности работы коэффициент неравномерности распределения тепловых шумов по каналам тональной частоты $N = P_{\text{шт.т в верхнем канале}} / P_{\text{шт.т в нижнем канале}}$. Псофометрическая мощность теплового шума (в пиковаттах) в канале тональной частоты, вносимая приемником одной радиорелейной станции, определяется по формуле [2]

$$P_{\text{шт.т}} = 10^9 \frac{nkT \Delta F_k K_n^2}{P_c} \left[\frac{F_k}{\Delta f_k k(F_k)} \right]^2, \quad (1)$$

где n — коэффициент шума приемника; k — постоянная Больцмана, равная $1,38 \cdot 10^{-23}$ Вт/(Гц·К); T — абсолютная температура, принимаемая равной 290 К; ΔF_k — ширина полосы пропускания канала тональной частоты, равная $3,1 \cdot 10^3$ Гц; K_n — псофометрический коэффициент для канала тональной частоты, равный 0,75; F_k — средняя частота канала в групповом спектре, кГц; Δf_k — эффективное значение девиации частоты, соответствующее измерительному уровню сигнала одного канала на частоте нулевых предскажений, кГц; P_c — мощность сигнала на входе приемника, Вт; $k(F_k)$ — коэффициент, учитывающий изменения девиации частоты при введении предскажений в зависимости от частоты канала.

Приведенное выражение показывает, что при частотной модуляции распределение тепловых шумов по спектру группового сигнала неравномерно и пропорционально квадрату средней частоты телефонного канала. Мощность теплового шума имеет наибольшее значение в верхних по частоте каналах. При этом коэффициент неравномерности распределения тепловых шумов при отсутствии предскажений $k(F_k) = 1$ пропорционален ширине спектра группового сигнала $N = (F_2/F_1)^2$ (2), где F_2 — верхняя граничная частота группового сигнала; F_1 — нижняя граничная частота группового сигнала.

Для случая системы емкостью 120 телефонных каналов $N = (552/60)^2 = 84,6$ (19,3 дБ).

Некоторого улучшения равномерности распределения тепловых шумов в пределах группового спектра добиваются введением предискажений. Введение предискажений на входе группового тракта радиорелейной системы обеспечивает увеличение девиации частоты от сигналов верхних каналов за счет уменьшения ее для нижних каналов при сохранении общей девиации частоты от сигналов всех каналов неизменной. На выходе частотного детектора включается восстанавливающий контур, обеспечивающий выравнивание уровней сигналов всех каналов. Характеристика предискажений, рекомендованная международным консультативным комитетом по радио (МККР), описывается выражением

$$k^2(F_k) = 0,4 + 1,35(F_k/F_2)^2 + 0,75(F_k/F_2)^4. \quad (3)$$

При введении предискажений коэффициент неравномерности определяется соотношением

$$N = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 \frac{[k(F_1)]^2}{[k(F_2)]^2}$$

и составляет 13,5 (11,3 дБ).

Использование устройства [1] в системе с частотно-разнесенным приемом обеспечивает суммирование групповых сигналов с взаимно-обратным распределением тепловых шумов по каналам тональной частоты, что приводит к уменьшению коэффициента неравномерности N . Мощность теплового шума в канале тональной частоты инвертированного спектра группового сигнала может быть определена как

$$P_{ш.т.и} = 10^9 \frac{nkT\Delta F_k K_n^2}{P_c} \left[\frac{F_1 - F_k + F_2}{\Delta f_k k_n(F_k)} \right]^2, \quad (4)$$

где $k_n(F_k)$ — коэффициент, учитывающий изменение девиации частоты при введении предискажений в зависимости от частоты канала в инвертированном групповом спектре. При этом

$$k_n^2(F_k) = 0,4 + 1,35 \left(\frac{F_1 + F_2 - F_k}{F_2} \right)^2 + 0,75 \left(\frac{F_1 + F_2 - F_k}{F_2} \right)^4. \quad (5)$$

Обозначив через $A = 10^9 nkT\Delta F_k K_n^2 / \Delta f_k^2$ с учетом (1), полную мощность теплового шума на выходе суммирующего устройства системы с частотно-разнесенным приемом можно определить, пользуясь выражением

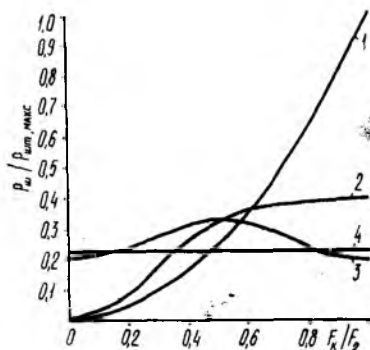
$$P_{ш.т.ш} = \frac{A}{P_{c1}} \left[\frac{F_k}{k(F_k)} \right]^2 + \frac{A}{P_{c2}} \left[\frac{F_k}{k(F_k)} \right]^2, \quad (6)$$

где P_{c1} и P_{c2} — мощность сигналов на входах частотно-разнесенных приемников.

В случае использования инверсии группового спектра сигналов полная мощность теплового шума с учетом (1) и (4) определится как

$$P_{ш.т.Э2} = \frac{A}{P_{c1}} \left[\frac{F_k}{k(F_k)} \right]^2 + \frac{A}{P_{c2}} \left[\frac{F_1 + F_2 - F_k}{k_n(F_k)} \right]^2. \quad (7)$$

На рисунке представлены графики распределения тепловых шумов по каналам тональной частоты, рассчитанные по формулам (6) и (7) и нормированные по отношению к мощности шума в верхнем телефонном канале, рассчитанной по формуле (6) при $k(F_k) = 1$ и $P_{c1} = P_{c2}$. Кривая 1 характеризует распределение тепловых шумов по спектру группового сигнала, рассчитанная по формуле (6) при отсутствии предскажений и $P_{c1} = P_{c2}$. Распределение тепловых шумов, рассчитанное по формуле (6) при стандартных предсказаниях (3) и $P_{c1} = P_{c2}$, соответствует кривой 2. При инверсии группового сигнала распределение тепловых шумов, рассчитанное по формуле (7) при стандартных предсказаниях и $P_{c1} = P_{c2}$, характеризуется кривой 3.



Анализ рассчитанных зависимостей (кривые 1—3) показал, что применение стандартных предскажений (кривая 2) позволяет уменьшить мощность теплового шума в верхнем телефонном канале в 2,5 раза. При использовании предложенного устройства максимальная мощность теплового шума приходится на средние каналы группового сигнала (кривая 3). Коэффициент неравномерности распределения тепловых шумов по каналам тональной частоты в этом случае минимален и составляет $N = 0,32/0,2 = 1,6$ (2 дБ). Мощность теплового шума в верхнем телефонном канале при этом уменьшается на 3 дБ. Полученный результат свидетельствует о целесообразности использования предложенного устройства [1], что позволит эффективней использовать аппаратуру станций систем передачи с частотной модуляцией и частотным разделением каналов.

Очевидно, что максимальная эффективность предложенного устройства в рассматриваемой системе может быть достигнута при суммировании групповых сигналов с выходов разнесенных приемников с взаимно-обратным линейным распределением тепловых шумов по каналам тональной частоты. Определим вид характеристики предскажающего контура для этого случая.

Квадратичный закон распределения тепловых шумов необходимо преобразовать в линейный

$$\frac{A}{P_c} \left[\frac{F_k}{k_n(F_k)} \right]^2 = \alpha F_k, \quad (8)$$

где α — коэффициент пропорциональности; $k_{\text{л}}(F_{\text{к}})$ — коэффициент линейных предсказаний.

Общая девиация частоты от всех телефонных каналов при этом должна оставаться неизменной, что можно записать в виде

$$\int_0^{F_{\text{в}}} k_{\text{л}}(F_{\text{к}}) dF_{\text{к}} = 1 + F_{\text{в}}. \quad (9)$$

Здесь для упрощения принято $F_{\text{н}}=0$.

Найдя из (8) значение $k_{\text{л}}^2(F_{\text{к}})$ и подставив его в (9), получим

$$\alpha = \frac{A}{P_{\text{с}}} \left(\frac{2}{3} \right)^2 F_{\text{в}}. \quad (10)$$

Значение $k_{\text{л}}^2(F_{\text{к}})$ в этом случае

$$k_{\text{л}}^2(F_{\text{к}}) = 2,25 (F_{\text{к}}/F_{\text{в}}). \quad (11)$$

Для инвертированного группового спектра

$$k_{\text{л.и}}^2(F_{\text{к}}) = 2,25 (F_{\text{н}} + F_{\text{в}} - F_{\text{к}})/F_{\text{в}}. \quad (12)$$

Распределение тепловых шумов, рассчитанное по формуле (7) с предсказаниями вида (11) и (12), представлено на рисунке (зависимость 4). В этом случае при $P_{\text{с1}}=P_{\text{с2}}$ мощность тепловых шумов распределена по всем каналам равномерно, что позволяет уменьшить мощность шума в верхнем канале по сравнению со случаем применения стандартных предсказаний (кривая 2) в 1,8 раза (на 2,56 дБ).

На основании полученных результатов можно заключить, что использование инверсии группового сигнала на входе частотного модулятора с последующей обратной инверсией спектра этого сигнала на выходе частотного детектора в случае разнесенного приема в сочетании с предсказаниями типа (11) и (12) обеспечивает равномерное распределение тепловых шумов по каналам тональной частоты.

Список литературы: 1. А. с. 1317672 СССР, МКИ⁴ НОЧВ 7/14. Устройство для борьбы с замираниями сигналов/В. В. Талалай, Т. П. Петручек, В. В. Емельянов, Л. М. Резникова//Открытия. Изобретения. 1987. №22. С. 12—13. 2. Справочник по радиорелейной связи/Под ред. С. В. Бородача. М., 1981. 405 с.

Поступила в редколлегию 30.06.89

А. В. ТОВАРНИЦКИЙ, канд. техн. наук,
 Ю. Н. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук,
 В. Н. ГАПОНЕНКО, Ю. Ю. МИЛОНОВ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НУМЕРАЦИОННОГО КОДИРОВАНИЯ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В статье рассмотрены способы кодирования нуль-единичных последовательностей $x = (x_{ij}/x_{ij} \in 0, 1; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, l})$ содержащих серии нулей, разделенных одиночными единицами. Под серией нулей в последовательности понимают непродолжаемую в оба конца последовательность нулей*. Такие последовательности применяются при передаче данных по каналам связи, а также при записи их на магнитные носители.

При передаче двоичных сообщений по каналам связи возникает задача синхронизации принимаемых колебаний по фазе несущего колебания, такту и циклу передаваемой двоичной последовательности, которая решается с учетом соответствующих методов кодирования, модуляции и обработки сигналов. В качестве метода кодирования рассмотрим методы нумерации двоичных последовательностей с применением к элементам кода относительной модуляции.

Известно, что скорость кода определяется соотношением

$$R_n = \frac{1}{n} \cdot \log_2 G_n, \quad (1)$$

где n — длина двоичной последовательности; G_n — объем кода (количество последовательностей длины n).

Если $C(n, m, l, v)$ — множество двоичных последовательностей длины n с количеством серий нулей, равным v , которые имеют длины, лежащие в интервале $[l, m]$, то объем и скорость кода соответственно вычисляются с помощью следующих соотношений:

$$P(n, m, l, v) = C_{n+1}^{2v}; \quad (2)$$

$$R_n = \frac{1}{n} \log_2 P(n, m, l, v) = \frac{1}{2} \log_2 C_{n+1}^{2v}. \quad (3)$$

В табл. 1 в качестве примера приведены кодовые комбинации кода $C(i, 4, 2, 1)$, $i = \overline{1, 6}$.

Как показывает анализ табл. 1, данные коды имеют ограничения на длину серий нулей или единиц, что может быть использовано в качестве синхропризнака (маркера) кодового блока. Так, в кодовом блоке $x = (000011000111001111)$ первые четыре нуля це-

* Вычислительные сети (адаптивность, помехоустойчивость, надежность)/ С. И. Самойленко, А. А. Давыдов, В. В. Золотарев, Е. И. Третьякова. М., 1981. 277 с.

лесообразно использовать в качестве синхропризнака. Очевидно также, что данный метод кодирования обладает большой избыточностью, так, в частности, $(l-1)$ -элемент кодовой последовательности можно исключить, используя признак серий. Дальнейшее

Таблица 1

Код	<i>i</i>					
	1	2	3	4	5	6
$C(i, 4, 2, 1)$	—	00	000	0000	00011	000011
		11	111	0011	00111	000111
				1100	11000	001111
				1111	11100	110000
						111000
						111100

уменьшение избыточности можно осуществить, если воспользоваться следующим известным преобразованием φ_1 , согласно которому всякому массиву $x = (x_{ij})$, $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$ ставят в соответствие массив номеров $N = (N_j)$, $j = \overline{1, n}$:

$$\varphi_1: N_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} (r_{i-1} - r_i), \quad (4)$$

где

$$\begin{cases} r_i = C_{m-i+1}^{s_i}; \\ s_i = s_{i-1} - |x_{i-1,j} - x_{ij}|; \\ x_{0,j} = 0; s_0 = 2v. \end{cases} \quad (5)$$

При этом существует обратное преобразование, позволяющее по номеру $N_j \in N$ однозначно восстановить все элементы массива $x = (x_{ij})$, $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$:

$$\varphi_1^{-1}: x = (x_{ij}) = \text{sign}(1 + \text{sgn}(\tau_{i-1} - f_i)); \quad (6)$$

$$f_i = C_{m-i+1}^{t_i-1}; \quad s_i = s_{i-1} - |x_{i-1,j} - x_{ij}|; \quad s_0 = 2v = t_0; \quad x_{0j} = 0;$$

$$t_i = s_i - x_{ij}; \quad \tau_i = \tau_{i-1} - x_{ij} f_i; \quad \tau_0 = N_j. \quad (7)$$

Таблица 2

N_j	x_{ij}							N_j	x_{ij}						
2	0	0	0	1	1	0	0	37	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1	1	0	51	1	1	0	0	0	0	1
10	0	0	1	0	0	0	0	52	1	1	0	0	0	1	1
11	0	0	1	1	0	0	0	53	1	1	0	0	1	1	1
12	0	0	1	1	1	0	0	61	1	1	1	0	0	0	1
13	0	0	1	1	1	1	0	62	1	1	1	0	0	1	1

В табл. 2 в качестве примера приведены номера $N=(N_j)$, $j=\overline{1, n}$ и соответствующие им кодовые комбинации $(x_{ij}) \in (x_j \in x, j=\overline{1, n}, i=\overline{1, 7})$;

Недостатком данного метода является невозможность учета взаимосвязи между кодовыми комбинациями. Этот недостаток устраняет метод, в основе которого лежит преобразование φ_2 , представляющее собой по сути нумерацию блока комбинаций кода $C(n, l, m, v)$, записанных в виде двумерной матрицы

$$x = (x_{ij}); i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}; \quad \varphi_2: N = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot \tau_{ij};$$

$$\lambda = \{\lambda_i / \lambda_i = 1 + \max_j (x_{ij})\}; \quad (8)$$

$$k = \{k_j / k_j = 1 + \max_i (x_{ij})\}; \quad \sigma_{ij} = \min(\lambda_i, k_j);$$

$$\tau_{ij} = \prod_{l=j+1}^n \sigma_{il} \prod_{k=i+1}^m \prod_{l=1}^n \sigma_{kl}. \quad (9)$$

При этом для преобразования φ_2 существует обратное преобразование φ_2^{-1}

$$\varphi_2^{-1}: x = (x_{ij}) = \overline{N/\tau_{ij}} = \overline{N/\tau_{ij} \sigma_{ij}} \tau_{ij}, \quad (10)$$

позволяющее восстановить любой элемент $x_{ij} \in x$ с погрешностью $\epsilon=0$.

В табл. 3 показаны кодовые блоки $x=(x_{ij})$, $i=\overline{1, m}$, $j=\overline{1, n}$ и соответствующие им номера N .

Таблица 3

n	x	N
2	0 0 1 1	3
3	0 0 0 1 1 1	7
4	0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1	51
5	0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0	128

В табл. 4 приведены значения абсолютных избыточностей $R_0^1 = s(x_j) - s(N_j)$ кодовых комбинаций и их номеров $N=(N_j)$, $j=\overline{1, n}$; $R_0^2 = s(x) - s(N)$ блоков кода и их номеров N , где $s(x_j)$ — длина кодовой комбинации $x_j \in x$; $s(N_j)$ — длина ее номера $N_j \in N$;

$s(x)$ — количество разрядов, занимаемых блоком кодовых комбинаций $x = (x_{ij})$, $i=1, m, j=1, n$; $s(N)$ — количество разрядов, занимаемых номером блока N . Анализ результатов, приведенных в табл. 4, показывает, что с помощью преобразований φ_1 и φ_2

Таблица 4

$s(x_j)$, бит	$s(N_j)$, бит	R_0^1	$s(x)$, бит	$s(N)$, бит	R_0^2
7	3	4	4	2	2
7	4	3	6	3	3
7	5	2	16	6	10
7	6	1	25	7	18

можно обеспечить учет взаимосвязи между кодовыми комбинациями $x_j \in x$ и на этой основе добиться сокращения избыточности кода; повысить достоверность передаваемых сообщений за счет формирования на месте исключенных преобразованием φ_2 разрядов проверочных символов корректирующего кода.

Поступила в редколлегию 27.06.89

УДК 621.391.23.019.3(04)

М. Ю. ЛОСЕВ, канд. техн. наук, А. Н. РЫСОВАНЫЙ

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ РАСПОЗНАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОДОВ НА ПРИМЕРЕ КОДОВ ХЭММИНГА

В современных ЭВМ для контроля информации широкое распространение получили коды Хэмминга с кодовым расстоянием $d=3$ или $d=4$. Двоичный код Хэмминга, имеющий минимальное кодовое расстояние, равное 3, обеспечивает исправление одиночных ошибок, а код с $d=4$ исправляет одиночные ошибки и обнаруживает двойные.

Обнаружение ошибок более высокой кратности осуществляется с некоторой вероятностью $P(j)^*$. Рассмотрим методику определения вероятности распознавания ошибок.

Для оценки обнаруживающей способности корректирующих кодов важное значение имеет понятие веса Хэмминга $W(V)$.

Весом Хэмминга $W(V)$ вектора V называется число ненулевых компонентов этого вектора. Кодовое расстояние между векторами V_i и $V_j (i \neq j)$ равно числу компонент, которыми они отличаются друг от друга. При искажении информации данный вектор V_j может перейти в подмножество разрешенных векторов $\bigcup_{j=1} V_i$, и ошибка не будет обнаружена. В этом случае кратность необнаруживаемой ошибки будет равна кодовому расстоянию между

* Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М., 1976. 596 с.

векторами (кодowymi комбинациями). Поэтому для вычисления вероятности необнаружения ошибки данной кратности с помощью кодов Хэмминга необходимо определить количество возможных расстояний в векторном пространстве и число кодowych комбинаций. Тогда вероятность пропуска ошибки данной кратности можно вычислить по формуле $Q_j = C_j / 2^{n-k}$, где $n-k$ — число информационных разрядов в n -разрядном коде; C_j — количество кодowych расстояний кратности j .

Утверждение 1. Число вариантов кодowego расстояния любой возможной величины для всех комбинаций систематического кода одинаково и аналогично распределению весов в разрешенных кодowych комбинациях.

Доказательство. Кодовое расстояние определяется весом комбинации, полученной в результате суммирования по модулю 2 двух или более других разрешенных комбинаций. Для систематического кода, к которому относится и код Хэмминга, такая сумма дает разрешенную кодovou комбинацию. Поэтому полученная в результате суммирования комбинация с весом d означает, с одной стороны, наличие разрешенной комбинации с весом d , с другой стороны, d — кодовое расстояние между ними. Что и требовалось доказать. Таким образом, в результате суммирования одной комбинации со всеми другими разрешенными получаем одновременно набор кодowych расстояний и разрешенных кодowych комбинаций.

Утверждение 2. Суммарное кодовое расстояние одной комбинации от всех других разрешенных комбинаций одинаково и определяется в соответствии с выражением $D_2 = 2^{m-1}$, где m — число информационных разрядов.

Доказательство. Если все разрешенные комбинации выписать в таблицу, состоящую из 2^m строк и n столбцов (таблица всех разрешенных комбинаций), то в каждом столбце будет 2^{m-1} единиц. Поскольку всего разрядов n , приведенное утверждение можно считать доказанным.

Для всех систематических кодов значение D_2 одинаково. Различие состоит в разном распределении кодowych расстояний.

Утверждение 3. Распределение кодowego расстояния каждой из 2^{m-1} ненулевых комбинаций определяется компонентами вектора D , образованного путем перемножения матрицы W на вектор-столбец, все элементы которого равны 1. Матрица W есть результат произведения матрицы U размером $m \times (2^{m-1})$, включающей все ненулевые m -разрядные векторы, на порожденную матрицу G

$$D = W \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = U \cdot G \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Доказательство. Произведение $U \cdot G$ представляет собой матрицу, все строки которой являются разрешенными кодowymi

комбинациями. Произведение матрицы W на столбец, состоящий из единиц, даст в результате вес вектора, отображающего данную строку. Следовательно, компоненты вектора D характеризуют вес разрешенных кодовых комбинаций. С учетом утверждения 1 можно сказать, что компоненты вектора D будут характеризовать распределение кодового расстояния. Что и требовалось доказать.

Пример. Пусть $m=3$ и заданы матрицы U и G :

$$U = \begin{pmatrix} 100 \\ 010 \\ 110 \\ 001 \\ 101 \\ 011 \\ 111 \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} 110100 \\ 011010 \\ 111001 \end{pmatrix}$$

Матрица W будет иметь вид

$$W = U \cdot G = \begin{pmatrix} 110100 \\ 011010 \\ 101110 \\ 111001 \\ 001101 \\ 100011 \\ 010111 \end{pmatrix}$$

Умножив полученную матрицу на вектор-столбец, получим матрицу D .

$$D = W \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

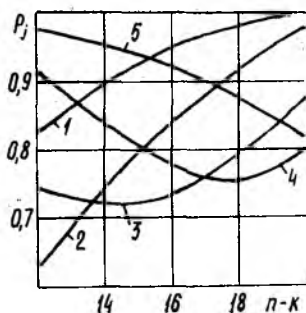


Рис. 1

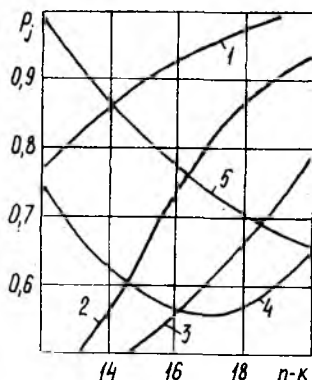


Рис. 2

в которой представлено распределение кодовых расстояний. В данном примере имеются комбинации с кодовым расстоянием (весом), равным 3, и три комбинации с кодовым расстоянием (весом) 4. На рис. 1, 2 представлены зависи-

мости вероятности обнаружения ошибки заданной кратности i от количества информационных разрядов $W=3$ (рис. 1), $W=4$ (рис. 2), где 1 — $i=6$; 2 — $i=8$; 3 — $i=10$; 4 — $i=12$; 5 — $i=14$. Анализ изображенных зависимостей показывает, что характер изменения вероятностей обнаружения ошибок для различных кодовых расстояний один и тот же. Однако при использовании кодов с кодовым расстоянием 3 данная характеристика лучше (выше), чем у кодов с кодовым расстоянием 4. Это объясняется тем, что во втором случае увеличивается число разрешенных комбинаций. Наличие экстремальных точек объясняется тем, что с ростом кратности ошибки данная вероятность становится соизмеримой с разрядностью искаженного слова.

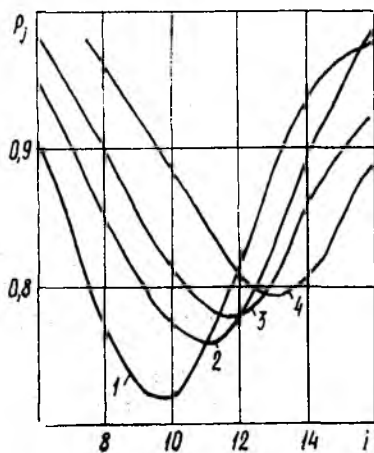


Рис. 3

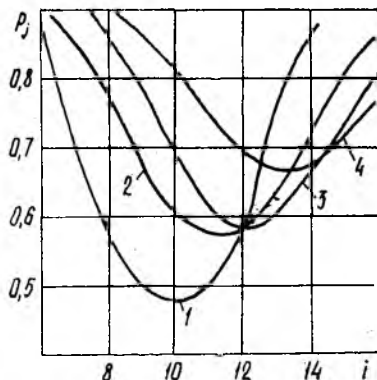


Рис. 4.

На рис. 3, 4 приведены зависимости вероятности обнаружения ошибок четной кратности при различном количестве информационных разрядов m и кодовым расстоянием 3 (рис. 3), 4 (рис. 4), где 1 — $m=14$; 2 — $m=16$; 3 — $m=18$; 4 — $m=20$. Анализ зависимости показывает, что коды Хэмминга с высокой вероятностью обнаруживают ошибки малой и большой кратности, т. е. на краях интервала кода. Это объясняется тем, что количество таких векторов минимально.

В процессе контроля с помощью кода Хэмминга с минимальным весом 3 при возникновении ошибки возможны два случая. В контрольном разряде осуществляется проверка на четность всего кодового слова. Если результат равен единице, то предполагается, что произошла ошибка и результат проверки кодом Хэмминга определяет номер искаженного разряда. Если результат проверки на четность 0, а проверка кодом Хэмминга «говорит», что имеется ошибка, то полагается, что обнаружена неисправимая ошибка.

Код Хэмминга с минимальным весом 4 обеспечивает распознавание ошибок, относящихся к двум подмножествам: подмножеству четных и подмножеству нечетных ошибок. Если ошибка нечетной кратности $i \geq 3$, то коррекция контролируемого слова будет осуществляться неверно, т. е. будут исправляться не те разряды.

Как показывают исследования, применение кода Хэмминга для распознавания многократных ошибок с минимальным кодовым расстоянием 4 эквивалентно наличию в контрольном слове двух контрольных точек, осуществляющих контроль по модулю 2.

Поступила в редколлегию 14.09.89

УДК 621.391

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, В. И. БАРСОВ,
Р. П. ЛЫСАК

УЛУЧШЕННЫЙ АЛГОРИТМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ В p -АДИЧЕСКОМ КОДЕ

В работе [1] рассмотрены теоретические основы преобразований, подобных теоретико-числовым, в конечно-сегментированном p -адическом поле Q_p и предложено использовать p -адическую арифметику в цифровой обработке сигналов (ЦОС), в частности для описания матричного процессора. Известно, что решение матричных задач связано с необходимостью выполнения различных вычислений, повышением скорости решения задач и обеспечением требуемых точностей вычислений.

Перспективным направлением достижения указанной цели, на наш взгляд, является реализация матричных вычислений в поле p -адических преобразований, что позволит уменьшить вычислительную сложность решения матричных задач и вычисления цифровой свертки. В свою очередь, необходима оптимизация и самих p -адических преобразований, одним из этапов которой является упрощение алгоритмов прямого и обратного представления целых чисел p -адическим кодом, называемым кодом Хенселя.

Фактически вычисление значений p -адических цифр кода Хенселя a_i для любого нулевого рационального числа a может быть сделано последовательными операциями по простому модулю p , так в работе [2] описывается метод, разработанный Башманом, алгоритм которого состоит в следующем.

Шаг 1. $\beta = a$. Определяем значение n , такое, чтобы a можно было представить в виде $a = (a/b)p^n$.

Если $n \geq 0$, то $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} = 0$.

Делаем переход к шагу 3.

Шаг 2. Определяем значение n , такое, что $\beta = (a/b)p^n$.

Шаг 3. Решается сравнение $b \cdot x \equiv 1 \pmod{p}$, если x_n — решение, то $a_n = a \cdot x \pmod{p}$.

Шаг 4. $\gamma := \beta - a_n p^n$, если $\gamma = 0$, то $a_i = 0$ для $i > n$ и следует переход к шагу 5. Если $\gamma \neq 0$, то $\beta := \gamma$ и следует переход к шагу 2.

Шаг 5. Поставить p -адическую точку между a_{-1} и a_0 членами бесконечного ряда $\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} a_n p^n$, где $0 \leq a_i < p$, который сходится к рациональному числу α по p -адической норме.

Пример 1. $\alpha = \frac{1}{15}$, $p = 5$, $r = 5$ — длина кода Хенселя.

Шаг 1. $\beta := \frac{1}{15}$ и определяем n , преобразуя α к виду $\alpha = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 5^{-1}$.

Шаг 3. $3 \cdot x \equiv 1 \pmod{5}$, $\Rightarrow x = 2$, $a_n = a_{-1} = 1 \cdot 2 \pmod{5} = 2$.

Шаг 4. $\gamma := \frac{1}{15} - 2 \cdot 5^{-1} = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5^0 > 0$, $\Rightarrow \beta := \gamma$ и переход к шагу 2.

Шаг 2. $\beta := \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5^0$, $\Rightarrow n = 0$,

Шаг 3. $3 \cdot x \equiv 1 \pmod{5}$, $\Rightarrow x = 2$, $a_n = a_0 = (-1) \cdot 2 \pmod{5} = -2 + 5 = 3$.

Шаг 4. $\gamma := \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5^0 - 3 \cdot 5^0 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 5^1 > 0$, $\Rightarrow \beta := \gamma$ и переход к шагу 2.

Шаг 2. $\beta := \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 5^1$, $\Rightarrow n = 1$.

Шаг 3. $3 \cdot x \equiv 1 \pmod{5}$, $\Rightarrow x = 2$, $a_n = a_1 = (-2) \cdot 2 \pmod{5} = 1$

Шаг 4. $\gamma := \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 5^0 - 1 \cdot 5^0 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5^2 > 0$, $\Rightarrow \beta := \gamma$ и переход к шагу 2.

Вычисления продолжаем до получения r p -адических цифр.

Шаг 5. Ставим p -адическую точку между a_{-1} и a_0 членами p -адического ряда 2.313...

Пример 2. $\alpha = 17$, $p = 7$, $r = 3$.

Шаг 1. $\beta := 17$ и определяем n , преобразуя α к виду $\alpha = (17) \cdot 7^0$, $\Rightarrow n = 0$, переход к шагу 3.

Шаг 3. $1 \cdot x \equiv 1 \pmod{7}$, $\Rightarrow x = 1$, $a_n = a_0 = 17 \cdot 1 \pmod{7} = 3$.

Шаг 4. $\gamma := 17 - 3 \cdot 7^0 = 14 > 0 \Rightarrow \beta := \gamma$ и переход к шагу 2.

Шаг 2. $\beta := (2) \cdot 7^1$, $\Rightarrow n = 1$.

Шаг 3. $x = 1$, $a_n = a_1 = 2$.

Шаг 4. $\gamma = 14 - 2 \cdot 7^1 = 0$, \Rightarrow переход к шагу 5.

Шаг 5. Ставим p -адическую точку: 0.32.

Проведенные расчеты и анализ алгоритма Башмана позволили сделать выводы о его оптимальности для представления p -адическим кодом рациональных чисел и громоздкости для целых чисел. Кроме того, этот алгоритм сложен для восприятия и трудно программно реализуется на ЭВМ.

В настоящее время в связи с широким использованием в ЦОС абстрактных алгебраических систем большой интерес представляют вычисления в конечных полях и кольцах целых чисел. В связи с этим ниже предлагается модификация алгоритма Башмана для представления целых чисел в p -адическом коде. Этот алгоритм характеризуется меньшей вычислительной сложностью, в частности содержит меньшее количество операций умножения и приведения по модулю p , легко реализуется программно и прост для восприятия.

Пусть даны значения α , p и r . Тогда существует алгоритм p -адического преобразования вида.

Шаг 1. Если $p > \alpha$, то $a_0 = \alpha$ и переход к шагу 4, в противном случае — к шагу 2.

Шаг 2. Определяем значение $a_n = \alpha / p^n \pmod{p}$, где $n = \overline{0, r}$.

Шаг 3. $\gamma := \alpha - a_n \cdot p^n$.

Если $\gamma = 0$, то переход к шагу 4, в противном случае $\alpha := \gamma$ и переход к шагу 2.

Шаг 4. $a_i := 0$ для $n < i \leq r$. Строим p -адический код для значений $\alpha = \sum_{i=0}^r a_i p^i$, где $0 \leq a_i < p$.

Пример 3. $\alpha = 17$, $p = 7$, $r = 3$.

Шаг 1. $p < \alpha$, то переход к шагу 2.

Шаг 2. $a_n = a_0 = 17 / 7^0 \pmod{7} = 3$.

Шаг 3. $\gamma := 17 - 3 \cdot 7^0 = 14 > 0 \Rightarrow \alpha := 14$, переход к шагу 2.

Шаг 2. $a_n = a_1 = 14 / 7^1 \pmod{7} = 2$.

Шаг 3. $\gamma := 14 - 2 \cdot 7^1 = 0$, \Rightarrow переход к шагу 4.

Шаг 4. Строим p -адический код 320.

Сравнительный анализ показал, что затраты на вычисление каждой из n p -адических цифр кода Хенселя при использовании улучшенного алгоритма уменьшаются на пять операций. При использовании улучшенного алгоритма количество умножений составляет 1, а алгоритма Башмана — 4. Количество вычитаний по $\text{mod } p$ составляет 1 и 2 соответственно, а вычитаний-сравнений — 0 и 1.

Суммарный выигрыш V при вычислении n p -адических цифр составляет $V = 5n$.

В таблице приведены результаты вычисления кодов Хенселя для различных значений α и p с использованием улучшенного ал-

Значения	Алгоритм	Количество							Выигрыш УА по сравнению с АБ, опе- раций
		умно- жений	возведе- ний в степень	деле- ний	вычи- таний по mod	опера- ций при- своения	выполне- ния логи- ческих условий	вычита- ний-сра- внений	
$\alpha=17$	УА	2	2	2	2	5	3	0	10
$p=7$	АБ	8	2	2	4	6	2	2	
$\alpha=301$	УА	4	4	4	4	11	5	0	20
$p=5$	АБ	16	4	4	8	12	4	4	
$\alpha=200$	УА	3	3	3	3	8	4	0	15
$p=13$	АБ	12	3	3	6	9	3	3	

горитма и алгоритма Башмана. В примечании указан выигрыш УА по сравнению с АБ в количестве операций.

Обратное восстановление целого числа α из его кода Хенселя можно выполнить вычислением выражения для p -адического разложения

$$\alpha = \sum_{i=0}^r a_i p^i. \quad (1)$$

Пример 4. Для значения кода Хенселя 320 по модулю 7, используя выражение (1), вычисляем

$$\alpha = 3 \cdot 7^0 + 2 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^2 = 17,$$

что совпадает с расчетами, приведенными в примере 3.

Среди известных методов обращения кода Хенселя в рациональное число, прежде всего метода просмотра таблиц [3], метода приближения рациональностями Фарея [4], метода расширенного алгоритма Евклида [5], минимальную вычислительную сложность имеет алгоритм обращения p -адического кода в целое число.

Поэтому использование алгоритма p -адического преобразования над конечными полями и кольцами позволит уменьшить объем вычислений на этапах прямого и обратного вычислений кода Хенселя, а следовательно, уменьшить объем вычислений при решении матричных задач и вычислений свертки.

Список литературы: 1. Nasrabadi N. M., King R. A. The fast digital convolution using p -adic transforms//Electron. lett. 1983. N1. P. 111—113. 2. Bachmann G. Introduction to p -adic numbers and valuation theory. New York, 1964. 200 p. 3. Manadeva Rao T. Conversion of hensel codes to rational numbers//Computers & mathematics. 1984. N2. P. 200—225. 4. Krishnamurthy E. D. On the conversion of hensel codes to farey rationals//IEEE trans, on computers. 1983. N4. P. 130—150. 5. Miola A. Algebraic approach to p -adic conversion of rational numbers//Information processing letters. 1984. N3. P. 180—200.

Поступила в редколлегию 27.07.89

СКРЫТНАЯ ИМИТОСТОЙКАЯ ШИРОКОПОЛОСНАЯ СИСТЕМА СВЯЗИ С ПРОГРАММНО-ИЗМЕНЯЕМЫМИ КОДОВЫМИ СЛОВАРИМИ ОПТИМАЛЬНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ НЕЛИНЕЙНОЙ СТРУКТУРЫ

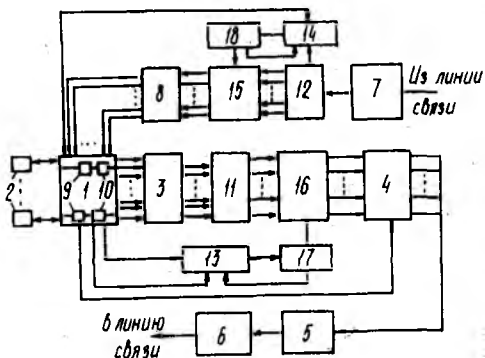
Широко известно, что использование в системах связи с ШПС оптимальных дискретных сигналов в виде M -последовательностей, ЛРД-кодов, последовательностей Гоулда и других разновидностей линейных рекуррентных последовательностей (ЛРП) не обеспечивает скрытности, имитостойкости передачи информации вследствие того, что для ЛРП существуют эффективные и простые алгоритмы раскрытия их структуры и имитации, если известны $(2n + 1)$ символов ЛРП (длительность ЛРП $L = 2^n - 1$) [1; 2]. В работе [1] прямо указывается, что обеспечение скрытности, имитостойкости передачи информации возможно только при использовании оптимальных дискретных сигналов нелинейной структуры — нелинейных рекуррентных последовательностей (НЛРП), которые не генерируются регистрами сдвига с линейными обратными связями (РС с ЛОС), за исключением вырожденного вида НЛРП в виде «полных кодовых колец», которые генерируются РС с ЛОС с добавлением одной нелинейной связи в виде элемента И [2]. К таким НЛРП относятся характеристические коды, коды квадратичных вычетов, составные и производные коды на их основе, свойства и правила построения которых приведены в работе [3]. Для них не разработаны или существенно затруднены алгоритмы раскрытия структуры и имитации [1], они существуют практически для произвольных длительностей $L = p, p-1, p^n-1$, где p — простое число, обладает большей (намного большей чем у ЛРП) мощностью кодирования, что позволяет создавать на их основе кодовые словари большого объема V , в том числе при фиксированной L (для НЛРП $V \gg L$ при $L = \text{const}$, тогда как для ЛРП $V \approx L$ при $L = \text{const}$) [2]. В работе [4] показано, что скрытность (различных видов) радиопередачи в значительной мере зависит от объема V сменяемых параметров, в нашем случае — сменяемых кодовых слов, т. е. от объема V используемого кодового словаря. Например, как следует из работы [4], скрытность объема сменных кодовых слов оценивается как $S_v = \log V$, а время, необходимое для раскрытия S_v , $T_v = S_v \cdot \delta$, где δ — время, необходимое для раскрытия одного параметра (в нашем случае — одной кодовой формы) с первой попытки.

Как следует из выше указанного, $\delta_{\text{НЛРП}} \gg \delta_{\text{ЛРП}}$, а $V_{\text{НЛРП}} \gg V_{\text{ЛРП}}$ даже при фиксированных и близких по значению L . Таким образом, можно утверждать, что использование НЛРП, выбираемых и сменяемых из объема V кодового словаря НЛРП, само по себе уже обеспечивает высокую скрытность передачи информации. Если же

при этом предполагать, что смена НЛРП в процессе работы будет производиться по некоторому рандомизированному или программно-изменяемому закону, то можно утверждать, как следует из работ [1; 4], что будет обеспечена и имитостойкость передачи информации.

Реализация на практике данных предпосылок требует разработки определенных методов, принципов построения и функционирования подсобных систем в виде соответствующих технических решений. Ниже рассматривается один из эффективных вариантов построения и функционирования такого рода систем связи с ШИС на примере работы [5].

Построение и функционирование системы. На рисунке дана структурная электрическая схема системы.



Система содержит блок 1 управления, распределителя 2 импульсных серий магистральных линий связи и абонентского комплекта, блок 3 статистического уплотнения, кодово-адресную матрицу 4, блок 5 преобразования, передатчик 6, приемник 7, блок 8 разделения каналов магистральных линий связи, блоки 9 асинхронного сопряжения, схемы И 10, блок 11 образования группы каналов, блок 12 выделения каналов, генераторы 13, 14 рекуррентной последовательности, коммутаторы 15, 16, дешифраторы 17, 18.

Система работает следующим образом.

Блок 1 осуществляет управление и коммутацию окончательных абонентских комплектов к передающей и приемной частям устройства, управление и коммутацию выделенных в приемной части каналов на передачу (режим ретрансляции). В результате этого в блок 3 по отдельным каналам поступают информационные посылки. В последнем производится статистическое уплотнение передаваемой информации.

В блоке 11 осуществляется параллельный опрос групп каналов, каждая из которых содержит k каналов, и каждому состоянию каждой группы ставится в случайное соответствие, установленное к данному моменту времени посредством коммутатора 16, кодово-адресная матрица 4. С кодово-адресной матрицы 4 производится параллельное считывание кодово-адресных групп на вход блока 5, который совместно с передатчиком 6 обеспечивает последовательную передачу кодово-адресных групп в магистральную линию связи. Кроме того, посредством блока 1, генератора 13, дешифратора 17, коммутатора 16, кодово-адресной матрицы 4 осуществля-

ется по псевдослучайному закону во времени, устанавливаемому оператором на данный сеанс связи, перекоммутация соответствий состояний групп каналов блока 11 кодово-адресным группам кодово-адресной матрицы 4.

Из линии связи кодово-адресные группы поступают в приемник 7, а затем в блок 12, в котором каждой кодово-адресной группе ставится в соответствие определенное состояние группы каналов. А каждому состоянию каждой группы каналов ставится в случайное соответствие, совпадающее с соответствием на передающей стороне данной линии связи и установленное к данному моменту времени посредством коммутатора 15 на основании принимаемого и обрабатываемого блоком 12 сигнал-маркера о перекоммутации, входы блока 8, который разделяет каналы и восстанавливает в них информационные послышки, которые поступают на оконечные абонентские комплекты или в передающую часть системы в режиме ретрансляции. Кроме того, посредством блока 1 управления коммутатора 15, генератора 14, дешифратора 18 осуществляется по псевдослучайному закону во времени, устанавливаемому оператором на данный сеанс связи на основании сигнала-маркера о перекоммутации, принимаемого и выделяемого блоком 12, рандомизированная перекоммутация, совпадающая с перекоммутацией на передающей стороне данной линии связи соответствий между состояниями групп каналов блока 12 и входами блока 8. Сигнал-маркер о перекоммутации представляет собой кодово-адресную группу кодово-адресной матрицы 4, обладающую наилучшими авто- и взаимокорреляционными свойствами, что должно обеспечивать наименьшую вероятность ее ошибочного приема.

Перед началом сеанса связи в момент t_1 оператор для каждой линии связи устанавливает посредством блока 1 одинаковые (для определенной линии связи) начальные состояния генераторов 13, 14, а также псевдослучайный во времени закон моментов рандомизированной перекоммутации соответствий между состояниями групп каналов и кодово-адресными группами, согласованный с работой системы в целом таким образом, что выдача сигналов о перекоммутации — сигнала считывания, поступающего из блока 1 на вход генератора 13 и сигнала управления с выхода блока 1 на управляющий вход кодово-адресной матрицы 4 для выдачи маркера перекоммутации — осуществляется только после выдачи информационной кодово-адресной группы из кодово-адресной матрицы 4.

После этого оператор в момент t_2 выдает сигнал о начальной установке коммутации — сигнал «начального считывания» — по выходу блока 1 и сигнал управления с выхода блока 1 на управляющий вход кодово-адресной матрицы 4, обеспечивающий выдачу ею кодово-адресной группы.

Затем оператор в момент t_2 выдает сигнал о начальной установке коммутации — сигнал «начального считывания» — по выходу блока 1 и сигнал управления с выхода блока 1 на управ-

ляющий вход кодово-адресной матрицы 4, обеспечивающий выдачу кодово-адресной группы маркера перекоммутации из кодово-адресной матрицы 4 в период t_3-t_5 , считывание начально-установленной рекуррентной последовательности из генератора 13 в дешифратор 17 в период t_3-t_4 и следующие за эти дешифрование рекуррентной последовательности и выдачу из дешифратора 17 на управляющий вход коммутатора 16 в период t_4-t_5 для установок начального соответствия между состояниями групп каналов и кодово-адресной матрицы 4.

В момент t_4 из дешифратора 17 на вход генератора 13 поступает сигнал о сдвиге начальной рекуррентной последовательности на один такт, тем самым формируется новая рекуррентная последовательность. На приемной стороне данной линии связи в момент t_2-t_3 кодово-адресная группа маркера перекоммутации обрабатывается блоком 12 в сигнал «начального считывания», поступающий с управляющего выхода блока 12 на вход генератора в момент t_3 и обеспечивающий считывание начально-установленной (для данной линии связи) рекуррентной последовательности из генератора 14 на вход дешифратора 18 в период t_4-t_5 , дешифрирование рекуррентной последовательности и выдачу из дешифратора 18 на управляющий вход коммутатора 15 в период t_5-t_6 сигнала для установки начального (адекватного с передающей стороной данной линии связи) соответствия между состояниями групп каналов блока 12 и входами блока 8, а также выдачу в момент t_5 из дешифратора 18 на вход генератора 14 сигнала о сдвиге начальной рекуррентной последовательности на один такт, тем самым формируется новая рекуррентная последовательность, идентичная передающей стороне.

В последовательности периодов $(t_7-t_8) - (t_9-t_{10})$ на передающей стороне из блока 11 на начально-установленные ранее коммутатором 16 входы кодово-адресной матрицы 4 поступают сигналы о состояниях групп каналов ($i^{\text{II}}-i^{\text{III}}$), которые в кодово-адресной матрице 4 преобразуются в определенные информационные кодово-адресные группы, выдаваемые в периоды $(t_8-t_9) - (t_{11}-t_{12})$ на блок 5 и далее на передатчик 6. В момент t_{12} на вход генератора 13 поступает сигнал считывания, а на управляющий вход кодово-адресной матрицы 4 — сигнал о выдаче маркера перекоммутаций. В период $t_{13}-t_{15}$ кодово-адресная матрица 4 выдает кодово-адресную группу маркера перекоммутации. В период $t_{13}-t_{14}$ в дешифратор 17 из генератора 13 поступает рекуррентная последовательность, которая дешифруется и в период $t_{14}-t_{16}$ выдается из дешифратора 17 на управляющий вход коммутатора 16 сигналом рандомизированной перекоммутаций соответствий между состояниями групп каналов и входами кодово-адресной матрицы 4. После перекоммутации из блока 11 в период $t_{17}-t_{18}$ через новую цепь соответствия, установленную коммутатором 16 на соответствующий данной коммутации вход кодово-адресной матрицы 4, поступает следующий « $i+1$ » сигнал о состоянии группы каналов, выдаваемый в период $t_{18}-t_{19}$ соот-

ветствующей « $i+1$ » информационной кодово-адресной группой из кодово-адресной матрицы 4. В момент t_{14} из дешифратора 17 на вход генератора 13 поступает сигнал о сдвиге рекуррентной последовательности на один такт; тем самым формируется новая рекуррентная последовательность. В последующий период ($t_{20} - t_{29}$) — t_{∞} динамика работы передающей стороны аналогична описанной.

На приемной стороне приходящая в последовательность моментов ($t_7 - t_8$) — ($t_{10} - t_{11}$) последовательность 1 — i информационных кодово-адресных групп после приемника 7 поступает на блок 12, а с него выдается последовательность ($1^{\text{н}} - i^{\text{н}}$) сигналов в период ($t_8 - t_9$) — ($t_{11} - t_{13}$) о состоянии соответствующих групп каналов через начально-установленные коммутатором цепи соответствий на входы блока 8. Приходящая в период $t_{12} - t_{14}$ кодово-адресная группа маркера перекоммутации выделяется блоком 12 сигналом «считывания» на вход генератора 14 в момент t_{14} . В период $t_{15} - t_{16}$ в дешифратор 18 из генератора 14 поступает рекуррентная последовательность, которая дешифруется и в период $t_{16} - t_{18}$ выдается из дешифратора 18 на управляющий вход коммутатора 15 сигналом рандомизированной перекоммутации соответствий между состояниями групп каналов и входами блока 8. После перекоммутации пришедшая в период $t_{17} - t_{19}$ « $i-1$ » информационная кодово-адресная группа выдается из блока 12 в период $t_{19} - t_{20}$ по новой цепи соответствия, установленной коммутатором 15 соответствующим сигналом состояний группы каналов на соответствующий данной коммутации вход блока 8. В момент t_{16} из дешифратора 18 на вход генератора 14 поступает сигнал о сдвиге рекуррентной последовательности на один такт. Тем самым формируется новая рекуррентная последовательность, идентичная новой рекуррентной последовательности на передающей стороне данной линии связи.

В последующий период ($t_{21} - t_{30}$) — t_{∞} динамика работы приемной стороны аналогична описанной.

Таким образом, построение и функционирование рассмотренной выше системы не исключает возможности использования и ЛРП. Однако в этом случае трудно обеспечивается лишь имитостойкость связи (причем только на период сеанса связи), скрытность же обеспечена не будет. Следовательно, высокая эффективность системы будет достигаться лишь при использовании кодовых словарей НРЛП.

Список литературы: 1. Диксон Р. К. Широкополосные системы: Пер. с англ./Под. ред. В. И. Журавлева. М., 1979. 302 с. 2. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 3. Свердлов М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 201 с. 4. Каневский З. М. Энтропийная оценка скрытности радиопередачи//Радиотехника. 1980. № 4. С. 31—35. 5. А. с. 762208 СССР. Устройство для уплотнения и коммутации каналов связи//И. И. Сныткин//Открытие. Изобретения. 1980, № 33. С. 296.

Поступила в редколлегию 17.06.88

В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук,
 А. С. СУЛТАНОВ, канд. техн. наук,
 Ю. В. ОВСЯННИКОВ, А. С. ВОРОНОВА,
 В. Г. КУБАТА

СИНТЕЗ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАДИОМЕТРА С ЧАСТИЧНО ЗАДАННОЙ СТРУКТУРОЙ. Сообщение 1. ОПТИМИЗАЦИЯ МОДУЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Постановка задачи. Радиометр представим состоящим из синтезируемой и заданной частей. Последняя состоит из N источников статистически независимых полезных шумовых сигналов $1^1, \dots, 1^N$ с неизвестными абсолютными температурами T_1, \dots, T^N , усилителя высокой частоты (УВЧ) с известной средней шумовой температурой $T_{ш}$ и медленно флуктуирующим коэффициентом усиления, устройства линейного уплотнения, включающего N модуляторов $3, \dots, 3^N$, на которые поступают модулирующие сигналы $m_i(t)$ ($i = \overline{1, N}$), и сумматора 4 (рис. 1).

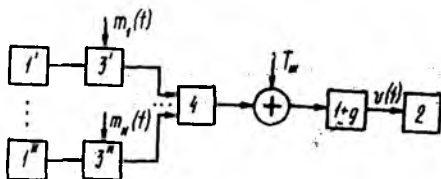


Рис. 1

Основываясь на общепринятых в радиометрии допущениях относительно характеристик действующих в схеме сигналов [1], нормированное относительно $(k\Delta f T_{ш})^{1/2}$ напряжение на входе синтезируемой части 2 можно записать в виде

$$v(t) = \sqrt{1 + g} \left[\sum_{i=1}^N \sqrt{m_i(t) q_i} u_i(t) + u_{ш}(t) \right], \quad t \in [0, \tau],$$

где $g_i = T_i / T_{ш}$ ($i = \overline{1, N}$) — искомые относительные шумовые температуры источников полезного сигнала; $u_i(t)$, $u_{ш}(t)$ — соответствующие нормированные по мощности шумовые напряжения; g — неизвестная случайная величина, учитывающая квазистатистические относительные флуктуации коэффициента усиления высокочастотного тракта радиометра; Δf — полоса пропускания заданной части приемника; k — постоянная Больцмана.

Задача синтеза оптимального в смысле максимума правдоподобия радиометра формулируется следующим образом: требуется найти оценку максимального правдоподобия векторного параметра $\vec{q} = (q, \dots, q_N)$ сигнала $\sum_{i=1}^N \sqrt{m_i(t) q_i} u_i(t)$, наблюдаемого на фоне шума $u_{ш}(t)$ при наличии мультипликативной помехи g . В соответствии с рассматриваемым методом при неизвестном g оценка векторного параметра \vec{q} должна находиться совместно с оценкой g [2].

Задачу будем решать в такой последовательности: сначала оценим предельную чувствительность радиометра и найдем оптимальную форму модулирующих напряжений $m_i(t)$, а затем синтезируем оптимальную структуру радиометра для оптимальных модулирующих функций.

Оценка потенциальной чувствительности. Логарифм функции правдоподобия параметров \bar{q} и g определяется выражением

$$\Lambda(\bar{q}; g) = \Lambda_0 - \Delta f \int_0^\tau \left\{ \ln(1+g) \left[\sum_{i=1}^N m_i(t) q_i + 1 \right] + \frac{v^2(t)}{(1+g) \left[\sum_{i=1}^N m_i q_i + 1 \right]} \right\} dt,$$

где Λ_0 — не зависящая от \bar{q} , g и $u_i(t)$ величина. Тогда информационная матрица [2] имеет вид

$$F = \frac{\Delta f \tau}{T_{ш}^2} \begin{bmatrix} M_1^2 & M_1 M_2 & M_1 M_N & \frac{M_1 T_{ш}}{1+g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_N M_1 & M_N M_2 & M_N^2 & \frac{M_N T_{ш}}{1+g} \\ M_1 T_{ш} & \frac{M_2 T_{ш}}{1+g} & \dots & \frac{T_{ш}^2}{(1+g)^2} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $M_j(t) = m_j(t) / [1 + \sum_{i=1}^N m_i(t) q_i]$ (2), $\bar{M}_i = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau M_i(t) dt$,

$\overline{M_i M_j} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau M_i(t) M_j(t) dt$. Элементы главного минора N -го порядка

обратной матрицы являются ковариациями R_{kl} оценок \hat{q}_k , \hat{q}_l ($k, l = \overline{1, N}$) [2]. Для вычисления R_{kl} ограничимся случаем ансамбля функций $\{M_i\}_{i=1}^N$ с одинаковыми интегральными характеристиками и введем класс семейств функций

$$Z = \{ \{M_i\}_{i=1}^N \in [L^2(0, \tau)]^N, \bar{M}_1 = \dots = \bar{M}_N = \gamma, M_i M_j = \begin{cases} \alpha, & i = j \\ \beta, & i \neq j \end{cases} \}, \quad (3)$$

где $[L^2(0, \tau)]^N = \underbrace{L^2(0, \tau) \times \dots \times L^2(0, \tau)}_{N \text{ раз}}$.

В результате вычисления матрицы, обратной к информационной (1), получим

$$R_{kl} = \frac{1}{\Delta f \tau (b-a)} \left[\delta_{kl} - \frac{1}{N-1 + b/a} \right]. \quad (4)$$

Здесь $a = \beta - \gamma^2$, $b = a - \gamma^2$.

Построим систему функций $\{\mu_i\}_{i=1}^N$ по правилу $\mu_i(t) = M_i(t) - \gamma$ ($i = \overline{1, N}$). Используя определение (3), найдем

$$\mu_i \mu_j = \begin{cases} a - \gamma^2, & i = j; \\ \beta - \gamma^2, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Из соотношения (4) следует, что $|R_{kl}| \rightarrow 0$ при $N \rightarrow 1 + (a - \gamma^2)/(\beta - \gamma^2) \rightarrow \infty$ ($k \neq l$), что возможно либо при $N \rightarrow \infty$, либо в случае $\beta - \gamma^2$ для произвольного $N > 1$. Другими словами, взаимная ковариация оценок \hat{q}_k, \hat{q}_l обратно пропорциональна количеству уплотняемых сигналов и равна нулю в том случае, когда система $\{\mu_i\}_{i=1}^N$, порожденная семейством $\{M_i\}$, ортогональна, как это следует из выражения (5).

Требуется найти семейство модулирующих функций $\{m_i\}_{i=1}^N$ из класса $L^2(0, \tau)$ интегрируемых по Лебегу на интервале $[0, \tau]$ функций, удовлетворяющих естественному условию $0 \leq m_i(t) \leq 1$ ($i = \overline{1, N}$) (6) и минимизирующих дисперсии $D_{q_i} = R_{ii}$ оценок максимального правдоподобия $\hat{q}_1, \dots, \hat{q}_N$.

Рассматривая совокупность выражений (2) как систему уравнений относительно функций m_j , найдем $m_j(t) = M_j(t) / [1 - \sum_{i=1}^N M_i(t) q_i]$ (7). В силу равенств (2) и условий (6) функции семейства $\{M_i\}$ ограничены, т. е. $0 \leq M_i(t) \leq c$ ($c > 0$) (8), поэтому для решения поставленной задачи достаточно найти оптимальную систему $\{\hat{M}_i\}$ функций, минимизирующих дисперсии D_{b_i} , а ансамбль $\{m_i\}$ построить с помощью соотношений (7).

Оптимизация класса модулирующих функций. Рассматривая дисперсию D_{q_i} как функцию M_i , найдем оптимальную функцию M_i , минимизирующую функционал $G(M_i) = [(N - 2)a + b] / \{(N - 1) \times \times a + b\} (b - a)$ (9) при ограничении (8), которое удобно представить в виде $M_i(t) [M_i(t) - c] \leq 0$ (10). Построим лагранжиан задачи (9), (10) $L(M_i, z_i) = G(M_i) - (z_i M_i (M_i - c))$ (11), где (...) скалярное произведение в $L^2(0, \tau)$; $z_i \in L^2(0, \tau)$. Можно показать, что функционал (9) и ограничение (10) удовлетворяют условиям теоремы [3],

утверждающей, что элемент $\hat{M}_i \in L^2(0, \tau)$ является оптимальным, если существует функция $\hat{z}_i \in L^2(0, \tau)$, $\hat{z}_i(t) \leq 0$, такая, что (\hat{M}_i, \hat{z}_i) — седловая точка лагранжиана (11), т. е. $L(\hat{M}_i, z_i) \leq L(\hat{M}_i, \hat{z}_i) \leq L(M_i, \hat{z}_i)$ (12). При этом должно выполняться условие дополнительной нежесткости $(\hat{z}_i, \hat{M}_i (M_i - c)) = 0$ (13). Можно показать [4], что второе неравенство в формуле (12) является след-

ствием условия (13), а для выполнения первого необходимо, чтобы производная Гато лагранжиана L в точке \hat{M}_i обращалась в нуль, т. е.

$$\begin{aligned} \chi [M_j(t) - \gamma] - 2\chi [\hat{M}_i(t) - \gamma] - [2\hat{M}_i(t) - c] \hat{z}'_i(t) = 0, \quad (14) \\ \text{где} \\ \chi = a(N-1)[(N-2)a + 2b]; \quad \chi = (N^2 - 3N + 3)a^2 + 2(N-2)ab + \\ + b^2, \quad \hat{z}'_i(t) = \hat{z}_i(t)[(N-1)a + b]^2(b-a)^2. \end{aligned}$$

Введем лебеговы множества

$$\begin{aligned} P_i = \{t \in [0, \tau] | \hat{M}_i(t) = 0\}, \quad S_i = \{t \in [0, \tau] | 0 < \hat{M}_i(t) < c\}, \quad Q_i = \\ = \{t \in [0, \tau] | \hat{M}_i(t) = c\}. \end{aligned}$$

Из условия (13) следует, что $\hat{z}_i(t) = 0$ при $t \in S_i$ и $\hat{z}_i(t) < 0$ при $t \in P_i \cup Q_i$.

Приравнивая нулю производную Гато лагранжиана L в точке \hat{M}_j ($j \neq i$), получим

$$\chi [M_j(t) - \gamma] - 2\chi [\hat{M}_j(t) - \gamma] - [2\hat{M}_j(t) - c] \hat{z}'_j(t) = 0, \quad (15)$$

построим соответствующие множества P_j, S_j, Q_j и ограничимся случаем $S_i = S_j = S$. Запишем уравнения (14), (15) на множестве S для функций $\hat{M}_i(t), \hat{M}_j(t)$:

$$\begin{cases} \chi [\hat{M}_j(t) - \gamma] - 2\chi [\hat{M}_i(t) - \gamma] = 0, \\ \chi [\hat{M}_i(t) - \gamma] - 2\chi [\hat{M}_j(t) - \gamma] = 0; \end{cases}$$

Решение полученной системы определяется выражением $\hat{M}_i(t) = M_j(t) = \gamma$ ($t \in S$). Таким образом, множество значений функций из оптимального класса равно $\{0, \gamma, c\}$.

Параметрическая оптимизация. Для функций из оптимального класса в результате выполнения интегрирования найдем

$$\gamma = \frac{cp}{1-s}, \quad a = c^2 \left(r - \frac{p^2}{1-s} \right), \quad b = c^2 p \left(1 - \frac{p}{1-s} \right), \quad (16)$$

где $p = \text{mes } P_i / \tau$; $s = \text{mes } S / \tau$; $r = \text{mes } (P_i \cap P_j) / \tau$;

$\text{mes } P_i$ — мера Лебега множества P_i . Здесь учтены свойства (5) функций M_i . Параметр r естественно назвать коэффициентом перекрытия системы $\{m_i\}$. Подставив (16) в выражение (9), получим

$$G(p, r, s) = \frac{(N-2)r + p - (N-1)p^2/(1-s)}{(N-1)r + p - Np^2/(1-s)} \frac{1}{c^2(p-r)}. \quad (17)$$

Будем минимизировать функцию (17) по попеременным p, r, s при ограничениях $0 \leq p, r, s \leq 1$. Поскольку по последней переменной она является монотонно возрастающей,

$$G(p, r) = \inf_{s \in [0, 1]} G(p, r, s) = \frac{(N-2)r + p - (N-1)p^2}{(N-1)r + p - Np^2} \cdot \frac{1}{c^2(p-r)} \quad (18)$$

при $s=0$. Следовательно, оптимальные модулирующие функции $\hat{M}_i(t)$ должны принадлежать классу цифровых функций, принимающих почти всюду значения 0, с. Обозначим $Z_c = \{\{M_i\}_{i=1}^N \in \mathbb{Z} \mid M_i(t) = 0 \text{ или } M_i(t) = c \text{ почти всюду } (i = \overline{1, N})\}$.

Из выражений (2), (7) вытекает, что носители функций M_j и m_j совпадают, т. е. $\text{supp } M_j = \text{supp } m_j (j = \overline{1, N})$. Тогда с учетом свойств (6) максимально возможное значение параметра c , минимизирующее функцию (18) по этому параметру, определяется выражением

$$c = \left[1 + \inf_{t \in Y} \sum_{i=1}^N m_i(t) q_i \right]^{-1}, \quad \text{где } Y = \bigcup_{i=1}^N \text{supp } m_i \subseteq [0, \tau].$$

При этом $\{m_i\}_{i=1}^N \in Z_1$ и $M_i(t) = cm_i(t) (i = \overline{1, N})$.

В дальнейшем ограничимся случаем $N = 2^k - 1 (k \in \mathbb{N})$, когда удастся выразить параметр c через интегральные характеристики семейства функций $\{m_j\}$. Для упрощения последующих выкладок положим $q_1 = \dots = q_N = q$. Тогда $c = (1 + qn)^{-1}$, где $n = \sup_{t \in Y} \sum_{i=1}^N m_i(t)$, т. е. для семейства $\{m_i\} n \in \overline{1, N}$ — максимальное число функций ансамбля, имеющих общий носитель. В дальнейшем ограничимся следующим классом систем модулирующих функций: $Z_1^n = \{\{m_i\}_{i=1}^N \in \mathbb{Z}_1 \mid N = 2^k - 1, \sum_{i=1}^N m_i(t) = n \text{ для почти всех } t \in Y\}$. Таким образом, каждое семейство $\{m_i\} \in Z_1^n$ характеризуется параметрами p, r, n , которые не являются независимыми.

Чтобы исследовать функцию (14) на экстремум, сузим область ее определения. Приравнивая определитель Грама системы функций $\{\mu_i = m_i - m\}$ к нулю, получим $(p-r)^{N-1} [p - p^2 + (N-1)(r - p^2)] = 0$, откуда с учетом неравенств $r \geq 0$ и $r \leq p$ (неравенство Шварца для функций из $\{m_i\}$) находим область $A = \{r \geq 0\} \cap \{r < p\} \cap \{r > p(N_p - 1) / (N-1)\}$ переменных r и p , в которой система функций $\{\mu_i\}$ линейно независима (рис. 2). Исследуем поведение функции (15) в области A вдоль прямых $r = p(x-1) / (N-1) (1 \leq x \leq N)$ (19). Можно показать, что при изменении x в интервале $(i-1, i] n = i (i = \overline{1, N})$, т. е. $n = [x]$ ($[x]$ — целая часть числа x). Следовательно, прямыми $r = p(n-1) / (N-1) (n = \overline{1, N})$ область A разбивается на зоны, имеющие форму усеченных конусов, каждая из которых отвечает своему числу n (при $n=1$ зона вырождается

в отрезок $[0, (N-1)^{-1}]$ оси $r=0$) (рис. 2). Подставив выражение (19) в соотношение (18), получим

$$G(p, x) = \frac{(N-2)(x-1) + (N-1)[1 - (N-1)p]}{(x-Np)(N-x)p} \times \\ \times \{1 + q(1 + [x])\}^2. \quad (20)$$

По переменной p функция (20) имеет минимум в точке $\hat{p} = (y - \omega) / (N-1)^2$ (21), равный

$$G(x) = G(\hat{p}, x) = \frac{(N-1)^4 \omega \{1 + q(1 + [x])\}^2}{(N-x)(y-\omega)[N(\omega-1) + x]}. \quad (22)$$

Здесь $y = (N-2)(x-1) + N-1$; $\omega = [y(1 - x/N)]^{1/2}$. (23)

На рис. 2 штриховой линией показана кривая $\hat{r} = \hat{r}(p)$, заданная параметрически соотношениями (19), (21), (22) с помощью

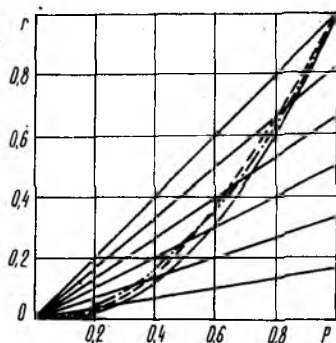


Рис. 2

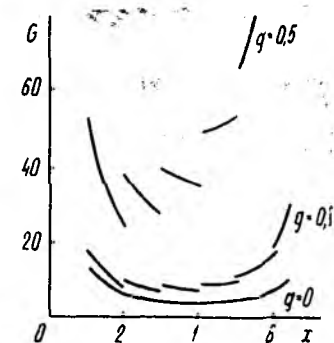


Рис. 3

параметра $x \in [1, N]$ и соответствующая оптимальным значениям \hat{p} , \hat{r} . Графики функции (22) для $N=7$ при различных значениях q приведены на рис. 3, а их анализ показал следующее.

В случае $q=0$ $G(x)$ непрерывна, имеет минимум в точке $\hat{x} = (N+1)/2 = 4$. При этом $\hat{p} = 1/2$, $\hat{r} = 1/4$, а соответствующие функции оптимальной системы имеют вид $\hat{m}_i(t) = \frac{1}{2} [1 - \text{wal}_i(t)]$ ($i = \overline{1, N}$), где $\text{wal}_i(t)$ — функция Уолша i -го номера.

При $q > 0$ $G(x)$ имеет разрывы первого рода в тех точках, где x принимает целочисленные значения. По мере роста q оптимальный параметр $\hat{x} = \arg \inf_{x \in [1, N]} G(x)$ смещается в область меньших зна-

чений, поэтому использование систем функций $\{m_i\} \in Z_1^n$ с $n > (N+1)/2$ (для которых $p > 1/2$, $r > 1/4$) нецелесообразно.

Так как справедливо равенство $\inf_{x=1, N} G(x) = \inf_{x=1, (N+1)/2} G(x)$, для нахождения предельной чувствительности радиометра достаточно

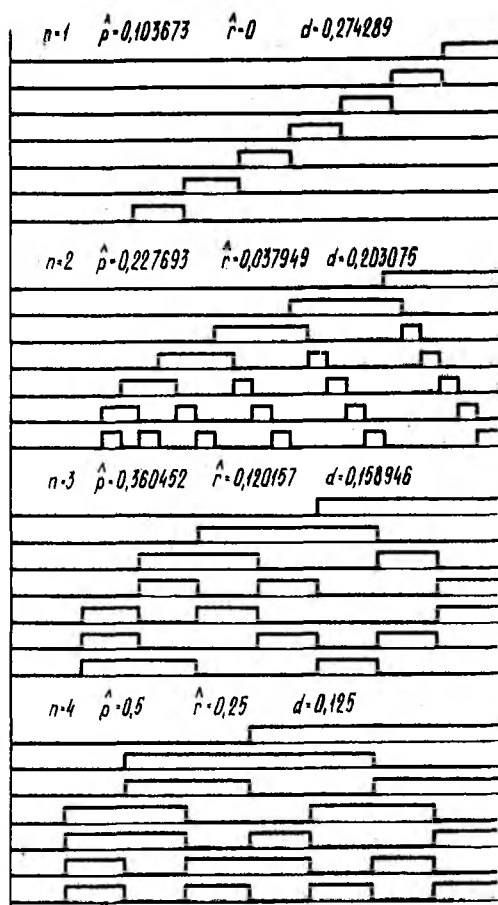


Рис. 4

вычислить $G(x)$ в точках $x=1, 2, \dots, (N+1)/2$ и взять наименьшее из полученных значений, которое определяет число n .

В случае $q \gg 1$ получаем $n=1$, т. е. носители модулирующих функций не пересекаются, и оптимальным является радиометр с временным уплотнением сигналов, для которого $\hat{r}=0$, $\hat{p}=(N+\sqrt{N})^{-1}$, $G_{\min}=(1+\sqrt{N})^2(1+q)^2$.

Примеры систем из $N=7$ функций с $n=1, 2, 3, 4$ приведены на рис. 4, что доказывает существование подобных семейств из

класса Z_1^n . Все функции ансамбля могут быть периодически про-
должены. Кроме \hat{p} , \hat{r} , \hat{n} , на рис. 4 приведены оптимальные зна-
чения параметра $d=1-\text{mes} Y/\tau$, характеризующего длительность
интервала времени, в течение которого все модуляторы радиомет-
ра находятся в закрытом состоянии. Можно показать, что $d=$
 $=1-\hat{p}N/\hat{n}$.

Таким образом, коэффициент перекрытия \hat{r} оптимальных сис-
тем модулирующих функций зависит от отношения сигнал-шум
на входе. При малых отношениях оптимальным является радиометр с семейством функций Уолша, обладающих максимальным
коэффициентом перекрытия $\hat{r}=1/2$, а разделение канальных сиг-
налов осуществляется по форме сигналов. По мере роста отно-
шения сигнал-шум коэффициент перекрытия уменьшается, и начи-
ная с некоторого значения, оптимальным становится приемник,
в котором используется система функций с $\hat{r}=0$, т. е. реализуется
принцип временного уплотнения и разделения канальных сиг-
налов.

При $N=1$ полученные результаты полностью соответствуют
полученным в работе [5] для одноканального модуляционного ра-
диометра.

Список литературы: 1. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. М., 1973. 416 с. 2. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М., 1978. 296 с. 3. Экланд И., Геман Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. М., 1979. 400 с. 4. Sakawa Y. Optimal control of certain type of linear distributed-parameter systems// IEEE Trans. on Automatic Control. 1966. 11, N1. P. 34—45. 5. Оптимальная структура и потенциальная чувствительность модуляционного радиометра /В. И. Антюфеев, А. С. Султанов, А. С. Воронова и др.//Радиотехника. 1987. Вып. 83. С. 82—87.

Поступила в редколлегию 12.01.89

УДК 550.385.37; 550.388.2

К. П. ГАРМАШ, А. М. ГОКОВ, А. И. ГРИТЧИН,
В. А. МИСЮРА, д-р техн. наук,
Л. Ф. ЧЕРНОГОР, д-р физ.-мат. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ НА УДАЛЕННЫЕ МОЩНЫЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Землетрясения достаточной интенсивности могут служить фиксированным в пространстве и во времени источником возмущений в ионосфере. Впервые на это было указано в работе. [1]. Это относится как к стадии подготовки землетрясения, так и к моменту сейсмического толчка. До настоящего времени проведены немногочисленные наземные и спутниковые эксперименты по обна-

ружению аномального электромагнитного излучения от эпицентра готовящегося землетрясения. По данным сети станций вертикального зондирования выделены возмущения параметров средней ионосферы (высоты $z \sim 100-300$ км), связанные с сейсмической активностью. В литературе имеются результаты, полученные для этого же диапазона высот с помощью доплеровских измерений и по характеристикам распространяющихся в нижней ионосфере ($z < 100$ км) над эпицентром землетрясения гектометровых радиоволн.

Таким образом, возможные эффекты в D-области ионосферы, обусловленные удаленными землетрясениями, пока не изучались.

В работе описаны результаты экспериментального исследования методом частичных отражений (ЧО) возмущений в нижней ионосфере, сопровождающих удаленные мощные землетрясения. Данный метод позволяет получать высотные профили параметров сигнала и нижней ионосферы с высоким временным разрешением ($\Delta t = 1$ с).

Экспериментальная техника и методика исследований. Наблюдения ЧО сигналов проводились на радиотехническом ионосферном комплексе ХГУ [2], имеющем следующие параметры: диапазон частот $f = 1,5-4,5$ МГц, длительность зондирующих импульсов $\tau_u = 25$ мкс, их период следования $T = 1$ с, мощность двухканального радиопередающего устройства $P \approx 200$ кВт, коэффициент усиления антенн $G = 200$. В описываемых ниже экспериментах $f = 2,6-2,8$ МГц, $P \cdot G = 10$ МВт, $\tau_u = 25$ мкс. Обработка поступающей информации проводилась на ЭВМ ЕС-1020.

Регистрация отраженных от неоднородностей ионосферной плазмы сигналов велась на перфоленту с 14 высотных уровней, начиная с $z = 45$ км, через 3, 6, 12 км. Одновременно с регистрацией смеси сигнал плюс шум делались две шумовые выборки. Отдельно регистрировались обыкновенная (о) и необыкновенная (н) компоненты как смеси сигнал плюс шум, так и шума. Длительность регистраций составляла примерно 1,5—8 ч. Измерения проводились вблизи г. Харькова. Поскольку оповещение о предстоящих землетрясениях отсутствовало, выполнен ретроспективный анализ данных. Банк экспериментальных регистраций ЧО сигналов сопоставлялся с каталогами сильных (с магнитудой более 5) землетрясений за период 1984—1988 гг. Затем из них отбирались лишь те регистрации, где, по нашим данным, отсутствовали другие мешающие факторы. В итоге анализу подвергались 14 сеансов. Информация о них приведена в табл. 1. Все землетрясения были неглубокие (≤ 50 км).

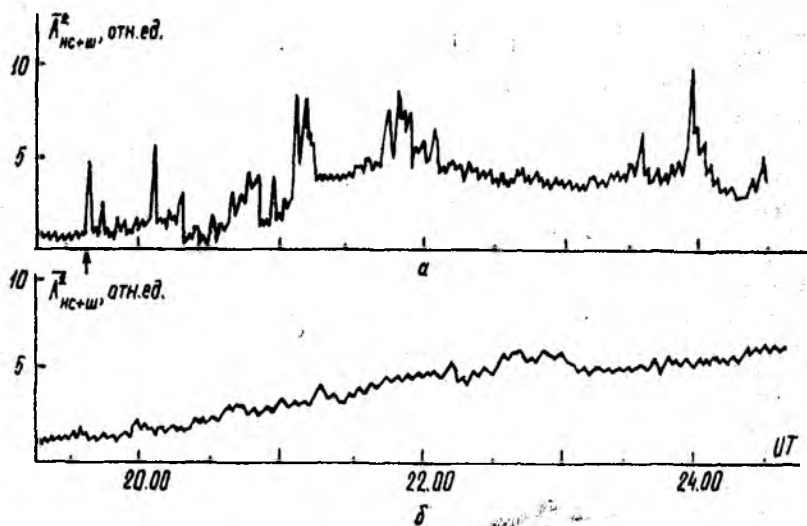
По измеренным амплитудам оин компонент принимаемых сигналов $A_{o,nc}$ и шума $A_{o,нш}$ строились временные ряды для $A_{o,nc}^2$, $A_{o,нш}^2$ (черта сверху означает усреднение), их дисперсий D , коэффициентов взаимной корреляции их $\rho_{A_{o,nc}^2 A_{o,нш}^2}$ и $\rho_{A_{o,нш}^2 A_{o,nc}^2}$. Применялось скользящее среднее на интервале 30 с со сдвигом 10 с или 3 мин со сдвигом на 1 мин.

Результаты экспериментов. Пример зависимости $\bar{A}_{нс+ш}^2(t)$ для высоты $z=81$ км, полученной по измерениям 28.09.87, приведен на рисунке, позиция *a*. Расстояние до эпицентра составляло около 12 тыс. км. В момент землетрясения (стрелка на рисунке) в интер-

Таблица 1

Дата	Место землетрясения, координаты		Мощность землетрясения (в баллах по 12-бальной шкале)
27.03.84	3,81°S	145,7°E	~7
24.06.84	43,74°S	170,76°E	~7
31.08.84	17,97°S	172,5°E	~7
19.09.85	19,06°N	102,5°W	~8
03.09.86	41,5°N	44°W	~5
17.09.86	39°N	73°W	~6
29.09.86	10,6°N	57,05°E	5-6
02.10.86	20,38°N	45,7°W	5-6
31.10.86	40°N	70°W	5-6
28.09.87	архипелаг	Вануату	~7
01.10.87	вблизи	Лос-Анджелеса	8-9
08.10.87	53°N	160°E	5-6
17.12.87	Япония		7-8
15.03.88	42°N	76°W	5-6

вале высот $z=65-90$ км, как и в других случаях, наблюдается возрастание интенсивностей принимаемого сигнала в несколько раз



продолжительностью до 2,5—3 мин. Длительность фронтов около 10—30 с. Конечное временное разрешение ($\Delta t=1$ с) не позволило

определить скорость распространения самого первого возмущения. Очевидно, что она не менее сотен километров в секунду. Такую скорость имеют магнитогидродинамические (МГД) волны.

Таблица 2

Время запаздывания, мин	Длительность процесса, мин	Продолжительность квазипериода, мин	Кажущаяся скорость, км/с	Возможный тип волн
?	1	—	10^2	МГД
4	1	—	50	Гидротропная
26—32	25	3	6,3—7,4	?
60	12	3,5	3,3	Поверхностная Релея
82	10	1,5—2	2,4	
123	23	2	1,7	Медленная МГД
230	7	?	0,9	
260	18	3	0,8	Внутренние
290	7	2,5	0,7	Гравитационные

Основные параметры возмущений приведены в табл. 2. Из нее видно, что кажущаяся скорость V , т. е. отношение расстояния между источником и приемником к времени запаздывания сигнала возмущений, изменяется в широких пределах. Лучше всего изучены процессы с $V \approx 1$ км/с. Давно описаны волны с $V \approx 3—4$ км/с [3]. Волны со скоростями 1—2, 2—3 км/с исследовались в работе [4]. Переносы возмущений с $V \approx 6—8$ км/с обнаружены в работе [5]. Их природа пока не выяснена. Наконец волновые процессы с $V \sim 10—100$ км/с теоретически изучались в ряде работ.

Заметим, что анализ экспериментальных данных, полученных для землетрясений, удаленных на расстояние не более 1—3 Мм, позволил зафиксировать лишь небольшие скорости передачи возмущений ($V \approx 0,5—0,9, 1—2, 3—4$ км/с).

Поведение $\bar{A}_{oc+ш}^2(t)$ в основном аналогично $\bar{A}_{nc+ш}^2(t)$. Но есть и некоторые отличия. Например, для обыкновенной компоненты вместо скорости $V \approx 0,9$ км/с наблюдалась скорость $V \approx 1$ км/с. Кроме того, значительное увеличение (в 3—4 раза) интенсивности обыкновенной волны появилось примерно на 200 минуте и длилось около 37 мин.

Анализ $D_{A_0^2 A_n^2}$ и $\rho_{A_0^2 A_n^2}$ показал, что они изменяются практически синхронно с интенсивностями сигнала. В то же время статистические характеристики шума изменялись иначе, чем соответствующие характеристики ЧО сигналов. В частности, отмечались кажущиеся скорости распространения возмущений; иногда в ночное время перед землетрясением интенсивность шумов уменьшалась в 2—3 раза.

На рисунке (позиция б) для сравнения приведена зависимость $\bar{A}_{nc+ш}^2(t)$, полученная в сходных гелиогеофизических услови-

ях, но при отсутствии заметных землетрясений для $z=81$ км. Сопоставление позиций рисунка, а также повторяемость явлений, зарегистрированных после сильных землетрясений, позволяет связать описанные эффекты с влиянием мощных землетрясений на нижнюю ионосферу.

Описанные выше возмущения во временном поведении интенсивности смеси ЧО сигнал плюс шум (наблюдаемые всплески) могут быть связаны с мощными удаленными землетрясениями. Конечно, этот вывод следует рассматривать как предварительный и нуждающийся в проверке на еще большем статистическом материале.

Список литературы: 1. Бирфельд Л. Г., Таранцев А. В. Явление воздействия сейсмичности Земли через акустические волны на ионосферу//Бюллетень госкомизобретений. 1973. № 42. С. 41. 2. Стационарный комплекс аппаратуры для исследования нижней ионосферы методом частичных отражений/А. И. Гритчин, В. Л. Дорохов, Л. Г. Концевая и др.//Вестн. Харьк. ун-та. 1988. № 318: Радиофизика и электроника. С. 21—24. 3. Пасечник И. П. Характеристики сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. М., 1979. 192 с. 4. Голиков Ю. В., Коста А., Пилипенко В. А. Геомагнитные пульсации, возбуждаемые при сильных землетрясениях//Геомагнетизм и аэрономия. 1985. 25, № 5. С. 824—828. 5. Кольцов В. В., Потапова Н. И., Черток Е. И. Короткопериодные вариации ионосферных параметров во время удаленного землетрясения. М., 1986. 19 с. (Препр./АН СССР, Ин-т земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн; 58 (672)).

Поступила в редколлегию 13.04.89

УДК 621.396

Н. Н. МИНЕРВИН, д-р техн. наук, В. П. СИРОТИН

О ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

Измерение интегральной концентрации электронов вдоль траектории прохождения радиолокационного сигнала можно производить по регулярным искажениям его фазочастотного спектра [1], возникающим из-за дисперсионного эффекта распространения радиоволн в ионизированной среде, следствием турбулентного характера которой являются дополнительные фазовые искажения, снижающие качество получаемой оценки. Влияние модулирующей помехи, обусловленной наличием случайных неоднородностей, на точность оптимального в отсутствие этой помехи измерения параметров сигнала изучена недостаточно. Между тем эта задача сравнительно просто может быть решена для сигнала $u(t)$ с несущей частотой ω_0 , намного большей критической частоты плазмы, и равными по амплитуде спектральными составляющими, максимальная разность частот которых $\Delta\Omega \ll \omega_0$.

Для простоты анализа рассмотрим случай равномерно распределенных по частоте $(2M+1)$ узких спектральных компонентов,

При этом

$$u(t) = G_0 \sum_{i=-M}^M \exp(jx_i t) \exp(j\omega_0 t),$$

где $x_i = \Delta\Omega_i/2M$ — частота i -го компонента сигнала; G_0 — корень квадратный из его мощности.

Если $M \rightarrow \infty$, приходим к сигналу со сплошным прямоугольным спектром

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_c(z) \exp(jzt) \exp(j\omega_0 t) dz,$$

$$G_c(z) = \begin{cases} \text{const}, & z \in [-1, 1] \\ 0 & z \notin [-1, 1], \end{cases}$$

где z — относительная частота, $z = 2\Omega/\Delta\Omega$.

Среднее по данной реализации значение случайных набегов фаз частотных составляющих сигнала образует его неинформативный параметр — начальную фазу φ_0 . Вследствие распространения спектральных компонентов сигнала в ионизированной среде по несколько отличающимся, хотя и близким траекториям и наличия в ней большого количества мелкомасштабных неоднородностей фазовый набег i -го компонента отличается от среднего значения φ_0 на величину $n(x_i)$. Дискретную функцию частоты $n(x_i)$ будем считать распределенной по нормальному закону и стационарной на интервале $[-\Delta\Omega/2, \Delta\Omega/2]$. Амплитудно-частотную характеристику ионосферы можно полагать постоянной [2], и, пользуясь разложением ее фазочастотной характеристики в ряд в окрестности ω_0 по степеням $\Omega = \omega - \omega_0$ [1], ограничиваясь квадратичным приближением, принимаемый сигнал с точностью до постоянного амплитудного множителя и фазового набег на несущей частоте можем представить в виде

$$s(t) = \sum_{i=-M}^M \exp\{j[x_i(t - t_{\text{гр}} + \alpha\omega_0)\Delta\Omega/2 - \alpha x_i^2 \Delta\Omega^2/4 - n(x_i - \varphi_0)]\} \exp(j\omega_0 t),$$

где $t_{\text{гр}}$ — групповое запаздывание радиолокационного сигнала; α — параметр его квадратичных фазочастотных искажений, прямо пропорциональный интегральной электронной концентрации N_L ($1/\text{м}^2$),

$$\alpha = kN_L/\omega_0^3, \quad k = 53,9 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Основное внимание уделим нахождению потенциальной точности оценивания параметра α , которая полностью определяет при приведенных выше условиях качество оценивания интегральной электронной концентрации N_L .

Функция рассогласования по параметрам α и $t_{гр}$ принимаемого сигнала с ожидаемым вследствие наличия возмущающего воздействия в виде фазовых флуктуаций будет случайной

$$\rho(\Delta\vec{\eta}) = \frac{\sum_{i=-M}^M \exp\{j[\Delta\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0]\}}{\sqrt{\sum_{i=-M}^M |\exp\{j[\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0]\}| \times \sum_{i=-M}^M |\exp\{\vec{\eta}_0^T \vec{\theta}_i + n(x_i) + \varphi_0\}|}}$$

где $\Delta\vec{\eta}$ — разность истинного $\vec{\eta}_n$ и ожидаемого $\vec{\eta}_0$ векторных параметров сигнала,

$$\vec{\eta}^T = (\alpha, t_{гр}); \vec{\theta}^T = x_i(x_i \Delta\Omega/2 - \omega_0, 1) \Delta\Omega/2.$$

Максимально правдоподобной оценкой параметра η в отсутствие модулирующей помехи является сумма вектора параметров ожидаемого сигнала η и радиус-вектора $\Delta\eta_m$ точки $(\Delta\alpha_m, \Delta t_{грm})$ на плоскости $(\Delta\alpha, \Delta t_{гр})$, в которой максимален квадрат модуля функции рассогласования

$$|\rho(\Delta\vec{\eta})|^2 = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i,j=-M}^M \exp\{j[n(x_i) - n(x_j) + \Delta\vec{\eta}^T (\vec{\theta}_i - \vec{\theta}_j)]\}.$$

Для нахождения $\Delta\eta_m$ воспользуемся методикой анализа флуктуаций максимума диаграммы направленности антенны по мощности [3], обобщив ее на случай двух координат. При малых флуктуациях норма вектора $\Delta\eta_m$ также мала, и, учитывая приближенное соотношение

$$e^{j\varphi} \approx 1 + j\varphi - \frac{1}{2} \varphi^2,$$

ограничиваясь членами второго порядка малости относительно $n(x_i)$, получаем

$$|\rho(\Delta\vec{\eta})|^2 \approx 1 - \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M (\Delta\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i)^2 + \frac{1}{(2M+1)^2} \times \\ \times \left(\sum_{i=-M}^M \Delta\vec{\eta}^T \vec{\theta}_i \right)^2 + \frac{1}{(2M+1)^2} \left(\sum_{i=-M}^M n(x_i) \right)^2 - \frac{2}{2M+1} \times$$

$$\times \sum_{i=-M}^M \Delta \vec{\eta}^T \vec{\theta}_i n(x_i) + \frac{2}{(2M+1)^2} \left(\sum_{i=-M}^M a \vec{\eta}^T \vec{\theta}_i \right) \times$$

$$\times \sum_{i=-M}^M n(x_i) - \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M n^2(x_i).$$

Вычислив градиент функции $|\rho(\Delta \eta)|^2$ и приравняв его к нулю, находим

$$\Delta \alpha_m = \frac{4M^2 \sum_{i=-M}^M i^2 n(x_i) - \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M i^2 \sum_{i=-M}^M n(x_i)}{\frac{1}{2M+1} \left(\sum_{i=-M}^M i^2 \right)^2 - \sum_{i=-M}^M i^4}$$

Соответственно для сигнала со сплошным спектром

$$\Delta \alpha_m = -\frac{45}{2\Delta\Omega^2} \left\{ \int_{-1}^{+1} z^2 n(z) dz - \frac{1}{3} \int_{-1}^{+1} n(z) dz \right\}$$

Среднее по ансамблю флуктуаций значение $\Delta \alpha_m$ равно нулю. Следовательно, потенциальная точность оценивания параметра α определяется дисперсией ошибок измерений

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{16M^4 \left\{ \sum_{i,j=-M}^M i^2 j^2 \Psi_{ij} - \frac{2}{2M+1} \left(\sum_{i=-M}^M i^2 \right) \sum_{i,j=-M}^M i^2 \Psi_{ij} + \right.}{\Delta\Omega^4 \left(\frac{1}{2M+1} \left(\sum_{i=-M}^M i^2 \right)^2 - \sum_{i=-M}^M i^4 \right)^2}, \quad (1)$$

где $\Psi_{ij} = n(x_i)n(x_j)$ — элемент корреляционной матрицы Ψ флуктуаций фаз частотных компонентов радиолокационного сигнала, которую можно представить в виде суммы двух матриц: диагональной, описывающей фазовые флуктуации, обусловленные аддитивным белым шумом, и корреляционной матрицы Φ флуктуаций фаз спектральных составляющих сигнала, обусловленных наличием случайных неоднородностей среды распространения радиоволн,

$$\Psi = \frac{1}{(2M+1)q^2} I + \Phi, \quad (2)$$

где I — единичная матрица; q^2 — отношение сигнал-шум по мощности для всего сигнала; $[(2M+1)q^2]^{-1}$ — дисперсия ошибок измерений фазы частотного компонента сигнала в отсутствие модулирующей помехи.

Запишем (1) в матричном виде

$$\sigma_a^2 = \frac{180^2 M^2}{(\Delta\Omega/2)^4} \left\{ 4\vec{B}^T \vec{\psi} \vec{b} - \frac{4}{3} (M+1)(2M+1) \vec{b}^T \vec{\psi} \vec{1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} (M+1)^2 \vec{1}^T \vec{\psi} \vec{1} \right\}, \quad (3)$$

где $\vec{b} = (b_i) = \frac{1}{\Delta\Omega^2} (x_i^2)$, $\vec{1}^T = (1, 1, \dots, 1)$.

Дисперсия ошибок измерений σ_a^2 с учетом (2) и (3) есть сумма двух слагаемых, первое из которых $\sigma_{26ш}^2$ характеризует флуктуационную ошибку из-за шумов аппаратуры, а второе — за счет среды распространения

$$\sigma_a^2 = \sigma_{a6ш}^2 + \sigma_{aк}^2.$$

Корреляционная матрица Φ однозначно определяется параметрами корреляционной функции $K(z-z_1) = K(\Delta z)$, описывающей статистические характеристики обусловленных влиянием среды флуктуаций фаз частотных составляющих сигнала, имеющего сплошной спектр. Функция $K(\Delta z)$ с заданной точностью может быть аппроксимирована линейной комбинацией экспоненциальных вида $\sigma_\varphi^2 \exp(-|\Delta z/c|)$ и осциллирующих вида $\sigma_\varphi^2 \exp(-|\Delta z/c| \cos(D\Delta z) - \gamma \sin(|D\Delta z|))$ функций, где σ_φ^2 — дисперсия фазовых флуктуаций [4]. На рис. 1 представлен график зависимости дисперсии ошибок измерений $\sigma_{aк}^2$ от относительного частотного радиуса корреляции c при экспоненциальной корреляционной функции (КФ) флуктуа-

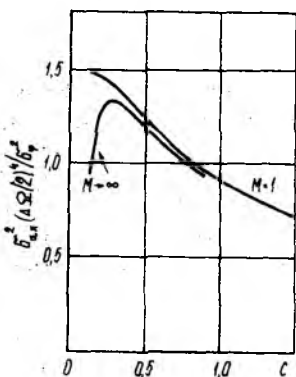


Рис. 1

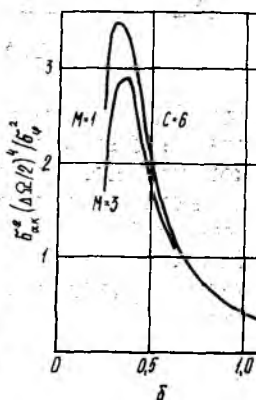
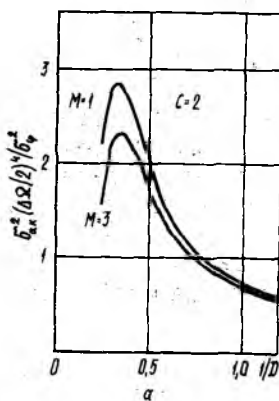


Рис. 2

ций. Аналогичные зависимости для осциллирующей КФ от величины, обратной параметру осцилляций D , при различных значениях

параметра затухания осцилляций s изображены на рис. 2 для случая, когда $\gamma = 0$. Флуктуационная ошибка измерения интегральной электронной концентрации, возникающая за счет влияния турбулентной среды распространения, максимальна, когда радиус частотной корреляции определяемых случайными неоднородностями среды фазовых флуктуаций соизмерим с шириной спектра сигнала. Она может быть уменьшена за счет применения сигнала с большим числом частотных дискрет или со сплошным спектром, что обеспечивает частичное сглаживание флуктуаций. Однако при этом необходимо учитывать снижение эффективной ширины спектра сигнала, что приводит в свою очередь к некоторому росту другой составляющей ошибки измерения.

Таким образом, турбулентный характер среды распространения сигнала приводит к появлению дополнительной ошибки измерения интегральной электронной концентрации N_L . Это ограничивает возможности по повышению точности оценивания за счет увеличения отношения сигнал-шум. Обусловленная неоднородностями среды ошибка измерения N_L может оказывать существенное, а в ряде случаев и определяющее влияние на качество оценивания интегральной электронной концентрации, производимого по искажениям фазочастотного спектра широкополосного сигнала.

Список литературы: 1. Кривелев А. П., Франков В. Н. Об анализе фазочастотных искажений сигналов//Радиотехника и электроника. 1973. 18, вып. 10. С. 2066—2074. 2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., 1967. 683 с. 3. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М., 1970. 383 с. 4. Пугачев В. С. Введение в теорию вероятностей. М., 1968. 368 с.

Поступила в редколлегию 16.06.89

УДК 621.396

В. Э. ГОЛУБИЦКИЙ, Г. П. КУЛЕМИН, д-р техн. наук,
А. И. СИДОРОВ, канд. техн. наук

ЧАСТОТНАЯ КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ФЛУКТУАЦИИ ПОЛЯ, РАССЕЯННОГО ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Ниже рассматривается статистическая зависимость флуктуаций поля, рассеянного стационарной, изотропной шероховатой земной поверхностью при зондировании ее двумя электромагнитными сигналами на разных частотах миллиметрового диапазона. При этом предполагается, что поверхность с крупномасштабными, пологими неровностями; углы облучения поверхности таковы, что не происходит затенений и переотражений; размер облученной поверхности гораздо больше характерных размеров неровностей, ее кривизна мала; точка излучения приема и точка измерителя размещены и находятся в дальней зоне.

Для пояснения дальнейших выкладок рассмотрим схему пространственного расположения измерителя и поверхности (рис. 1). Здесь в точке P прямоугольной системы координат o_1xyz находится измеритель; система координат $oxyz$, связанная с поверхностью

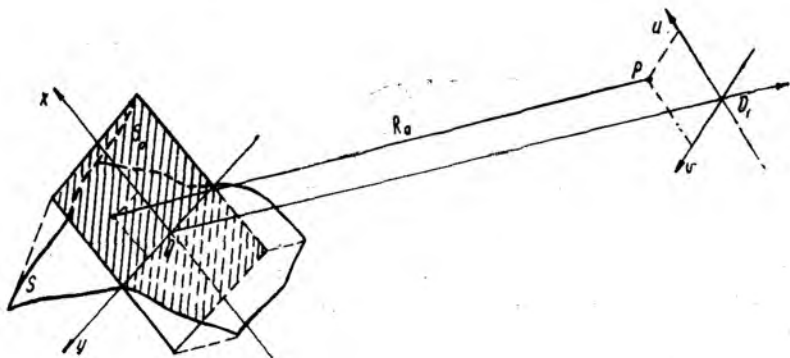


Рис. 1

земли и такая, что плоскость oxy — картинная, оси oz и o_1z совпадают; на расстоянии R_0 находится облучаемая плоской монохроматической волной поверхность S , которая описывается регулярной частью $f(x, y)$ и случайной $h(x, y)$, характеризующей отклонение неровностей от регулярной поверхности.

Полагаем, что в пределах облучаемой поверхности коэффициент Френеля γ постоянен и выполняются ранее введенные ограничения. Тогда в приближении Кирхгофа потенциал рассеянного поля в точке расположения измерителя (u, v) можно записать в следующем виде [1]:

$$\Phi(u, v, \nu) = -j\nu e^{i2\pi\nu l} \frac{e^{i\frac{4\pi R_0 \nu}{c}}}{cR_0} \Phi_0 \int_{S_0} e^{i\frac{\pi\nu}{cR_0} [(u-x)^2 + (v-y)^2]} e^{i\frac{4\pi\nu}{c} f(x,y)} e^{i\frac{4\pi\nu}{c} h(x,y)} dx dy, \quad (1)$$

где Φ_0 — потенциал облучающего поля плоской монохроматической волны; ν — частота излучения; c — скорость света; S_0 — проекция облучаемой поверхности на картинную плоскость.

Взаимную корреляционную функцию флуктуаций поля будем определять при условии, что рассеяние происходит одной и той же неподвижной поверхностью. Тогда

$$R(u, v, \Delta\nu) = F(u, v, \Delta\nu) - \langle \Phi(u, v, \nu_1) \rangle \langle \Phi^*(u, v, \nu_2) \rangle,$$

где $F(u, v, \Delta\nu) = \langle \Phi(u, v, \nu_1) \Phi^*(u, v, \nu_2) \rangle$;

$\Phi(u, v, \nu_j)$ — потенциал рассеянного поля в точке (u, v) на частоте ν_1 либо ν_2 ; $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$; $\langle \cdot \rangle$ — знак усреднения.

Учитывая соотношение (1) и предполагая, что френелевские коэффициенты в пределах изменения частоты остаются практически постоянными, получаем

$$F(u, v, \Delta v) = \gamma^2 v_1 v_2 \frac{\Phi_0^2}{c^2 R_0^2} \exp \left\{ -j2\pi \left(\frac{2R_0}{c} + t \right) \Delta v \right\} \times \\ \times \iint_{S_1, S_2} \exp \left\{ j \frac{\pi}{c R_0} \{ [(u - x_1)^2 + (v - y_1)^2] v_1 - [(u - x_2)^2 + \right. \\ \left. + (v - y_2)^2] v_2 \} \right\} \exp \left\{ j \frac{r\pi}{c} [f(x_1, y_1) v_1 - f(x_2, y_2) v_2] \right\} \times \\ \times \langle \exp \left\{ j \frac{4\pi}{c} [h(x_1, y_1) v_1 - h(x_2, y_2) v_2] \right\} \rangle dx_1 dy_1 dx_2 dy_2.$$

Характеристическая функция совместного распределения $h(x_1, y_1)$ и $h(x_2, y_2)$ в точке с координатами $\left(\frac{4\pi}{c} v_1, -\frac{4\pi}{c} v_2 \right)$ определится следующим соотношением:

$$\langle \exp \left\{ j \frac{4\pi}{c} [h(x_1, y_1) v_1 - h(x_2, y_2) v_2] \right\} \rangle = \\ = \exp \left\{ -\frac{8\pi^2 \sigma^2}{c^2} [v_1^2 - 2K(\eta) v_1 v_2 + v_2^2] \right\},$$

где σ^2 — дисперсия высот неровностей поверхности; $K(\eta)$ — коэффициент автокорреляции неровностей,

$$\eta^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2; \quad \Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1.$$

В соотношении (1) перейдем к новым переменным Δx и Δy и учтем, что радиус корреляции неровностей значительно меньше линейных размеров S_0 . Это позволяет перейти к бесконечным пределам интегрирования по переменным. Тогда имеем

$$F(u, v, \Delta v) = v_1 v_2 \gamma^2 \frac{\Phi_0^2}{c^2 R_0^2} \exp \left\{ -j2\pi \left(\frac{2R_0}{c} + t \right) \Delta v \right\} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{8\pi^2 \sigma^2 (v_1^2 + v_2^2)}{c^2} \right\} \times \iiint_{S_0, -\infty}^{\infty} \exp \left\{ j \frac{\pi}{c R_0} \{ [(u - x_1)^2 + \right. \\ \left. + (v - y_1)^2] v_1 - [(u - x_1 - \Delta x)^2 + (v - y_1 - \Delta y)^2] v_2 \} \right\} \times \\ \times \exp \left\{ j \frac{4\pi}{c} [f(x_1, y_1) v_1 - f(x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y) v_2] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{16\pi^2 \sigma^2}{c^2} K(\eta) v_1 v_2 \right\} dx_1 dy_1 d\Delta x d\Delta y.$$

Для многих практических случаев выполняется условие

$$\frac{16\pi^2\sigma^2}{c^2} v_1 v_2 \gg 1.$$

Это условие позволяет вычислить интегралы по Δx и Δy методом перевала [2, с. 528]. Учитывая, что облучается одна и та же поверхность, получаем

$$F(u, v, \Delta v) = \frac{\gamma^2 \Phi_0^2}{8\pi R_0^2 \sigma^2 |K''_{\eta}(0, 0)|} \exp\left\{-j2\pi\left(\frac{2R_0}{c} + t\right)\Delta v\right\} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{8\pi^2\sigma^2}{c^2}\Delta v^2\right\} \int_{S_0} \exp j\frac{\pi}{cR_0} [(u-x)^2 + (v-y)^2] \Delta v \Big\} \times \\ \times \exp\left\{-j\frac{4\pi}{c} f(x, y)\Delta v\right\} dx dy, \quad (3)$$

где $K''_{\eta}(0, 0)$ — вторая производная коэффициента корреляции $h(x, y)$ по η в точке $\Delta x = \Delta y = 0$.

Введем обозначения для нормированной корреляционной функции

$$B(u, v, \Delta v) = \frac{R(u, v, \Delta v)}{[\langle \Phi^2(u, v, v_1) \rangle \langle \Phi^2(u, v, v_2) \rangle]^{1/2}}. \quad (4)$$

Проведя вычисления, получим

$$\langle \Phi^2(u, v, v) \rangle = \langle \Phi^2(u, v, v_2) \rangle = \frac{\gamma^2 \Phi_0^2 \Sigma_0}{8\pi R_0^2 \sigma^2 |K''_{\eta}(0, 0)|} \quad (5)$$

и

$$\langle \Phi(u, v, v_1) \rangle \langle \Phi^*(u, v, v_2) \rangle = \frac{v_1 v_2 \gamma^2 \Phi_0^2}{c^2 R_0^2} \exp\left\{j2\pi\left(\frac{2R_0}{c} + t\right)\right\} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{8\pi^2\sigma^2}{c^2}(v_1^2 + v_2^2)\right\} \int_{S_0} \exp\left\{-j\frac{\pi\Delta v}{cR_0} [(u-x)^2 + (v-y)^2]\right\} \times \\ \times \exp\left\{-j\frac{4\pi\Delta v}{c} f(x, y)\right\} dx dy, \quad (6)$$

где Σ_0 — площадь S_0 .

Подставляя (5) и (6) в (4), находим

$$B(u, v, \Delta v) = \frac{1}{\Sigma_0} \exp\left\{-j2\pi\Delta v\left(\frac{2R_0}{c} + t\right)\right\} \int_{S_0} \exp\left\{-j\frac{\pi\Delta v}{cR_0} \times \right. \\ \left. \times [(u-x)^2 + (v-y)^2] \exp\left\{-j\frac{4\pi}{c} f(x, y)\Delta v\right\} dx dy \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\exp \left\{ -\frac{8\pi^2\sigma^2}{c^2} \Delta v^2 \right\} + \frac{v_1 v_2 8\pi\sigma^2}{c^2} \exp \left\{ -\frac{8\pi^2\sigma^2}{c^2} (v_1^2 + v_2^2) \right\} \right] = \\ & = \frac{1}{\Sigma_0} \exp \left\{ -\frac{8\pi^2\sigma^2 \Delta v^2}{c^2} \right\} \exp \left\{ -j2\pi\Delta v \left(\frac{2R_0}{c} + t \right) \right\} \int_{S_0} \exp \left\{ -j \frac{\pi\Delta v}{cR_0} \times \right. \\ & \left. \times [(u-x)^2 + (v-y)^2] \right\} \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f(x, y) \Delta v \right\} dx dy. \quad (7) \end{aligned}$$

Легко убедиться, что последнее приближение на практике выполнимо. Проанализируем влияние параметров рассеивающей поверхности на поведение корреляционной функции (7). Для облегчения анализа предположим, что освещаемая поверхность в пределах S близка к плоскости. При этом

$$f(x, y) = f(0, 0) + f'_x(0, 0)x + f'_y(0, 0)y,$$

где $f'_{x,(y)}(0,0)$ — наклон облучаемой регулярной части поверхности относительно картинной плоскости.

Кроме того, примем, что освещаемая поверхность является прямоугольником со сторонами, параллельными осям ox , oy и равными соответственно L_x и L_y . Центр координат в центре прямоугольника. Тогда

$$\begin{aligned} & \int_{S_0} \exp \left\{ -j \frac{\pi}{cR_0} [(u-x)^2 + (v-y)^2] \Delta v \right\} \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f(x, y) \Delta v \right\} \times \\ & \times dx dy = \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f(0, 0) \Delta v \right\} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \exp \left\{ -j \frac{\pi}{cR_0} (u-x)^2 \Delta v \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f'_x(0, 0) x \Delta v \right\} dx \int_{L_y/2}^{L_y/2} \exp \left\{ -j \frac{\pi}{cR_0} (v-y)^2 \Delta v \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f'_y(0, 0) y \Delta v \right\} dy. \quad (8) \end{aligned}$$

Полагая

$$e^{-j \frac{4\pi}{c} f'_x(0,0)L_x \Delta v} = e^{-j2\pi}; \quad e^{-j \frac{4\pi}{c} f'_y(0,0)L_y \Delta v} = e^{-j2\pi},$$

получаем оценку частотного радиуса корреляции поля в виде

$$\Delta v_L = \frac{c}{2f'_{x,(y)}(0, 0) L_{x,(y)}}. \quad (9)$$

Например, при $f'_x(0,0) = 0,1$; $L_x = 100$ м имеем $\Delta v_L = 15$ МГц.

В том случае, если в соотношении (8) значение интеграла существенно не меняется при вариациях $\Delta\nu$, радиус частотной корреляции можно определить, положив

$$\exp\left(-\frac{8\pi^2\sigma^2}{c^2}\Delta\nu^2\right) = e^{-2}.$$

При этом получим

$$\Delta\nu_s = \frac{c}{2\pi\sigma}, \quad (10)$$

или

$$\Delta\nu_s \approx \frac{48}{\sigma}, \quad (10a)$$

где σ^2 — дисперсия высот неровностей облучаемой поверхности. Так, при $\sigma = 0,1$ м имеем $\Delta\nu_s = 480$ МГц. Следует отметить, что оценкой (10) можно пользоваться в случаях малоразмерной облучаемой поверхности и отсутствия ее наклона относительно картинной плоскости.

Анализ соотношения (7) показывает, что нормированная частотная корреляционная функция поля, рассеянного земной поверхностью, зависит как от параметров регулярной освещенной поверхности (ее формы, размеров и наклона относительно картинной плоскости), так и от параметров неровностей (их среднеквадратической высоты).

Вместе с тем функция не зависит от несущей частоты, зондирующих сигналов, а зависит лишь от их разности.

Примеры, приведенные к оценкам частотных радиусов корреляции (9) и (10), показывают, что на практике при наклонном зондировании поверхности земли частотная декорреляция менее зависит от неровностей поверхности и больше от ее наклона и размеров.

Экспериментальные исследования частотной декорреляции радиоволн СВЧ земной поверхностью показывают, что наблюдается достаточно удовлетворительное совпадение расчетов по (10) с полученными экспериментальными результатами. Так, в работе [3] получены частотные корреляционные функции зем-

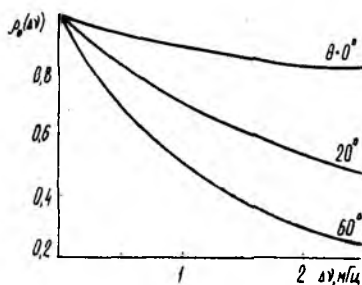


Рис. 2

ной поверхности с сельскохозяйственными посевами. В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости $\rho(\Delta\nu)$ при нескольких значениях углов θ наклона облучаемой площадки относительно картинной плоскости. Видно, что радиус частотной корреляции уменьшается с увеличением угла θ .

Аналогичные измерения, проведенные при обратном рассеянии радиоволн СВЧ морской поверхностью [4], показали, что при

разное в $\Delta\nu = 25$ ГГц пространственная корреляция практически отсутствует (коэффициенты взаимной корреляции не превышают 0,3), что обусловлено сменой механизмов рассеяния при столь большом частотном разное.

Список литературы: 1. Семенов Л. А. Теория электромагнитных волн. М., 1968. 240 с. 2. Фелсен П., Маркувиц Н. Излучение и рассеяния волн. М., 1978. Т. I. 220 с. 3. Ulaby F. T. Vegetation clutter model//IEEE Trans. 1980. AP 28, N 4. P. 538—545. 4. Кулемин Г. П., Разказовский В. Б. Рассеяние миллиметровых радиоволн поверхностью Земли под малыми углами. К., 1987. 230 с.

Поступила в редколлегию 14.09.89

УДК 658.588:622.242

Л. Г. СКИРТА, И. В. ЗОЗУЛЯ, канд. техн. наук

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ ОТКРЫТЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Анализ экологической обстановки автономных технологических объектов осуществляется комплексами, реализующими точечные методы контроля газовой среды [1]. Однако использование в таких комплексах датчиков локального действия снижает вероятность надежного контакта чувствительных элементов датчиков с выделяемой источником и рассеиваемой в среде вредностью [2]. Поэтому для определения, регистрации и прогноза метеорологического потенциала загрязнения пространственно протяженных объектов наиболее перспективен дистанционный метод мониторинга атмосферы.

Существующие и используемые в информационно-измерительных комплексах аналитические модели на основе анализа предыстории и адекватности отражаемых ситуаций позволяют с высокой степенью достоверности идентифицировать газодинамические процессы распределения вредных примесей в атмосфере. Наибольшие ограничения на выбор моделей накладываются степенью достоверности результатов, алгоритмической и программной компактностью и работой в реальном масштабе времени. Этим условиям удовлетворяет модель, полученная из решения уравнений эллипсоидов равных вероятностей и описывающая закон трехмерного нормального распределения [3]:

$$c_0(x, y, z, \tau_0) = \frac{g_r \tau_0}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)}, \quad (1)$$

где g_r — интенсивность выброса вредностей в атмосферу; τ_0 — время регистрации вредностей в контрольных точках; x, y, z —

пространственные координаты, характеризующие векторное распределение полного профиля ветра, $x = u \cdot \tau_0$, $y = v \cdot \tau_0$, $z = w \cdot \tau_0$ (здесь u , v , w — составляющие вектора скорости перемещения воздушных потоков вдоль осей x , y , z); σ_x , σ_y , σ_z — дисперсии распределения примесей в направлениях x , y , z , характеризующие способность атмосферы рассеивать вредности в пространстве и во времени ($\sigma = (2\epsilon_u \cdot \tau)^{1/2}$); ϵ_u — составляющая вектора коэффициента турбулентной диффузии ($\epsilon_u = y \cdot \tau_0 \cdot g \frac{\rho_r \cdot \rho_b}{2\rho_r}$); g — ускорение силы тяжести; ρ_r , ρ_b — удельные плотности газа и воздуха.

При использовании двумерной модели выражение (1) примет вид

$$c_0(x, y, \tau_0) = \frac{(g_r \tau_0)^{2/3}}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}$$

Условие подчинения нормальному закону концентраций в контролируемых точках позволяет любое последующее значение для текущего момента τ представить как

$$c(\bar{r}, \tau) = c_0(\bar{r}, \tau_0) \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^n, \quad (2)$$

где \bar{r} — вектор профиля ветра; τ — время изменения состояний объекта контроля; n — показатель, зависящий от разновидности использования модели для прогноза.

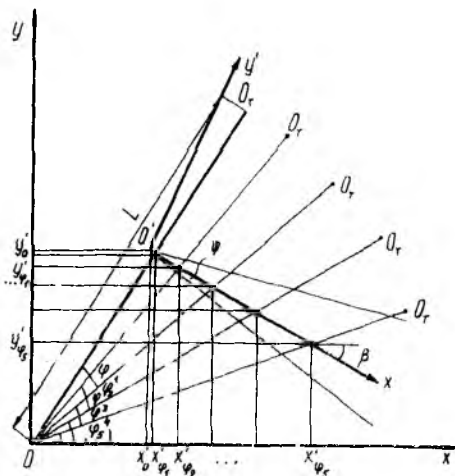


Рис. 1.

Вышеописанные процедуры алгоритмически и программно реализованы (рис. 1) и позволяют рассчитывать концентрацию газа по трехмерной $c_0(x, y, z, \tau_0)$ при $n=2$, двумерной $c_0(x, y, \tau_0)$ при $n=4/3$ и одномерной $c_0(x, \tau_0)$ при $n=2/3$ моделям с анализом и выбором лучшей модели для прогноза развития ситуации.

Дистанционный метод определения содержания вредных примесей в атмосфере реализуется либо пировидиконной тепловизионной техникой в инфракрасном диапазоне, либо лазерными источниками излучения. Последние обладают большой селективностью, чув-

ствительностью, помехоустойчивостью и возможностью контроля местности со сложным рельефом [4].

В используемых в лазерной технике абсорбционных оптических методах о концентрации $c(\bar{r}, \tau)$ i -го компонента среды судят по относительной интенсивности излучения I после прохождения слоя атмосферы толщиной L по длине базы луча к интенсивности I_0 на входе.

В соответствии с законом Бугера—Ламберта—Бера для однородной среды поглощение энергии луча веществом характеризуется соотношением

$$I = I_0 e^{-c(\bar{r}, \tau) Q_{\nu i} L},$$

где $Q_{\nu i}$ — сечение поглощения i -м компонентом энергии луча на частоте νi . В случае малых концентраций, когда $c_i(\bar{r}, \tau) Q_{\nu i} L \ll 1$,

$$\frac{I - I_0}{I_0} = \frac{\Delta I}{I_0} = -c_i(\bar{r}, \tau) Q_{\nu i} L. \quad (3)$$

Из (3) видно, что чем больше $Q_{\nu i}$ и L и меньше детектируемые измерительной аппаратурой относительные изменения интенсивности излучения $\Delta I/I$, тем меньше минимальная детектируемая величина концентрации определяемого компонента. Малые концентрации газа удобнее измерять при значительных L , что соответствует дистанционным измерениям атмосферных загрязнений на расстояниях $L = 1$ км.

Размер сечения $Q_{\nu i}$ резонансного поглощения большинства загрязняющих веществ и радикалов в близкой УФ-области (электронные переходы) и в ИК-области (вращательно-колебательные переходы) лежат в диапазоне $10^{-18} - 10^{-17}$ см².

Решающую роль в определении диапазона измерений и в обеспечении чувствительности аппаратуры играет отношение $\Delta I/I_0$. Применение лазерных источников, генерирующих излучение в узком спектральном диапазоне, сравнимом с шириной линий поглощения определяемых компонентов, и дифференциальных методов анализа позволяет снизить $\Delta I/I_0$ до 10^{-4} . При $L = 10$ см этому соответствует $c_i \approx 1$ млн⁻¹, при $L = 1$ км и дистанционных измерениях содержания вредностей в атмосфере — $c_i(\bar{r}, \tau) \approx 1$ млрд⁻¹, что может оказаться за пределами чувствительности комплекса контроля.

Полученные данные о профиле распределения концентрации вдоль линии или в плоскости наблюдения путем измерения поглощения вдоль заданного направления на n частотах затруднительно без дополнительной информации о характере газораспределения в контролируемых зонах. Более удобно измерение поглощения по m равноудаленным друг от друга параллельным лучам для n различных направлений, характеризующихся углом θ (сетка $m \times n$ лучей). Минимальное число таких лучей и углов сканирования равно соответственно $m = 4f_{\text{макс}} R$ и $n = 2\pi f_{\text{макс}} R$, где R — радиус области определения; $f_{\text{макс}}$ — граничная пространственная частота.

При этом восстановление поля значений функции $F(x, y)$, характеризующей исследуемый процесс, производится в плоскости $хоу$ по измеряемым проекциям $P(r, \theta)$ на ортогональную направлению θ плоскость [5]. А интенсивность турбулентной диффузии накладывает ограничения на количество шагов сканирования луча. Отметим, что необходимая точность достигается выполнением не менее $m \times n = 2\pi(2f_{\max}R)^2$ измерений, сделанных оптическим

газогенератором абсорбционного типа, работающего на принципе резонансного поглощения на линиях, соответствующих линиям максимального поглощения энергии загрязняющими примесями.

Многолучевые лазерные установки с заданной разрешающей способностью рекомендованы для стационарных информационноизмерительных комплексов. В мобильных комплексах предлагаются к использованию лазеры с помехоустойчивыми однолучевыми двухволновыми схемами с оптическим нулем, обеспечивающие независимость показаний от мешающих сред (пыль, туман, осадки). Такие лазерные газоанализаторы (ЛГ) определяют интегральный, отнесенный к длине лазерного луча, уровень содержания газа в контролируемой зоне.

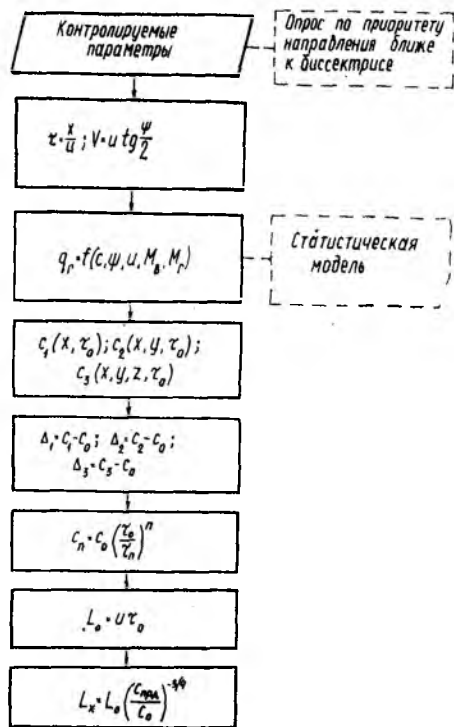


Рис. 2

Для определения концентрации газа в искомой точке пространства предложен динамический коэффициент учета зависимости показаний прибора от координат ЛГ относительно источника утечки газа, базы лазера, соотношений направлений движения газового облака и перемещения луча лазерного излучателя, шероховатости подстилающего слоя и высоты расположения ЛГ над источником утечки газа.

Известно, что вероятность попадания в прямоугольник $хоу$ выражается зависимостью [6]

$$P = \left[\Phi_0 \left(\frac{x_1}{\sigma_x} \right) - \Phi_0 \left(\frac{x_2}{\sigma_x} \right) \right] \left[\Phi_0 \left(\frac{y_1}{\sigma_y} \right) - \Phi_0 \left(\frac{y_2}{\sigma_y} \right) \right],$$

представляющей двумерную плоскостную модель произведения функций Лапласа, зависящих от x и y при определенных σ_x и σ_y .

Рассмотрим изменение концентрации вредностей в поле лазерного луча с учетом влияния метеофакторов на характер газораспределения (рис. 2). Здесь O , O_T и O° — соответственно расположение излучателя и отражателя ЛГ и источника выделения вредностей; β — угол между осью x и направлением движения газового облака; φ — угол между осью x и направлением лазерного луча; L — база лазера, определяемая расстоянием от источника излучения до инверсионного слоя атмосферы; ψ — угол развертки профиля ветра.

Преобразование координат при переносе их центра на y_0 , x_0 и повороте на угол β записывается следующим образом:

$$x' = (x - x_0) \cos \beta + (y - y_0) \sin \beta; \quad (4)$$

$$y' = (y - y_0) \cos \beta - (x - x_0) \sin \beta. \quad (5)$$

Здесь $x = L \cos \varphi$, $y = L \sin \varphi$. (6)

После подстановки в x' , y' (4) и (5) получим

$$x' = (L \cos \varphi - x_0) \cos \beta + (L \sin \varphi - y_0) \sin \beta;$$

$$y' = (L \sin \varphi - y_0) \cos \beta - (L \cos \varphi - x_0) \sin \beta.$$

С учетом (2) после несложных преобразований получим, что распределение концентраций вредностей в поле лазерного луча для плоскостной модели определяется по формуле

$$c(x', y', \tau) = P \cdot c_0(x, y, \tau_0) (\tau_0/\tau)^{4/3},$$

где

$$P = \sin 2(\varphi - \beta) \Phi_0 \left[\frac{L \cos(\varphi - \beta) - x_0 \cos \beta - y_0 \sin \beta}{\sqrt{2K_0 z_L}} \right] \times \\ \times \Phi_0 \left[\frac{L \sin(\varphi - \beta) + x_0 \sin \beta - y_0 \cos \beta}{\sqrt{2K_0 z_L}} \right].$$

Здесь K_0 — виртуальный коэффициент, характеризующий шероховатость подстилающего слоя, $K_0 = 0,1 - 1,0$ м; z_L — высота расположения ЛГ относительно источника выделения вредностей; Φ_0 — табулированная функция.

По имеющимся данным о характере распределения концентрации вредностей в поле лазерного луча можно определить концентрацию вредности в любой точке контролируемого пространства.

Список литературы: 1. Базалеев Н. И., Гулиус В. А., Зозуля И. В. Принципы создания автоматизированной системы контроля загрязнения окружающей среды//АСУ и приборы автоматики. 1985. Вып. 75. С. 90—95. 2. Лобода В. Г., Скирта Л. Г. Микропроцессорный специализированный вычислитель абсорбционного оптического газоанализатора//Современные методы и средства автомати-

ческого контроля атмосферного воздуха и перспективы их развития: Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. К., 1987. С. 74—75. 3. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л., 1975. 448с. 4. Бутиков Ю. А., Скирта Л. Г. Диагностика газораспределения с помощью дистанционной абсорбциометрии//Технические средства для государственной системы контроля природной среды: Тез. докл. Обнинск, 1981. С. 143—145. 5. Goulard R., Emmertman P. I. Absorption Diagnostics//17th Aerospace Science Meeting. New Orleans, La. January 15—17, 1979. 6. Справочник по вероятностным расчетам. М., 1970. 200 с.

Поступила в редколлегию 14.09.89

УДК 621.317.382.023

А. Б. ЕГОРОВ, И. П. ЗАХАРОВ, В. Д. КУКУШ, канд. техн. наук

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРЕХЗОНДОВОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ

Метод дискретной измерительной линии (ДИЛ) широко применяется для построения средств измерения (СИ) параметров сигнала и нагрузки СВЧ-диапазона. Суть метода состоит в осуществлении пространственной дискретизации распределения электрической составляющей электромагнитного поля в линии передачи в направлении распространения энергии с последующим расчетом измеряемых параметров по значениям поля в точках дискретизации [1]. От взаимного расположения зондов вдоль линии передачи, определяющего структуру ДИЛ, зависят алгоритмы и погрешности измерения параметров сигнала и нагрузки в диапазоне частот.

При реализации СИ на основе ДИЛ значения указанных параметров находятся по результатам совместных измерений мощностей на выходах ДИЛ P_i , связанных с измеряемыми параметрами x_j нелинейными уравнениями

$$P_i = F_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_n), \quad (1)$$

где $i=1, 2, \dots, n$ — номер зонда; $j=1, 2, \dots, n$ — номер измеряемого параметра; n — число уравнений, равное числу зондов. В общем случае ввиду нелинейности системы уравнений (1) ее решение осуществляется численными методами, что затрудняет априорный анализ метрологических характеристик разрабатываемого СИ. Однако аналитическое оценивание погрешностей результатов измерений можно провести в следующем порядке, обеспечивающем независимость получаемых результатов оценок от вида алгоритмов определения искомым параметров.

Произведем дифференцирование всех нелинейных исходных уравнений (1) по искомым параметрам x_j . Результатом дифферен-

цирования является система линейных уравнений относительно неизвестных dx_j :

$$dP_i = \sum_{j=1}^n \frac{dF_i}{dx_j} dx_j. \quad (2)$$

Обозначив $dF_i/dx_j = a_{ij}$ и заменив dP_i и dx_j на ΔP_i и Δx_j , перепишем систему уравнений (2) в матричном виде:

$$\Delta P = [A] \Delta X, \quad (3)$$

где ΔP — матрица-столбец погрешностей ΔP_i измерения мощностей на выходах ДИЛ; ΔX — матрица-столбец погрешностей Δx_j измерения искомых параметров; $[A]$ — матрица Якоби [2] системы исходных уравнений. Решая систему уравнений (3) по правилу Крамера [3], можно оценить погрешности измерения искомых параметров

$$\Delta x_j = \sum_{i=1}^n \left| \frac{A_{ij}}{\det[A]} \Delta P_i \right| \quad (4)$$

и среднеквадратическое отклонение (СКО) результатов измерений

$$\sigma x_j = \frac{1}{\det[A]} \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{ij}^2 \sigma^2 P_i} \quad (5)$$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы Якоби; σP_i — среднеквадратическое отклонение результатов измерения мощностей P_i .

Выражения (4), (5) для оценки погрешностей измерения искомых параметров x_j позволяют определить параметры функции F_i (а значит, и параметры ДИЛ), минимизирующие погрешности измерения параметров сигнала и нагрузки при заданных значениях σP_i независимо от алгоритмов измерения этих параметров.

Для многозондовой ДИЛ исходные уравнения (1) имеют вид [4]

$$P_i = k_i P [1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos(\Phi + \gamma_i)], \quad (6)$$

где P — падающая мощность в линии передачи; Γ , Φ — модуль и фаза комплексного коэффициента отражения нагрузки; k_i — коэффициент передачи i -го зонда; $\gamma_i = 4\pi(l-l_i)/\lambda$ (7) — фазовая координата зонда; l — расстояние между генератором и нагрузкой; l_i — расстояние между генератором и i -м зондом; λ — длина волны в линии передачи. Результирующая погрешность измерения искомых параметров определяется не только погрешностями ваттметров на выходах ДИЛ и видом функций-операторов F_i , но и неточностью определения параметров зондов γ_i и k_i . При современных точностях определения частоты и линейных размеров погрешностью определения γ_i , по крайней мере до СВЧ-диапазона, мож-

но пренебречь. Поскольку k_i входит сомножителями во все слагаемые правой части уравнений (6), разделив обе части этих уравнений на k_i , можно перейти от оценок мощности P_i на выходе зондов к оценкам мощности $g_i = P_i/k_i$ (8), приведенной ко входу системы «зонд-ваттметр». В этом случае СКО ваттметров σP_i и калибровки ДИЛ σk_i войдут составляющими в СКО определения приведенной мощности σg_i .

При известной частоте радиосигнала для измерения модуля и фазы коэффициента отражения нагрузки, а также падающей мощности необходимо минимум три зонда. В этом случае в уравнении (5) следует положить $n=3$, $\delta x_1 = \delta P$, $\delta x_2 = \delta \Gamma$, $\delta x_3 = \delta \Phi$, δP_i заменить на σg_i , а определитель матрицы Якоби $\det [A]$ и алгебраические дополнения ее элементов определить для матрицы, составленной по системе уравнений (6) с учетом выражения (8):

$$-4P^2\Gamma^2 \begin{vmatrix} (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_1) & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_2) & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ (1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos \theta_3) & \cos \theta_3 & \sin \theta_3 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Здесь для сокращения записи принято $\theta_i = \Phi + \gamma_i$.

Система трех исходных уравнений с тремя неизвестными будет иметь единственное решение, если эти уравнения независимы. Необходимым и достаточным условием этого является тождественное неравенство нулю определителя матрицы Якоби $[A]$:

$$\begin{aligned} \det [A] = & -16P^2\Gamma^2 (1 - \Gamma^2) \sin \frac{\gamma_3 - \gamma_1}{2} \sin \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2} \times \\ & \times \sin \frac{\gamma_3 - \gamma_2}{2} \neq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Значение определителя зависит от параметров сигнала и нагрузки (P и Γ), а также от параметров структуры ДИЛ (γ_i). Для выполнения условия (10) параметры сигнала и нагрузки должны лежать в области допустимых значений: $\Gamma \neq 0, \Gamma \neq 1, P \neq 0$ (11). Ограничений на фазу коэффициента отражения нагрузки нет. Структура ДИЛ может стать причиной обращения в нуль $\det [A]$ в том случае, когда в нуль обратится хотя бы один из сомножителей ви-

да $\sin \frac{\gamma_i - \gamma_j}{2}$ в формуле (10). Это произойдет в одном из следующих случаев:

$$1. \quad l_3 - l_1 = l_{31} = \lambda \frac{M}{2}; \quad (12)$$

$$2. \quad l_2 - l_1 = l_{21} = \lambda \frac{M}{2}; \quad (13)$$

$$3. \quad l_3 - l_2 = l_{32} = \lambda \frac{M}{2}, \quad (14)$$

где $M=0, 1, 2, \dots$, откуда следует, что если $l_{31} > l_{21}$ и $l_{31} > l_{32}$, то минимальная длина волны, при которой еще существует решение системы исходных уравнений (6), может быть определена на неравенства $\lambda_{\min} > 2l_{31}$ (15). Максимальная длина волны не ограничена, поэтому на основе трехзондовой ДИЛ можно производить измерение параметров сигнала и нагрузки в сколь угодно большом частотном диапазоне, за исключением множества значений λ^* , определяемых параметрами структуры ДИЛ согласно уравнениями (12) — (14).

Для расчета погрешностей измерения искоемых параметров положим, что ваттметры на выходах ДИЛ одинаковы, как и погрешности калибровки переходного ослабления каждого зонда. Тогда можно считать, что $\sigma g_i = \sigma g$. В этом случае параметр σg может быть вынесен за знак суммы в выражении (5), а погрешность измерения параметров σx_j пронормирована к погрешности σg . Нормированная функция

$$Wx_j = \sigma x_j / \sigma g \quad (16)$$

не зависит от метрологических характеристик ваттметров и способов калибровки переходного ослабления зондов и определяется только структурой ДИЛ и значениями измеряемых параметров.

Поскольку параметры γ_i прямо пропорциональны частоте радиосигнала, для упрощения вычислений и анализа функции Wx_j в частотном диапазоне можно перейти от вариации частоты f к вариации одного из параметров γ_i . Согласно выражению (7) отношение электрических расстояний между зондами в диапазоне частот остается неизменным:

$$(\gamma_3 - \gamma_2) / (\gamma_2 - \gamma_1) = m, \quad (17)$$

поэтому именно параметр m является устойчивым признаком структуры ДИЛ на любой частоте. Если координату первого зонда принять за точку отсчета ($l_1 = 0$), то от трехмерного вектора варьируемых параметров $\hat{\gamma}$, характеризуемого величинами γ_1 ,

γ_2 и γ_3 , можно перейти к двумерному вектору $\hat{\gamma}_m$ (γ_m): $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = \gamma, \gamma_3 = \gamma(m+1)$ 18.

Определив для матрицы Якоби величины A_{ij} , на основании выражений (5), (6) и (16) можно оценить нормированные среднеквадратические отклонения результатов измерения падающей мощности:

$$\begin{aligned} WP = \sigma P / \sigma g = & \left\{ \frac{1}{4} \left[\sin^2 \gamma m + \sin^2 \gamma (m+1) + \sin^2 \gamma \right] + \right. \\ & + \Gamma^2 \left[\sin^2 \frac{\gamma m}{2} \cos^2 \left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2} \right) + \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} \times \right. \\ & \left. \left. \times \cos^2 \left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2} \right) + \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cos^2 \left(\Phi + \frac{\gamma}{2} \right) \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2\Gamma \left[\cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \cos \gamma \frac{m}{2} \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
 & \times \cos \gamma \frac{m+1}{2} \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \cos\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \cos \frac{\gamma}{2} \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right]^{1/2} \div \\
 & \div \left| 2(1-\Gamma)^2 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma \frac{m}{2} \right|; \quad (19)
 \end{aligned}$$

модуля комплексного коэффициента отражения нагрузки:

$$\begin{aligned}
 W_{\Gamma} = P_{\sigma\Gamma}/\sigma g = & \{\Gamma^2 [\sin \gamma m + \sin^2 \gamma (m+1) + \sin^2 \gamma] + \\
 & + (1+\Gamma^2)^2 \left[\cos^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \cos^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
 & \times \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \cos^2\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right] + 2\Gamma(1+\Gamma^2) \times \\
 & \times \left[\cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin \gamma \frac{m}{2} \sin \gamma m + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \times \right. \\
 & \times \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma m + \cos\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \sin \gamma \frac{m+1}{2} \times \\
 & \times \sin \gamma (m+1) + \cos\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \left. \right]^{1/2} \Big/ \left| 4(1-\Gamma^2) \times \right. \\
 & \times \sin \frac{\gamma}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \gamma \frac{m}{2} \left. \right|; \quad (20)
 \end{aligned}$$

фазы комплексного коэффициента отражения нагрузки:

$$\begin{aligned}
 W_{\Phi} = P_{\sigma\Phi}/\sigma g = & \left\{ \sin^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+2}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m}{2} + \right. \\
 & + \sin^2\left(\Phi + \gamma \frac{m+1}{2}\right) \sin^2 \gamma \frac{m+1}{2} + \sin^2\left(\Phi + \frac{\gamma}{2}\right) \times \\
 & \times \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left. \right]^{1/2} \Big/ \left| 4\Gamma \sin \gamma \frac{m}{2} \sin \gamma \frac{m+1}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \right|. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Нормированные СКО результатов измерения Γ и Φ в выражениях (20) и (21) увеличены в P раз. Это позволяет анализировать погрешности СИ на основе трехзондовой ДИЛ при произвольном уровне падающей мощности СВЧ-сигнала.

Функция Wx_j сложным образом зависят от четырех переменных (Γ , Φ , γ , m), поэтому для их анализа применялись численные методы. Фаза коэффициента отражения нагрузки может при-

нимать любые значения в интервале $[0; 2\pi]$. Следовательно, при анализе метрологических характеристик СИ целесообразно от функций вида Wx_j перейти к функциям трех переменных Wx_{jm} , являющимися максимальными из всех возможных значений Wx_j при вариации значений Φ и постоянных значениях Γ, γ, m :

$$Wx_{jm} = \max_{\Phi} Wx_j(\Phi_i), \forall \Phi_i \in [0; 2\pi]. \quad (2)$$

Численный анализ функций $Wx_{jm}(\Gamma)$ в диапазоне изменения $\Gamma \in [0; 1]$ при фиксированных γ, m показывает, что качественный их характер изменения не зависит от структуры ДИЛ и частоты

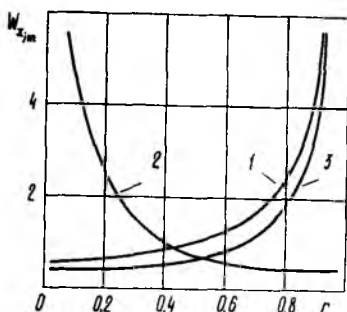


Рис. 1

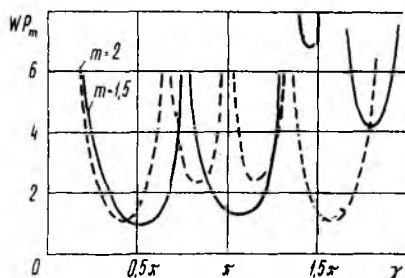


Рис. 2

радиосигнала. На рис. 1 приведены зависимости $Wx_{jm}(\Gamma)$ для структуры ($\gamma = 2\pi/3, m=1$), иллюстрирующие следующие общие закономерности.

Погрешность измерения падающей мощности (кривая 1) минимальна в режиме бегущей волны ($\Gamma=0$) и стремится к бесконечности в режиме короткого замыкания ($\Gamma=1$). Абсолютная погрешность измерения фазы коэффициента отражения (кривая 2), наоборот, минимальна в режиме короткого замыкания и стремится к бесконечности в режиме бегущей волны, когда понятие фазы теряет физический смысл. Абсолютная среднеквадратическая погрешность измерения модуля коэффициента отражения нагрузки (кривая 3) стремится к бесконечности в режиме короткого замыкания и имеет минимум в режиме бегущей волны. Наименьшую относительную погрешность измерения Γ можно достичь при $\Gamma \approx 0,5$.

Численный анализ функций Wx_{jm} в диапазоне изменения γ (или \hat{f}) показал полную идентичность основных качественных признаков всех функций. Для примера, на рис. 2 приведены графики функций $WP_m(\hat{\gamma}_m)$ при $\Gamma=0,5$ для различных m . Все функции $WP_m(\hat{\gamma}_m)$ имеют абсолютные экстремумы ($Wx_{jm} \rightarrow \infty$) в точках, определяемых условиями (14)–(16). При целых m функции Wx_{jm} периодичны с периодом $2\pi_i$ и имеют оси симметрии, перпендикулярные к оси γ и проходящие через точки $\pi(2i+1)$. Меж-

ду каждым двумя абсолютными экстремумами расположен один локальный минимум $Wx_{j m \text{ мин}}(m)$. Причем минимальный из них при любых значениях Γ имеет место для структуры $m=1$:

$$Wx_{j m \text{ мин}} \Big|_{m=1} = \min_m Wx_{j m \text{ мин}}(m_i), \forall m_i \in [0; \infty]. \quad (23)$$

При этом $WP_{m \text{ мин}}(1) \approx 0,56$, $W\Gamma_{m \text{ мин}}(1) \Big|_{P=1} \approx 0,4$, $W\Phi_{m \text{ мин}}(1) \Big|_{P=1}$

$\approx 0,4$. Это значит, что СИ на основе трехзондовой ДИЛ может производить измерение падающей мощности, модуля и фазы коэффициента отражения нагрузки с погрешностью, примерно в 2 раза меньшей, чем погрешность измерения падающей мощности в режиме бегущей волны однозондовым ваттметром.

Для того чтобы оценить оптимальность структуры ДИЛ в частотном диапазоне, необходимо исследовать функцию следующего вида:

$$W^*x_{j m}(m, f) = \max Wx_{j m}(m, f_i), \forall f_i \in [f_{\text{мин}}; f_{\text{макс}}]. \quad (24)$$

Поскольку функции $Wx_{j m}(\hat{\gamma}_m)$ пересекаются, то по ним невозможно оценить преимущества той или иной структуры ДИЛ в смысле минимума погрешности в произвольной точке частотного диапазона $[f_{\text{мин}}; f_{\text{макс}}]$ при разных m (рис. 2). Функции $Wx_{j m}$ приблизительно симметричны относительно абсциссы локального минимума в пределах ближайших абсолютных экстремумов. Следовательно, целесообразно границы частотного диапазона использования трехзондовой ДИЛ выбирать симметричными относительно абсциссы локального минимума (f_0). Если $f_{\text{макс}}/f_{\text{мин}} = d$, то $f_{\text{макс}} = 2df_0/(1+d)$, $f_{\text{мин}} = 2f_0/(1+d)$. Численный анализ функции $W^*x_{j m}(m, d)$ для значений $m \in [0; 1; 5]$ показал, что для любых $d \in [0; \infty]$ выполняется неравенство

$$W^*x_{j m}(m, d) \Big|_{m=1} \leq W^*x_{j m}(m, d). \quad (25)$$

Это неравенство проиллюстрировано на рис. 3 для нормированного абсолютного СКО результата измерения Γ . Расстояния между первым и вторым зондом (определяющие величину γ) для каждой структуры выбрано таким, чтобы на частоте f_0 погрешность измерения Γ была минимальна.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что структура с равномерно распределенными зондами ($m=1$) является оптимальной для трехзондовой ДИЛ в смысле минимума погрешности измерения падающей

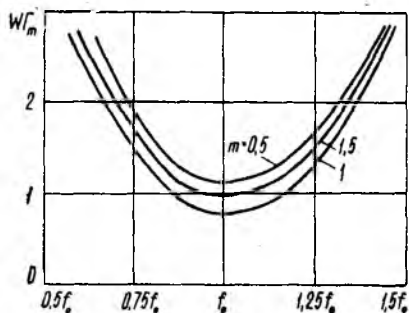


Рис. 3

щей мощности СВЧ-сигнала, модуля и фазы комплексного отражения нагрузки в любом частотном диапазоне. Расстояние между зондами должны быть равны $\lambda/6$ в средней точке частотного диапазона.

Список литературы: 1. Бондаренко И. К., Дейнега Г. А., Маграчев З. В. Автоматизация измерений параметров СВЧ-трактов. М., 1969. 304 с. 2. Фильчаков П. Ф. Численные и графические методы прикладной математики. К., 1970. 800 с. 3. Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. Матрицы и вычисления. М., 1984. 320 с. 4. Автоматизированная система для измерения параметров сигнала и нагрузки в рассогласованных линиях передачи/А. Б. Егоров, И. П. Захаров, Ю. П. Белокурский, В. Н. Жендубаев//Радиотехника. 1986. Вып. 77. С. 26—35.

Поступила в редколлегию 17.07.89

УДК 621.396

В. А. УСИН, канд. техн. наук, О. Д. АНОХИНА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НАПРАВЛЕННОГО ДЕЙСТВИЯ АНТЕНН ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Коэффициент направленного действия (КНД) является одним из основных параметров антенн, характеризующих в интегральном смысле направленные свойства излучающих систем. Поэтому экспериментальное получение КНД антенн представляет существенный интерес.

КНД определяется только формой ДН антенны и может быть найден по формуле

$$D(\theta, \varphi) = \frac{4\pi f^2(\theta, \varphi)}{\iint_{\Omega^*} f^2(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi}, \quad (1)$$

где $f^2(\theta, \varphi)$ — диаграмма направленности антенны по мощности; (θ, φ) — углы сферической системы координат; Ω^* — область видимых углов.

Как следует из соотношения (1), исходной информацией для расчета КНД являются полученные в результате обработки измерений ближнего поля значения пространственной ДН по мощностям $f^2(\theta, \varphi)$.

При расчете КНД по общему выражению (1) не учитываются особенности методов измерений ближнего поля и методов обработки. В связи с этим целесообразно разработать такую процедуру определения КНД, которая бы органично вписывалась в алгоритм измерений ближнего поля и алгоритм обработки.

Для случая измерений ближнего поля на плоскости в работе [1] предложены эффективные методы расчета $D(\theta, \varphi)$ по полученным на равномерной сетке обобщенных угловых координат значениям $f^2(\psi_1, \psi_2)^*$.

* Аналогичные результаты могут быть получены и для случая измерения ближнего поля на цилиндрической поверхности.

Реализация соотношения (1) или предложенных в работе [1] алгоритмов требует предварительного восстановления пространственной ДН. В ряде случаев для уменьшения времени обработки целесообразно применять упрощенные алгоритмы расчета ДН в отдельных сечениях или в некоторой ограниченной области телесных углов. Для плоскости это метод «эквивалентных линий» [2], для цилиндрической поверхности — метод «сжатия» информации [3]. Поскольку пространственная ДН при этом не рассчитывается, вычисление КНД возможно лишь по измеренному массиву значений ближнего поля.

Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Воспользуемся следующим определением КНД

$$D = \frac{S(\theta, \varphi)}{\frac{1}{4\pi r_0^2} P_{\Sigma}}, \quad (2)$$

где P_{Σ} — излучаемая исследуемой антенной мощность; $S(\theta, \varphi)$ — плотность потока мощности, возбуждаемая этой антенной на расстоянии r_0 в направлении (θ, φ) .

Величина $S(\theta, \varphi)$, стоящая в числителе (2), пропорциональна вычисляемой в отдельных сечениях ДН антенны по мощности и может быть найдена по известным алгоритмам [3]. Сложность представляет расчет мощности излучения антенны P_{Σ} по измеренным в ближней зоне значениям тангенциальных составляющих векторов поля на поверхности измерения S .

Наиболее просто рассчитать КНД для плоской поверхности измерений. В этом случае, если в области измерений отличие поверхности фронта волны от плоской невелико и электрический вектор ориентирован одинаково, КНД антенны находят по формуле [4]

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \left| \int_S \vec{A}(x, y) e^{-ik\rho(x, y)\vec{i}_\rho} dS \right|^2 \left/ \int_S |\vec{A}(x, y)|^2 dS \right. \quad (3)$$

Здесь числитель пропорционален ДН антенны и получается в результате расчета ДН антенны РЛС в отдельных сечениях, а интеграл в знаменателе пропорционален излучаемой мощности. Вычисление КНД по (3) удобно с точки зрения практической реализации, так как предполагает простую обработку измеренных массивов $\vec{A}_{(M, N)}$ для получения отдельных сечений ДН и текущее суммирование квадратов амплитуд измеренных значений поля для определения излучаемой мощности. При этом суммирование ведется по области измерений S . Возможны методы специального суммирования результатов измерений [5].

В общем случае расчет мощности излучения антенны P_{Σ} по измеренным значениям тангенциальных составляющих вектора напряженности электрического поля \vec{E}_S на поверхности измерений S сложен.

При измерении ближнего поля антенн, расчете ДН и определении КНД типичной является ситуация исследования остронаправленных антенн, когда размеры и радиус кривизны поверхности измерений S и радиус кривизны фазового фронта исследуемого поля значительно превышают длину волны. При этом могут быть использованы приближенные методы расчета, основанные на соотношениях физической оптики.

Излучаемую мощность P_2 найдем как поток вектора Пойнтинга $\vec{\Pi}$ через поверхность измерений S . Для расчета $\vec{\Pi}$ необходимо по измерениям \vec{E}_s определить \vec{H}_s и найти ориентацию вектора

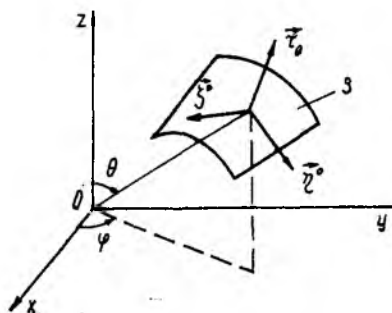


Рис. 1

Пойнтинга δ^0 в каждой точке на S .

Электромагнитное поле в пространстве, определяемое измеренными тангенциальными составляющими \vec{E}_s , совпадает с полем магнитных токов \vec{J}^M на замкнутой идеально проводящей поверхности S , если плотность магнитных токов определяется выражением

$$\vec{J}_M = [\vec{n} \times \vec{E}_s], \quad (4)$$

где \vec{n} — внутренняя нормаль к S .

Введем систему координат (ξ, η, τ) на поверхности измерений, причем $\vec{\xi}^0, \vec{\eta}^0$ — орты трехмерного ортогонального базиса, лежащие в касательной плоскости к S (рис. 1), $\vec{\tau}^0$ определяет направление внешней нормали.

В системе координат, связанной с поверхностью измерений (рис. 1), составляющие вектора \vec{J}^M равны

$$E_\xi = -J_\eta^M; \quad E_\eta = J_\xi^M. \quad (5)$$

Измерение тангенциальных составляющих вектора напряженности электрического поля \vec{E}_s в соответствии с (5) эквивалентно заданию на S распределения магнитных токов *

$$\vec{J}_M(\xi, \eta) = (J_\xi^M \vec{\xi}^0 + J_\eta^M \vec{\eta}^0) e^{j\Phi_0(\xi, \eta)}, \quad (6)$$

где $\Phi_0(\xi, \eta) = k\psi_0(\xi, \eta)$ — фазовое распределение магнитных токов на S .

* Запись магнитных токов $\vec{J}^M(\xi, \eta)$ в виде (6) предполагает, что поле \vec{E}_s на S имеет линейную поляризацию.

Измерения амплитудных составляющих поля E_ξ, E_η и фазового распределения Φ_0 на S позволяют определить вектор $\vec{\sigma}^0$ [6]

$$\vec{\sigma}^0 = -\alpha \vec{\xi}^0 - \beta \vec{\eta}^0 + \gamma \vec{\tau}^0,$$

$$\alpha = \frac{d\psi_0}{d\xi}; \quad \beta = \frac{d\psi_0}{d\eta}; \quad \gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}.$$

Для составляющих вектора напряженности магнитного поля \vec{H} , который связан на поверхности S с E соотношением $\vec{H} = -[E \times \vec{\sigma}^0]/Z_0$, можно получить выражения [6]

$$\begin{aligned} H_\xi &= -\{J_\xi^M [1 - \alpha^2] - J_\eta^M \alpha \beta\} / (Z_0 \gamma); \\ H_\eta &= -\{J_\eta^M [1 - \beta^2] - J_\xi^M \alpha \beta\} / (Z_0 \gamma); \\ H_\tau &= -\{J_\eta^M \beta + J_\xi^M \alpha\} / Z_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь Z_0 — волновое сопротивление свободного пространства.

Мощность излучения P_Σ найдем по соотношению

$$P_\Sigma = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] d\vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [E_\xi H_\eta^* - E_\eta H_\xi^*] dS. \quad (8)$$

Подставляя в (8) выражения для составляющих \vec{E} и \vec{H} , получаем

$$P_\Sigma = \frac{1}{2} \int_S \frac{J_\xi^{M^2} + J_\eta^{M^2} - (J_\eta^M \beta + J_\xi^M \alpha)^2}{Z_0 \gamma} dS. \quad (9)$$

Соотношение (9) используется при расчете КНД по (2).

Рассмотрим наиболее важный для практики случай определения КНД по измерениям поля на цилиндрической поверхности.

Роль базисных векторов $\vec{\xi}^0, \vec{\eta}^0, \vec{\tau}^0$ локальной системы координат ξ, η, τ играют орты $\vec{z}^0, \vec{\varphi}^0, \vec{\tau}^0$ цилиндрической системы координат. Пусть на цилиндрической поверхности радиуса R измерена ф-я составляющая электрического поля \dot{E}_φ . Тогда в соответствии с (9) и (5) излучаемую мощность P_Σ находят по выражению

$$P_\Sigma = \frac{1}{2Z_0} \int_S \frac{|E_\varphi(z, \varphi)|^2 \left[1 - \frac{1}{k^2} \left(\frac{d\Phi(z, \varphi)}{Rd\varphi} \right)^2 \right]}{\left[1 - \frac{1}{k^2} \left(\frac{d\Phi(z, \varphi)}{dz} \right)^2 - \frac{1}{k^2} \left(\frac{d\Phi(z, \varphi)}{Rd\varphi} \right)^2 \right]^{1/2}} dS. \quad (10)$$

Поскольку АФР измеряется в отдельных точках с шагом Δz и $\Delta \varphi$ по координатам z и φ , вместо (10) используют его дискретный аналог

$$P_\Sigma = \frac{\Delta z R \Delta \varphi}{2Z_0} \sum_{p,t} |E_{p,t}^\varphi|^2 (1 - a_{p,t}^2)(1 - a_{p,t}^2 - b_{p,t}^2)^{-1/2}, \quad (11)$$

где

$$E_{p,t} = E_{\varphi}(p\Delta z, t\Delta\varphi); \quad a_{p,t} = \left. \frac{d\Phi(z, \varphi)}{kRd\varphi} \right|_{\substack{z=p\Delta z \\ \varphi=t\Delta\varphi}}$$

$b_{p,t} = \left. \frac{d\Phi(z, \varphi)}{kdz} \right|$ — значение амплитуды составляющей E_{φ} и градиенты фазы Φ в точках $z_p = p\Delta z$, $\varphi_t = t\Delta\varphi$ на поверхности измерений.

Значения $E_{p,t}$ и $P_{p,t}$ получают непосредственно в процессе измерений, градиенты $a_{p,t}$ и $b_{p,t}$ рассчитывают по массивам значений $E_{p,t}$, Φ_{pt} .

Основной задачей при расчете КНД является вычисление значений $a_{p,t}$, $b_{p,t}$. Трудности здесь обусловлены тем, что в интересах уменьшения времени измерений и обработки шаги измерений Δz и $\Delta\varphi$ стремятся выбрать как можно большими, т. е. при измерении по азимуту $\Delta\varphi \leq \frac{\lambda}{L}$ [7], при измерении по координате z имеем

$$\Delta z \leq \frac{\lambda}{2 \sin \theta_B}, \quad (12)$$

где Q_B — сектор восстановления ДН [2]. При этом оказывается, что шаг по φ позволяет вычислить градиент $a_{p,t}$ достаточно точно по отсчетам $\Phi_{p,t}$, а для определения $b_{p,t}$ шаг Δz в большинстве случаев необходимо существенно уменьшить по сравнению с требуемым по соотношению (12). Последнее недопустимо из-за чрезмерного роста времени измерений. Можно воспользоваться тем обстоятельством, что в прожекторном луче распределение поля повторяет АФР в раскрыве антенны. Это позволяет при вычислении градиента $b_{p,t}$ учесть априорную информацию и считать, что

$$\frac{d\Phi}{dz} = k \sin \theta_M, \quad (13)$$

где θ_M — направление главного максимума по координате θ . Соотношением (13) можно пользоваться в пределах значений z , соответствующих проекции антенны на поверхность измерений (рис. 2). Вне этих пределов будем считать, что градиент $b_{p,t}$ определяется фазой поля, приходящего из точек апертуры А (для положительных значений z) и В (для отрицательных значений z). Иначе говоря, антенна заменяется точечными излучателями, находящимися в точках А и В.

Такой упрощенный алгоритм расчета $b_{p,t}$ был опробован при проведении численных оценок КНД плоской антенной решетки, излучающими элементами которой являются элементарные вибраторы.

Расчеты показали, что излучаемая мощность \bar{F}_z , найденная таким путем, отличается от истинной не более чем на 3...5%. Более того, даже если фаза возбуждения токов излучателей случайна (в пренебрежении взаимными связями излучаемая мощность в этом случае не меняется), расчет по приведенному алгоритму

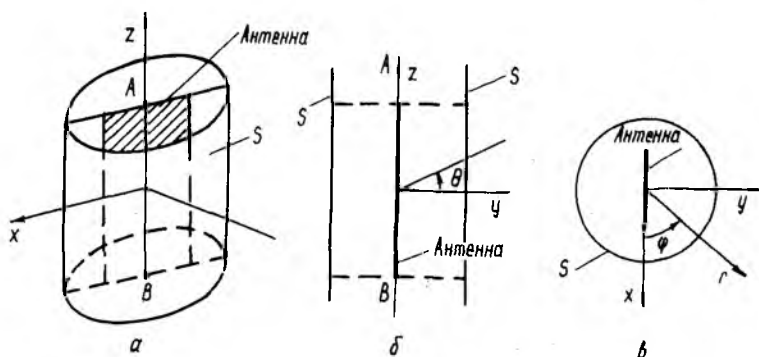


Рис. 2

дает ошибку, не превосходящую 8%. Отмеченное позволяет один и тот же алгоритм использовать при вычислении мощности, излучаемой антенной в переднее и заднее полупространство.

Весьма удобным является способ оценки угла θ_m , соответствующего направлению главного максимума по измерениям одного вертикального столбца значений АФР ближнего поля и вычислению ДН измеренного распределения. Несмотря на то что оценка θ_m может оказаться грубой, ошибка в расчете излучаемой мощности P_z будет незначительной. Как отмечено, например, в работе [4], допуская ошибку в определении положения нормали к фронту волны в раскрыве равную $\Delta\theta$, допускаем погрешность в вычислении P_z не более, чем $\frac{P}{P_z} \approx \frac{\Delta\theta^2}{2}$. Так, если $\Delta\theta \approx \frac{2\pi}{30}$, то $\frac{\Delta P}{P_z} \approx 2\%$.

Таким образом, определение КНД можно выполнить в два этапа. На первом провести экспресс-обработку и получить информацию о положении максимума ДН, а далее использовать эту информацию для оценки КНД антенны в полном цикле измерений по соотношению (11) с учетом (13).

Отметим еще один момент, который следует иметь в виду при практической реализации алгоритма (11). Дело в том, что при непосредственном измерении значения фазы лежат в интервале $0 \dots 2\pi$. При переходе фазы поля через нулевое значение даже при «частых» отсчетах $\Phi(z, t)$ градиент $a_{p,t}$ может быть вычислен с большими ошибками. Для исключения этих ошибок целесообразно $a_{p,t}$ вычислять по формуле

$$a_{p,t}^2 = (\Phi')^2 = \frac{(R')^2 + (I')^2 - (E'_{p,t})^2}{E}$$

где $E_{p,t}$, $E'_{p,t}$ — амплитуда ближнего поля и ее производная; R' , I' — производные реальных и мнимых частей ближнего поля в рассматриваемых точках.

Таким образом, нами рассмотрен метод определения КНД по измерениям ближнего поля на цилиндрической поверхности и указаны эффективные способы его практической реализации.

Список литературы: 1. Усин В. А., Кириллов С. В., Шведова Н. А. Оценка КНД антенны по измерениям диаграммы направленности апертурно-зондовым методом//Радиотехника. 1981. Вып. 59. С. 89—92. 2. Геруни П. М., Арутюнян Дж. С. Радиоголография и современные методы антенных измерений//Радио и акустическая голография. Л., 1976. С. 85—98. 3. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне//Л. Д. Бахрах, С. Д. Кременецкий, А. П. Курочкин и др. Л., 1985. 272 с. 4. Шубарин Ю. В. Антенны сверхвысоких частот. Х., 1980. 284 с. 5. Бова Н. Т., Берегов А. С. К определению КНД антенны по измерениям поля в раскрыве//Вестн. Киев. политехн. ин-та Радиотехника. 1979. № 16. С. 5—6. 6. Воскресенский Д. И., Пономарев Л. И., Филиппов В. С. Выпуклые сканирующие антенны (основы теории и методы расчета). М., 1978. 304 с. 7. Усин В. А., Шведова Н. А. О требуемой дискретности измерений ближнего поля антенн на цилиндрической поверхности//Радиотехника. 1983. Вып. 68. С. 91—95.

Поступила в редколлегию 11.07.89

УДК 621.396.677.8

В. Ф. ПАВЛОВ, канд. техн. наук

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКОВ НА ПОВЕРХНОСТИ РЕФЛЕКТОРА ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ

Широко применяемый в расчетах полей излучения зеркальных антенн метод приближения Кирхгофа (ПК) с достаточной для практики точностью позволяет определять поля в секторе главного и первых боковых лепестков. В секторе дальних боковых и задних лепестков поле излучения рассчитывается с высокой точностью методом геометрической теории дифракции [1]. Однако последний метод становится менее эффективным в распространенном случае применения устройств из поглотителей электромагнитных волн для снижения фона излучения. Эти устройства размещаются в местах возникновения паразитной дифракции (на краях зеркала, в узле облучателя и т. д.) и тем самым снижают уровень фона излучения [2]. Поэтому представляют интерес уточнения метода ПК для расчета полей излучения конструируемых зеркальных антенн с устройствами из поглотителей электромагнитных волн.

Целью настоящей работы является попытка определения возможностей уменьшения неточности метода приближения Кирхгофа.

В рамках метода ПК при определении полей излучения зеркальных антенн делают следующие традиционные допущения [3]:

а) любая точка зеркала находится в дальней зоне облучателя;

б) размеры зеркала и радиус кривизны его в любой точке зеркала значительно больше длины волны;

в) токи на теневой стороне зеркала принимаются равными нулю;

г) не учитываются: влияние зеркала на характеристики облучателя, рассеяние энергии на облучателе и элементах конструкции зеркальной антенны, теневой эффект облучателя, влияние токов на кромке зеркала, погрешности изготовления и юстировки.

Допущение (а) очевидно дает значительную погрешность, поскольку в монографии [1] показано, что учет нахождения зеркала в ближней зоне облучателя с учетом приближения Френеля позволяет существенно уточнять результаты. Однако приближение Френеля справедливо в узком интервале расстояний, а по углу наблюдения лишь в секторе $\pm 30^\circ$. Следовательно, при расчете полей излучения желательнее учитывать наиболее точно расстояние между текущей точкой на излучающей поверхности облучателя и текущей точкой на зеркале.

В этом случае в какой-то степени учитывается кривизна зеркала, т. е. уменьшается вклад допущения (б).

Что же касается размеров зеркала значительно больших длин волн, то для реальных направленных зеркальных антенн это является необходимым условием.

Допущение (в) и неучет влияния токов на кромке зеркала соответствуют использованию модели Макдональда при расчете полей дифракции на отверстиях в бесконечном плоском абсолютно «черном» экране [4]. Естественно, при этом предполагается тождественность векторов электромагнитного поля в отверстии «черного» экрана и в раскрыве апертурной антенны. На практике приближение к модели Макдональда получается за счет использования устройств из поглотителей электромагнитных волн, размещаемых на теневой поверхности и по краю (кромке) зеркала [2]. Отсюда следует, что допущение (в) и неучет влияния токов на кромке зеркала вполне оправданы при расчете полей излучения в переднем полупространстве зеркальных антенн с вышеперечисленными устройствами из поглотителей электромагнитных волн.

Допущения (г), кроме неучета погрешностей изготовления и юстировки, в основном оправданы, когда используются устройства из поглотителей электромагнитных волн для снижения нежелательного влияния указанных в допущениях факторов. Некоторые из таких устройств и их эффективность рассмотрены в работе [2]. Естественно, что имеющиеся затенения раскрыва желательнее учитывать для повышения точности расчетов полей излучения. Однако учет затенений в общем виде невозможен в связи с различными особенностями конструкций реальных антенн.

Погрешности изготовления зеркала проявляются в диаграмме направленности ориентировочно на уровне — (30... 50 дБ). Следовательно, реальной возможностью уточнения расчетов методом ПК может быть более строгий учет расстояний между текущими точ-

ками на излучающей поверхности облучателя и точками на поверхности зеркала или в раскрыве последнего.

Для проверки такого предположения выполним расчет распределения токов на поверхности рефлектора зеркальной антенны двумя вариантами. В первом случае воспользуемся точными выражениями для поля облучателя в рамках метода ПК, т. е. без погрешности, вызываемой как допущением (а), так и приближением Френеля. Во втором случае используем допущение (а) с использованием понятия диаграммы направленности облучателя.

В качестве объекта исследований возьмем распространяемую зеркальную антенну в виде параболоида вращения с центральной запиткой апертурным (волноводно-рупорным) облучателем линейной поляризации (рис. 1). Пусть облучателем является круглое отверстие диаметром $0,3 \lambda$ с постоянным амплитудно-фазовым распределением.

Поскольку нас интересует наиболее точный учет расстояния, нужно воспользоваться выражениями для расчета полей излучения апертурных антенн, полученными в рамках ПК без каких-либо упрощений. Такие выражения приведены в работе [5], где они использовались для расчета полей излучения в ближней зоне рупорных антенн. Там же показано удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных.

Запишем выражения для полей излучения круглого отверстия (облучателя) в декартовой системе координат в случае линейной поляризации возбуждающего поля:

$$E_{x1} = \frac{i}{4\pi k} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_{1\rho_0} d\rho_0; \quad (1)$$

$$E_{y1} = \frac{i}{4\pi k} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_{2\rho_0} d\rho_0; \quad (2)$$

$$E_{z1} = \frac{i}{4\pi k} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_{3\rho_0} d\rho_0; \quad (3)$$

$$H_{x1} = \frac{i}{4\pi k W} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_{2\rho_0} d\rho_0; \quad (4)$$

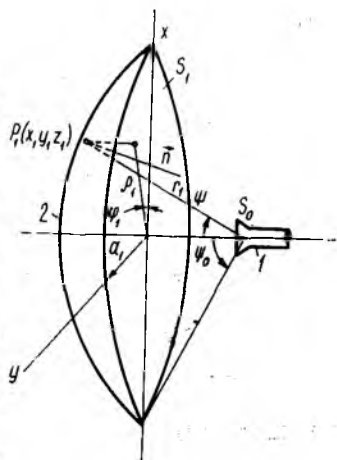


Рис. 1

$$H_{y1} = \frac{i}{4\pi k W} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_4 \rho_0 d\rho_0; \quad (5)$$

$$H_{z1} = \frac{i}{4\pi k W} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a (E_s/R_1^2) g f_5 \rho_0 d\rho_0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{нал}} &= \vec{x}_0 E_s; \quad g = [\exp(-ikR_1)]/R_1; \\ f_1 &= (u/R_1^2)(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_0 \cos \varphi_0)^2 - ikzv - v + k^2 R_1^2; \\ f_2 &= (u/R_1^2)(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_0 \cos \varphi_0)(\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_0 \sin \varphi_0); \\ f_3 &= (u/R_1^2)(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_0 \cos \varphi_0)z + ikv(\rho_1 \cos \varphi_1 - \rho_0 \cos \varphi_0); \\ f_4 &= (u/R_1^2)(\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_0 \sin \varphi_0)^2 - ikzv - v + k^2 R_1^2; \\ f_5 &= (\rho_1 \sin \varphi_1 - \rho_0 \sin \varphi_0)[(u/R_1^2)z + ikv]; \end{aligned}$$

W — волновое сопротивление среды в месте нахождения излучающего отверстия, $W = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}}$

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{\rho_1^2 + z^2 + \rho_0^2 - 2\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi_1 - \varphi_0)} = \\ &= \sqrt{r_1^2 + \rho_0^2 - 2\rho_1 \rho_0 \cos(\varphi_1 - \varphi_0)}; \end{aligned}$$

R_1 — расстояние между текущей точкой на поверхности круглого излучающего отверстия (облучателя) и текущей точкой на поверхности наблюдения ρ_1 ; r_1 — расстояние от центра круглого излучающего отверстия до точки наблюдения ρ_1 ;

$$u = 3 + 3ikR_1 - k^2 R_1^2; \quad v = 1 + ikR_1; \quad k = 2\pi/\lambda;$$

ρ_j, φ_j — цилиндрические координаты точки на излучающей поверхности или точки наблюдения $\rho_j \in S_j$.

Индекс «0» означает отношение координат к облучателю.

Поскольку не делалось никаких упрощений, полученные выражения справедливы для расчета полей на любых расстояниях от апертуры как в ближней, так и в дальней зонах.

Воспользуемся выражениями (1) — (6) для определения распределения токов на поверхности зеркала.

Ток на криволинейной поверхности зеркала определяется известной приближенной формулой [3]

$$\vec{j} = 2[\vec{n}_0 \vec{H}_1], \quad (7)$$

где \vec{n}_0 — внутренняя нормаль к параболической освещенной поверхности зеркала; \vec{H}_1 — напряженность магнитного поля, созда-

ваемого облучателем на поверхности зеркала, которая определяется выражениями (4) — (6).

В связи с тем, что угол ψ между падающим лучом на зеркало от облучателя и осью параболоида (осью z) в два раза больше угла между отраженным лучом, параллельным оси z , и нормалью к параболоиду в точке отражения [3], получаем

$$n_x = -\cos \varphi_1 \sin \psi / 2; \quad n_y = -\sin \varphi_1 \sin \psi / 2; \quad n_z = \cos \psi / 2. \quad (8)$$

Распределение тока на поверхности зеркала будет иметь вид

$$\vec{j} = \vec{x}_{01} j_x + \vec{y}_{01} j_y + \vec{z}_{01} j_z = \vec{x}_{01} 2 (-\sin \varphi_1 \sin \psi / 2 H_{z1} - \cos \psi / 2 H_{y1}) + \\ + \vec{y}_{01} 2 (\cos \psi / 2 H_{x1} + \cos \varphi_1 \sin \psi / 2 H_{z1}) + \vec{z}_{01} 2 (-\cos \varphi_1 \sin \psi / 2 H_{y1} + \\ + \sin \varphi_1 \sin \psi / 2 H_{x1}), \quad (9)$$

где x_{01} , y_{01} , z_{01} — единичные орты декартовой системы координат с центром в раскрыве зеркала (рис. 1).

Из выражения (9) видно, что ток на поверхности зеркала в случае апертурного облучателя линейной поляризации в общем виде содержит все три компоненты. Это отличается от чаще всего получаемых выражений, где отсутствует одна поперечная компонента при линейной поляризации облучателя и слагаемые с сомножителями H_{x1} и H_{z1} [3].

По формулам (9) и (4) — (6) были рассчитаны распределения всех трех компонент тока на поверхности зеркала с фокусным расстоянием 30λ в зависимости от угла облучения (засветки) рефлектора ψ .

Для выполнения интегрирования по поверхности раскрыва облучателя площадь его раскрыва разбивалась на элементарные участки. При этом количество элементарных участков (их площадь) определялась исходя из того, чтобы набег фазы от двух соседних участков не превышал в точке наблюдения величины π/m ($m=1, 2, 3, 4, \dots$). Двойные интегралы в формулах (4) — (6) по каждому участку приближенно определялись как вычисленное в точке значение подинтегральной функции, умноженное на площадь этого участка.

Разбиение площади апертуры облучателя осуществляли по радиусу раскрыва и по углу φ так, чтобы набег фаз от двух выбранных точек соседних элементарных участков не превышал $\pi/30$. Расстояние между соседними расчетными точками в апертуре облучателя при заданном условии вдоль радиуса не должно превышать $\lambda/2m$, а по углу — $\Delta\varphi = \arccos [1 - (\lambda/2ma)]$. Для нашего случая с учетом повышения точности вдоль радиуса размещалось 40 расчетных точек, а по углу они размещались через $3, 6^\circ$.

На рис. 2, а, б, в приведены некоторые амплитудные распределения компонент тока из большого количества рассчитанных: j_x в плоскости E , j_z в плоскости E , j_y в плоскости под углом 45° к плоскостям E и H . Все значения компонент тока нормированы

на максимальное значение компоненты j_x , которое имеет место при $\psi=0^\circ$. На рис. 1, 2 приведены также нормированные амплитудные распределения компонент тока j_x и j_z на поверхности зеркала в случае облучателя элемента Гюйгенса [3]. Последние распределения рекомендуются для расчета полей излучения зеркальных

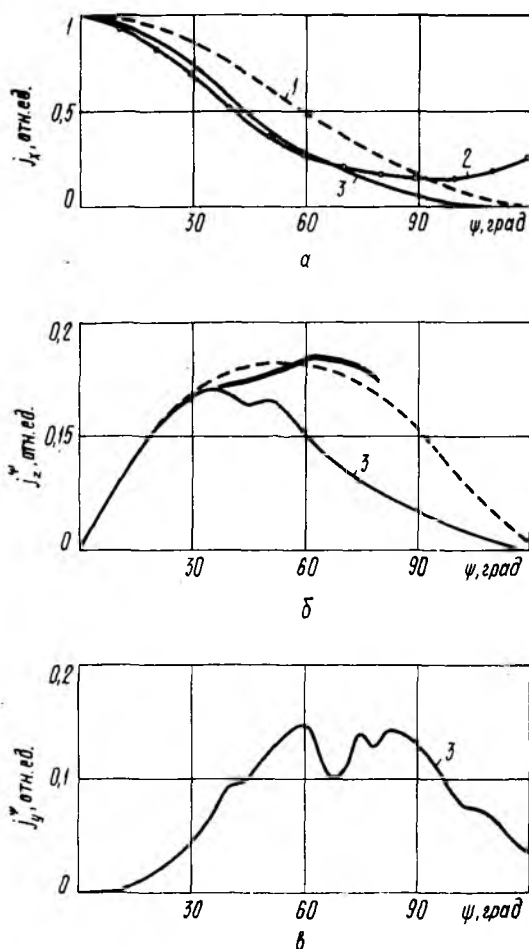


Рис. 2

излучающих систем при любых волноводно-рупорных облучателях.

Расчитанное амплитудное распределение при использовании понятия ДН облучателя приведено на рис. 2, а (кривая 2). В качестве облучателя было также выбрано круглое отверстие диаметром $0,3 \lambda$ с постоянным амплитудно-фазовым распределением. Характерными особенностями этого распределения являются наличие только одной компоненты j_x и идентичность его во всех плоскостях.

Из рис. 2 видно, что амплитудные распределения тока для разных случаев заметно отличаются. Аналогичные картины получают и при определении полей в раскрыве. Это дает право утверждать о возникновении существенных отличий в области боковых и задних лепестков диаграмм направленности зеркальной антенны, которые определяются этими распределениями. Существует ряд работ, где показано, что незначительные отличия в амплитудных распределениях токов на зеркале или полей в апертуре существенно изменяют картину фона излучения.

Появление максимума кроссполяризационной компоненты (КП) j_y под углом 45° к основным плоскостям при нашем точном расчете не является неожиданностью. Имеются работы, где более точными методами показано существование КП-компоненты в поле излучения осесимметричной зеркальной антенны с апертурным облучателем. В литературе приведены экспериментальные результаты, которые подтверждают наличие максимумов КП-составляющей под углом 45° к основным плоскостям в случае рупорного облучателя [2].

Полученные результаты свидетельствуют о возможности уменьшения неточности метода ПК за счет строгого учета расстояний между точками на излучающей поверхности облучателя и точками на рефлекторе. Проведенный расчет может служить основой для определения параметров затеняющих раскрыв рефлектора устройств снижения фона. Одними из таких устройств являются поглощающие поляризационные решетки для снижения кроссполяризационного излучения [2].

Из изложенного следует, что для получения достоверной картины уровня фона излучения зеркальных антенн необходимо в задачах анализа методом ПК точно учитывать расстояние между текущими точками на зеркале (в его раскрыве) и в раскрыве облучателя. Аналогичный учет требуется и при решении внутренней задачи синтеза в интересах создания зеркальных антенн с малым уровнем фона излучения. Однако этот учет значительно усложняет получение результатов при решении обоих типов задач.

Список литературы: 1. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. М., 1978. 248 с. 2. Павлов В. Ф., Хоменко С. И. Применение поглотителей электромагнитных волн для снижения фона излучения зеркальных антенн. Х., 1985. 35 с. (Препр./АН УССР. Ин-т радиоэлектроники; 271). 3. Айзенберг Г. З. Антенны УКВ: В 2 ч./Под ред. Г. З. Айзенберга. М., 1977. Ч. 1. 288 с. 4. Фельд Я. Н. К расчету поля апертурных антенн//Радиотехника и электроника. 1981. 26, № 1. С. 178—179. 5. К вопросу определения полей излучения в ближней зоне апертурных источников/А. А. Александров, Т. С. Волошина, В. Ф. Павлов и др.//Радиотехника. 1986. Вып. 77. С. 3—9.

Поступила в редколлегию 03.08.89

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В АНТЕННЕ НА ЕЕ ПРЕДЕЛЬНЫЙ КНД. Часть 1

Задача получения максимального КНД антенны ограниченных размеров давно привлекает исследователей. В ставших уже классическими работах [1; 2] авторами было показано, что как для непрерывных, так и для дискретных антенн ограниченных размеров теоретически не существует предела по КНД, т. е. возможна сверхнаправленность (СН). Однако практическая реализация сверхнаправленных антенн затруднена вследствие присущих им существенных недостатков: низкого КПД и эффективности излучения, высокой добротности и чрезмерной чувствительности к ошибкам в амплитудно-фазовом распределении (АФР) источников. Последнее является наиболее неприятным. Наличие случайных ошибок в реальных антеннах приводит к существенным ограничениям в проявлении СН. Корректное изучение этого вопроса представляется весьма важным, поскольку оно позволяет понять, в какой мере можно реально продвинуться в область сверхнаправленности.

Очевидно, что соответствующее исследование должно проводиться методами статистической теории антенн, т. е. случайные ошибки в АФР надо учитывать в исходных соотношениях, на этапе постановки задачи синтеза.

В данной работе на основе решения задачи синтеза по критерию максимального среднего КНД линейной антенны исследуется принципиальная возможность появления СН по КНД при наличии случайных ошибок в АФР. Иными словами, изучается вопрос о предельно достижимом среднем КНД и зависимости его от параметров, характеризующих ошибки (дисперсии и радиуса их корреляции).

Исследование проводится на примере линейной системы непрерывно распределенных источников. Выбор этой системы обусловлен двумя соображениями. Во-первых, эта система является простейшей, и поэтому оказывается возможным в значительной степени использовать при анализе чисто аналитические методы. Во-вторых для непрерывной системы представляется вполне естественным изучение влияния на предельный КНД радиуса корреляции ошибок.

Исходные соотношения. Рассмотрим линейную антенну (линейную систему непрерывно распределенных источников, которые идентичны и одинаково ориентированы) длиной L . Амплитудно-фазовое распределение в антенне реализуется со случайными фазовыми ошибками, характеризуемыми случайной функцией $\varphi(x)$.

Множитель системы запишем, как это принято в работе [3], в следующем виде:

$$\dot{f}(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \dot{A}(x) e^{i[\varphi(x)+ux]} dx.$$

Будем считать, что $\varphi(x)$ нормальная, однородная случайная функция со средним значением $\overline{\varphi(x)}=0$, дисперсией $\sigma^2(x)=\overline{\varphi^2(x)}=a$, а корреляционная функция зависит только от разности координат. Коэффициент корреляции выберем в гауссовой форме. При принятых предположениях относительно статистики ошибок средние диаграммы по полю и по мощности можно записать в виде выражений [3]

$$\overline{\dot{f}(u)} = e^{-a/2} \overline{\dot{f}_0(u)}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \overline{|\dot{f}(u)|^2} = e^{-a} & \left\{ |\overline{\dot{f}_0(u)}|^2 + \frac{a}{4\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a^{p-1}}{p!} \times \right. \\ & \times \left. \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \dot{A}_0(x) \dot{A}_0^*(x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2}{c^2/p} + iu(x-x_1)} dx dx_1 \right\}. \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь $\dot{A}_0(x)$ — функция, описывающая амплитудно-фазовое распределение и нормированная к амплитуде и фазе центрального источника в отсутствие ошибок; $x=2z/L$ — безразмерная продольная координата; $\dot{f}_0(u)$ — диаграмма направленности (ДН) по полю в отсутствие ошибок,

$$\dot{f}_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \dot{A}_0(x) e^{iux} dx; \quad (3)$$

$u = (\pi L/\lambda) \sin \theta = a \sin \theta$ — обобщенный угол; θ — угол, отсчитываемый от нормали к оси антенны; c — радиус корреляции в относительных единицах, связанный с абсолютным радиусом корреляции соотношением

$$c = \frac{2\rho}{L} = \frac{\pi\rho}{\lambda} - \frac{2}{a}.$$

Представим $A_0(x)$ в виде разложения по полной ортонормированной системе собственных функций преобразования Фурье $\{\psi_n(a, ax)\}_{n=0}^{\infty}$

$$\dot{A}_0(x) = \sum_{n=0}^n b_n \psi_n(a, ax). \quad (4)$$

В (4) и соответственно в дальнейших формулах верхний предел суммирования по n для удобства обозначен через N . При этом подразумевается, что N может быть сколь угодно большим чис-

лом. Функции $\psi_n(a, ax)$ связаны с вытянутыми угловыми сфероидальными функциями $S_{0n}(a, x)$

$$\psi_n(a, ax) = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{\lambda_n(a)}}{k_n(a)} S_{0n}(a, x), \quad x \in [-1, 1],$$

где $\lambda_n(a)$ — собственные значения, соответствующие функциям ψ_n , они являются вещественными положительными числами и перенумерованы так, что $0\lambda > \lambda_1 > \dots > 0$; $k_n(a)$ — коэффициент, определяемый из условия нормировки ВУСФ [4]

$$k_n^2(a) = \int_{-1}^1 S_{0n}^2(a, x) dx.$$

Из (1) — (3) с учетом (4) для средних ДН по полю и по мощности имеем

$$\overline{f(u)} = e^{-\alpha/2} \sum_{n=0}^N \dot{a}_n \psi_n(a, u) = e^{-\alpha/2} f_0(u); \quad (5)$$

$$|\overline{f(u)}|^2 = e^{-\alpha} \left\{ |f_0(u)|^2 + \alpha \sum_{m,n=0}^N \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} \dot{a}_n \dot{a}_m^* I_{nm}^{(p)}(a, c, u) \right\}. \quad (6)$$

Здесь

$$\dot{a}_n = i^n \sqrt{\lambda_n / 2\pi a} b_n.$$

$$I_{nm}^{(p)}(a, c, u) = \frac{i^{m-n}}{2\pi k_n k_m} \times \\ \times \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2}{c^2/p} + iu(x-x_1)} dx dx_1. \quad (7)$$

Слагаемые в (4) можно рассматривать как пространственные гармоники АФР, каждая из которых формирует свою ДН по полю, описываемую соответствующим слагаемым из (5). Для гармоник с $n < \frac{2a}{\pi}$, максимум ДН находится в области видимости, поэтому

их часто называют активными, а гармоники с $n > \frac{2a}{\pi}$, у которых максимум расположен в области мнимых углов, соответственно реактивными.

Соотношения (5) — (7) справедливы при любых значениях радиусов корреляции ошибок c и их дисперсии a .

Постановка и общее решение задачи синтеза. Под средним КНД будем понимать КНД, определяемый через среднюю ДН по мощности [3]

$$\overline{D} = \frac{|\overline{f(0)}|^2}{\int_{-a}^a |\overline{f(u)}|^2 du}. \quad (7)$$

После подстановки в (8) выражения (6) и последующего интегрирования формула для среднего КНД принимает вид

$$\bar{D} = 2a \frac{\langle \mathbf{a} \{ \boldsymbol{\omega} \} \boldsymbol{\omega} + \alpha \mathbf{Q} \} \mathbf{a}^* \rangle}{\langle \mathbf{a} \mathbf{V} \mathbf{a} \rangle}. \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{a} >$ — вектор неизвестных коэффициентов a_n ; $\boldsymbol{\omega} >$ — вектор с компонентами $\psi_n(a, 0)$; \mathbf{Q} — квадратная матрица с элементами Q_{nm} [5]

$$Q_{nm} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-2}}{p!} I_{nm}^{(p)}(a, c, 0);$$

$\mathbf{V} = \Lambda + \alpha \mathbf{B}$ — эрмитова матрица с элементами $V_{nm} = \Lambda_{nm} + \alpha B_{nm}$

и

$$\Lambda_{nm} = \lambda_n \delta_{nm}, \quad B_{nm} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha^{p-1}}{p!} J_{nm}^{(p)}(a, c),$$

где

$$J_{nm}^{(p)}(a, c) = \frac{i^{n-m}}{\pi k_n k_m} \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) \times \\ \times \frac{\sin a(x - x_1)}{(x - x_1)} e^{-p \frac{(x-x_1)^2}{c^2}} dx dx_1. \quad (10)$$

Постановка задачи синтеза такова: определить регулярное АФР, реализация которого с заданными фазовыми ошибками обеспечит максимум среднего КНД.

Определение максимального среднего КНД \bar{D}_m и соответствующего оптимального вектора $\mathbf{a} >$, на котором достигается максимум \bar{D} , сводится, как известно [4; 5], к решению системы нелинейных уравнений

$$\left[\mathbf{V} - \alpha \frac{\mathbf{Q}}{\mu_m} \right] \mathbf{a} > = \boldsymbol{\omega} >; \quad (11)$$

$$\langle \boldsymbol{\omega} \mathbf{a} \rangle = \mu_m \frac{\bar{D}_m}{2a}. \quad (12)$$

Точное аналитическое решение этой системы в общем случае при произвольных α и c невозможно. Однако при $\alpha < 1$ можно воспользоваться методом последовательных приближений [5]

$$\mathbf{a}^{(k)} = \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\omega} > + \sum_{l=1}^k \alpha^l \frac{(\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Q})^l \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\omega} >}{(\mu_m^{(k-1)})^l}; \quad (13)$$

$$\bar{D}_m^{(k)} = 2a \langle wa \rangle; \quad (14)$$

$$b^{(k)} = T a^{(k)}, \quad (15)$$

где верхний индекс у a и \bar{D}_m указывает на порядок приближения.

В нулевом приближении имеют место следующие соотношения [5]:

$$a_n^{(0)} = \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}; \quad (16)$$

$$\bar{D}_m^{(0)} = 2a \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}; \quad (17)$$

$$b_n^{(0)} = -i^n \sqrt{\frac{2\pi a}{\lambda_n}} \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n [1 + \alpha J_{nn}^{(1)}(a, c)/\lambda_n]}. \quad (18)$$

Выражения (16)–(18) дают погрешность не более 10 % относительно точных решений для \bar{D}_m и b , полученных численно, при $\alpha \leq 10^{-2}$ и $c < 0,1$ или $c > 5$. Они могут быть использованы в указанной области значений параметров α и c для аналитического исследования воздействия случайных фазовых ошибок на СН. Во всех остальных случаях такое исследование, в силу сложности выражений, получаемых в приближениях более высокого порядка, затруднительно, и оно будет проведено на основании численных результатов. Расчеты, показали, что удовлетворительная точность при $\alpha \leq 0,3$ и любых c достигается уже в первом приближении, получаемом из формул (13)–(15). Например, при $\alpha = 0,2$, $c = 0,2$ погрешность первого приближения для \bar{D}_m составляет 2 %.

Сверхнаправленность при фазовых ошибках в АФР. Для выяснения вопроса о принципиальной возможности появления СН по среднему КНД при наличии случайных фазовых ошибок воспользуемся выражением для \bar{D}_m , полученным из (13) с точностью до первых степеней по α ,

$$\bar{D}_m = D_{\text{СН}}^{(N)} \left[1 - \alpha \frac{2a}{D_{\text{СН}}^{(N)}} \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n^2} J_{nn}^{(1)}(a, c) \right] \quad (19)$$

и выражением для КНД антенны с равномерным АФР [5]

$$D_0 = 2a \frac{\left| \sum_{n=0}^N \psi_n^2(a, 0) \right|^2}{\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \psi_n^2(a, 0)} \approx 2a \frac{\left| \sum_{n=0}^N \psi_n^2(a, 0) \right|^2}{\sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2(a, 0)}, \quad (20)$$

где $D_{\text{CH}}^{(N)}$ — максимальный КНД при синтезе без ошибок в АФР и ограничении числа учитываемых гармоник величиной N [5],
 $\frac{2a}{\pi} < N < \infty$,

$$D_{\text{CH}}^{(N)} = 2a \sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2(a, 0)}{\lambda_n} \quad (21)$$

На основании (19) и (20) имеем

$$\frac{\bar{D}_m}{D_0} = 1 + \frac{\left[\sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2}{\lambda_n} \sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2 - \sum_{n=0}^N \psi_n^2 \right]^2}{\left[\sum_{n=0}^N \psi_n^2 \right]^2} - \alpha \left[\sum_{n=0}^N \frac{\psi_n^2}{\lambda_n} J_{nn}^{(1)} \sum_{n=0}^N \lambda_n \psi_n^2 \right]$$

Поскольку выражения в квадратных скобках всегда положительны (в первой — в силу неравенства Коши-Буняковского), числитель при определенных значениях a и c может быть положительным. При этом отношение \bar{D}_m/D_0 будет больше единицы. Таким образом, и при наличии случайных фазовых ошибок в АФР сверхнаправленность возможна, т. е. можно получить средний КНД больше, чем КНД при равномерном АФР

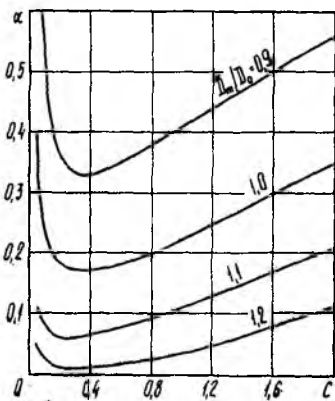


Рис. 1

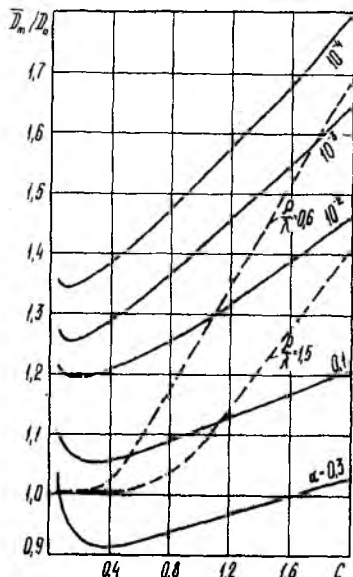


Рис. 2

без ошибок, однако не при любых значениях их дисперсии α и радиуса корреляции c .

На рис. 1 показаны кривые постоянных значений отношения для антенны длиной $L=3\lambda$ ($a=3\pi$). Видно, что диапазоны значений дисперсии α и радиуса корреляции c , при которых проявляется

ся СН, довольно велики. Они определяются областью на плоскостях α, c , лежащей ниже кривой $\bar{D}_m/D_0=1$. Важно также отметить, что хотя СН и имеет место, однако она по сравнению с детерминированным случаем значительно подавлена. Это подавление обусловлено ограничительным воздействием случайных фазовых ошибок, наличие которых было учтено при постановке задачи синтеза.

При отсутствии ошибок в АФР из выражений (4) и (19) для АФР и максимального КНД соответственно, а также из формулы для амплитуды b_n (она следует из (18), если положить $\alpha=0$)

$$b_n = i^{-n} \sqrt{\frac{2\pi a}{\lambda_n}} \frac{\psi_n(a, 0)}{\lambda_n} = i^{-n} \frac{\sqrt{2\pi}}{k_n} S_{0n}(a, 0) \quad (22)$$

видно, что с увеличением числа членов N в разложении (4) сложность АФР будет возрастать, и как следствие будет неограниченно расти $D_{СН}^N$, что является характерным для «чистой» СН. Последнее легко увидеть из приближенного выражения для $D_{СН}^{(N)}$, полученного из (19) в результате несложных преобразований [5],

$$D_{СН}^{(N)} \approx D_0 \left(1 + \frac{N - N_0}{a} \right) = D_0 \left(1 + \frac{\Delta N}{a} \right), \quad N > N_0, \quad (23)$$

где N_0 — округленная до целого числа величина $2a/\pi$, $a = \pi L/\lambda$. Формула (23) справедлива для антенн поперечного излучения. Если максимум ДН антенны направлен не по нормали к ее оси, то в квадратной скобке перед дробью необходимо добавить множитель, равный 2. Это связано с тем, что в первом случае в разложении АФР присутствуют только четные гармоники, а во втором — четные и нечетные. В работе [5] показано, что погрешность (23) не превышает 5 % уже для $N \geq N_0 + 2$.

Из (23) следует также, что при отсутствии ошибок в АФР антенны различной длины могут иметь одинаковую степень сверхнаправленности. Для этого необходимо и достаточно, чтобы у них было одинаковым отношение числа учитываемых гармоник в разложении АФР к длине антенны, выраженной в единицах λ . Вследствие этого число осцилляций в оптимальном АФР, приходящееся на одну длину волны, у них должно быть одинаковым [5].

Учет ошибок при синтезе, как следует из (16) и (18), приводит к тому, что амплитуды гармоник уменьшаются по сравнению со случаем «чистой» СН. Особенно сильно подавляются более высокие реактивные гармоники, поскольку $(I_{nn}^{(1)}/\lambda_n) > 1$ при $n > \frac{2a}{\pi}$, в то время как $(J_{nn}^{(1)}/\lambda_n) \leq 1$ для $n \leq \frac{2a}{\pi}$. При этом, начиная с некоторого $n = N_m > N_0$, при котором $(\alpha \frac{J_{nn}}{\lambda_n}) \gg 1$, все гармоники

с $n \geq N_m$ из-за малости амплитуды будут давать незначительный вклад в формирование оптимального АФР и тем самым в увеличение максимального среднего КНД \bar{D}_m . Так, из табл. 1 видно, что для антенны длиной $L=3\lambda$ при $c=0,1$ и $\alpha=10^{-3}$ вклад всех гармоник, начиная с 12-й, мал, а при $\alpha=10^{-1}$ малым уже оказывается вклад в \bar{D}_m и 10-й гармоники.

Таблица 1

α	N						
	0	2	4	6	8	10	12
10^{-3}	3,3866	4,9054	5,8333	6,5532	7,4324	7,5423	7,5426
10^{-1}	3,2542	4,8577	5,7769	6,4785	6,9449	6,9505	6,9505

Таким образом, при синтезе в статистической постановке значительное ослабление СН по сравнению с детерминированным случаем обусловлено двумя факторами. Во-первых, уменьшением числа осцилляций в АФР за счет ограничения количества реактивных гармоник, эффективно участвующих в формировании оптимального амплитудно-фазового распределения, что ведет к уменьшению \bar{D}_m из-за ограничения количества слагаемых в сумме (16) величиной N_m . Во-вторых, снижением амплитуд осцилляций в АФР вследствие уменьшения амплитуд гармоник по сравнению с первым случаем, что приводит к дополнительному снижению \bar{D}_m .

Величина $D_{\text{СН}}^{(N_m)}$ может рассматриваться как верхний предел для $D_m(\alpha, c)$ в том смысле, что

$$D_m(\alpha, c) \leq D_{\text{СН}}^{(N_m)},$$

и служить для оценки максимально возможной СН при заданных фазовых ошибках. Она определяется формулой (23) с заменой N на N_m ,

$$D_{\text{СН}}^{(N_m)} = D_0 \left[1 + \frac{N_m(\alpha, c) - N_0}{a} \right] = D_0 \left[1 + \frac{\Delta N}{\pi(L/\lambda)} \right], \quad (24)$$

где N_m можно найти из условия

$$\alpha \frac{J_{N_m} N_m}{\lambda N_m} \geq 10. \quad (25)$$

Соотношение (24) позволяет сделать важный вывод о том, что при наличии случайных ошибок в АФР степень СН зависит от длины антенны. Чем антенна длиннее, тем меньшую СН у нее можно получить. В этом существенное отличие от детерминированного случая. Показанные на рис. 2 зависимости \bar{D}_m/D_0 от длины антенны для $\alpha=10^{-1}$ и $\alpha=10^{-4}$ и нескольких значений абсолютного радиуса корреляции ρ/λ подтверждают сделанный вывод.

Влияние параметров ошибок на максимальный средний КНД.
 Если длина антенны задана, то ее максимальный средний КНД полностью определяется дисперсией α и радиусом корреляции ошибок c . На это указывает соотношение (16), а также результаты численных расчетов, приведенные на рис. 1.

Из выражений (16) и (25) следует, что с ростом α максимальный средний КНД \bar{D}_m монотонно убывает. Это связано с тем, что

Таблица 2

c	α			
	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
0,3	1,372	1,276	1,206	1,115
2,0	1,813	1,644	1,464	1,221

уменьшается как количество гармоник, формирующих оптимальное АФР, а значит, и количество слагаемых в сумме (16), так и амплитуды этих гармоник, которые пропорциональны $\left(1 + \alpha \frac{J_{nn}^{(1)}{}^{-1}}{\lambda_n}\right)$.

Из результатов численных расчетов величины \bar{D}_m/D_0 для антенны с длиной $L=3\lambda$, приведенных в табл. 2, видно, что даже при очень малых ошибках \bar{D}_m несущественно превышает КНД для равномерного АФР. Так, при ошибках с радиусом корреляции $c=2$ и дисперсией $\alpha=10^{-4}$ (отклонение фазы $\Delta\varphi \approx 0,6^\circ$) отношение \bar{D}_m/D_0 составляет всего 1,813. Заметим, однако, что для антенн меньшей длины при тех же параметрах ошибок можно получить большее значение \bar{D}_m/D_0 . Так, при тех же α и c для антенн с длиной $L=2\lambda, \lambda, 0,5\lambda$ величина \bar{D}_m/D_0 принимает значения соответственно 2,13; 2,88; 3,75.

Влияние радиуса корреляции c на значение максимального среднего КНД более сложно, и выявить аналитическую зависимость \bar{D}_m от c в явном виде затруднительно. Однако представление о качественном характере этой зависимости можно получить, если воспользоваться соотношениями (24) и (25).

Прежде всего отметим, что возможны две причины изменения c : меняется абсолютный радиус корреляции ρ/λ при постоянной длине антенны; меняется длина антенны L при постоянном значении ρ/λ .

Рассмотрим первую ситуацию. Пусть $c \ll 1$ за счет $\rho/\lambda \ll 1$. При этом имеет место следующее асимптотическое выражение $J_{nn}^{(1)} \approx \frac{ac}{\sqrt{\pi}}$ [5]. Тогда из (25) следует, что $N_m \gg N_0$ и в пределе при $c \rightarrow 0$ неограниченно растет (напомним, что λ_n с ростом уменьшается). Таким образом, число реактивных гармоник, участвующих в формировании оптимального АФР, неограниченно растет при $c \rightarrow 0$, и согласно (24) нет верхнего предела для \bar{D}_m , так как при

$a = \text{const}$ $\Delta N \rightarrow \infty$ и, следовательно, $D_{\text{СН}}^{(N_m)} \rightarrow \infty$. Если $c \gg 1$ за счет $(\rho/\lambda) \gg 1$, то, как показано в [5], $J_{nn}^{(1)}$ асимптотически стремится сверху к λ_n , и, следовательно, равенство (25) может быть выполнено только при очень большом N_m . Таким образом, опять в пределе при $c \rightarrow \infty$ имеем $N_m \rightarrow \infty$, и из (24) следует, что $D_{\text{СН}}^{(N_m) \infty}$ и ограничений для \bar{D}_m не существует. Последний вывод физически достаточно очевиден. Увеличение радиуса корреляции ошибок ρ/λ означает, что антенна приближается к синфазной. Следовательно, ограничивающее воздействие ошибок исчезает и СН должна проявиться в «чистом» виде. При промежуточных значениях ρ/λ для реактивных гармоник согласно [5] отношение $J_{nn}^{(1)}/\lambda_n \rightarrow 1$ и всегда есть такое конечное N_m , что (25) будет выполнено. При этом ΔN ограничено \bar{D}_m . Таким образом, следует ожидать, что общий характер зависимости \bar{D}_m от ρ/λ таков: при $c \rightarrow 0$ и $c \rightarrow \infty$ величина \bar{D}_m неограниченно растет и мы приходим к «чистой» СН, а при промежуточных значениях c должно наблюдаться значительное подавление СН и, следовательно, малое \bar{D}_m . Типичные зависимости \bar{D}_m/D_0 от c для антенны длиной 3λ при нескольких значениях a показаны на рис. 3. Ход кривых полностью соответствует определенному выше характеру изменения \bar{D}_m от c .

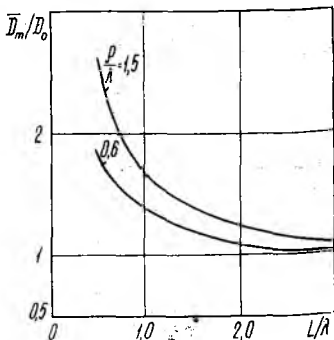


Рис. 3

Видно, что \bar{D}_m/D_0 как функция c имеет явно выраженный минимум. Значения радиуса корреляции, при которых \bar{D}_m принимает минимальное значение, т. е. наиболее сильно подавлена, зависят от a . При очень малых и при больших c сверхнаправленность возрастает.

Положим теперь, что $\rho/\lambda = \text{const}$, а относительный радиус корреляции c меняется за счет изменения длины антенны. При $a \ll 1$ радиус корреляции $c \ll 1$ и возникает ситуация (большое c при ограниченной длине), уже рассмотренная ранее, при которой $D_m/D_0 \gg 1$ и в пределе, если $a \rightarrow 0$ ($c \rightarrow \infty$), то $\bar{D}_m \rightarrow \infty$. Если же $a \gg 1$ и соответственно $c \ll 1$, то опять $J_{nn}^{(1)} \approx ac/\sqrt{\pi}$ и (25) принимает следующий вид: $\left[a \left(\frac{2\pi\rho}{\alpha} \right) \frac{1}{\lambda_{N_m}} \right] = 10$. Ясно, что это равенство

для заданного будет выполняться при конечном N_m и, следовательно, количество реактивных гармоник тоже конечно. Поскольку $a \gg 1$, $D_{\text{СН}}^{N_m}$ согласно (24) мало отличается от D_0 . В пределе при $a \rightarrow \infty$ ($c \rightarrow 0$) $D_{\text{СН}}^{N_m} \rightarrow D_0$, а следовательно, и $\bar{D}_m \rightarrow D_0$ и СН

практически будет отсутствовать. Проанализированный случай по сути можно рассматривать и как зависимость степени СН от длины антенны при постоянном абсолютном радиусе корреляции. Графические зависимости \bar{D}_m/D_0 от c для рассматриваемой ситуации показаны на рис. 3 в виде штриховых кривых.

Таким образом, если при $c \gg 1$ с ростом c максимальный средний КНД может стать сколь угодно большим, то при $c \rightarrow 0$ получаемое значение максимального среднего КНД будет существенно зависеть от причины, за счет которой c очень мало. Если $c \ll 1$ за счет абсолютного радиуса корреляции ρ/λ , то СН подавлена слабо и возможно получение большого \bar{D}_m , если же $c \ll 1$ за счет большой длины антенны, то СН практически невозможна и $\bar{D}_m \approx D_0$.

Список литературы: 1. *Voiszkamp C. J. and de Bruijn N. G.* The problem of optimum antenna current distribution//Philips Res. Rept. 1946. 1. P. 135—158. *Riblet H. J.* Note on the maximum directivity of an antenna//Proc. IRE. 1948, 36. P. 620—623. 3. *Шифрин Я. С.* Вопросы статистической теории антенн. М., 1970. 384 с. 4. *Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике:* Пер. с англ./Под ред. М. К. Размахина, В. А. Яковлева. М., 1971. 256 с. 5. *Сверхнаправленность в статистической теории антенн/Я. С. Шифрин, В. В. Должиков, В. Ю. Радченко. К., 1988. 140 с. Деп. в УкрНИИТИ, № 86-Ук88.*

Поступила в редколлегию 11.07.89

УДК 621.396.67

В. В. ДОЛЖИКОВ, канд. физ.-мат. наук, В. Ю. РАДЧЕНКО

ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ОШИБОК В АНТЕННЕ НА ЕЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ КНД. ЧАСТЬ 2

При практической реализации сверхнаправленных антенн с оптимальным АФР, полученным при решении детерминированной задачи синтеза, наиболее неприятным является чрезвычайная чувствительность оптимальной ДН к случайным ошибкам в амплитудно-фазовом распределении. Для ее оценки обычно используют такой параметр, как чувствительность ДН к случайным ошибкам

$$S = \frac{\int_{-1}^1 |A_0(x)|^2 dx}{\left| \int_{-1}^1 A_0(x) dx \right|^2} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |f_0(u)|^2 du}{|f_0(0)|^2}$$

Он был впервые введен в работе [1] применительно к антенным решеткам. Этот параметр зависит только от характера АФР и указывает, насколько сильно искажается оптимальная ДН по мощности при появлении случайных ошибок в распределении источников, т. е. насколько сильно отличается средняя ДН по мощности от невозмущенной ДН.

Следует отметить при этом, что формула для S , полученная в работе [1], пригодна только при условии независимости ошибок. Поэтому для линейных антенн, у которых оно не выполняется, в общем случае (при произвольных c) использовать для вычисления S приведенное соотношение нельзя. Это же относится и к антенным решеткам для случая коррелированных ошибок. Более того, при исследовании свойств антенн с оптимальным АФР, полученным в результате решения задачи синтеза в статистической постановке, параметр S , как он был определен в работе [1], вообще теряет смысл. В этом случае совершенно не ясно, об искажениях какой ДН и относительно чего должна идти речь, поскольку случайные ошибки здесь учтены с самого начала и полученная ДН оптимальна именно при этих ошибках. Поэтому говорить об искажении оптимальной ДН при появлении случайных ошибок в АФ бессмысленно.

Тем не менее понятие чувствительности можно сохранить и при решении задач статистического синтеза, если вкладывать в него другой смысл и соответственно иначе его определять. Целесообразно ввести понятие чувствительности параметра, по которому проводился синтез (в данном случае среднего КНД) к «чужим» ошибкам. В такой трактовке он будет определять, насколько сильно изменится параметр, по которому проводился синтез, если в процессе реализации оптимального АФР или работы антенны по каким-либо причинам изменились дисперсия α и радиус корреляции c случайных ошибок. Понятие устойчивости можно ввести для оценки устойчивости максимального среднего КНД к неточности задания параметров ошибок в качестве исходных данных для задачи синтеза в статистической постановке.

Устойчивость и чувствительность максимального среднего КНД. Довольно часто точная информация об истинных параметрах ошибок α_p , c_p отсутствует, и в качестве исходных данных при синтезе приходится задавать приближенные значения α_c , c_c . Найденное в результате решения оптимальное (для ошибок с α_c и c_c) АФР реализуется на самом деле с ошибками, имеющими дисперсию α_p и радиус корреляции c_p . Получаемое в этом случае среднее значение КНД — $D(\alpha_c, \alpha_p, c_c, c_p)$. При этом возникают следующие вопросы. Во-первых, как будет соотноситься значение $D(\alpha_c, \alpha_p, c_c, c_p)$ с максимально возможным для данной антенны и с данными ошибками средним КНД $\bar{D}_m(\alpha_p, c_p) = \bar{D}(\alpha_p, \alpha_p, c_p, c_p)$. Во-вторых, насколько будет отличаться реально получаемый средний КНД от ожидаемого максимального $\bar{D}_m(\alpha_c, c_c) = D(\alpha_c, \alpha_c, c_c, c_c)$ и как их разность зависит от неточности задания параметров фазовых ошибок.

Первый вопрос можно рассматривать как вопрос об устойчивости максимального среднего КНД к неточности задания в качестве исходных данных, параметров фазовых ошибок α и c . Второй — как вопрос о чувствительности получаемого максимального среднего КНД к отклонению значений дисперсии и радиуса кор-

реляции фазовых ошибок в реализуемом АФР от задаваемых при синтезе.

Устойчивость к $\Delta\alpha = \alpha_p - \alpha_c$ можно, ограничиваясь членами второго порядка малости по $\Delta\alpha$, характеризовать следующим выражением [2]:

$$\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p, c_p, c_p) - \bar{D}_m(\alpha_p, c_p) = -(\Delta\alpha)^2 2a T_1(a, c_p) \sum_{n=0}^N a_{n0}^2 \lambda_n, \quad (1)$$

где

$$a_{n0} = \psi_n(a, 0) / \lambda_n;$$

$$T_1(a, c) = \frac{\left\{ \sum_{n=0}^N a_{n0}^2 \lambda_n \sum_{n=0}^N \frac{1}{\lambda_n} \left[\sum_{t=0}^N a_{t0} J_{nt}^{(1)}(a, c) \right]^2 - \left[\sum_{n,t=0}^N a_{n0} a_{t0} J_{nt}^{(1)}(a, c) \right]^2 \right\}}{\left[\sum_{n=0}^N a_{n0}^2 \lambda_n \right]^2} > 0.$$

Положительность $T_1(a, c)$ нетрудно показать, если воспользоваться неравенством Коши — Буняковского [2].

Таблица 1

α_p	α_c				
	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
10^{-3}	0,454	1,340	1,644	1,545	1,383
10^{-2}	0,057	0,372	1,167	1,464	1,367

Из (1) видно, что неточное задание дисперсии α_c при синтезе на максимум среднего КНД всегда приводит к проигрышу в среднем КНД по сравнению с

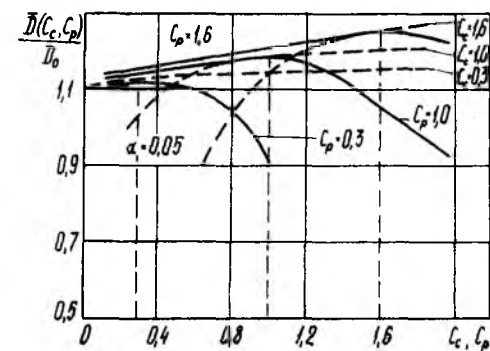


Рис. 1

максимально возможным для данной антенны и с данными ошибками. Этот проигрыш сравнительно невелик, так как имеет второй порядок малости по $\Delta\alpha$. Приведенные в табл. 1 значения $\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p) / D_0$ для антенны с $L = 3\lambda$ и при радиусе корреляции ошибок $c_c = c_p = 2,0$, полученные в результате точных численных расчетов, подтверждают этот вывод. Видно, что мак-

симальное среднее КНД достаточно устойчиво относительно $\Delta\alpha$. Так, при $\Delta\alpha/\alpha_p = 30\%$ и $\alpha_p = 10^{-3}$ (что соответствует $\Delta\varphi = 1,8^\circ$)

$\Delta \bar{D}_m / D_m \leq 8\%$. Устойчивость увеличивается при снижении степени сверхнаправленности независимо от причины, по которой она уменьшилась: за счет дисперсии ошибок α или радиуса корреляции их c . Согласно расчетам для $\alpha_p = 0,2$ при $\Delta\alpha/\alpha_p = 30\%$ проигрыш в КНД $\Delta \bar{D}_m / D_m$ не превышает 2% . Следует отметить, что устойчивость \bar{D}_m меньше, т. е. проигрыш в \bar{D}_m больше, если уровень ошибок (их дисперсия) при синтезе задается таким образом, что $\alpha_c < \alpha_p$, по сравнению со случаем, когда $\alpha_c > \alpha_p$. Поэтому, если точное значение дисперсии ошибок неизвестно, то при решении задачи синтеза предпочтительнее задавать значение величины α_c заведомо большее, чем α_p .

Аналитическая оценка устойчивости \bar{D}_m по отношению к неточности задания радиуса корреляции c затруднительна. Как показывают численные расчеты, результаты которых приведены в виде графических зависимостей на рис. 1 (сплошные кривые), и в данном случае отклонение c_c от точного значения c_p слабо влияет на значение \bar{D}_m . Так, для антенны с $L = 3\lambda$ и фазовыми ошибками с дисперсией $\alpha_c = \alpha_p = 0,05$ и $c_p = 0,3$ отклонение $\Delta c = \pm (c_c - c_p) = \pm 0,2$ дает $\Delta \bar{D}_m / D_m \leq 1,5\%$.

Таким образом, умеренно сверхнаправленное решение при синтезе антенны с максимальным средним КНД в статистической постановке оказывается устойчивым по отношению к неточности задания параметров ошибок.

Чувствительность максимального среднего КНД к неточности реализации уровня ошибок описывается выражением [2], записанным с точностью до первых степеней малости по $\Delta\alpha$:

$$\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p, c_c, c_p) - \bar{D}_m(\alpha_c, c_c) = -(\Delta\alpha) 2\alpha \sum_{n,t=0}^N a_{n0} a_{t0} J_{nt}^{(1)}(\alpha, c_c);$$

$$\left[\frac{1 - \alpha_c \sum_{n,t=0}^N a_{n0} t_{t1} J_{nt}^{(1)}(\alpha, c_c) - \sum_{n,t=0}^N a_{n0} a_{t0} J_{nt}^{(2)}(\alpha, c_c)}{\sum_{n,t=0}^N a_{n0} a_{t0} J_{nt}^{(1)}(\alpha, c_c)} \right]. \quad (2)$$

Согласно численным исследованиям числитель дроби, стоящей в квадратной скобке, всегда положителен. Отсюда следует, что если $\Delta\alpha > 0$, т. е. $\alpha_p < \alpha_c$, то $\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p) > \bar{D}_m(\alpha_c, \alpha_c)$, а если $\Delta\alpha < 0$, то $\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p) < \bar{D}_m(\alpha_c, \alpha_c)$. Следовательно, реализация АФР с фазовыми ошибками, меньшими по сравнению с теми, при которых проводился синтез, приводит к увеличению, а реализация с большими ошибками — к снижению реально получаемого среднего КНД по сравнению с ожидаемым значением. Это подтверждается результатами численных расчетов для антенны с $L = 3\lambda$ и $c = 2,0$, приведенными в табл. 2.

Характерно, что в данном случае отклонение среднего КНД от максимального $\bar{D}_m(\alpha_c, \alpha_c)$ пропорционально $\Delta\alpha$, в то время как

α_c	α_p				
	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
10^{-3}	1,721	1,714	1,644	1,167	0,303
10^{-2}	1,555	1,554	1,545	1,464	0,967

при изучении устойчивости было получено, что отклонение среднего КНД от максимального $\bar{D}_m(\alpha_p, \alpha_p)$ пропорционально $(\Delta\alpha)^2$.

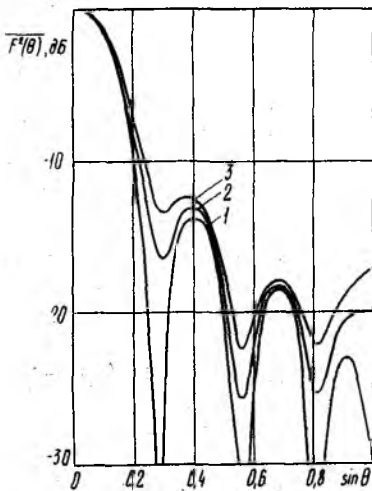


Рис. 2

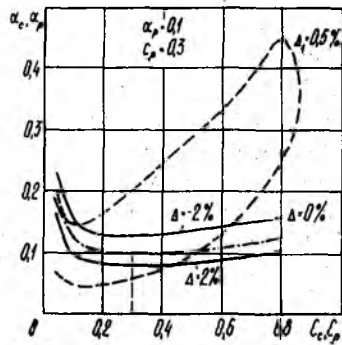


Рис. 3

Следствием этого является различный характер зависимости $\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p)$ от α_c при $\alpha_p = \text{const}$ и от α_p при $\alpha_c = \text{const}$. В первом случае имеется явно выраженный максимум при $\alpha_c = \alpha_p$, во втором характер изменения $\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p)$ — монотонный. Указанное различие хорошо видно при сравнении результатов, приведенных в табл. 1, 2.

Множитель при $\Delta\alpha$ в выражении (2) можно рассматривать как чувствительность максимального среднего КНД к «чужим» ошибкам реализации, т. е. к разнице между уровнем ошибок, для которого проводился синтез, и уровнем, с которым АФР реализуется. Видно, что чувствительность тем больше, чем меньше α_c , поскольку с уменьшением α_c растет как значение выражения в квадратной скобке, так и количество членов N в сумме, а следовательно, и размер самой суммы, стоящей перед квадратной скобкой. Наибольшее ее значение достигается при $\alpha_c = 0$, и оно соответствует чувствительности максимального КНД, получаемого при детерминированном синтезе без ограничений. Учет ошибок при статистическом синтезе значительно уменьшает чувствительность,

Так, изображенные на рис. 2 средние ДН по мощности незначительно отличаются от оптимальной при $\Delta\alpha = \pm 0,1$ и $c_c = c_c = 0,8$. Уровень первого бокового лепестка меняется не более чем на 0,5 дБ, ширина ДН на уровне 3 дБ практически одинакова. Наибольшее различие у ДН в области боковых лепестков.

Чувствительность к отклонению радиуса корреляции исследовалась численно. Некоторые результаты в виде зависимости $\bar{D}(c_c, c_p)$ от c_p показаны на рис. 1 (штриховые кривые) для антенны длиной 3λ и при $\alpha = 0,05$. Из них следует, что при малых Δc разность $\bar{D}(c_c, c_p) - \bar{D}_m(c_c, c_c)$ зависит от Δc приблизительно по линейному закону.

В общем случае, когда при синтезе одновременно неточно задаются α_c и c_c или же при реализации АФР «чужие» ошибки также отличаются по обоим параметрам от заданных, представление о степени устойчивости и чувствительности \bar{D}_m дают величины двумерных областей α и c , в пределах которых $\Delta \bar{D}_m$ не превышает определенной величины. Соответствующие области показаны на рис. 3.

На рис. 3 через Δ обозначена $[\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p, c_c, c_p) - D_m(\alpha_c, c_c)] / \bar{D}_m(\alpha_c, c_c)$, а через $\Delta_1 - [\bar{D}(\alpha_c, \alpha_p, c_c, c_p) - \bar{D}_m(\alpha_p, c_p)] / D_m(\alpha_p, c_p)$. Штриховой кривой ограничена область «устойчивости» к неточности задания параметров ошибок при синтезе, т. е. область значений параметров α_c и c_c , при которых $\Delta_1 \leq -0,5\%$. При этом ошибки, с которыми АФР будет реализовываться, имеют $\alpha_p = 0,1$ и $c_p = 0,3$. Сплошные кривые ограничивают область слабой чувствительности \bar{D}_m — область значений α_p и c_p , при которых $|\Delta| \leq 2\%$. Видно, что максимальный средний КНД более устойчив и менее чувствителен к отклонению радиуса корреляции от точного его значения, чем к отклонению дисперсии.

Случайные ошибки и регуляризация. Выше было показано, что решение задачи синтеза антенны с максимальным КНД в статистической постановке оказалось устойчивым по отношению к неточности задания данных о статистике случайных ошибок (их дисперсии и радиусу корреляции), а также мало чувствительным к «чужим» ошибкам. Это позволяет говорить о том, что учет случайных ошибок на этапе постановки задачи синтеза приводит к регуляризации ее решения как некорректной задачи математической физики.

Чтобы более детально понять роль случайных ошибок в регуляризации задачи синтеза антенны с максимальным средним КНД и установить взаимосвязь параметра регуляризации со статистикой ошибок, рассмотрим уравнение (11) из работы [2] относительно оптимального АФР.

$$\left[V - \alpha \frac{Q}{\rho_m} \right] a = w.$$

Воспользовавшись тем, что $V = B_0 + \alpha B_1$, запишем его в следующем виде:

$$\left[B_0 + \alpha \left(B_1 - \frac{Q}{\mu_m} \right) \right] |a\rangle = |w\rangle. \quad (3)$$

Это уравнение справедливо при любых α и c . Элементы матриц B_1 и Q зависят от дисперсии α и радиуса корреляции c . Наиболее простой вид они приобретают для малых α и c [2]. В этом случае матрицы B_1 и Q можно считать диагональными с элементами $J_{nn}^{(1)}(a, c)$ и $I_{nn}^{(1)}(a, c, 0)$, причем $J_{nn}^{(1)}(a, c) = 2\alpha I_{nn}^{(1)}(a, c, 0)$. Введем матрицу $B_2 = B_1 - Q/\mu_m$ с элементами $J_{nn}^{(1)}(a, c)[1 - 1/D_m]$. Тогда (3) примет вид $[B_0 + \alpha B_2] |a\rangle = |w\rangle$ (4). В отсутствие ошибок, т. е. при $\alpha = 0$, оно переходит в известное уравнение для решения задачи детерминированного синтеза $B_0 |a\rangle = |w\rangle$ (5), которая относится к некорректным задачам математической физики и дает неустойчивое решение. Для получения устойчивого решения можно, например, ограничить число гармоник в разложении искомого АФР или ввести дополнительную информацию о решении, т. е. наложить дополнительные ограничения. В детерминированной теории синтеза антенн ограничения обычно накладываются на норму тока, добротность, чувствительность к случайным ошибкам и т. п. При наличии указанных ограничений вместо (5) получается следующее уравнение: $(B_0 + pA) |a\rangle = |w\rangle$ (6), где p — параметр регуляризации; A — диагональная матрица, которая в частных случаях может быть единичной.

Параметр p , содержащий неопределенный множитель Лагранжа, определяется из условия выполнения ограничений задачи. Последнее приводит к необходимости решения нелинейного уравнения. Параметр p изменяет в требуемой по условиям ограничений мере элементы главной диагонали матрицы и улучшает ее обусловленность. Однако при этом остается неясным вопрос о целесообразном выборе вида функции ограничений (нормы токов, добротности и т. д.), ее допустимом значении, возникают сложности в нахождении множителя Лагранжа и соответственно параметра p .

Физический обоснованный учет случайных ошибок на этапе постановки задачи приводит к уравнению (4), которое аналогично (6). При этом α играет роль параметра регуляризации, а B_2 — роль стабилизирующего функционала, который зависит от радиуса корреляции ошибок.

Аналитически регуляризирующее воздействие ошибок проявляется путем существенного подавления высших (реактивных) гармоник в разложении АФР и фактически к обрыванию ряда для АФР, так как, начиная с некоторого $n \geq N_m$, все амплитуды b_n пренебрежимо малы [3].

Указанное «ограничительное» воздействие ошибок можно использовать для упрощения процедуры вычислений при синтезе. При известных параметрах ошибок α и c можно сразу указать максимальное число членов ряда в разложении синтезируемого

оптимального АФР, которое имеет смысл учитывать. Это максимальное N_m можно найти из условия

$$\alpha \frac{J_{N_m N_m}(a, c)}{\lambda_{N_m}} \geq 10 \quad (7)$$

или для $c \ll 1$

$$\alpha \frac{ac}{\lambda_{N_m} \sqrt{\pi}} \geq 10.$$

С помощью (7) можно также определить те значения α и c , при которых следует ограничиться тем или иным значением N_m .

В работе изучено влияние случайных фазовых ошибок в амплитудно-фазовом распределении антенны на предельное значение ее среднего КНД. Исследование проводилось применительно к линейной непрерывной антенне нормального излучения со случайными фазовыми ошибками. Рассмотрена задача синтеза антенны с максимальным КНД. Случайные ошибки в распределении источников учитывались с самого начала — на этапе постановки задачи синтеза. Показано, что случайные ошибки существенно ослабляют явление сверхнаправленности по КНД, regularизируют решение задачи синтеза. Изучены зависимости значения максимального среднего КНД от параметров случайных ошибок и от длины антенны, выявлены отличия от случая детерминированного синтеза. Установлено, как зависит regularизирующее действие случайных ошибок от их дисперсии и радиуса корреляции. Проведено сравнение «естественной» regularизации, обусловленной неизбежно присутствующими в антенне случайными ошибками, с regularизацией, обеспечиваемой теми или иными ограничениями в детерминированной теории синтеза.

Список литературы: 1. Gilbert E. N., Morgan S. P. Optimum design of directive antenna array subject to random variations//Bell. Syst. Techn. J. 1955. 34, N 3. P. 637—663. 2. Сверхнаправленность в статистической теории антенн/Я. С. Шифрин, В. В. Должиков, В. Ю. Радченко. К., 1988. 140 с. Деп. в УкрНИИТИ 05.01.88, № 86-Ук88. 3. Должиков В. В., Радченко В. Ю. Влияние случайных ошибок в антенне на ее предельный КНД. Часть 1//См. статью в настоящем сборнике.

Поступила в редколлегию 11.07.89

А. В. КОНОВКО, канд. техн. наук, Н. И. ЖУК, канд. техн. наук

РАЗМЕЩЕНИЕ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ПЛАТЕ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УРОВЕНЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Исследование температурных и электромагнитных режимов работы технических систем СВЧ часто приводит к необходимости анализа температурного поля пластин с дискретными источниками теплоты, соединенных между собой высокочастотными помехонесущими связями. Примерами таких конструктивных элементов, выполненных в виде пластин, являются высокочастотные платы, полосковые линии с твердотельными СВЧ-транзисторами, генераторами, лавинопролетными и переключающимися диодами и прочими тепловыделяющими элементами, соединенными между собой помехонесущими связями — проводниками платы.

В общем случае ставится задача размещения заданного количества дискретных источников теплоты на пластине так, чтобы напряженность поля, создаваемая помехонесущими цепями в системе контрольных точек (x_ξ, y_ξ, z_ξ^g) ($\xi=1, 2, \dots, n$), не превышала напередзаданных значений H_ξ^g и E_ξ^g , а температура в полюсах источников приняла свое минимальное значение. В такой постановке задача может быть представлена в виде

$$\min_{W \in G} \kappa(W) = \min_{W \in G} \max_{j \in \{1, m\}} U_j(W), \quad (1)$$

где $\kappa(W)$ — функция цели поставленной задачи; U_j — температурное поле пластины в полюсе j -го источника; G — множество, определяемое системой неравенств

$$\eta_j(x_j, y_j) \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m); \quad (2)$$

$$\varphi_{ij}(x_j, y_j, x_i, y_i) \geq 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, m); \quad (3)$$

$$|\overline{H}_{x,y,z}(x_\xi, y_\xi, z_\xi)| \leq H_{x,y,z}^g(x_\xi, y_\xi, z_\xi); \quad (4)$$

$$|\overline{E}_{x,y,z}(x_\xi, y_\xi, z_\xi)| \leq E_{x,y,z}^g(x_\xi, y_\xi, z_\xi), \quad (5)$$

которые учитывают условия расположения источников в области Ω , условия их взаимного непересечения, а также условия, накладываемые на составляющие напряженности поля в контрольных точках.

Температурное поле пластины, создаваемое дискретными источниками теплоты $S_i \in \Omega$ ($i=1, 2, \dots, m$) и окружающей средой, описывается краевой задачей вида

$$\Delta U - \beta^2 U = -F; \quad (6)$$

$$U|_{\Gamma_1} = f_1; \quad U|_{\Gamma_2} = f_2;$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \nu} + hU \right) \Big|_{\Gamma_3} = f_3, \quad (7)$$

где

$$F = \begin{cases} F_i, & \text{если } (x, y) \in S_i; \\ 0, & \text{если } (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^m S_i (i = 1, 2, \dots, m); \end{cases}$$

f_i — заданная функция на участке Γ_i границы $\Gamma = \bigcup_{i=1}^3 \Gamma_i$, β^2 — коэффициент теплоотвода с поверхности пластины за счет конвекции и излучения.

Основу оценки излучающей способности помехонесущих цепей составляет выбор моделей излучателей, заменяющих реальные «неклассические» излучатели в виде проводов, оплеток кабелей, элементов конструкций. Эффективной моделью является модель в виде системы ортогональных несимметричных диполей [2], позволяющая синтезировать излучатели практически любой конфигурации.

В случае, когда в модели используется несколько ортогональных диполей, результирующее поле является суммой различных составляющих напряженности поля от всех диполей. Суммарное поле произвольной системы ортогональных диполей вычисляется с помощью выражений, приведенных к виду, удобному для использования ЭВМ [2],

$$\bar{E} = 30 \sum_{i=1}^{N_{\beta}} \sum_{\beta=0}^2 \sum_{\gamma=0}^1 \sum_{\delta=0}^1 I_{\beta, i} e^{i\varphi_{\beta i}} a \frac{e^{ikR}}{R} \left(\frac{V}{\rho_1} \right)^B \times$$

$$\times \left[\left(\frac{m}{\rho_1} \right)^B b^{1-\gamma} + C \left(\frac{m^2}{\rho_1 R} - \frac{\rho_1}{ikR^2} \right)^B \left[\frac{m}{R} \left(1 + \frac{1}{ikR} \right) \right]^D \right]; \quad (8)$$

$$\bar{H} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_{\beta}} \sum_{\beta=0}^2 \sum_{\gamma=0}^1 \sum_{\delta=0}^1 I_{\beta, i} e^{i\varphi_{\beta i}} a e^{-ikR} \frac{t}{\rho_1^2} \left(b^{1-\gamma} + C \frac{m}{R} \right), \quad (9)$$

где

$$\bar{E}_x = \bar{E} \text{ при } B = A_4, D = A_1, V = m_1;$$

$$\bar{E}_y = \bar{E} \text{ при } B = A_5, D = A_2, V = m_2;$$

$$\bar{E}_z = \bar{E} \text{ при } B = A_6, D = A_3, V = m_3;$$

$$\bar{H}_x = \bar{H} \text{ при } t = (-1)^{A_1}, (m_2)^{A_1}, (m_3)^{A_1}, A_4;$$

$$\bar{H}_y = \bar{H} \text{ при } t = (-1)^{A_2}, (m_1)^{A_2}, (m_3)^{A_2}, A_5;$$

$$\overline{H_z} = \overline{H} \text{ при } t = (-1)^{A_1}, (m_1)^{A_2}, (m_2)^{A_3}, A_6;$$

$$m_1 = x - x_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_1 l_{\delta,2,i};$$

$$m_2 = y - y_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_2 l_{\delta,1,i};$$

$$m_3 = z - z_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_3 l_{\delta,0,i};$$

$$m = A_1 m_1 + A_2 m_2 + A_3 m_3;$$

$$R = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2};$$

$$\rho_1 = \sqrt{A_4 m_1^2 + A_5 m_2^2 + A_6 m_3^2};$$

$$C = \gamma \frac{(-1)^\delta}{P_{\delta,\beta,i}}; \quad P_{\delta,\beta,i} = \frac{z_{\delta,\beta,i}}{W_{\beta i}};$$

$$a = \frac{P_{\delta,\beta,i}}{\cos kU + iP_{\delta,\beta,i} \sin kU};$$

$$b = -\cos kU - i \frac{\sin kU}{P_{\delta,\beta,i}};$$

$$U = A_1 l_{\delta,2,i} + A_2 l_{\delta,1,i} + A_3 l_{\delta,0,i};$$

$[N_\beta]$ — количество диполей, ориентированных вдоль каждой координатной оси; $\beta=0$ — диполь параллелен оси Z ; $\beta=1$ — диполь параллелен оси Y ; $\beta=2$ — диполь параллелен оси X ; индекс i определяет количество диполей, параллельных данной координатной оси; $x_{\beta i}$, $y_{\beta i}$, $z_{\beta i}$ — координаты точек питания диполей; $l_{\delta,\beta,i}$ — длины вибраторов, причем $\delta=0$, т. е. $l_{0,\beta,i}$ соответствует длине вибратора вдоль положительного направления оси, а $\delta=1$, т. е. $l_{1,\beta,i}$ — вдоль отрицательного; $I_{\beta i} e^{i\psi_{\beta i}}$ — токи в точках питания диполей (для тока вдоль положительного направления оси $\psi_{\beta i}=0$, а вдоль отрицательного $\psi_{\beta i}=\pi$); $Z_{\delta\beta i}$ — нагрузки на концах вибраторов; $W_{\beta i}$ — волновые сопротивления диполей;

$$A_1 = 1/2\beta(\beta - 1); \quad A_2 = \beta(2 - \beta);$$

$$A_3 = 1/2\beta^2 - 3/2\beta + 1; \quad A_4 = -1/2\beta^2 + 1/2\beta + 1;$$

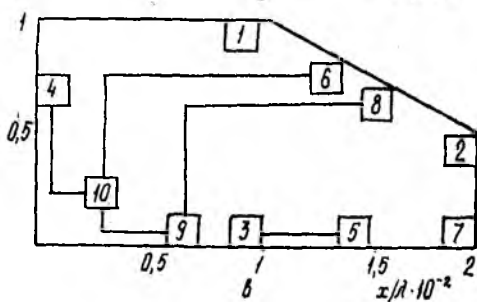
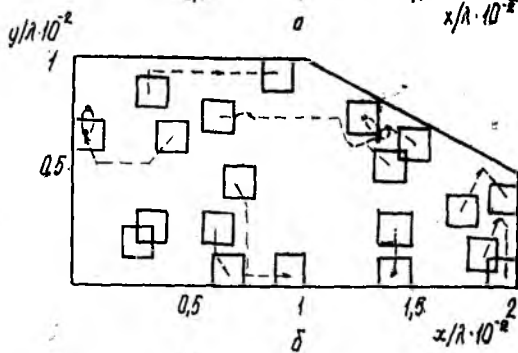
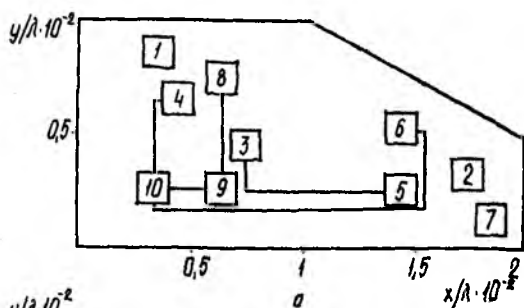
$$A_5 = (\beta - 1)^2; \quad A_6 = 1/2\beta(3 - \beta).$$

Минимизация функции цели $\kappa(W)$ включает в себя как задачу размещения источников теплоты на теплопроводящей пластине, так и решение краевой задачи (6), (7) с последующим определением значения температурного поля в полюсах тепловых источников.

Из доказанных в работе [3] утверждений следует, что функция цели непрерывна на G и достигает на указанном множестве наименьшего значения. Отыскание точек, близких к экстремальным, можно осуществить методом минимизации функции цели по

группам переменных. После отыскания очередного экстремума с учетом ограничений (2), (3) необходимо одним из существующих методов [4; 5] произвести трассировку соединительных цепей, чтобы определить составляющие напряженности поля в системе опасных точек. Составляющие напряженности, создаваемые проводниками высокочастотных плат, ищутся после трассировки в соответствии с выражениями (8), (9).

Для приведенных ниже примеров частота тока в проводниках платы выбрана равной $f = 30$ МГц. Пусть имеется высокочастотная плата, расположенная в плоскости XOY и выполненная в виде прямоугольной пластины со срезом (рисунок). Относительные размеры пластины по осям X и Y равны $X_0/\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ и $Y_0/\lambda = 10^{-2}$ соответственно. Задано десять дискретных источников теплоты, занимающих на пластине области в виде квадратов с относительными размерами $10^{-3} \times 10^{-3}$. Допустимое расстояние между источниками и границей области $r/\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$. Некоторые из источников соединены между собой высокочастотными сигнальными связями. Мощности, а также координаты расположения источников приведены в табл. 1, 2, 3. Предполагаем, что непрерывное рассеяние тепловой энергии в окружающую среду происходит за счет конвекции и излучения, а градиент температуры по толщине пластины не изменяется в силу ее малой толщины по сравнению с другими размерами. Коэффициент теплоотвода β принят равным единице. Требуется таким образом разместить источники на Ω , чтобы минимизировать наибольшее из всех значений температур, контролируемых в полюсах источников, обеспечив при этом заданный уровень напряженности электромагнитного поля в области пластины. Дру-



гими словами, необходимо найти $\min_{W \in G} x(U(x_j, y_j, W))$ на множестве, ограниченном системой неравенств (2), (5). Полюса источников выбраны в центре их симметрии. По проводникам плат текут токи одинаковой частоты, но разные по абсолютному значению.

Температурное поле пластины Ω описывается краевой задачей Дирихле (6), (7). На границе области задана постоянная температура, равная 1. Решение краевой задачи (6), (7) получено структурным методом при 21 координатной функции.

Функция цели (1) минимизировалась по параметрам размещения источников в заданной области.

По своей природе задача является многоэкстремальной, поэтому пример просчитан для трех различных начальных точек.

Интенсивности тепловыделяющих источников, координаты их начального (для трех различных исходных положений) и конечного размещения, а также значения температур в полюсах источников сведены в табл. 1.

Из приведенных расчетов ясно, что из трех вариантов размещения источников, первый оказался наиболее удачным.

Первой начальной точке соответствует размещение источников, изображенное на рисунке (позиция *a*). Размещение источников, полученное в результате работы алгоритма, представлено на рисунке (позиция *в*). На рисунке (позиция *б*) приведена «кинограмма» движения источников в заданной области.

Вторая часть поставленной задачи — это расчет напряженности поля, создаваемого проводниками плат в контрольных точках пластины Ω .

По цепи, соединяющей тепловыделяющие элементы 4, 6, 8, 9 и 10, протекают токи: от элемента 6 к элементу 10 — 4 мА; от элемента 8 к элементу 9 и далее к элементу 10 — 5 мА. Суммируясь в элементе 10, ток в 9 мА течет к элементу 4. Ток, протекающий между элементами 3 и 5, равен 3 мА.

Для каждого полученного решения проводилась трассировка проводников плат с помощью алгоритма Прима [5]. Результаты трассировки для первой начальной точки размещения источников теплоты и для окончательного размещения представлены на рисунке (Позиции *a*, *в*). Из выражений (8), (9) видно, что вибраторы, расположенные в плоскости XOY , создают напряженность электрического поля, которая имеет только две составляющие: \bar{E}_x и \bar{E}_y . Каждый из вибраторов имеет φ -составляющую магнитного поля. Для случая расположения точек контроля в плоскости XOY имеем $\bar{H}_\varphi \equiv \bar{H}_z$. Поэтому поле в области пластины Ω (XOY) имеет лишь три составляющие: \bar{E}_x , \bar{E}_y и \bar{H}_z . Тогда система ограничений (4), (5) примет вид

$$\max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{E}_x(x, y)| \leq E_x^* \quad (10); \quad \max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{E}_y(x, y)| \leq E_y^* \quad (11);$$

$$\max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{H}_z(x, y)| \leq H_z^* \quad (12).$$

В нашем примере $E_x^* = 0,1$ В/М; $E_y^* = 0,15$ В/М; $H_z^* = 1$ мА/М.

Для расчета напряженности поля каждый отрезок проводника ориентирован вдоль одной из осей X или Y в виде симметричного вибратора с центром, расположенным в геометрическом центре проводника. Для обеспечения равенства токов в точках питания диполей и на концах вибраторов

$$P_{0,\beta,i} = P_{1,\beta,i} = -i \operatorname{tg} \frac{ks}{2},$$

где $k = 2\pi/\lambda$; s — плечо вибратора, равное половине физической длины проводника платы. Составляющие напряженности поля в точках контроля рассчитывались по формулам (8), (9).

Таблица 2

№ п/п	Координаты		Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	$x/\lambda, K \cdot 10^{-2}$	$y/\lambda, K \cdot 10^{-2}$	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М
1	0	0	9,499	62,8	0,196	7,048	69,34	0,205	2,481	34,94	0,101
2	0,5	0	57,23	55,56	0,005	12,69	62,85	0,197	16,96	29,57	0,038
3	1	0	12,67	17,40	0,026	23,15	4,272	0,122	33,28	6,219	0,061
4	1,5	0	58,58	35,03	0,181	23,95	49,35	0,139	17,50	32,39	0,081
5	2	0	35,34	61,52	0,174	26,45	66,15	0,188	11,43	33,83	0,091
6	0	0,5	1,144	45,89	0,124	2,101	37,15	0,097	0,771	26,69	0,069
7	0,5	0,5	29,44	16,66	0,326	13,37	9,747	0,109	17,99	27,83	0,005
8	1	0,5	33,9	22,18	0,295	17,76	21,80	0,182	15,55	48,65	0,093
9	1,5	0,5	46,1	31,44	0,140	34,67	13,78	0,317	23,51	17,62	0,049
10	2	0,5	32,37	52,27	0,147	19,25	40,51	0,160	12,13	22,08	0,058
11	0	1	8,310	3,158	0,016	4,360	4,108	0,010	0,376	4,031	0,019
12	0,5	1	62,9	10,96	0,217	8,863	22,75	0,034	26,30	2,970	0,083
13	1	1	66,4	13,69	0,186	24,25	10,57	0,087	68,81	0,319	0,181

В табл. 2 представлены значения составляющих напряженности поля в точках контроля для случая начального размещения. Для случая расположения тепловых источников, полученных в результате работы алгоритма, составляющие напряженности поля сведены в табл. 3. Из приведенных расчетов ясно, что ограничениям (10) — (12) удовлетворяет первый вариант размещения тепловых источников, для которого все составляющие электрического и магнитного полей не превышают заданных значений и, кроме того, температура в полюсах источников теплоты — минимальна.

Таким образом, использование предлагаемого метода позволит в практике проектирования высокочастотных плат снизить нежелательный перегрев элементов и учесть при этом паразитное излучение проводников платы, чтобы в системе контрольных точек оно не превысило критических значений.

№ п/п	Координаты		Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	x/λ $K \cdot 10^{-2}$	y/λ $K \cdot 10^{-2}$	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м
1	0	0	95,20	93,58	0,506	9,837	65,02	0,147	18,92	148,39	1,279
2	0,5	0	23,94	39,23	0,217	149,1	59,91	0,568	139,5	231,8	1,67
3	1	0	46,37	16,45	0,322	57,52	13,51	0,203	196,3	284,8	1,54
4	1,5	0	54,37	94,02	0,298	12,29	63,39	0,032	27,9	292,5	1,35
5	2	0	37,63	102,9	0,292	33,47	71,63	0,216	19,68	211,3	1,31
6	0	0,5	4,575	103,9	0,379	1,498	18,63	0,062	104,3	131,8	0,13
7	0,5	0,5	23,87	53,88	0,090	2,310	1,868	0,359	72,84	22,79	0,39
8	1	0,5	51,68	36,57	0,195	37,81	17,36	0,006	14,59	33,98	0,54
9	1,5	0,5	87,39	37,62	0,171	53,34	27,63	0,177	26,53	20,39	0,531
10	2	0,5	48,05	60,72	0,165	27,27	3,548	0,071	42,27	50,68	0,17
11	0	1	85,01	53,98	0,061	10,52	86,15	0,231	27,89	28,94	0,23
12	0,5	1	34,28	69,26	0,229	134,9	113,7	0,189	129,3	56,84	0,34
13	1	1	29,56	23,68	0,125	50,87	9,592	0,175	88,3	31,58	0,24

Список литературы: 1. Стоян Ю. Г., Пулягин В. П. Размещение источников физических полей. К., 1981. 184 с. 2. Черномордик Д. А. Модель излучателей промышленных помех//Electromagnetic compatibility, Wroclaw, Serj. 1982. Wroclaw, 1982. P. 292—297. 3. Стоян Ю. Т., Чувашов С. И. О непрерывной зависимости поля от параметров размещения источников в некоторых задачах математической физики. Х., 1982. 17 с. Деп. в ВИНТИ, № 743-82. 4. Кузьмин Б. А., Эйдес А. А., Иругов Б. С. Адаптируемые системы автоматизированного проектирования печатных плат. К., 1980. 140 с. 5. Селютин В. А. Машинное конструирование электронных устройств. К., 1977. 384 с.

Поступила в редколлегию 22.09.89

УДК 537.8

В. А. ДИКАРЕВ д-р физ.-мат. наук

ПРИМЕНИМОСТЬ МЕТОДА РИТЦА К ОДНОМУ КЛАССУ ФУНКЦИОНАЛОВ ТЕОРИИ ОБОБЩЕННЫХ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

В статье изучена применимость метода Ритца для расчета спектров одного типа задач теории обобщенных собственных колебаний [1]. В работе [1] развит специальный вариационный аппарат — вариант метода Ритца, сводящий отыскание собственных значений исследуемой граничной задачи к вычислению спектра отвечающего ей функционала. Обоснование применимости этого аппарата ко многим задачам теории обобщенных собственных колебаний было произведено в работе [2]. В данной работе такое обоснование проводится для краевых задач, в которых краевые условия для искомой функции содержат два спектральных параметра. Эти параметры определяют свойства граничной поверх-

ности, например ее прозрачность и потери в ней [1, с. 118—125].
Ниже используются некоторые результаты из работы [2].

Обоснование применимости метода Ритца к указанному типу задач сводится к обоснованию его применимости к функционалу

$$\begin{aligned} \Phi(u, u; \alpha, \beta) = & \int_V [(\nabla u)^2 - k^2 u^2] dV - \\ & - \frac{\alpha}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} + \frac{\partial u^-}{\partial n} \right)^2 ds + \int_{S_{\alpha\beta}} (u^+ - u^-) \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} + \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) ds - \\ & - \frac{\beta}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} - \frac{\partial u^-}{\partial n} \right)^2 ds + \int_{S_{\alpha\beta}} (u^+ + u^-) \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} - \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) ds, \end{aligned} \quad (1)$$

содержащему два спектральных параметра α и β [1, с. 175]. Этот функционал отвечает следующей однородной задаче: $\Delta u + k^2 u = 0$, $u \in V$ (2), где V — объем из R^3 ;

$$\begin{aligned} u^+ - u^- - \alpha \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} + \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) &= 0 \quad \text{на } S_{\alpha\beta}; \\ u^+ + u^- - \beta \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} - \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) &= 0 \quad \text{на } S_{\alpha\beta}; \end{aligned} \quad (3)$$

$S_{\alpha\beta}$ — некоторая поверхность; n — нормаль к ней через u^+ ; u^- , $\frac{\partial u^+}{\partial n}$, $\frac{\partial u^-}{\partial n}$ обозначены значения функции и ее производной $\frac{\partial u}{\partial n}$ по обе стороны $S_{\alpha\beta}$. В область определения функционала (1) входят функции, имеющие вместе со своими нормальными производными разрывы на $S_{\alpha\beta}$. Граничные условия (2), (3) являются для функционала (1) естественными. Соответствующий квадратичному функционалу (1) билинейный функционал имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(u, v; \alpha, \beta) = & \int_V [\nabla u \nabla v - k^2 uv] dv - \\ & - \frac{\alpha}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} + \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) \left(\frac{\partial v^+}{\partial n} + \frac{\partial v^-}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} [(u^+ - u^-) \times \\ & \times \left(\frac{\partial v^+}{\partial n} + \frac{\partial v^-}{\partial n} \right) + (v^+ - v^-) \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} + \frac{\partial u^-}{\partial n} \right)] dS - \frac{\beta}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} - \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\partial v^+}{\partial n} - \frac{\partial v^-}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \left[(u^+ + u^-) \left(\frac{\partial v^+}{\partial n} - \frac{\partial v^-}{\partial n} \right) + (v^+ + v^-) \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\partial u^+}{\partial n} - \frac{\partial u^-}{\partial n} \right) \right] dS. \end{aligned} \quad (4)$$

Определим пространство H , фигурирующее в критерии применимости метода Ритца [2]. Пусть элементами пространства H являются упорядоченные тройки $F = \{f, \hat{g}, \tilde{g}\}$, где f пробегает все $H_1(V)$ а \hat{g}, \tilde{g} принимают независимо друг от друга любые значения из $H_0(S_{\alpha\beta})$. Здесь $H_1(V)$, $H_0(S_{\alpha\beta})$ — соболевские пространства функции, определенных соответственно на V и $S_{\alpha\beta}$ [1; 3]

$$(F_1, F_2) = (f_1, f_2)_{H_1(V)} + (\hat{g}_1, \hat{g}_2)_{H_0(S_{\alpha\beta})} + (\tilde{g}_1, \tilde{g}_2)_{H_0(S_{\alpha\beta})}.$$

Установим, что множество точек из H вида

$$\left\{ h, \left(\frac{\partial h^+}{\partial n} - \frac{\partial h^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}}, \left(\frac{\partial h^+}{\partial n} + \frac{\partial h^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}} \right\}, \quad (5)$$

где h — гладкая в $V/S_{\alpha\beta}$ функция, имеющая конечные предельные значения нормальных производных

$$\frac{\partial h^+}{\partial n}, \frac{\partial h^-}{\partial n} \text{ на } S_{\alpha\beta},$$

плотно в пространстве H . С этой целью параметризуем некоторую окрестность $S_{\alpha\beta}$ в H координатами τ_1, τ_2, τ_3 ($-a \leq \tau_3 \leq a$). Ограничимся доказательством того, что множество точек (5) плотно в множестве троек вида $\{0, b, c\}$, где $b = b(\tau_1, \tau_2)$; $c = c(\tau_1, \tau_2)$ — гладкие на $S_{\alpha\beta}$ функции. Остальная часть доказательства основывается на тех же соображениях, что и в работе [2]. Обозначим через $\varphi_1(\tau_3)$, $\varphi_2(\tau_3)$ четную и нечетную функции, совпадающие при $\tau_3 > 0$ с гладкой на положительной полуоси функцией $\varphi(\tau_3)$, равной нулю при $\tau_3 \geq a$, такой, что $\varphi'(+0) = 1/2$. Любой тройке $\{0, b, c\}$ (b и c — гладкие на $S_{\alpha\beta}$) сопоставим тройку

$$\left\{ \varphi_\delta, \left(\frac{\partial \varphi_\delta^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_\delta^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}}, \left(\frac{\partial \varphi_\delta^+}{\partial n} + \frac{\partial \varphi_\delta^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}} \right\}, \quad (6)$$

где

$$\varphi_\delta = \delta \left[\varphi_1 \left(\frac{\tau_3}{\delta} \right) b(\tau_1, \tau_2) + \varphi_2 \left(\frac{\tau_3}{\delta} \right) c(\tau_1, \tau_2) \right].$$

При таком выборе φ_δ

$$\frac{\partial \varphi_\delta^+}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_\delta^-}{\partial n} = b, \quad \frac{\partial \varphi_\delta^+}{\partial n} + \frac{\partial \varphi_\delta^-}{\partial n} = c.$$

Поэтому, при достаточно малых δ , тройка (6) будет ε -аппроксимировать (в метрике пространства H) тройку $\{0, b, c\}$, что и требовалось проверить.

Продолжим исследование функционала (1). Свяжем с ним функционал

$$\begin{aligned}
 L(V_1, V_2, \alpha, \beta) = & \int_V (\nabla u_1 \nabla u_2 - k^2 u_1 u_2) dV - \frac{\alpha}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \tilde{u}_{n_1} \tilde{u}_{n_2} dS + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} [(u_1^+ - u_2^-) \tilde{u}_{n_1} + (u_2^+ - u_2^-) u_{n_1}] dS - \frac{\beta}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \tilde{u}_{n_1} \hat{u}_{n_2} dS + \\
 & + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} [(u_1^+ + u_2^-) \hat{u}_{n_1} + (u_2^+ + u_2^-) \hat{u}_{n_2}] dS, \quad V_i = \{u_i, \hat{u}_{n_i}, \tilde{u}_{n_i}\}, \\
 & i = 1, 2. \tag{7}
 \end{aligned}$$

Положим

$$\begin{aligned}
 \Phi_0(V_1, V_2; \alpha, \beta) = & \int_V (\nabla u_1 \nabla u_2 + u_1 u_2) dV - \frac{\alpha}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \tilde{u}_{n_1} \tilde{u}_{n_2} dS - \\
 & - \frac{\beta}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \hat{u}_{n_1} \hat{u}_{n_2} dS. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Через $\Phi_1(V_1, V_2; \alpha, \beta)$ обозначим сумму слагаемых из (7), не вошедших в (8). Функционал Φ_0 ограничен, а функционал Φ_1 компактен. Обозначим через

$$A, -\frac{1}{2} \alpha B, -\frac{1}{2} \beta C \tag{9}$$

слагаемые в правой части (8).

Проверим, что если тройка комплексных чисел (9) лежит по одну сторону от некоторой прямой, проходящей через нуль, то спектр функционала (7) может быть вычислен методом Ритца. Пусть γ , $|\gamma|=1$ — комплексное число, такое, что

$$\min \left\{ \operatorname{Re} \gamma, \frac{1}{2} \operatorname{Re} \alpha \gamma, -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \beta \gamma \right\} = D > 0.$$

В этом случае

$$\begin{aligned}
 |\Phi_0(V, \bar{V})| = |\gamma \Phi_0(V, \bar{V})| \geq \operatorname{Re} \gamma \Phi_0 = A \operatorname{Re} \gamma + B \frac{1}{2} \operatorname{Re} \alpha \gamma + \\
 + C \operatorname{Re} \left(-\frac{1}{2} \beta \gamma \right) \geq D(A + B + C) = D \|V\|_H^2,
 \end{aligned}$$

где $\|V\|_H$ — норма функции V в H . Таким образом, форма $\Phi_0(V, \bar{V})$ удовлетворяет условию

$$|\Phi_0(u, \bar{u}; \lambda) \geq \tau \|U\|_H^2 \tag{10}$$

применимости к функционалу L метода Ритца. Отсюда в силу критерия применимости метода Ритца [2, с. 20] получаем, что спектр функционала (7) может быть вычислен методом Ритца.

Если тройка (9) не лежит по одну сторону от некоторой прямой (проходящей через нуль), то условие (10) не имеет места. Сходимость метода Ритца для этого случая не изучена.

Обозначим через $V = \{u, \hat{u}_n, \tilde{u}_n\}$, стационарный элемент функционала (7). В этом случае $u, \hat{u}_n, \tilde{u}_n$ — гладкие функции и форма $L(V, V_1; \alpha, \beta)$ обращается в нуль для всех $V_1 \in H$. Учитывая это, положим в выражении для $L(V, V_1; \alpha, \beta)$:

$$\begin{aligned} & \int_V (\Delta U + K^2 U) U_1 dV + \int_{S_{\alpha\beta}} U_1^+ \frac{\partial U^+}{\partial n} dS - \int_{S_{\alpha\beta}} U_1^- \frac{\partial U^-}{\partial n} dS + \\ & + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} [(U^+ - U^-) \tilde{U}_{n_1} + (U_1^+ + U_1^-) \tilde{U}_n] dS - \frac{\alpha}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \hat{U}_n \hat{U}_{n_1} dS - \\ & - \frac{\beta}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} \tilde{U}_n \tilde{U}_{n_1} dS + \frac{1}{2} \int_{S_{\alpha\beta}} [(U^+ + U^-) \hat{U}_{n_1} + (U_1^+ + U_1^-) \tilde{U}_n] dS = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$U_1|_{S_{\alpha\beta}} = \hat{U}_{n_1} = \tilde{U}_{n_1} = 0$. Тогда $\Delta U + K^2 U = 0$ в V (12). Далее, полагая в (11)

$$(U_1^+ + U_1^-)|_{S_{\alpha\beta}} = \hat{U}_{n_1} = \tilde{U}_{n_1} = 0, \quad (U_1^+ - U_1^-)|_{S_{\alpha\beta}} = \hat{U}_{n_1} = \tilde{U}_{n_1} = 0,$$

получим соответственно

$$\tilde{U}_n = \left(\frac{\partial U^+}{\partial n} + \frac{\partial U^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}}, \quad \hat{U}_n = \left(\frac{\partial U^+}{\partial n} - \frac{\partial U^-}{\partial n} \right) \Big|_{S_{\alpha\beta}}. \quad (13)$$

Наконец, рассмотрим (11) при

$$\hat{U}_{n_1} = \tilde{U}_1|_{S_{\alpha\beta}} = 0, \quad \tilde{U}_{n_1} = U_1|_{S_{\alpha\beta}} = 0.$$

Отсюда имеем на $S_{\alpha\beta}$:

$$U^+ - U^- - \alpha \left(\frac{\partial U^+}{\partial n} + \frac{\partial U^-}{\partial n} \right) = 0; \quad U^+ + U^- - \beta \left(\frac{\partial U^+}{\partial n} - \frac{\partial U^-}{\partial n} \right) = 0.$$

Из (12) — (14) видно, что спектры функционалов (4) и (7) совпадают и первый член U стационарной тройки функционала (7) является стационарной функцией функционала (4). Так как множество троек вида (5) плотно в H , при составлении аппроксимативных уравнений Ритца для функционала (4) можно использовать подпространства E_n , элементами которых являются тройки

вида (5). Таким образом, спектр исследуемого функционала (1) может быть вычислен методом Ритца.

Подчеркнем, что в качестве координатных функций f , порождающих подпространства E_n , можно брать любые элементы из H . Требуется лишь выполнение условия $E_n = \overline{E_n}$, означающего, что если $f \in E_n$, то и $\bar{f} \in E_n$. Здесь \bar{f} — функция, комплексно сопряженная с f .

В заключение отметим, что параметры α и β могут быть функциями от координат граничной поверхности $S_{\alpha\beta}$. Это означает, что поверхность, на которой происходит рассеяние, имеет переменную прозрачность. Метод Ритца для вычисления собственных колебаний исследуемой краевой задачи применим и в этом случае. По-прежнему требуется лишь выполнение условия, состоящего в том, чтобы комплексные величины (9) лежали по одну сторону от некоторой прямой, проходящей через нуль.

Список литературы: 1. Войтович Н. Н., Каценелебаум Б. З., Сивов А. Н. Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. М., 1977. 416 с. 2. Дикарев В. А. Метод Ритца в теории обобщенных собственных колебаний // Радиотехника и электроника. 1981. 26, № 1. С. 18—26. 3. Треногин В. А. Функциональный анализ. М., 1980. 496 с.

Поступила в редколлегию 04.05.89

УДК 621.396.67

А. С. ПОСОХОВ

РАСЧЕТ МНОГОМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДВУХПОЛЮСНИКОВ

Одним из перспективных подходов к анализу нелинейных систем, нашедших в последнее время широкое применение и в нашей стране и за рубежом, является использование математического аппарата рядов Вольтерра [1—6]. При таком подходе отклик нелинейной системы на внешнее воздействие, как известно, представляется одноименным функционалом. Следует отметить два момента, касающиеся применения математического аппарата рядов Вольтерра. Во-первых, такой подход наиболее отвечает случаю умеренных возбуждений, когда режим работы нелинейных элементов с достаточной степенью точности описывается коротким степенным рядом (3—5 членов ряда). Во-вторых, отыскание ядер функционалов Вольтерра — задача в большей степени аналитическая, так как вопрос экспериментального их определения решается довольно сложно [2; 3]. Это объясняется прежде всего тем, что при зондировании нелинейной системы пробными сигналами различные компоненты ее отклика на внешнее воздействие могут быть представлены одной и той же комбинационной частотой, что не позволяет однозначно интерпретировать результаты эксперимен-

та. Следовательно математический аппарат рядов Вольтерра — аппарат в большей степени аналитический и для его использования желательно иметь какие-либо математические модели всех элементов системы, в том числе нелинейных.

В статье рассматривается построение математических моделей некоторых типов нелинейных элементов, которые строятся на базе рядов Вольтерра. При этом доведен до логического завершения наиболее сложный элемент построения математической модели — даются соотношения для расчета ядер функционалов Вольтерра (многомерных параметров нелинейных двухполюсников [2]). Модель ориентирована на использование ее в структурно-матричном методе анализа систем с нелинейными элементами [7]. В этой же работе выводятся соотношения для расчета многомерных S -параметров некоторых типов нелинейных двухполюсников. Поэтому в настоящей статье рассмотрен вывод только многомерных Y -и Z -параметров, а соотношения для расчета многомерных S -параметров приводятся в готовом виде.

Для решения поставленной задачи использовался метод гармонических испытательных сигналов.

Итак, рассмотрим нелинейный двухполюсник, ток и напряжение на клеммах которого связаны каким-либо из приведенных ниже полиномиальных рядов:

нелинейная резистивная проводимость

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n v^n(t), \quad (1)$$

нелинейная емкость

$$i(t) = \frac{\partial}{\partial t} \sum_{n=1}^{\infty} q_n v^n(t), \quad (2)$$

нелинейная индуктивность

$$i(t) = \int_{-\infty}^t \sum_{n=1}^{\infty} q_n v^n(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где $i(t)$ — ток, протекающий через нелинейный двухполюсник; $v(t)$ — напряжение на клеммах двухполюсника; q_i — коэффициенты степенного ряда.

Если для описания функционирования нелинейного двухполюсника применить математический аппарат рядов Вольтерра, то его отклик на внешнее воздействие может быть представлен в виде одного из следующих функционалов в зависимости от того, какую систему многомерных параметров использовать:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int Y_n(\bar{f}_{1,n}) \prod_{p=1}^n U(f_p) e^{j2\pi t(f_1 + \dots + f_n)} df_p; \quad (4)$$

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int Z_n(\bar{f}_{1,n}) \prod_{p=1}^n I(f_p) e^{j2\pi t(f_1 + \dots + f_n)} df_p; \quad (5)$$

$$\beta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int S_n(\bar{f}_{1,n}) \prod_{p=1}^n a(f_p) e^{j2\pi t(f_1 + \dots + f_n)} df_p, \quad (6)$$

где $Y_n(\bar{f}_{1,n})$, $Z_n(\bar{f}_{1,n})$, $S_n(\bar{f}_{1,n})$ — соответственно многомерные Y -, Z - и S -параметры, характеризующие двухполюсник; $U(f_p)$, $I(f_p)$ и $a(f_p)$ — преобразование Фурье от $v(t)$, $i(t)$ и $\alpha(t)$; $\alpha(t)$ и $\beta(t)$ — падающая и отраженная волны в сечении клемм двухполюсника; $(\bar{f}_{1,n})$ — краткая запись выражения (f_1, f_2, \dots, f_n) ; \int — обозначение $\int \int \dots \int$.

Задача состоит в том, чтобы определить для каждого из приведенных выше типов нелинейных двухполюсников (см. выражения (1), (2) или (3)) соотношения, связывающие многомерные Y -, Z - или S -параметры с коэффициентами q_i .

Вначале сделаем это для многомерных Z -параметров. Воспользовавшись методом гармонических испытательных сигналов, предположим, что протекающий через двухполюсник ток имеет вид

$$i(t) = e^{j2\pi f_1 t} + \dots + e^{j2\pi f_m t}. \quad (7)$$

Преобразование Фурье от (7) выглядит следующим образом:

$$I(f) = \delta(f - f_1) + \dots + \delta(f - f_m). \quad (8)$$

Подставим (8) в (5) и вычислим интегралы с учетом свойств δ -функций:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \int Z_n(\bar{f}_{1,n}) \prod_{p=1}^n \left[\sum_{i=1}^m \delta(f_p - f_i) \right] e^{j2\pi f_p t} df_p = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k_1=1}^m \dots \sum_{k_n=1}^m Z_n(\bar{f}_{k_1, k_n}) e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}. \end{aligned} \quad (9)$$

Далее выражение (9) подставим в правую часть соотношения (1):

$$\sum_{n=1}^{\infty} q_n v^n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left\{ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k_1=1}^m \dots \sum_{k_p=1}^m Z_p(f_{k_1, k_p}) e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_p})} \right\}^n = R_1, \quad (10)$$

где

$$R_1 = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \sum_{p_1=1}^{\infty} \sum_{k_1^1=1}^m \dots \sum_{k_{p_1}^1=1}^m \sum_{p_2=1}^{\infty} \sum_{k_1^2=1}^m \dots \sum_{k_{p_2}^2=1}^m \dots \sum_{p_{n-1}=1}^{\infty} \sum_{k_1^{n-1}=1}^m \dots \sum_{k_{p_{n-1}}^{n-1}=1}^m \dots$$

$$\dots \sum_{k_{p_n}^n=1}^m Z_{p_1}(\bar{f}_{k_1^1, k_{p_1}^1}) Z_{p_2}(\bar{f}_{k_1^2, k_{p_2}^2}) \dots Z_{p_n}(\bar{f}_{k_1^n, k_{p_n}^n}) e^{j2\pi t(f_{k_1^1}^1 + \dots + f_{k_{p_n}^n}^n)}.$$

Таким образом, с учетом (7) и (10) выражение (1) приводится к виду

$$\sum_{i=1}^m e^{i2\pi f_i t} = R_1. \quad (11)$$

Если провести аналогичные преобразования для выражения (2) или (3), то перед правой частью (11) в результате дифференцирования в (2) или интегрирования в (3) появляется множитель. Для нелинейной емкости — $j2\pi(f_{k_1^1}^1 + \dots + f_{k_{p_n}^n}^n)$, а для нелинейной индуктивности — $1/j2\pi(f_{k_1^1}^1 + \dots + f_{k_{p_n}^n}^n)$. Введем коэффициент K перед правой частью (11), который определяется следующим образом:

$$K = \begin{cases} 1 & \text{— нелинейная резистивная проводимость;} \\ j2\pi(f_{k_1^1}^1 + \dots + f_{k_{p_n}^n}^n) & \text{— нелинейная емкость;} \\ 1/j2\pi(f_{k_1^1}^1 + \dots + f_{k_{p_n}^n}^n) & \text{— нелинейная индуктивность.} \end{cases}$$

В модифицированном виде соотношение (11) универсально и может быть использовано при рассмотрении любого из трех исходных типов нелинейной зависимости тока от напряжения.

Для конкретного значения $n=t$ осталось приравнять коэффициенты при одинаковых экспонентах в левой и правой частях модифицированного соотношения (11), получив тем самым исходное уравнение для определения многомерного Z -параметра $Z_t(f_1, \dots, f_t)$ порядка t .

Для $n=1$ имеем $1 = q_1 K Z_1(f)$ (12), откуда $Z_1(f) = 1/K q_1$ (13).

Примечательно, что полученное выражение для расчета многомерного Z -параметра первого порядка полностью совпадает с известными из линейной теории цепей соотношениями.

Соотношение для расчета многомерных Z -параметров более высоких порядков ($n \geq 2$) получим, приравняв коэффициенты при экспонентах с одинаковыми степенями в левой и правой частях соотношения (11) для $n=t \geq 2$ и отделив в правой части слагаемое, содержащее многомерный Z -параметр порядка t , от осталь-

ных слагаемых, содержащих многомерные параметры порядка ниже, чем t :

$$0 = t! K q_1 Z_t(f_1, \dots, f_t) + K R_2, \quad (14)$$

где

$$R_2 = \sum_{n=2}^t q_n \sum_{p_1=1}^{t-n+1} \sum_{k_1^1=1}^t \dots \sum_{k_{p_1}^1=1}^t \sum_{p_2=1}^{t-n+1} \sum_{k_1^2=1}^t \dots$$

$$\dots \sum_{k_{p_2}^2=1}^t \dots \sum_{p_n=1}^{t-n+1} \sum_{k_1^n=1}^t \dots \sum_{k_{p_n}^n=1}^t Z_{p_1}(f_{k_1^1, k_1^1}) \times$$

$$\times Z_{p_2}(f_{k_1^2, k_1^2}) \dots Z_{p_n}(f_{k_1^n, k_1^n}); \quad \sum_{i=1}^n p_i = t, \quad k_1^1 \neq k_1^2 \neq \dots \neq k_1^n.$$

Из соотношения (14) легко определить многомерный Z -параметр $Z_t(f_1, \dots, f_t)$ порядка t :

$$Z_t(f_1, \dots, f_t) = -R_2/t!q_1 = -R_3/q_1, \quad (15)$$

где $R_3 = R_2/t!$.

Для вывода аналогичных соотношений, позволяющих рассчитать многомерные Y -параметры, также воспользуемся методом гармонических испытательных сигналов и представим, что напряжение $v(t)$ на клеммах нелинейного двухполюсника имеет вид

$$v(t) = e^{j2\pi f_1 t} + \dots + e^{j2\pi f_m t}. \quad (16)$$

Преобразование Фурье из (16) выглядит следующим образом:

$$U(f) = \delta(f - f_1) + \dots + \delta(f - f_m). \quad (17)$$

Подставим (17) и (4) и вычислим интегралы с учетом свойств δ -функций:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Y_n(\bar{f}_{1,n}) \prod_{p=1}^n \left[\left[\sum_{i=1}^m \delta(f_p - f_i) \right] e^{j2\pi f_p t} df_p \right] =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k_1=1}^m \dots \sum_{k_n=1}^m Y_n(\bar{f}_{k_1, k_n}) e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}. \quad (18)$$

С другой стороны, для нелинейной резистивной проводимости, например, можно записать, используя соотношение (1), выражение для тока $i(t)$, протекающего через двухполюсник:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \left[e^{j2\pi f_1 t} + \dots + e^{j2\pi f_m t} \right]^n =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} q_n \sum_{k_1=1}^m \sum_{k_2=1}^m \dots \sum_{k_n=1}^m e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}. \quad (19)$$

Для других типов нелинейных двухполюсников выражения (2), (3) преобразуются следующим образом: для нелинейной емкости

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \sum_{k_1=1}^m \sum_{k_2=1}^m \dots \sum_{k_n=1}^m j2\pi(f_{k_1} + \dots + f_{k_n}) e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}, \quad (20)$$

для нелинейной индуктивности

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \sum_{k_1=1}^m \sum_{k_2=1}^m \dots \sum_{k_n=1}^m \frac{e^{j2\pi t(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}}{j2\pi(f_{k_1} + \dots + f_{k_n})}. \quad (21)$$

Далее, сопоставляя (19), (20) и (21) с (18) и приравнявая коэффициенты при экспонентах с одинаковыми степенями в этих выражениях, можно записать для резистивной нелинейной проводимости

$$Y_n(\bar{f}_{1,n}) = q_n, \quad (22)$$

для нелинейной емкости

$$Y_n(\bar{f}_{1,n}) = j2\pi(f_1 + \dots + f_n) q_n, \quad (23)$$

для нелинейной индуктивности

$$Y_n(\bar{f}_{1,n}) = q_n / j2\pi(f_1 + \dots + f_n). \quad (24)$$

Или, используя ранее введенный коэффициент K , будем иметь

$$Y_n(\bar{f}_{1,n}) = K q_n. \quad (25)$$

Методика получения соотношений для расчета многомерных S -параметров изложена в работе [7]. Мы же приведем эти соотношения в готовом виде:

$$S_1(f) = (1 - Kq_1)/(1 + Kq_1); \quad S_t(\bar{f}_{1,t}) = -R_4/t!(q_1 + 1/K), \quad (26)$$

где

$$R_4 = \sum_{n=1}^{\infty} q_n \sum_{p_1=1}^{\infty} \sum_{k_1^1=1}^m \dots \sum_{k_{p_1}^1=1}^m \sum_{p_2=1}^{\infty} \sum_{k_1^2=1}^m \dots \sum_{k_{p_2}^2=1}^m \dots \sum_{p_{n-1}=1}^{\infty} \sum_{k_1^{n-1}=1}^m \dots$$

$$\dots \sum_{k_{p_n}^n=1}^m S'_{p_1}(\bar{f}_{k_1^1, k_{p_1}^1}) \times S'_{p_2}(\bar{f}_{k_1^2, k_{p_2}^2}) \dots S'_{p_n}(\bar{f}_{k_1^n, k_{p_n}^n});$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = t, \quad k_1^1 \neq k_2^1 \neq \dots \neq k_{p_n}^n;$$

$$S'_n(\bar{f}_{1,n}) = \begin{cases} 1 + S_1(f), & \text{для } n = 1; \\ S_n(\bar{f}_{1,n}), & \text{для } n \geq 2. \end{cases}$$

Анализируя полученные соотношения, для расчета многомерных параметров нелинейного двухполюсника, отметим следующее: многомерные Y -параметры нелинейного двухполюсника любого порядка n определяются единственным коэффициентом полиномиального ряда q_n ; многомерные параметры нелинейной резистивной проводимости частотно независимы. Ввиду этого выражения для указанного расчета можно упростить:

$$Z_t = -\frac{1}{q_1} \sum_{n=2}^t q_n \sum_{p_1=1}^{t-n+1} \sum_{p_2=p_1}^{t-n+1} \dots \sum_{p_n=p_{n-1}}^{t-n+1} C(n; p_1, p_2, \dots, p_n) \times \\ \times Z_{p_1} \cdot Z_{p_2} \dots Z_{p_n};$$

$$S_t = -\frac{1}{q_1 + 1} \sum_{n=2}^t q_n \sum_{p_1=1}^{t-n+1} \dots \sum_{p_n=p_{n-1}}^{t-n+1} C(n; p_1, p_2, \dots, p_n) \times \\ \times S'_{p_1} \cdot S'_{p_2} \dots S'_{p_n},$$

где

$$C(n; p_1, p_2, \dots, p_n) = \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_s!}; \quad \sum_{i=1}^n p_i = t; \quad (27)$$

s — число групп одинаковых индексов p_i ; m_i — количество одинаковых индексов в i -й группе; многомерные Z - и S -параметры рассеяния порядка больше первого считаются по однотипным выражениям, поэтому для их вычисления может быть применена единая методика. Она заключается в том, что весь расчет многомерного параметра n -го порядка разбивается на ряд этапов. На первом этапе считаются многомерные параметры рассеяния первого порядка по соответствующим соотношениям, на втором — параметры второго порядка и т. д. На всех последующих этапах используются те же соотношения, что и на втором. При этом для расчета многомерного параметра i -го порядка ($2 \leq i \leq n$) на i -м этапе используются многомерные параметры меньших, чем i , порядков, посчитанные на предварительных этапах. Эта методика, основанная на свойстве рекуррентности исходных выражений, положена в основу при разработке пакета прикладных программ (ППП) расчета многомерных параметров нелинейных двухполюсников на ЭВМ. Указанный ППП реализован на алгоритмическом языке Фортран-4. Программирование многократных сумм с меняющейся в ходе расчетов кратностью выполнено на базе алгоритма [8]. Исходными данными для расчета являются тип и коэффициенты полиномиального ряда, аппроксимирующего вольт-амперную характеристику нелинейного двухполюсника, тип и порядок рассчитываемых многомерных параметров, частоты входных воздействий.

Итак, изложенная методика расчета многомерных параметров нелинейных двухполосников является составной частью структурно-матричного метода анализа систем с нелинейными элементами (см. [7]).

Список литературы: 1. Богданович Б. М. Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах. М., 1980. 224 с. 2. Зайцев А. Н. Многомерные параметры рассеяния и их применение для исследования нелинейных микроэлектронных СВЧ-устройств: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Горький, 1980. 24 с. 3. Бусоганг Ю., Эрман Л., Грейам Д. Анализ нелинейных систем при воздействии нескольких входных сигналов//ТИИЭР. 1974. 62, № 8. С. 56—92. 4. Трушин С. В. Вопросы использования аппарата функциональных рядов Вольтерра в задачах анализа усилителей и преобразователей частоты/Новосибир. электротехн. ин-т. Новосибирск, 1983. 55 с. Деп. в ВИНТИ 12.05.83, № 2538—83. 5. Данилов А. В., Конник С. И., Шеслер А. А. Применение рядов Вольтерра—Пикара для анализа, синтеза и идентификации цепей//Электрон. моделирование. 1984. 6, № 4. С. 27—32. 6. Ильин В. Н., Жигалов И. Е., Ланцов В. Н. Методы автоматизации схемотехнического проектирования нелинейных радиотехнических цепей (обзор)//Изв. вузов. Радиоэлектрон. 1985. 28, № 6. С. 7—17. 7. Шифрин Я. С., Лучанинов А. И., Посохов А. С. Матричный метод анализа антенн с нелинейными многополосниками при периодическом или почти периодическом воздействии/Харьк. ин-т. радиоэлектроники. Х., 1986. 54 с. Деп. в УкрНИИНТИ 25.06.86, № 1456-Ук. 86. 8. Посохов А. С. Об одном алгоритме, используемом при работе с аппаратом рядов Вольтерра//Харьк. ин-т. радиоэлектроники. Х., 1985. 9 с. Деп. в УкрНИИНТИ 20.04.85. № 787 Ук-85.

Поступила в редколлегию 06.03.89

УДК 621.385

М. П. КУХТИН, В. П. ЛОБАЧЕВ, канд. физ.-мат. наук

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ИЗМЕРЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ СВЧ-РЕЗОНАТОРОВ ДЕКРЕМЕНТНЫМ МЕТОДОМ

При производстве измерений добротности СВЧ-резонаторов методом декремента затухания основными источниками случайных погрешностей измерений являются: нестабильность частоты СВЧ-источника; точность определения временного интервала и отношений уровней мощности, связанные выражением [1]

$$\frac{\delta Q}{Q} = \frac{\delta f_0}{f_0} + \frac{\delta \tau}{\tau} \frac{1}{l\pi} \frac{p_1}{p_2} \delta \left(\frac{p_1}{p_2} \right), \quad (1)$$

где $\frac{\delta Q}{Q}$, $\frac{\delta f_0}{f_0}$, $\delta \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$, $\frac{\delta \tau}{\tau}$ — относительные погрешности измерения добротности, резонансной частоты, уровней мощности и временного интервала.

С другой стороны, известно, что метод декремента имеет ограничение снизу на значение измеряемой добротности. Это ограничение связано с длительностью процесса затухания измеряемого ре-

зонатора Δt , которая должна быть примерно на порядок выше длительности переходных процессов Δt в измерительной установке. При отклонении от этого условия появляются источники систематических погрешностей, и оценка погрешности измерения установивши до (1) дает заниженные значения ее реальной величины.

Анализу соотношения между длительностью процесса затухания измеряемого резонатора и длительностью переходного процесса в измерительной установке, характеру и величине систематической погрешности и выработке рекомендаций по выбору параметров устройства для снижения систематической погрешности посвящена настоящая работа.

При «мгновенном» выключении источника СВЧ-колебаний огибающая затухающего процесса имеет вид экспоненты. Связь между стационарным значением энергии ω_0 , частотой ω , добротностью Q и временем t имеет вид [2] $\omega(t) = \omega_0 e^{-\omega/Qt}$ (2).

В реальной измерительной установке время выключения имеет конечную величину, конкретную для данной установки и определяемую параметрами ее переключающих элементов. Поэтому энергия накачки резонатора ω_0 исчезает не сразу, а продолжает действовать на колебательную систему в течение некоторого времени Δt с момента начала затухающего процесса, т. е. фактически начало затухающего процесса растянуто во времени на величину Δt . Если $\Delta t \ll \Delta \tau$, влиянием переходного процесса можно пренебречь, считая выключение источника квазимгновенным. Если это условие не выполняется, характер затухающего процесса будет искажаться.

Технически выключение источника, как правило клистрона, осуществляется наложением импульса с крутым фронтом на отражатель клистрона. Крутизна фронта импульса совместно с наличием паразитных емкостей фактически определяют Δt . Растянута во времени момента выключения можно представить как процесс быстрого прохождения частоты генератора через полосу резонатора.

Для количественной оценки искажений затухающих колебаний можно воспользоваться математическим выражением, описывающим затухающий процесс в резонаторе при быстром прохождении частоты генератора через полосу резонатора [3].

Модуль отраженной от резонатора волны в этом случае имеет вид

$$|B|^2 = 1 + 2\sqrt{\pi}(2C - D) \cos\left(\theta^2 - \frac{\pi}{4}\right) e^{-x} + (2C - D)^2/4\theta^2 - \\ - (2C - D)^2\sqrt{\pi} \cos\left(\theta^2 - \frac{\pi}{4}\right) e^{-x/\theta} - \pi(2C - D)^2 e^{-2x}, \quad (3)$$

где $\theta = \sqrt{at}$; $D = \omega_0/2\theta\sqrt{a}$; $C = 1/Q$, $x = D\theta$;

ω_0 — резонансная частота резонатора.

Это выражение описывает колебания промежуточной частоты (ПЧ), выделяющееся на детекторе при быстром прохождении час-

тоты генератора через полосу резонатора. Анализ выражения показывает, что колебания ПЧ имеют переменный период из-за квадратичной зависимости аргумента косинуса и несимметричный вид из-за наличия двух времязависимых членов (не считая единицы), имеющих непериодичный характер и входящих в выражение (3) с разными знаками.

Графики затухающих колебаний для $\alpha=10^{14}$ с⁻² и трех значений добротности представлены на рис. 1. Оба колебательных про-

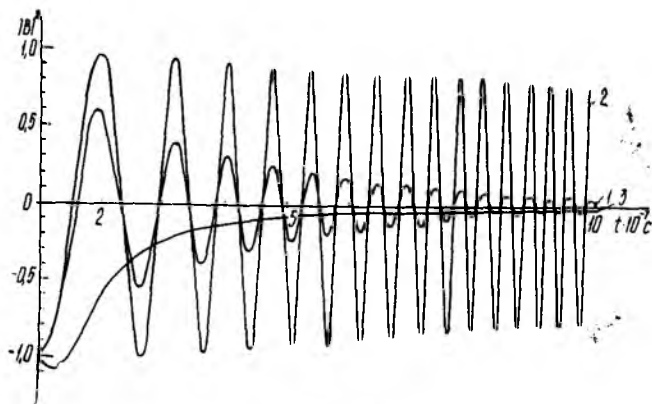


Рис. 1

цесса имеют переменный период ПЧ. Но если на колебательном процессе 1, соответствующем нагруженной добротности $Q=10^4$ и резонансной частоте $f_0=9,845 \cdot 10^9$ Гц хорошо видна асимметрия колебаний ПЧ, то на колебательном процессе 2, соответствующем большей добротности ($Q=10^5$), асимметрия выражена слабо.

Анализ составляющих выражения (3) показал, что с ростом Q значение аperiодических членов, ответственных за асимметрию, быстро уменьшается и при $Q=10^8$ по порядку величины составляет 10^{-12} и 10^{-9} .

Скорость выключения $\alpha=d\omega/dt$ обратно пропорциональна времени выключения Δt . Расчет показал, что при увеличении скорости переключения на порядок ($\alpha=10^{15}$ с⁻²) асимметрия затухающих колебаний графика 1 уменьшилась до асимметрии графика 2. При этом период ПЧ-колебаний уменьшился почти на порядок.

Наличие асимметрии приводит к появлению систематических погрешностей, которые, как известно, ранее не учитывались. В этой связи был проведен расчет степени отклонения огибающей затухающих колебаний от экспоненты. Экспонента e^{-x} нормировалась на амплитуду огибающей в начале координат. Результаты расчета приведены на рис. 2. Кривая 1 представляет расчетную экспоненту, а кривая 2 — нижнюю огибающую затухающих колебаний для $\alpha=10^{14}$ с⁻² при добротности $Q=10^4$. Кривыми 3—5 представлена степень отклонения $\sigma = \frac{e^{-x} - |B|^2}{-x}$ (в процентах) огибающих от экс-

поенты для различных значений α . Из рис. 2 видно, что σ существенно зависит от скорости выключения источника.

Экспериментальная проверка результатов расчета была выполнена на установке, описанной в работе [4]. В качестве резонатора использован цилиндрический резонатор с нагруженной добротностью $Q=11000$ и резонансной частотой $f_0=9,845 \cdot 10^9$ Гц. Использование в оконечном каскаде детектора пересечения нулевого уровня и сумматоре микросхем серии К 574 УД1 и К544 УД1 позволило достигнуть скорости выключения $\alpha=3 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-2}$. Форма кривой затухающего процесса, наблюдаемая на экране осциллографа, была близка к графику 1 (рис. 1), т. е. имела явно выраженную асимметрию и переменный период колебаний ПЧ, что указывает на правильность выбора модели оценки искажений, внося-

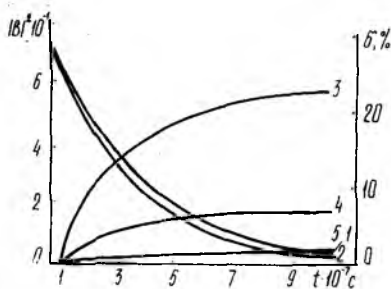


Рис. 2

мых конечностью времени выключения.

Таким образом, при проведении измерений добротности СВЧ-резонаторов методом декремента затухания для получения достоверных результатов измерения следует обращать внимание на соотношение между интервалами времени Δt и Δt . Условным критерием достоверности результатов измерений с точки зрения влияния систематических погрешностей можно, по-видимому, считать наличие симметрии в колебаниях ПЧ. Кроме того, как показывают расчеты, нижнюю границу достоверно измеряемых добротностей можно понизить за счет уменьшения Δt . Однако успех в этом направлении будет определяться развитием элементной базы (микросхем, транзисторов) с высокой скоростью нарастания выходного сигнала.

Оценка систематической погрешности предлагаемым способом может быть произведена по семейству кривых на графиках, аналогичных приведенным на рис. 2, у которых α и ω_0 известны, а Q является параметром семейства (Q выбирается из области ожидаемых значений).

Окончательный вывод о значении суммарной погрешности измерения составляется таким образом после оценки случайной погрешности по (1) и систематической погрешности по семейству кривых расчетных графиков. В проведенном эксперименте систематическая погрешность уменьшила значение измеряемой добротности приблизительно на 10 %.

Список литературы: 1. Пудалов В. М. Измерение добротности сверхпроводящих сверхвысокочастотных резонаторов методом декремента // Приборы и техника эксперим. 1982. № 4. С. 160—163. 2. Тишер Ф. Техника измерений на сверхвысоких частотах. М., 1963. 367 с. 3. Вятчанин С. П., Тимашов Л. В. Простой метод измерения высоких добротностей сверхпроводящих резонаторов // Приборы и техника эксперим. 1983. № 4. С. 145—146. 4. Устройство для измерения вы-

Поступила в редколлегию 25.09.89

УДК 621.385

Б. Н. БОНДАРЕНКО, И. И. ВОРОТЫНЦЕВА

АВТОФАЗНЫЙ СВЧ-КОНВЕРТОР С МНОГОКРАТНЫМ ВВОДОМ ЭНЕРГИИ

Основные закономерности работы автофазной ЛБВ (АЛБВ) в прямом режиме достаточно подробно описаны в работе [1]. Коротко напомним основные моменты механизма взаимодействия в приборах автофазного типа. Сгруппированный электронный пучок встrelивается в пространство взаимодействия, где сопротивление связи значительно, например на порядок больше, чем в группирующей секции. При выполнении определенных условий [2; 3] электронные сгустки захватываются бегущей волной в минимуме ее потенциала и дрейфуют со скоростью, равной фазовой скорости волны, сохраняя при этом устойчивость. Смещая статическим электрическим полем сгусток в тормозящую фазу поля, можно достичь высокого уровня преобразования энергии статического поля в энергию СВЧ-волны [4]. Изменяя знак тянущего статического поля и смещая сгусток в ускоряющую фазу СВЧ-поля, можно эффективно реализовать режим обратного преобразования [5]. В данной работе методом численного моделирования исследован режим обратного преобразования и общая схема реализации такого режима. Согласно этой схеме на вход группирующей секции подается сигнал, достаточный для группировки сгустка. Сама группирующая секция может быть реализована разными способами. Это может быть, например, отрезок ЛБВ. На вход автофазной секции подается значительная входная СВЧ-мощность. Благодаря мерам фазировки влетающие сгустки занимают фазовое положение на дне потенциальной ямы бегущей волны, а смещающее статическое поле обуславливает давление сгустков на стенку ямы со стороны ускоряющего поля. Такая схема реализации предполагает наличие естественных ограничений на преобразуемую СВЧ-мощность и КПД преобразования.

Уровень входной мощности определяется условиями реализации транспортировки протяженного пучка в пространстве взаимодействия. При этом верхний предел СВЧ мощности, преобразуемой в постоянную, определяется условиями сохранения финитного движения сгустка и волны [3; 5]:

$$\frac{|E_{ст}|}{E_0} < \frac{|q|\omega^2 K_0}{|v_0 - u_0|} \quad (1)$$

где $E_{ст}$ — напряженность статического поля; E_0 — напряженность СВЧ-поля; q — заряд электрона; ω — частота; K_0 — сопротивление связи; v_0 — дрейфовая скорость; u_0 — групповая скорость волны.

Распаду сгустка также способствует наличие мощных поперечных переменных полей. Электроны, покинувшие сгусток и вылетевшие из потенциальной ямы, будут инфинитно смещаться вдоль пространства взаимодействия, отбирая энергию на ускорение, а также оседать на замедляющую систему. Оба эти явления снижают КПД преобразования.

Имеется также нижний предел по СВЧ-мощности, при котором автофазный механизм преобразования прекращается. В случае разового ввода в пространство взаимодействия СВЧ-мощности и последующего ее преобразования в мощность тока, глубина потенциальной ямы уменьшается вдоль пространства взаимодействия, так что в конце концов поле бегущей волны уже не в состоянии удерживать электронный сгусток в заданных фазовых отношениях. Обмеление потенциальной ямы до критического уровня имеет место при значительных остаточных значениях входной СВЧ-мощности. Эта остаточная мощность, как показал численный расчет, при однократном вводе энергии может достигать 30 %. Специальными методами управления ее можно снизить. Для этого необходимо выполнить замедляющую систему с увеличивающимся к выходному концу сопротивлением связи. Однако при этом необходимо учесть изменение дисперсии замедляющей системы, что обуславливает наличие нарастающих трудностей фазирования пучка и поля.

В целях разрешения указанного противоречия было предложено выполнить в выходной части АЛБВ несколько вводов СВЧ-мощности, что позволяет продлить длину пространства взаимодействия, на котором выполняется усилие удержания электронного сгустка в потенциальной яме поля бегущей волны [1]. Ввод оче-

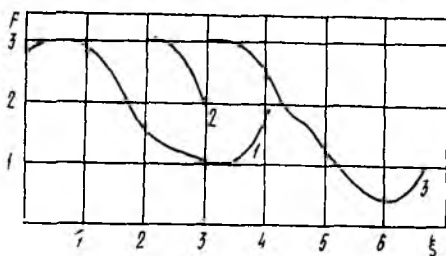


Рис. 1

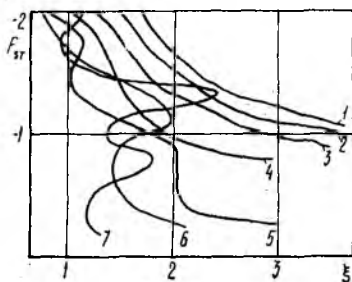


Рис. 2

редной СВЧ-мощности технически может быть реализован путем использования направляющих устройств связи, например, типа направленный ответвитель. Представляет интерес построение такого метода управления процессом преобразования, чтобы дополнитель-

ная вводимая СВЧ-мощность и пучок находились в оптимальных фазовых соотношениях. При этом, однако, дополнительную трудность представляет то, что дополнительные вводы энергии расположены на фиксированных взаимных расстояниях, в то время как в зависимости от параметра режима необходимость дополнительной подкачки СВЧ-энергии может возникнуть в точке, находящейся до момента ввода. Эти затруднения могут быть устранены оптимальным подбором напряженности электростатического тормозящего поля. Указанные выше особенности обуславливают необходимость модельных исследований реализации режима обратного преобразования при различных значениях параметров процесса. Исследования проводились путем численного анализа в режимах одномерной модели автофазной ЛБВ, впервые описанной в работе [1].

На рис. 1 показаны зависимости безразмерной амплитуды высокочастотного поля в автофазной секции. В точке $\xi=2$ и $\xi=3$ введена дополнительная СВЧ-мощность, что позволило продлить процесс обратного преобразования энергии и существенно увеличить КПД преобразования. На рис. 2 представлены обобщающие графики зависимости, по которым можно оптимальным образом подобрать параметры статических полей в пространстве взаимодействия между вторым и третьим дополнительными вводами энергии при различных значениях напряженности тормозящего поля в начале автофазной секции. Представленные зависимости позволяют при фиксированных расстояниях между вводами энергии оптимальным образом управлять процессом обратного преобразования энергии.

Модельные исследования позволяют утверждать, что предложенный способ преобразования энергии действительно позволяет продлить цикл с обратного преобразования и построить эффективный конвертор. При невыполнении условий автофазности дополнительный ввод энергии не может предотвратить разрушение сгустка. Анализ результатов расчета позволяет утверждать, что скачок сопротивления связи при переходе от группировки к автофазной секции должен быть достаточно большим, соответствующим коэффициенту перехода, равному примерно 100, дополнительный ввод энергии должен осуществляться до нарушения условий захвата при сохранении хорошей группировки, а расстояние между вводами СВЧ-мощности уменьшается по мере увеличения длины автофазной секции.

Список литературы: 1. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г. Двухсекционная ЛБВ с автофазной выходной секцией. Сообщение 1. Вывод рабочих уравнений//Радиотехника. 1979. Вып. 51. С. 112—117. 2. Двухсекционная ЛБВ с автофазной выходной секцией. Сообщение 2. Основные закономерности работы//Б. Н. Бондаренко, В. Г. Крыжановский, А. И. Хохлов, В. Г. Шульта//Там же. С. 117—120. 3. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г., Димашко Ю. А. Условия захвата электронного сгустка замедленной электромагнитной волной. Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов//Сб. науч. тр. К., 1988. С. 115—121. 4. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г., Макаренко И. Б. Анализ оптимальных условий захва-

та электронного сгустка в автофазной лампе бегущей волны//Радиотехника. 1988. Вып. 87 С. 135—138. 5. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г., Димашко Ю. А. Предельный КПД автофазной ЛБВ//Изв. вузов. Радиотехника. 1985. 28, № 10. С. 99—101. 6. Бондаренко Б. Н., Крыжановский В. Г. Реализация режима обратного преобразования в автофазной ЛБВ//Радиотехника. 1981. Вып. 57. С. 114—118.

Поступила в редколлегию 20.09.89

УДК 621.3.029.6

В. С. АШАНИН, канд. физ.-мат. наук, О. П. МАЛОФЕЙ, канд. техн. наук,
А. А. СТЕПАНОВ, канд. физ.-мат. наук, В. Н. ТУПКАЛО, канд. техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ ПОСРЕДСТВОМ ЭФФЕКТА ФОТОННОГО ДАВЛЕНИЯ

В работах [1; 2] было впервые исследовано явление фотонного давления — увлечение свободных носителей тока фотонами в полупроводниках. В этом явлении поглощенный импульс фотонов оптической области спектра перераспределяется между решеткой и свободными носителями и вызывает появление направленного потока носителей тока.

Этот эффект наблюдается как в собственных, так и в примесных полупроводниках [3; 4]. В последнем случае он был обнаружен в кремнии и германии, легированных соответственно фосфором и мышьяком.

В ряде последующих работ [5—8] рассматривалось применение этого явления для создания сверхбыстродействующих субнаносекундных приемников импульсного лазерного излучения в инфрокрасной области спектра, работающих при комнатной температуре.

Результаты экспериментальных и теоретических исследований данного эффекта указывают на наличие прямолинейной зависимости между током увлечения и свободных носителей и их концентраций как в дырочном [1], так и в электронном [9] полупроводниках. Это обстоятельство позволяет принципиально решить задачу по измерению концентрации свободных носителей посредством применения рассматриваемого эффекта.

Следует заметить, что эффект экспериментально наблюдался в интервале концентраций (10^{13} — 10^{17}) см^{-3} , поэтому применение эффекта позволяет определять малые (10^{13} — 10^{14}) см^{-3} концентрации, что является весьма актуальной задачей в настоящее время, решение которой позволило бы эффективно осуществлять так называемый входной контроль параметров полупроводниковых материалов, используемых при серийном изготовлении различных полупроводниковых приборов.

В данной работе рассматривается экспериментальная апробация нового бесконтактного метода измерения концентрации свободных носителей тока в собственных полупроводниках с использованием явления фотонного давления.

В общем случае при прохождении лазерного излучения через образец полупроводника возникает либо продольная, либо поперечная фотоЭДС увлечения. В интересующем нас случае значение фотоЭДС, возбуждаемой в продольном направлении (размеры образца в направлении лазерного луча существенно больше его поперечных размеров), получаем из условия равенства тока увлечения соответствующему току проводимости [8]

$$U = \frac{Pen\rho_0(1 - e^{-al})}{2\pi CS_0 m} \langle \tau \rangle \frac{(1 - R)}{(1 + R)}, \quad (1)$$

где P — мощность лазерного излучения; e — элементарный заряд; n — показатель преломления полупроводника; ρ_0 — удельное сопротивление; a — коэффициент поглощения света; l — продольная длина образца полупроводника; $\langle \tau \rangle$ — усредненное время релаксации импульса электронов; R — коэффициент отражения излучения от образца полупроводника; C — скорость света; S_0 — площадь поперечного сечения образца; m — масса электрона.

Записывая данное соотношение с учетом сопротивления образца R_0 и вводя константу $\gamma = en/2\pi C m$, численное значение которой составляет $6 \cdot 10^5 \text{ см} \cdot \text{б}^{-1} \text{ с}^{-1}$ [5], получаем

$$U = \frac{P\gamma R_0(1 - e^{-al})}{l} \langle \tau \rangle \frac{(1 - R)}{(1 + R)}. \quad (2)$$

Переходя от напряжения к току увлечения, находим

$$I = \frac{P\gamma(1 - e^{-al})}{l} \langle \tau \rangle \frac{(1 - R)}{(1 + R)}. \quad (3)$$

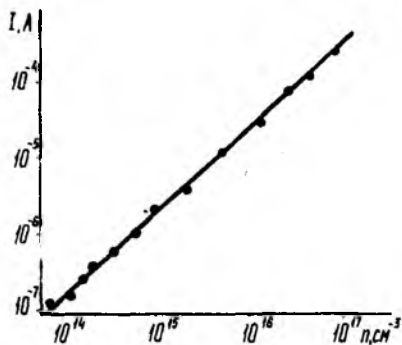
В случае, когда поглощение света в образце мало, что соответствует условию $al < 1$, и с учетом соотношения $a = S_n \cdot n$, где S_n — сечение поглощения света электронами; n — равновесная концентрация электронов, выражение (3) приобретает вид

$$I = P\gamma S_n n \langle \tau \rangle \left(\frac{1 - R}{1 + R} \right). \quad (4)$$

Из соотношения (4) следует, что для данного образца полупроводника при постоянных мощности излучения лазера и температуре существует линейная зависимость между током увлечения и равновесной концентрацией носителей в полупроводнике.

Эксперименты проводились на цилиндрических образцах с кольцевыми контактами на торцах. Образцы, изготовленные из n -германия, имели площадь поперечного сечения $0,3 \text{ см}^2$ и длину 2 см . Источником инфракрасного излучения ($\lambda = 10,6 \text{ мкм}$) служил лазер на CO_2 , работающий в импульсном режиме с частотой следования импульсов 300 Гц и длительностью импульса $0,7 \text{ мкс}$. Мощность излучения в импульсе 10 кВт . Интенсивность излучения лазера контролировалась с помощью охлаждаемого приемника инфракрасного излучения на основе $\text{Ge} : \text{Cu}$.

Измерялась продольная фотоЭДС, при этом в цепи образец — сопротивление нагрузки осуществляется режим короткого замыкания. В некоторых экспериментах импульс тока, возникающий на сопротивлении нагрузки, регистрировался осциллографом. Измерения производились при комнатной температуре.



Результаты эксперимента приведены на рисунке, который иллюстрирует графическую зависимость силы тока увлечения свободных носителей от их концентрации в интервале (10^{14} — 10^{17}) см^{-3} . Выполненные эксперименты

подтвердили хорошую воспроизводимость результатов. Численные оценки, проведенные с учетом соотношения (4) и опытных данных для $n = \text{Ge}$, показывают хорошее согласие по порядку величины теории с экспериментом.

В целях контроля полученных данных были проведены эксперименты по измерению электропроводности с использованием четырехзондового метода. Концентрации ($\times 10^{-15} \text{ см}^{-3}$), полученные двумя методами, сопоставлены ниже.

Эффект фотонного давления	Четырехзондовый метод
0,2 ± 0,02	0,21
6,5 ± 0,1	6,4
68 ± 1	70

Таким образом, сравнительные результаты находятся в удовлетворительном согласии, что позволяет надеяться на возможность использования эффекта фотонного давления для измерения концентрации носителей в полупроводниках, который может применяться наряду с другими неразрушающими методами контроля.

Список литературы: 1. Увлечение свободных носителей фотонами при прямых межзонных переходах в полупроводниках/А. М. Данишевский, А. А. Кастальский, С. М. Рывкин, И. Д. Ярошецкий//Журн. эксперим. и теорет. физики. 1970. 58, № 2. С. 544—550. 2. Гринберг А. А. Эффект увлечения свободных носителей фотонами в германии//Журн. эксперим. и теорет. физики. 1970. 58, № 3. С. 989—993. 3. Эффект фотонного давления в примесных полупроводниках/П. М. Валов, Б. С. Рывкин, Е. В. Титова, И. Д. Ярошецкий//Физика твердого тела. 1971. 5, № 6. С. 1772—1774. 4. Анизотропия эффекта фотонного давления в полупроводниках/П. М. Валов, Б. С. Рывкин, Е. В. Титова, И. Д. Ярошецкий//Физика твердого тела. 1972. 6, № 1. С. 123—126. 5. Gibson A. F., Kimmit M. F., Walker A. C. Photon pressure effects in semiconductors//Appl. Phys. Lett. 1970. 17. P. 75—79. 6. Ярошецкий И. Д. Влияние магнитного поля на эффекты увлечения свободных носителей тока фотонами в полупроводниках: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук, Л., 1971. 311 с. 7. Kimmit M. F. Awen optoelectronic effect in semiconductors//J. Phys. E. 1970. 5. P. 239—245. 8. Применение эффекта фотонного давления в приемниках лазерного излучения/В. Г. Агафонов, П. М. Валов, Б. С. Рывкин, И. Д. Ярошецкий//Физика и техника полупроводников. 1973. 7, № 10. С. 2316—2321. 9. Увлечение электронов фотонами при внутреннем поглощении света свободными носителями тока в полупроводниках/П. М. Валов, А. М. Данишевский, А. А. Кастальский и др.//Журн. эксперим. и теорет. физики. 1970. 59, № 6. С. 1920—1924.

СОДЕРЖАНИЕ

Корыстин В. И. Оптимизация параллельных составных сигналов в базе Уолша для быстрого поиска по задержке	3
Стасев Ю. В. Взаимокорреляционные и ансамблевые свойства характеристических и линейных рекуррентных последовательностей	11
Тимонин В. А., Плоткин В. И. О выборе показателя эффективности при оценке функционирования вычислительных систем в условиях мощных электромагнитных помех	15
Дзюбан В. Г., Могила А. А., Хлопов Г. И. Формирование пространства признаков при распознавании электрических сигналов	18
Талалай В. В., Емельянов В. В., Петручек Т. П. Оценка эффективности работы устройства повышения равномерности распределения тепловых шумов по каналам тональной частоты	25
Товарницкий А. В., Александров Ю. Н., Гапоненко В. Н., Милонов Ю. Ю. Применение методов нумерационного кодирования в системах передачи данных	29
Лосев М. Ю., Рысованный А. Н. Методика оценки распознающей способности циклических кодов на примере кодов Хэмминга	32
Горбенко И. Д., Барсов В. И., Лысак Р. П. Улучшенный алгоритм представления целых чисел в r-адическом коде	36
Сныткин И. И. Скрытая имитостойкая широкополосная система связи с программно-изменяемыми кодовыми словарями оптимальных дискретных сигналов нелинейной структуры	40
Антофеев В. И., Султанов А. С., Овсянников Ю. В., Воронова А. С., Кубата В. Г. Синтез многоканального радиометра с частично заданной структурой Сообщение 1. Оптимизация модулирующих функций	45
Гармаш К. П., Гоков А. М., Гритчин А. И., Мисюра В. А., Черногор Л. Ф. Исследование реакции нижней ионосферы на удаленные мощные землетрясения	52
Минервин Н. Н., Сиротин В. П. О точности измерения интегральной электронной концентрации в турбулентной среде	56
Голубицкий В. Э., Кулемин Г. П., Сидоров А. И. Частотная корреляционная функция флуктуаций поля, рассеянного земной поверхностью	61
Скирта Л. Г., Зозуля И. В. Информационно-измерительный комплекс контроля качества воздушной среды открытых технологических объектов	67
Егоров А. Б., Захаров И. П., Кукуш В. Д. Выбор оптимальных параметров трехзондовой дискретной измерительной линии	72
Усин В. А., Анохина О. Д. Определение коэффициента направленного действия антенны по измерениям поля в ближайшей зоне	79
Павлов В. Ф. Расчет распределения токов на поверхности рефлектора зеркальной антенны	85
Должиков В. В., Радченко В. Ю. Влияние случайных ошибок в антенне на ее предельный КНД. Часть 1	92
Должиков В. В., Радченко В. Ю. Влияние случайных ошибок в антенне на ее предельный КНД. Часть 2	102
Коновко А. В., Жук Н. И. Размещение тепловыделяющих элементов на высокочастотной плате с учетом ограничений на уровень электромагнитного поля	110
Дикарев В. А. Применимость метода Ритца к одному классу функционалов теории обобщенных собственных колебаний	117
Погохов А. С. Расчет многомерных параметров для некоторых типов нелинейных двухполюсников	122
Кухтин М. П., Лобачев В. П. Влияние переходных процессов на измерение добротности СВЧ-резонаторов декрементным методом	129
Бондаренко Б. Н., Воротынцева И. И. Автофазный СВЧ-конвертор с многократным вводом энергии	133
Ашанин В. С., Малофей О. П., Степанов А. А., Тувкало В. Н. Определение концентрации свободных носителей в полупроводниках посредством эффекта фотонного давления	136